思考题 1-有线宽的直线段扫描转换算法

1850217 杨煜

2021 年 3 月 14 日

1 基于数值微分法（DDA）的线宽算法

我们面对的问题不再是一条直线了，而是在原来的直线算法上需要考虑进线宽的因素。在构建一条具有宽度的线段时，不能直接使用 DDA 算法来涂黑像素。因为，算法的目标和本意是针对一条无线宽的线段。为了构建一个可以完成线宽的 DDA 算法。我们采取如下的步骤，首先假定，我们得到的参数为线宽 m，线段是基于中间的线段向外扩张的，中线的两个端点分别为 (x_0, y_0) 和 (x_1, y_1)。

首先，和 DDA 算法一样计算这条线段的斜率

$$k = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

接下来需要计算该线段的垂线，要求垂线的长度为 m，该线段与垂线段的交点在垂线的中点。垂线段斜率为 $\frac{1}{k}$。随后则是计算距离中线位置上下的四个端点的坐标 (x_2, y_2)，(x_3, y_3)，(x_4, y_4) 和 (x_5, y_5)。

$$x_2 = x_0 + \frac{m}{2} \times \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{k^2}}}$$

$$y_2 = y_0 + \frac{m}{2} \times \frac{\frac{1}{k}}{\sqrt{1 + \frac{1}{k^2}}}$$

其余端点的计算方法同理可得。接下来，有了四个端点，可以在使用 DDA 算法构建线段连接的同时，将选段内部的像素点涂上。具体步骤如下所示。首先需要在垂线方向上构建相应的 DDA 算法，然后在当前线段方向上进行增量算法，可以填满整个线段内部。代码如下所示。

```
void DDALine(int x0,int y0,int x1,int y1,int color,int m){
    int x,n;
    float dx, dy, y, k, x2, y2, x3, y3, x4, y4, x5, y5, q;
    dx = x1-x0; dy=y1-y0;
    k=dy/dx; y=y4;
    x2=x0+m/2/sqrt(1+1/(k*k)); y2=y0+m/2*(1/k)/sqrt(1+1/(k*k));
    x3=x1+m/2/sqrt(1+1/(k*k)); y3=y1+m/2*(1/k)/sqrt(1+1/(k*k));
    x4=x0-m/2/sqrt(1+1/(k*k)); y4=y0-m/2*(1/k)/sqrt(1+1/(k*k));
    x5=x1-m/2/sqrt(1+1/(k*k)); y5=y1-m/2*(1/k)/sqrt(1+1/(k*k));
    for (x=x4;x<=x5;x++){
```

```
            y=y+k;
            q=y;
            for(n=x;n<x2+x-x4;n++){
                drawpixel(n, int(y+0.5), color);
                q=q+1/k;
            }
        }
}
```

2 基于 Bresenham 的任意宽度直线生成算法

任意宽度直线生成算法中, 直线刷子法利用生成的单宽度直线, 在直线沿 Y 轴移动到另一端 (若直线的斜率在 $[-1,1]$)。若直线斜率不在 $[-1,1]$ 内, 则改成沿 X 轴移动。而区域填充算法是使用 Bresenham 算法计算指定宽度直线的边界形成封闭区域, 再进行利用种子填充算法填充, 形成的直线两端标准。结合两种算法的优点, 让单线宽线段沿着计算出的边界移动, 即可以得到指定宽度的直线。

用内存存储每一列 Y 的增量, 让单线沿着 Bresenham 算法形成的区域两端移动, 因为线平行, 计算它们连线只需要利用存储的 Y 的增量, 产生新的直线, 形成的直线两端垂直, 且算法计算简单, 没有种子填充算法的设定起始种子的局限。

为了方便讨论，假设直线斜率在 $[0,1]$ 之间，其他情况可以通过坐标轴变换得到。假设直线 L 的起点为 $O(x_0\ y_0)$，其终点坐标为 $O\ (x_1,y_1)$，令 $x_1>x_0, y_1>y_0$，直线的宽度为 D，并记终点 O 两侧的直线终点分别是 A,B，点 O 两侧的直线终点分别是 C,D，且记直线 AB 为 L_1，直线 CD 为 L_2。

根据给出的直线的首位坐标，计算出其 d 和 dy ；

根据指定的宽度，计算出其 B 与 O 点的偏移量，得出 A,B 的坐标;

计算出 AB 直线中坐标增量，存入内存中;

将点在 AD,BC 移动，根据内存中 Y 的变化量，计算出新的 $A\ B$ 直线，直到到达另一个边界。