

非线性物理

我知道了一点点，就教你们一点点。

来日你们开创了一新篇章，就回馈我一新辉煌。

刘俊明

Liujm@nju.edu.cn

鼓楼校区唐仲英楼B410室，电话：8359 6595



过去的一些经验

- 高级研究性课程，每年剩下~20个学生，甚至更少。
- 知道了一点点什么是非线性物理。
- 每年有那么3~5个学生通过这一课程开始了科学研究的起步：
- **2004年王砺锋：1篇JAP，1篇APL**
- **2005年李宝磊：1篇PRB**
- **2006年陈骁、郭蕴博：2篇JAP，1篇PRB；朱志怀：1篇PRB**
- **2007年徐惠中：JAP；孙铭阳：JMMM。**
- **2008年 空白**
- **2008年薛飞：JAP**



非线性物理：未成型的科学领域+非线性物理

国内课程设置：

1. 研究非线性物理的数学方法
2. 非线性振荡和奇异吸引子
3. 分形集与自相似
4. 从分叉到混沌
5. 物理学中的混沌与分叉
6. 孤立子与逆散射变换

注重数学、应用数学物理方法

国外课程设置：

1. Fractals
2. Chaos
3. Solitons
4. Pattern formation
5. Cellular automata
6. Complex systems

注重物理现象、提炼基本图像



非线性物理：未成型的科学领域

授课:

1. 只讲授一些基本现象和概念
2. 某些问题可能深入到研究前沿
3. 听课时保持安静，听不听随便
4. 作业可作可不作，随便
5. 鼓励课后通过email、msn、QQ讨论问题
6. 鼓励进行课外论文研究

作业和考试:

1. 五个章节，每章一个作业(选)，期末就壹个作业做演讲。
2. 作业两人一组，以小论文形式。要求A4纸撰写或打印。
3. 一次演讲(以作业为基础)。
4. 没有考试，以作业和演讲来评定成绩。



非线性物理：引言

非线性的外貌：

1. 顾名思义：非线性是系统输出与输入不再是比例关系
2. 非线性系统的某种数学表述是：叠加原理的破却。一个系统的两个解叠加如果仍然是系统的解，则系统为线性系统，否则为非线性系统。
3. 固体的某个序产量 P 对于外场 E 的响应是：

$$P = P_0 + aE + bE^2 + cE^3 + \dots +$$

$$E = E_0 \sin(\omega t)$$

$$P = P_0 + aE_0 \sin(\omega t) + bE_0^2 \sin^2(\omega t) + cE_0^3 \sin^3(\omega t) + \dots +$$



非线性物理：引言

非线性的外貌：

1. 上述非线性方程导致了凝聚态物理中许多基本的元激发，如声子、极化子、磁响应、非线性光学等等。
2. 非线性物理当然不是简单研究非线性方程，而是研究极端非线性条件下的动力学系统行为。非线性物理研究的是非线性现象中最玄乎的那几类！
3. 原则上说，自然和社会的一切系统的演化都是非线性的，看看生活的丰富多彩就知道了。没有人能够计划明天的一切！
4. 自然是如此，生命是如此，灵魂更是如此！ ^_^



非线性物理：引言

非线性物理的起源：

1. 非线性物理的范畴主要来自于自然界广泛的物理现象，而不是来自于人们对于数学的痴迷。
2. 非线性物理所以发展起来，本质原因源于经典物理学一个基本事实：原因决定结果，如果原因是唯一的，结果就是唯一的。
3. 更深层次的原因来自于传统数学的唯一性。这种唯一性对于认识自然是如此的伟大，也带来很多麻烦。
4. 归结在非线科学范畴的内容太多，我们不知道应该讲授什么为好！所以我们讲授“非线性物理”——源于物理现象！ ^_^



非线性物理：引言——分形

分形物理：来源于两个方面：(1)自然现象；(2)计算机模拟。



Benoit Mandelbrot



Oxford的Newton博物馆



非线性物理：引言——分形

<http://www.math.yale.edu/mandelbrot/>

**Sterling Professor Emeritus of Mathematical Sciences
Mathematics Department - Yale University**

**IBM Fellow Emeritus, T.J. Watson Research Center
International Business Machines Corporation**

Seeks a measure of order in physical, mathematical or social phenomena that are characterized by abundant data but extreme sample variability.

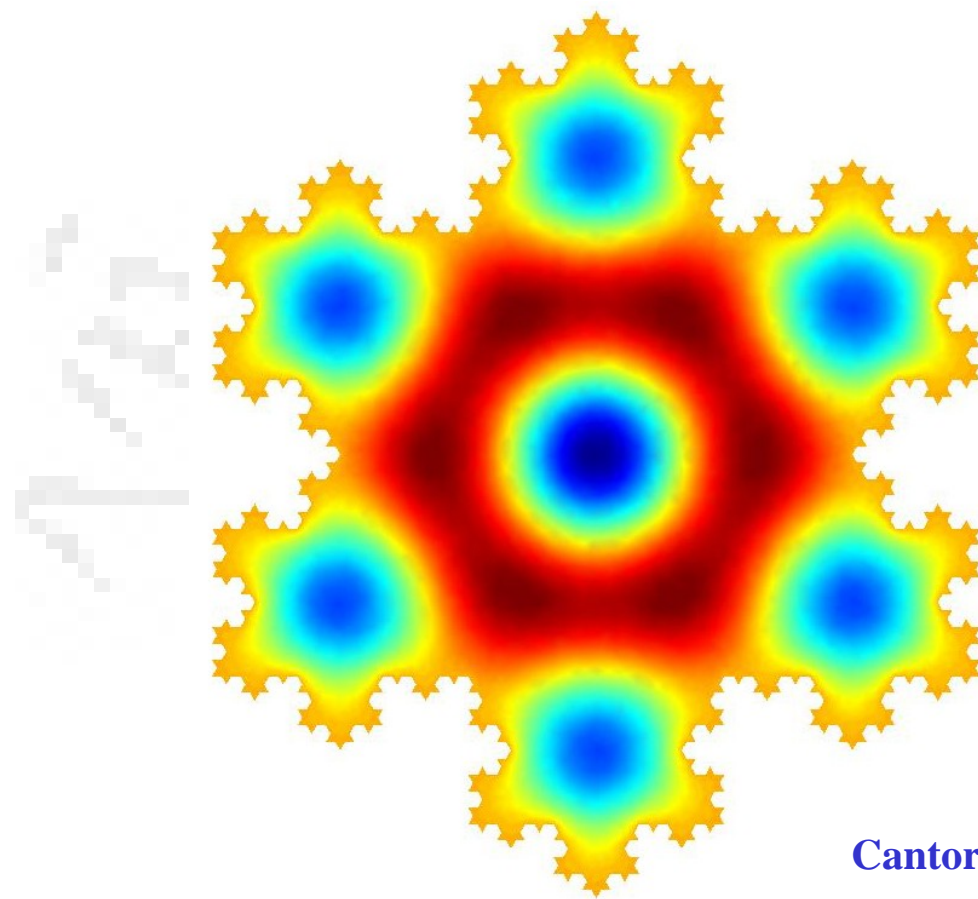
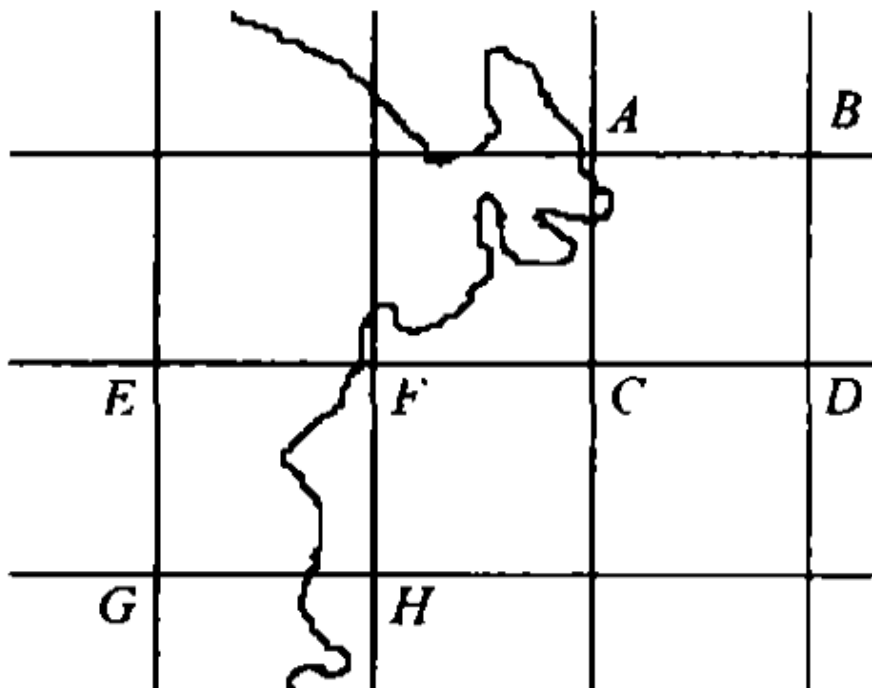
The surprising esthetic value of many of his discoveries and their unexpected usefulness in teaching have made him an eloquent spokesman for the “unity of knowing and feeling”.



非线性物理：引言——分形

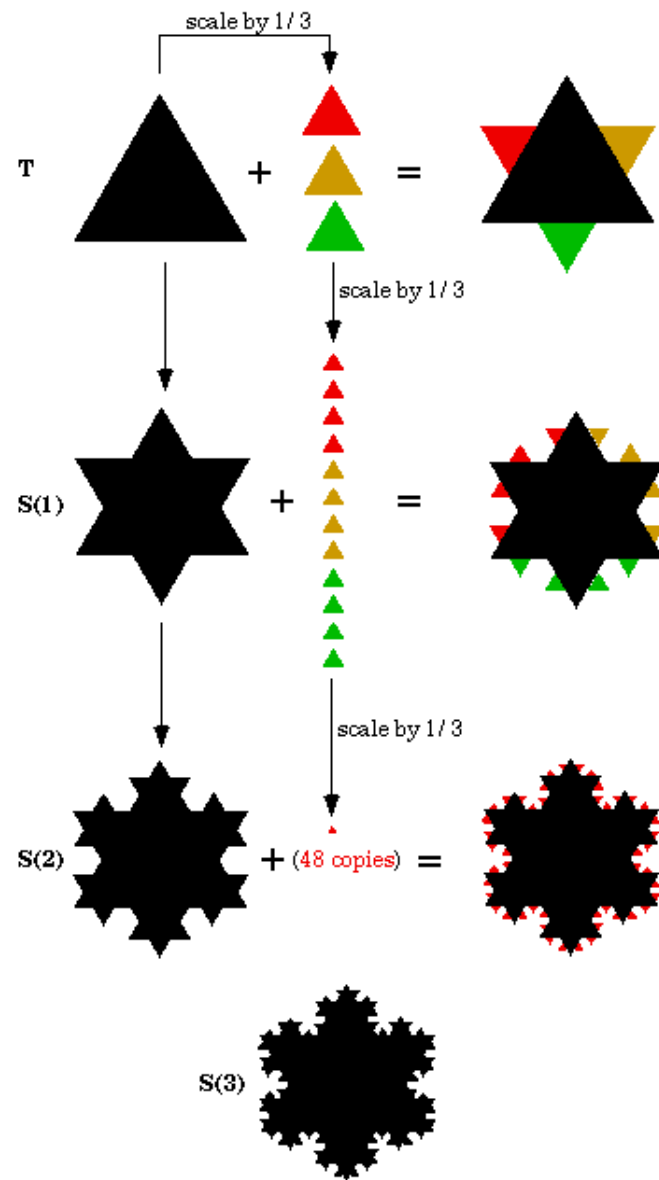
1. 海岸线问题：英国的海岸线有多长？1967年《Science》

2. **The Fractal Geometry of Nature (1982)**



Cantor Set

非线性物理：引言——分形



非线性物理：引言——分形



非线性物理：引言——分形

$$x_{n+1} = a_1 + a_2 x_n + a_3 x_n^2 + a_4 x_n y_n + a_5 y_n + a_6 y_n^2$$

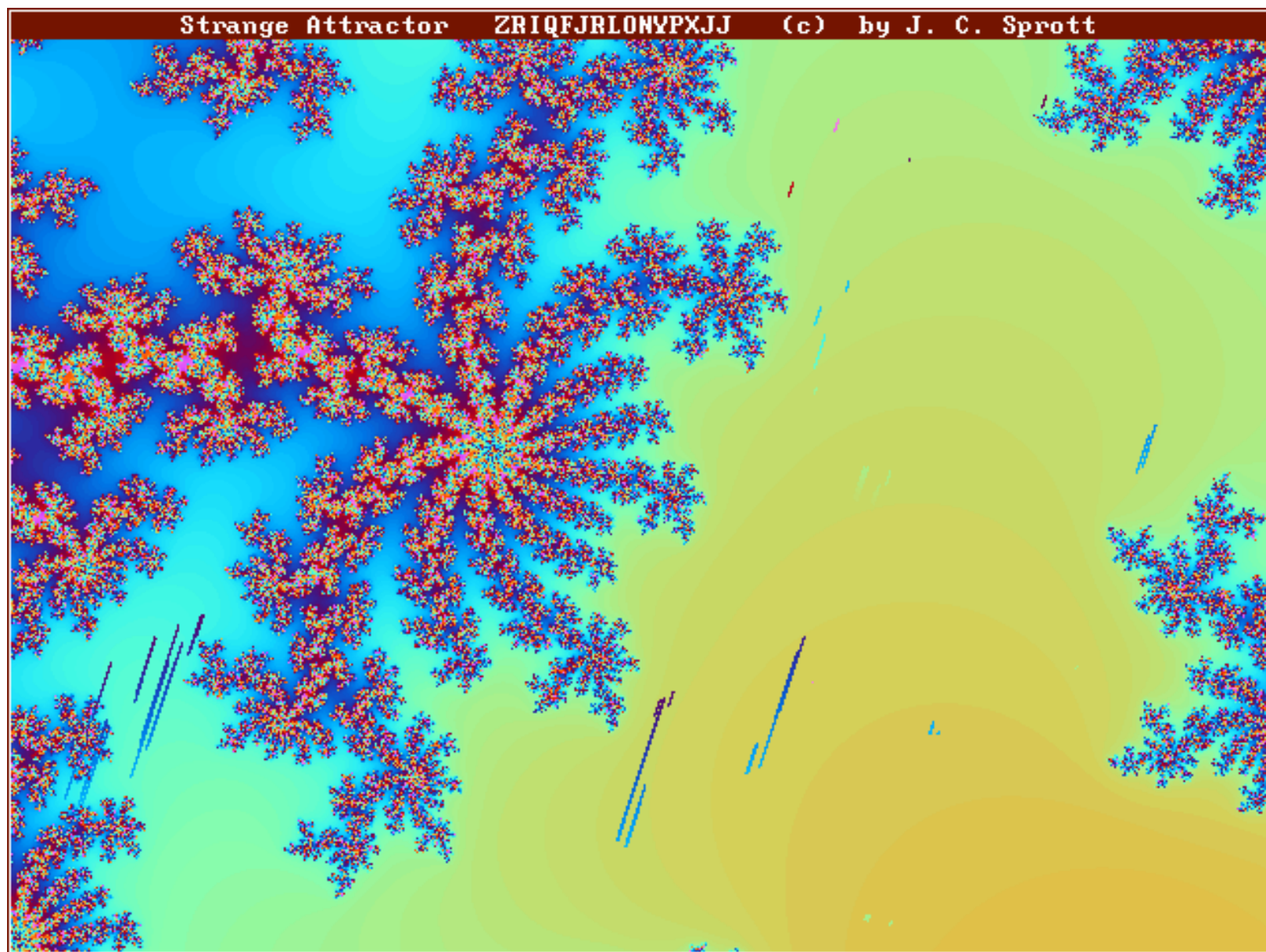
$$y_{n+1} = a_7 + a_8 x_n + a_9 x_n^2 + a_{10} x_n y_n + a_{11} y_n + a_{12} y_n^2$$

给定一系列的 a_i 数值，然后给定一个点 (x_0, y_0)

作为一个小作业，请上色



非线性物理：引言——分形

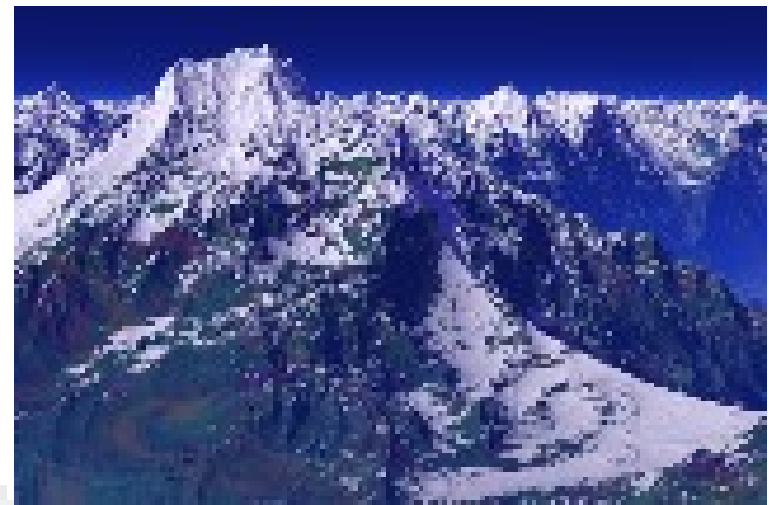
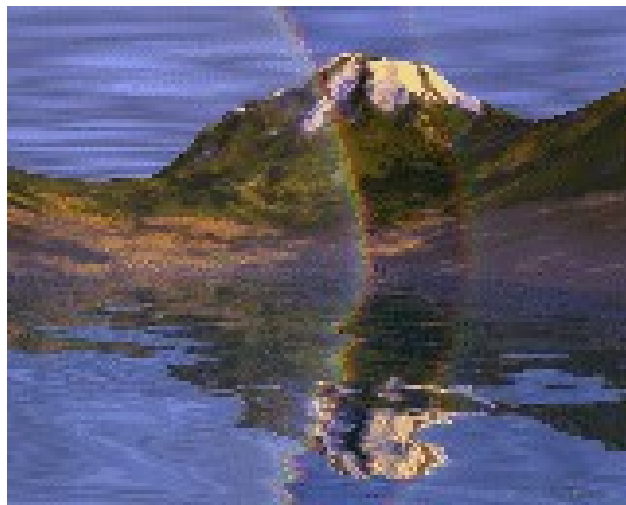


非线性物理：引言——分形



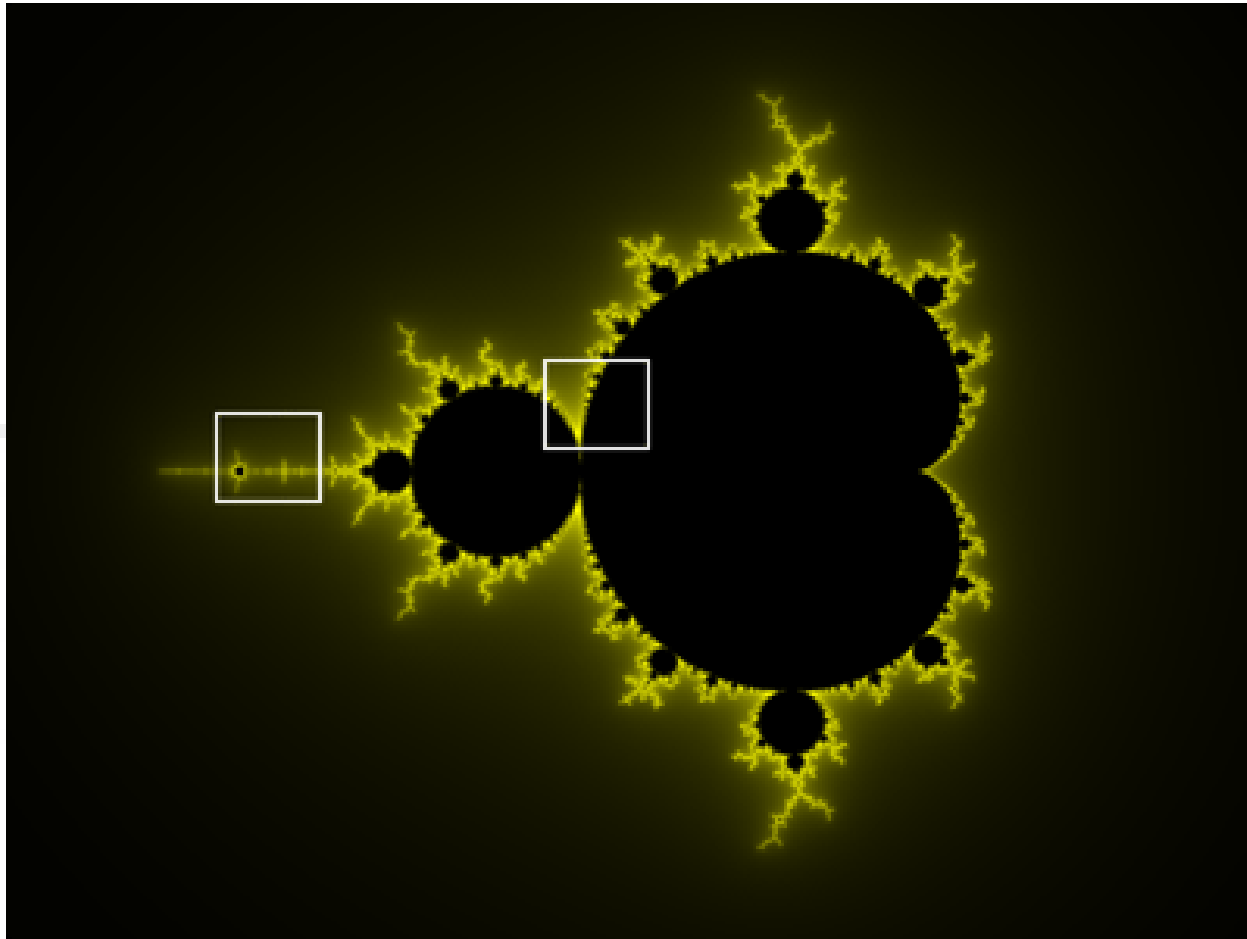
$$(x_{n+1}, y_{n+1}) = \begin{cases} (0, 0.16y_n), & 0.00 < r < 0.01 \\ (0.2x_n - 0.26y_n, 0.23x_n + 0.22y_n + 0.2), & 0.01 < r < 0.08 \\ (-0.15x_n + 0.28y_n, 0.26x_n + 0.24y_n + 0.2), & 0.08 < r < 0.15 \\ (0.85x_n + 0.04y_n, -0.04x_n + 0.85y_n + 0.2), & 0.15 < r < 1.00 \end{cases}$$

非线性物理：引言——分形



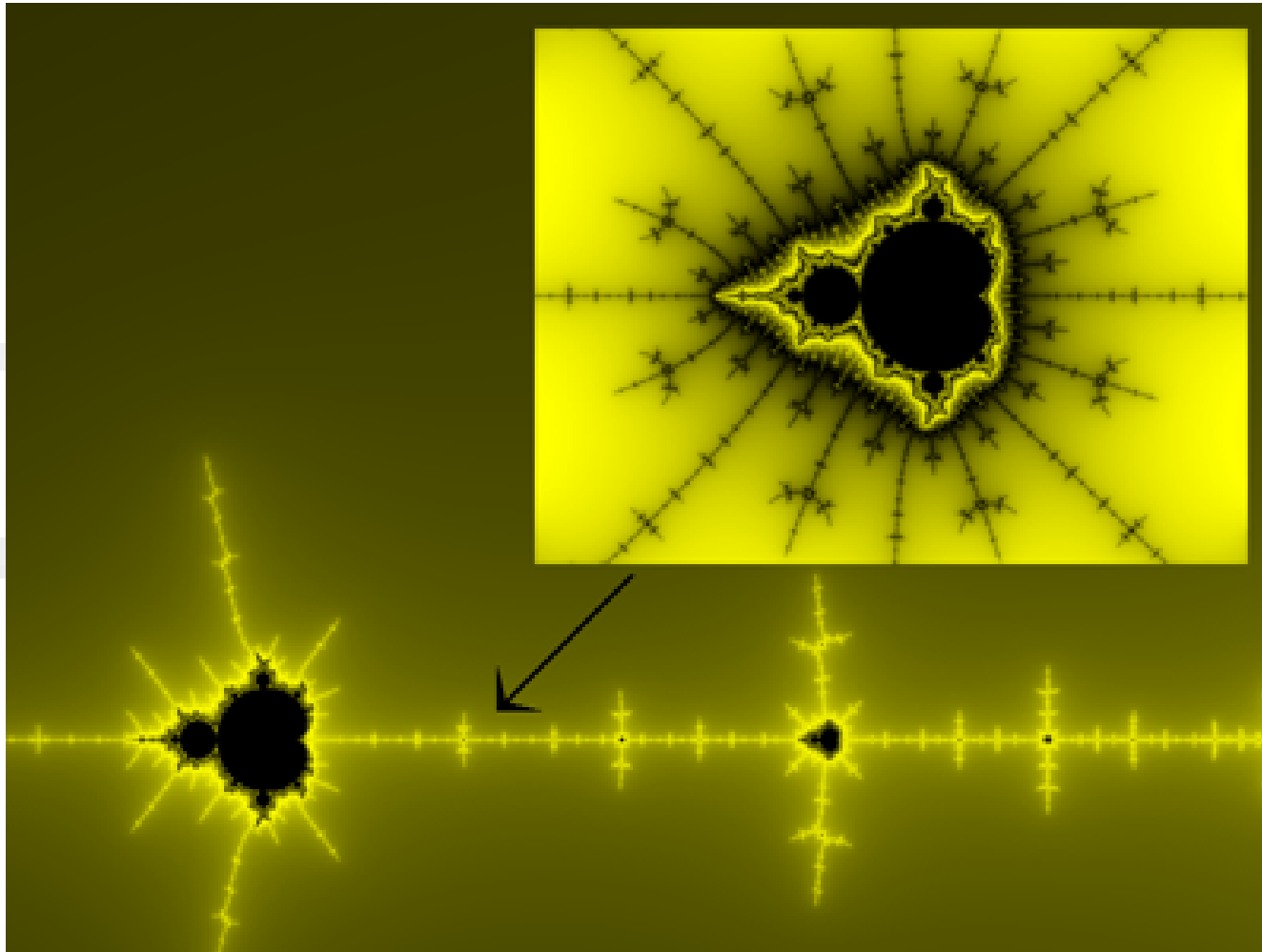
无序导致有序！



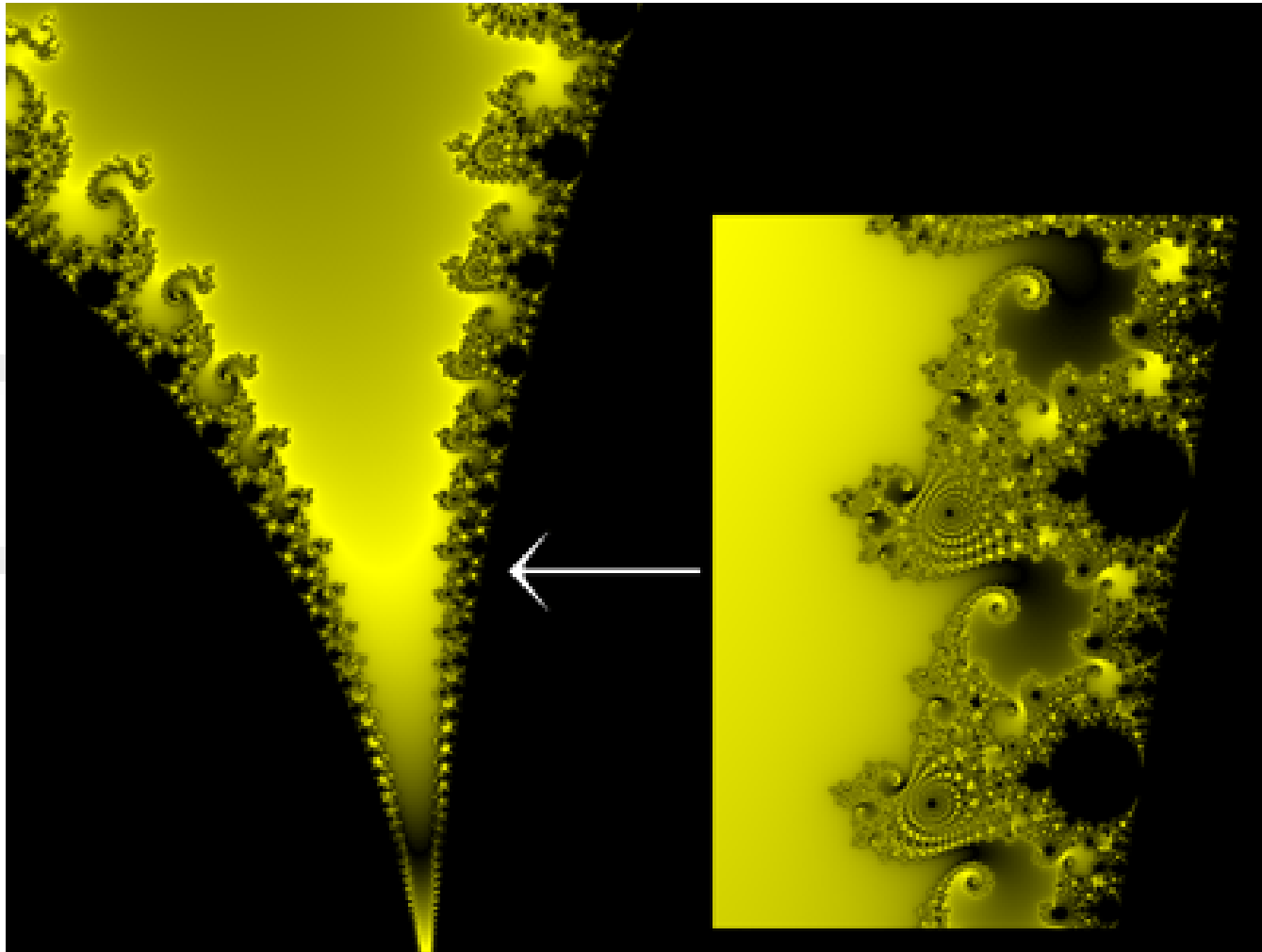


Mandelbrot set: Julie set

非线性物理：引言——分形



非线性物理：引言——分形



非线性物理：引言——分形



Newton fractal: $Z^6+1=0$

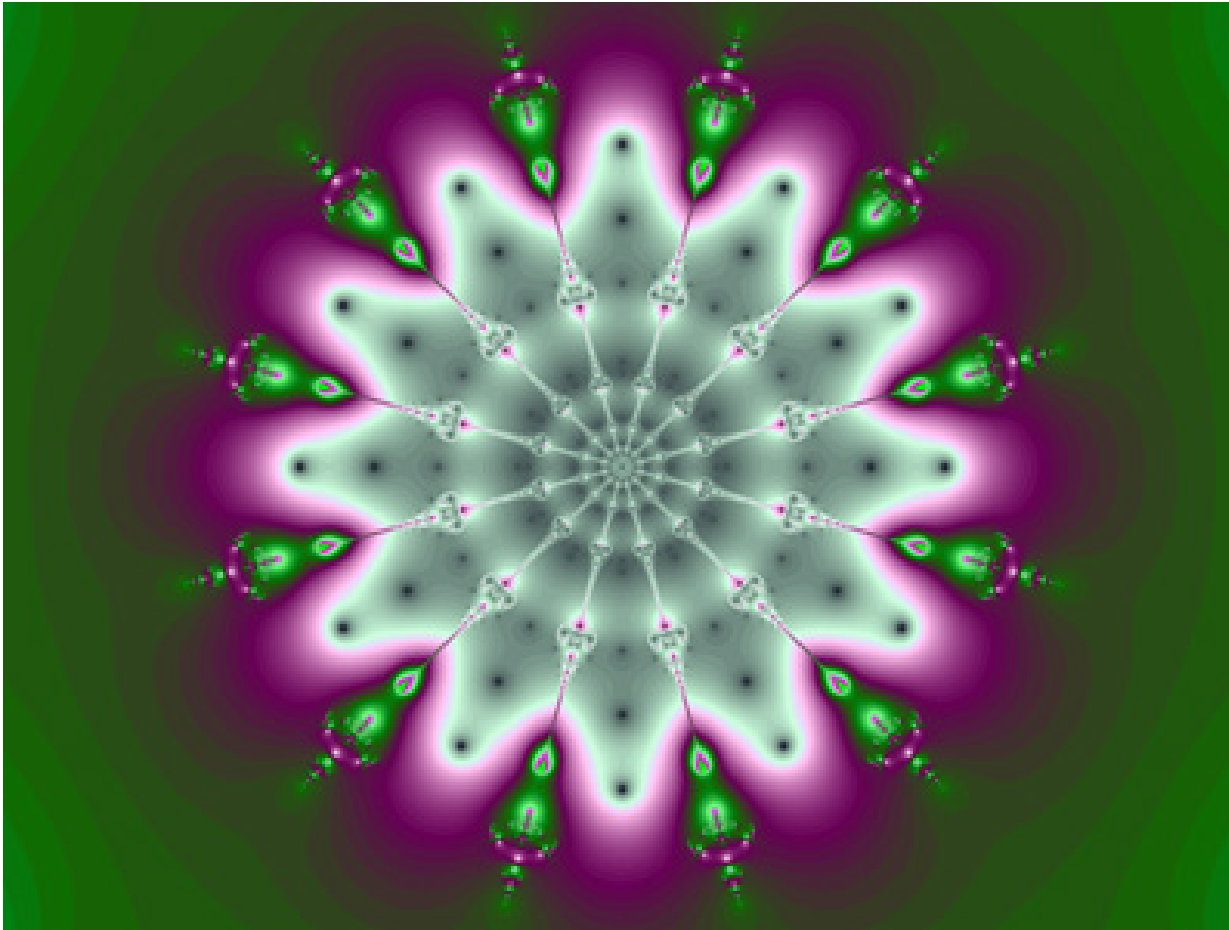
1. This fractal is generated using the complex polynomial $f(z) = z^4 - 1$, or $f(z) = z^6 - 1$.
2. The roots (zeros) of this polynomial are 1, -1, i and -i (where i is the square root of -1).
3. In the complex plane these roots are located at (1, 0), (-1, 0), (0, 1) and (0, -1), respectively. Sample a point in the plane, iterates Newton's Method on $f(z)$ using that point as the initial value, and colors the point based on which of the four roots the iterates converge to.



4. Points that converge to $(1, 0)$ are colored yellow, those that go to $(-1, 0)$ are colored green, and so on.
5. If the iterates of a point do not come within 0.1 of a root after the prescribed number of iterations, the point is left black.



Nova fractal



Modified Newton fractal

$$Z \rightarrow Z - R[(Z^p - 1)/(pZ^{p-1})]$$

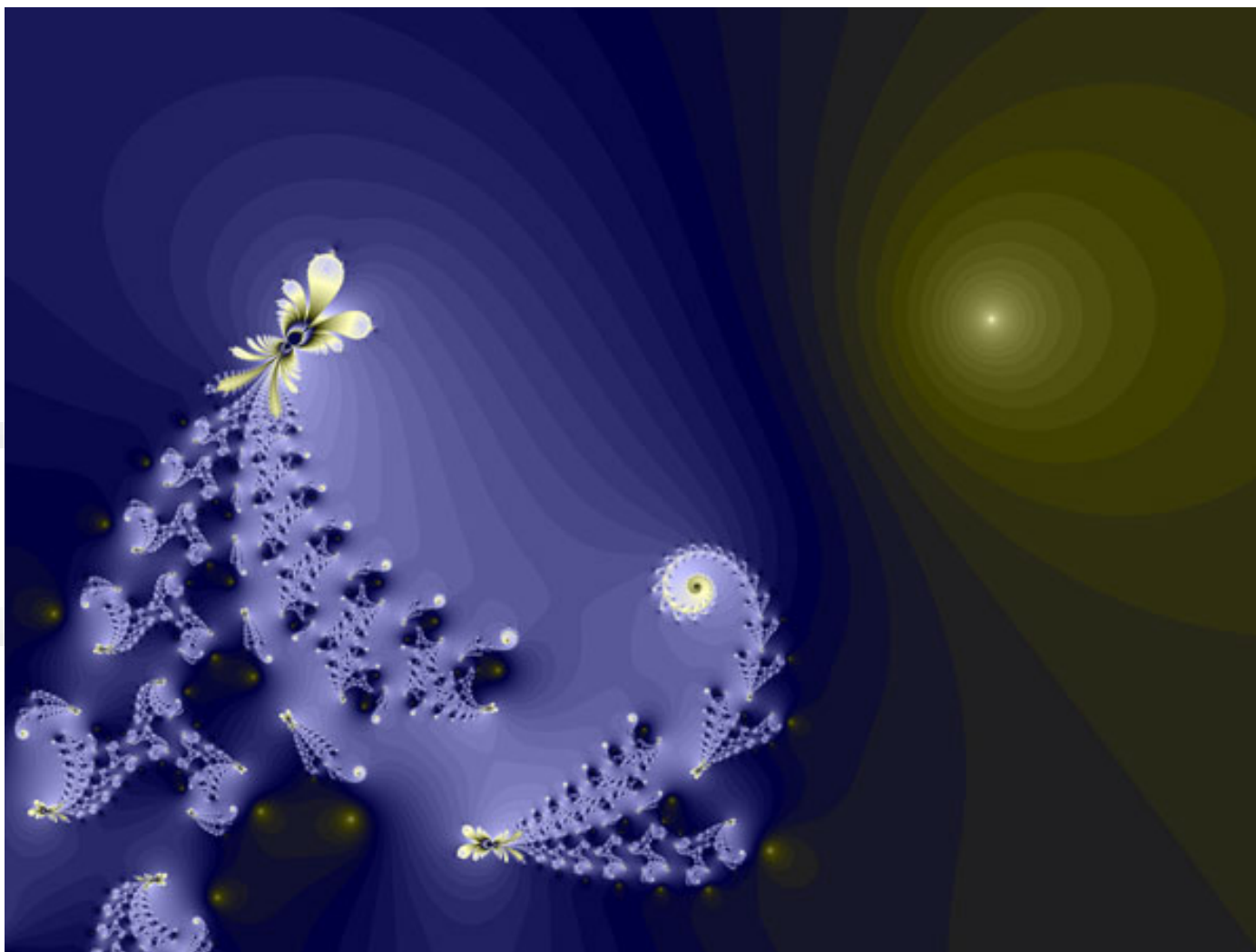
$$Z \rightarrow Z - R(f/f')$$

$$f = Z^p - 1$$

R: relaxation constant

p can be interger

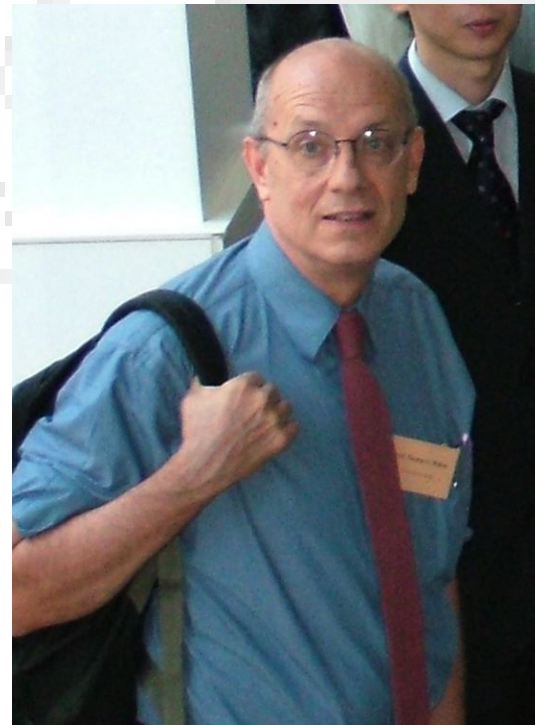
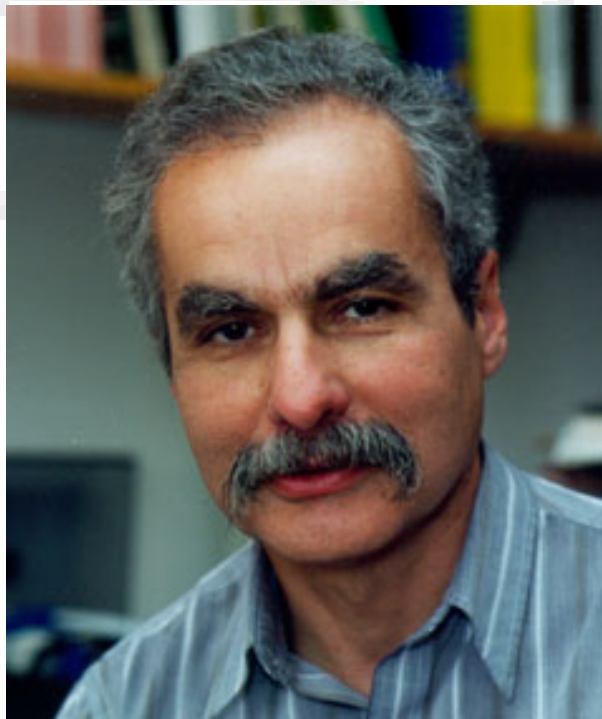
非线性物理：引言——分形



嫦娥奔月

非线性物理：引言——分形

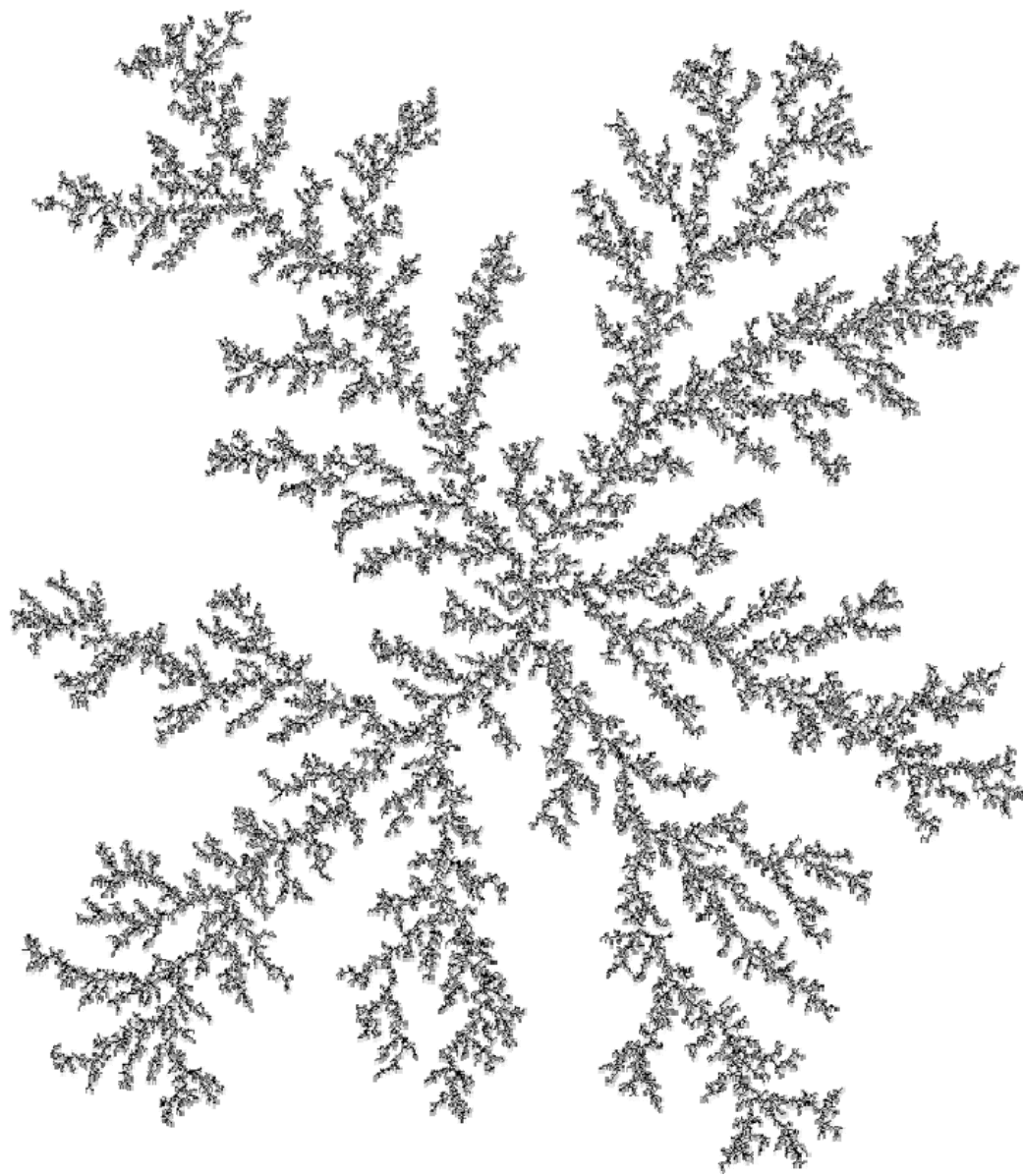
1. 尘埃聚集问题：diffusion-limited aggregation (DLA) 1981年 PRL 47, 1400 (1981).
2. L. M. Sander: University of Michigan, and T. A. Witten: University of Chicago.



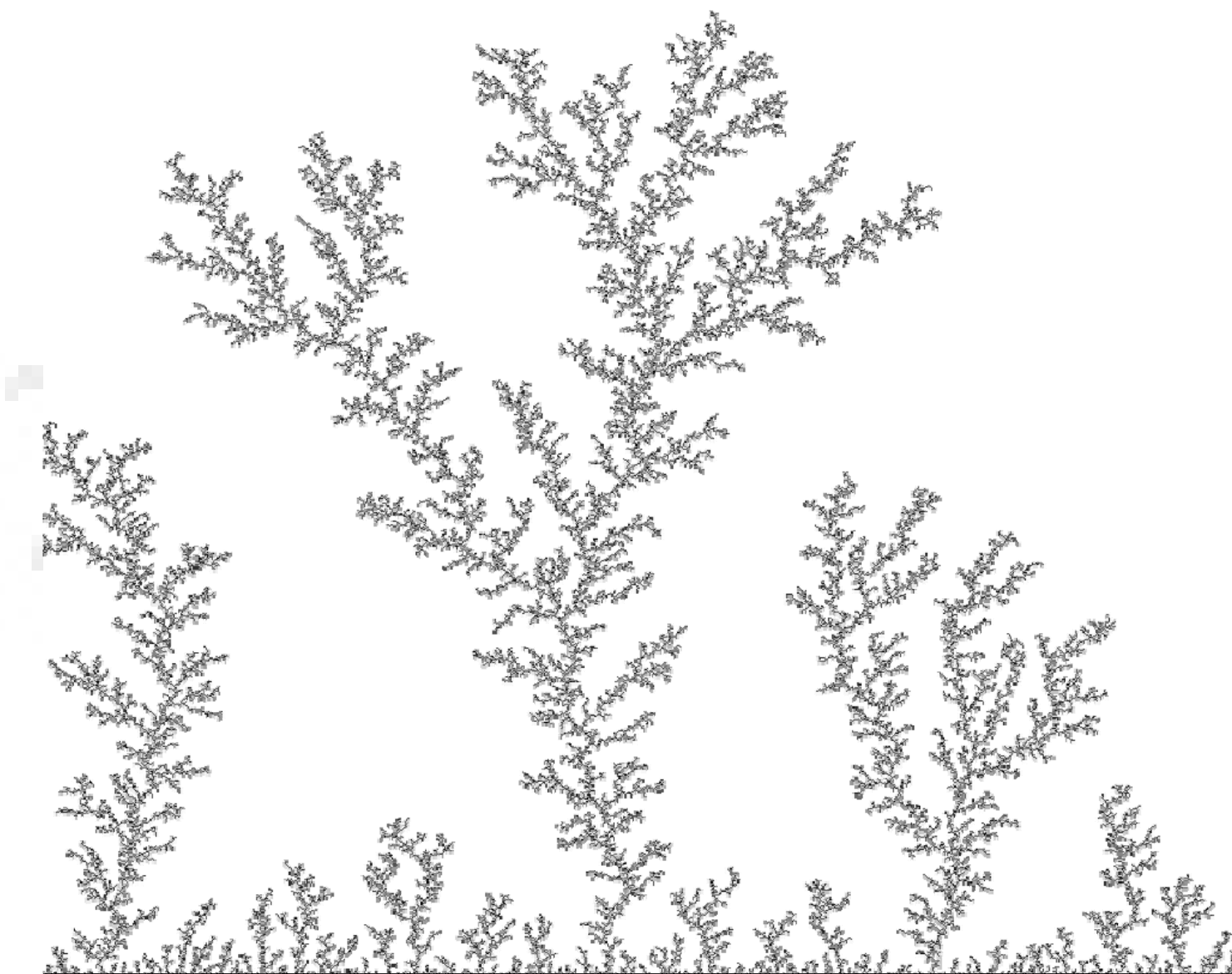
非线性物理：引言——分形



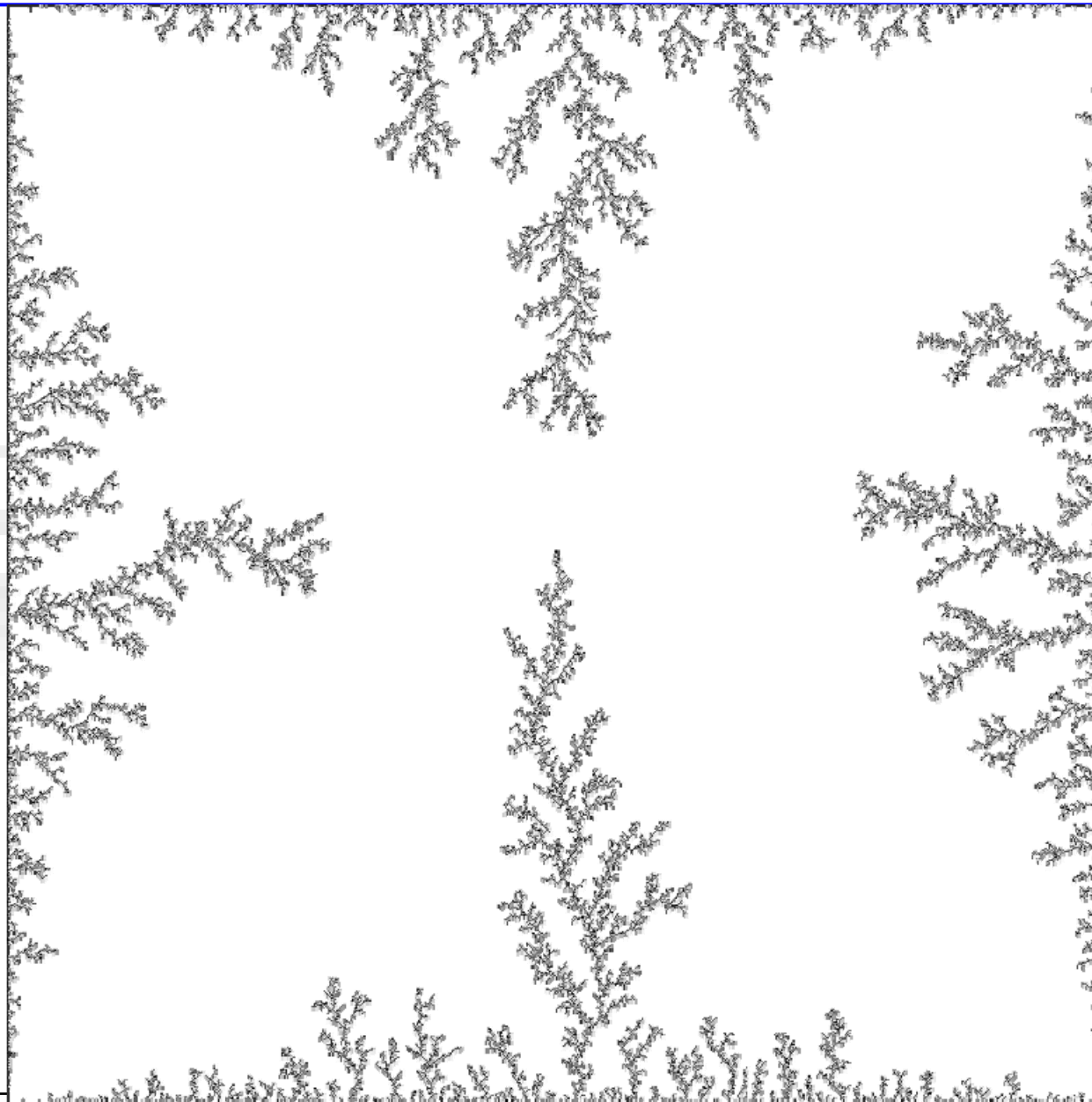
非线性物理：引言——分形



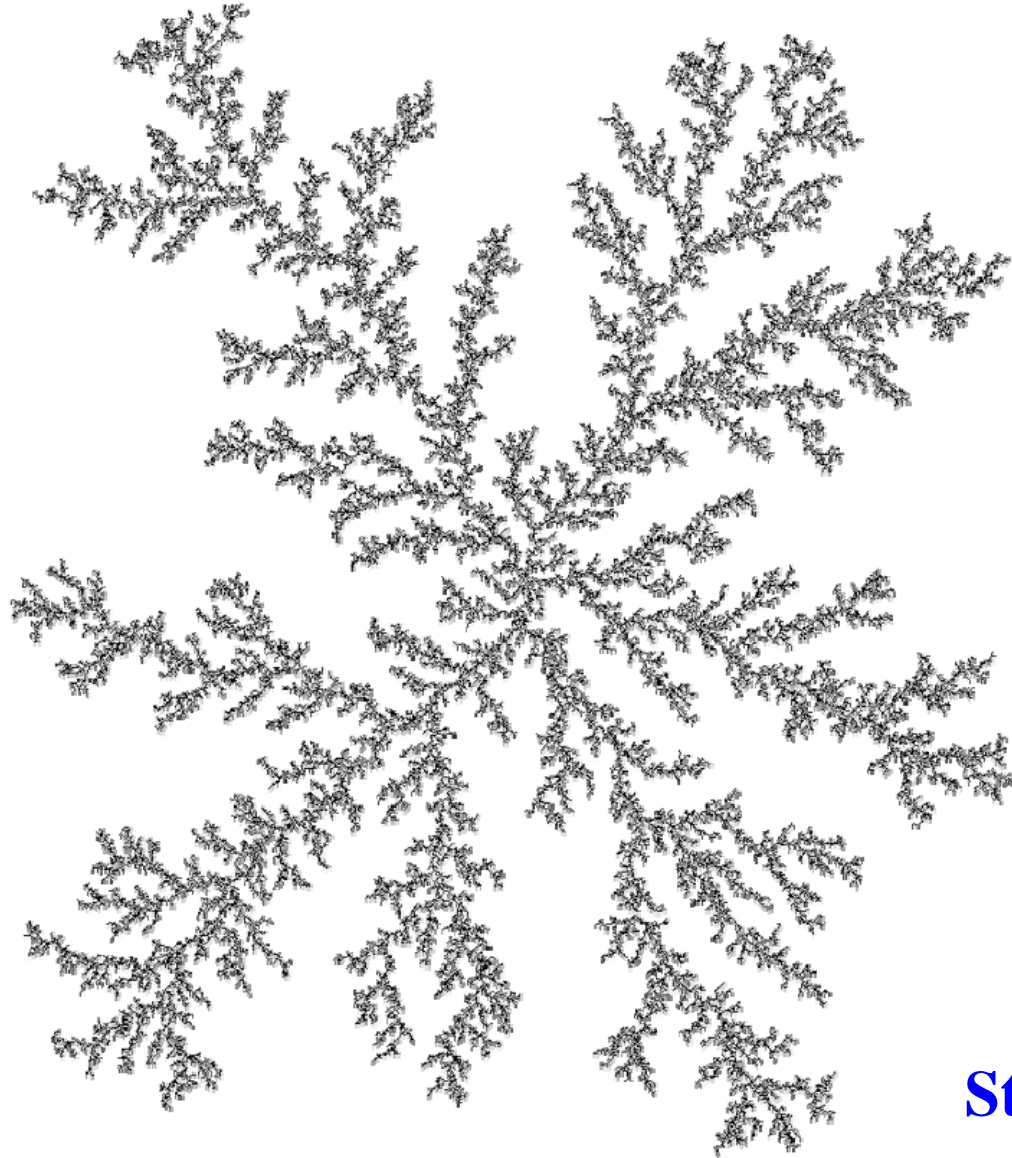
非线性物理：引言——分形



非线性物理：引言——分形



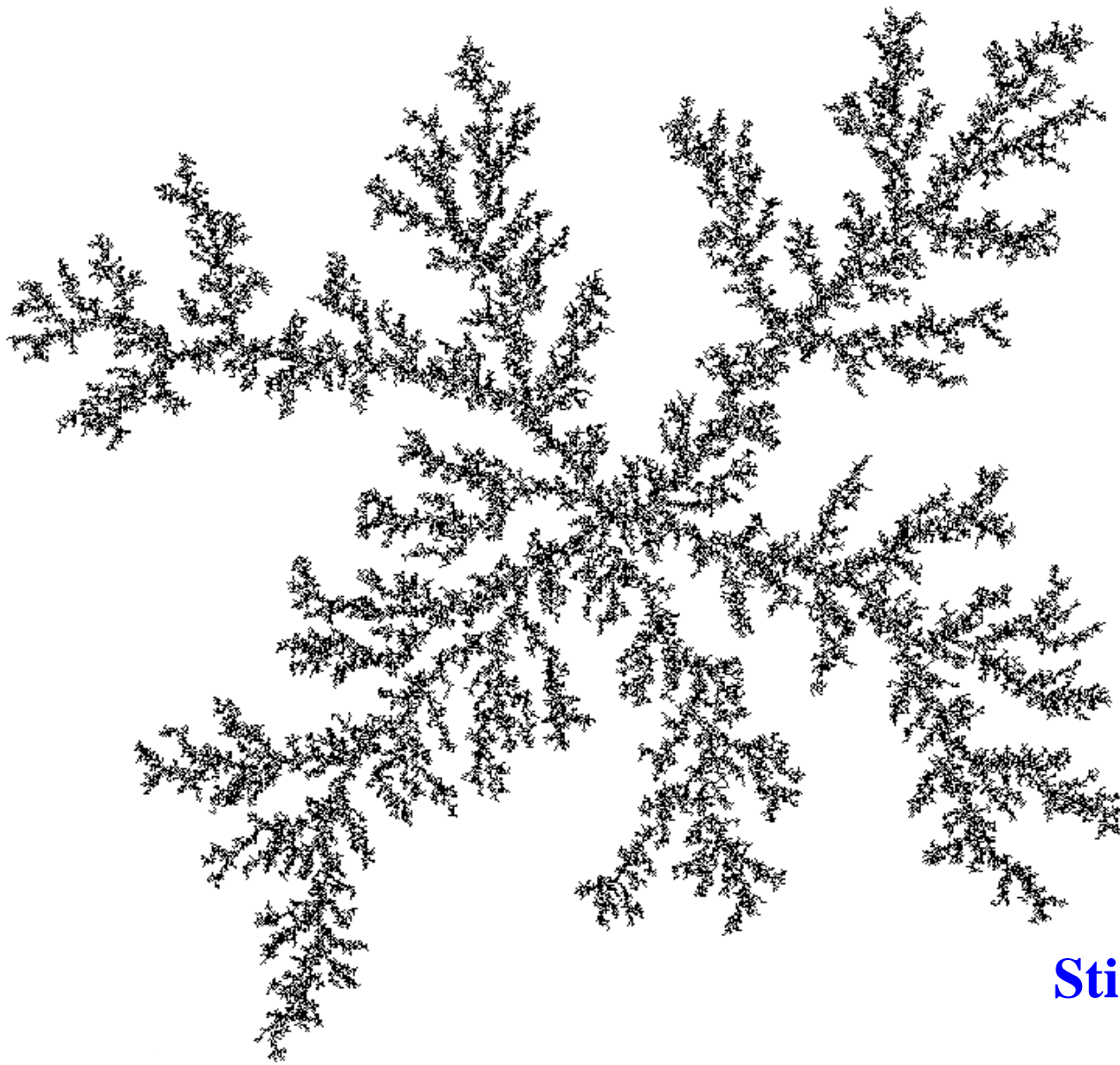
非线性物理：引言——分形



Stick probability=1



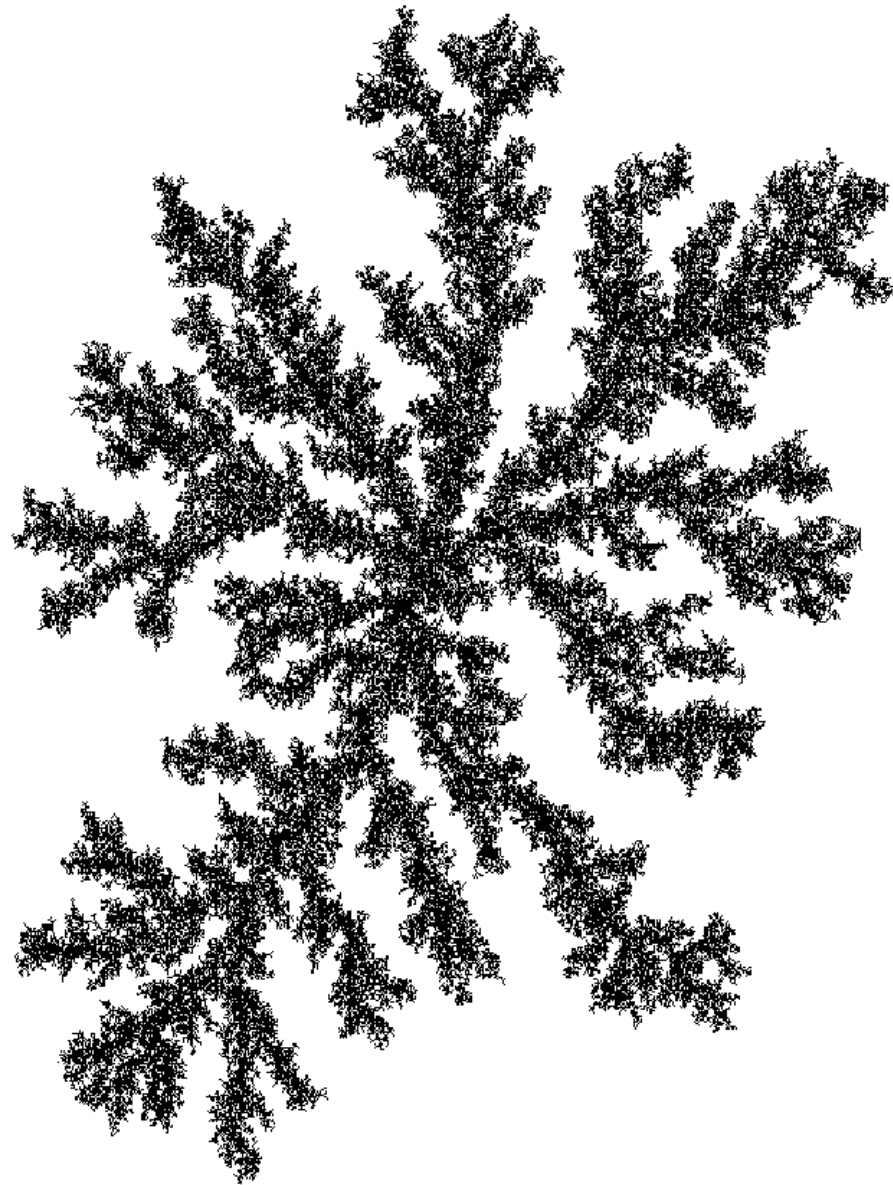
非线性物理：引言——分形



Stick probability=0.05



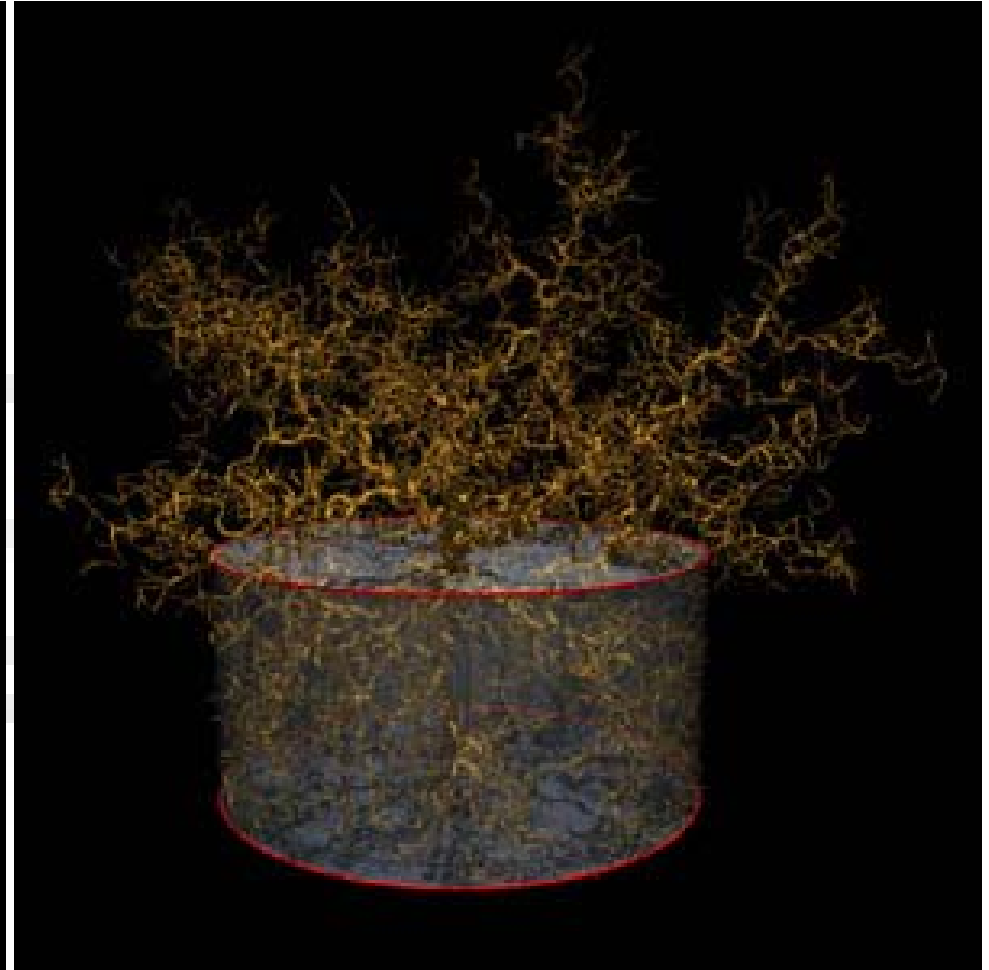
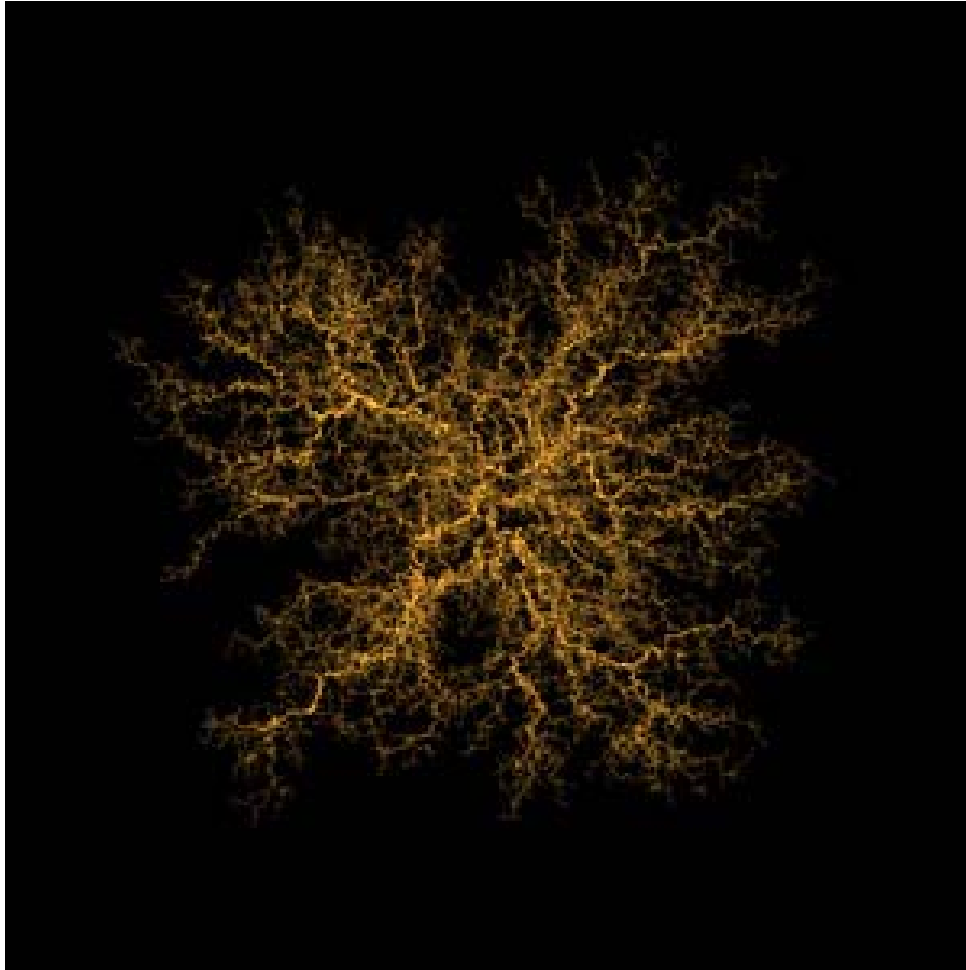
非线性物理：引言——分形



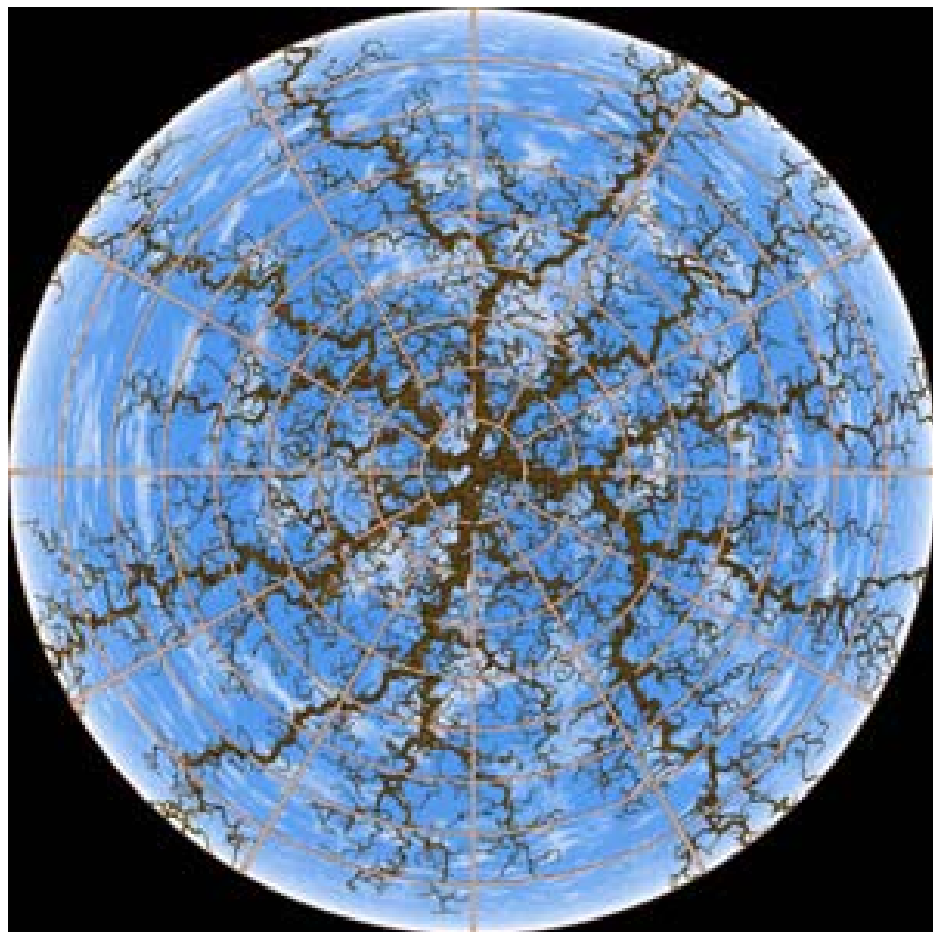
Stick probability=0.01



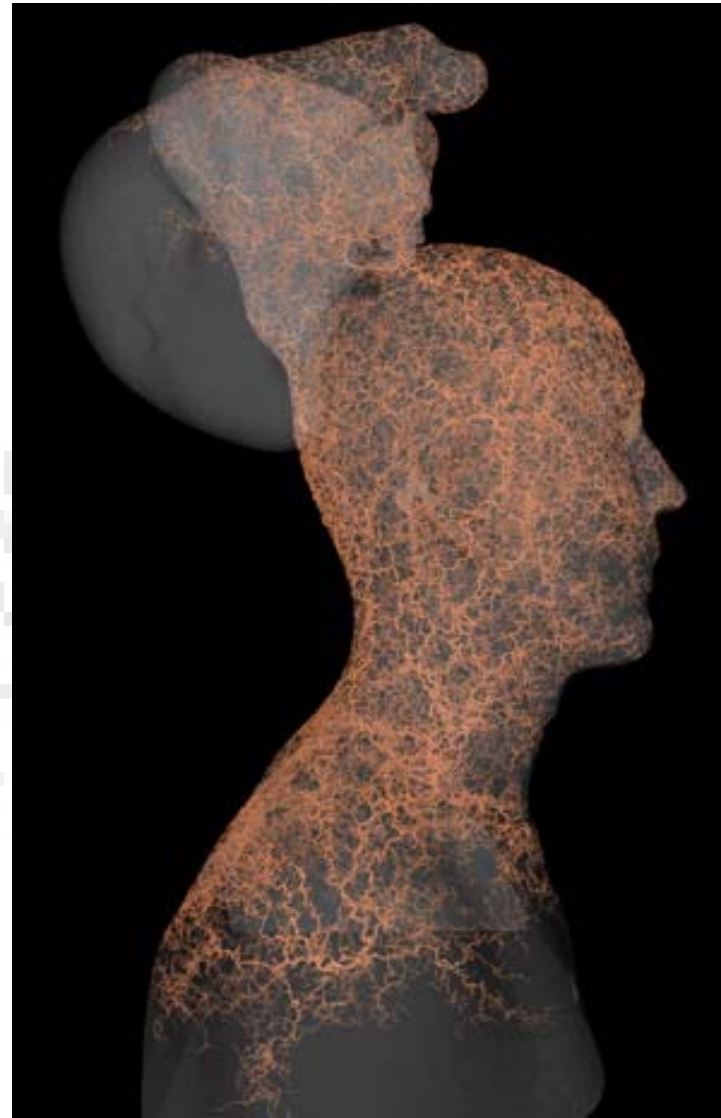
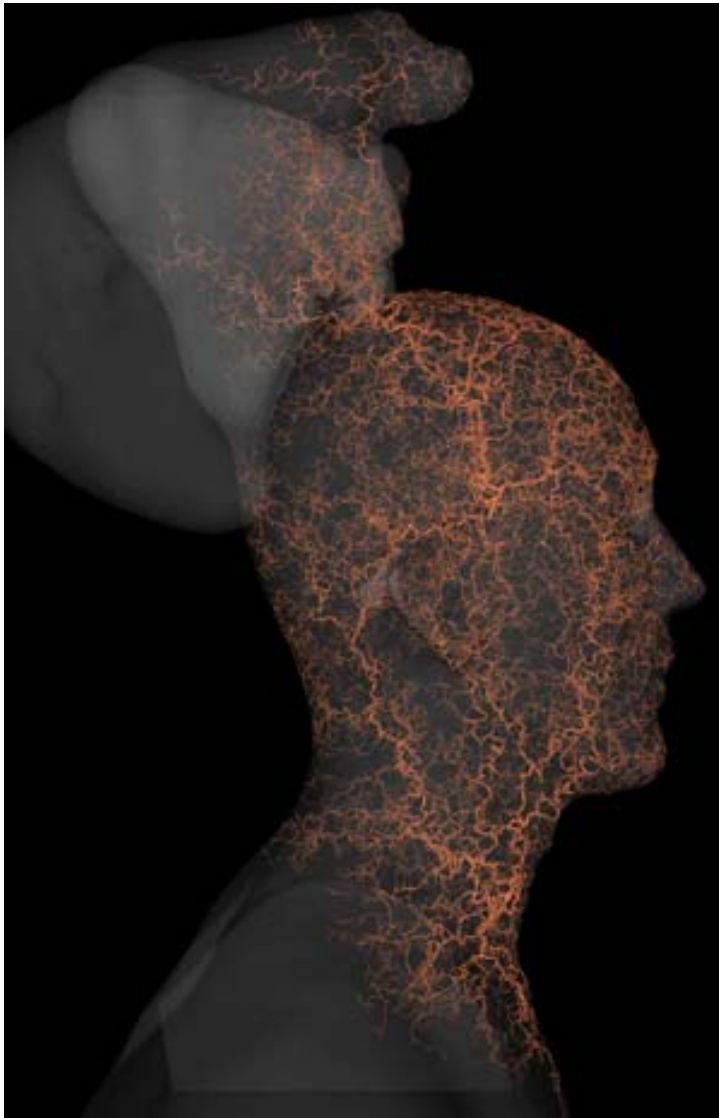
非线性物理：引言——分形



非线性物理：引言——分形



非线性物理：引言——分形



非线性物理：引言——分形

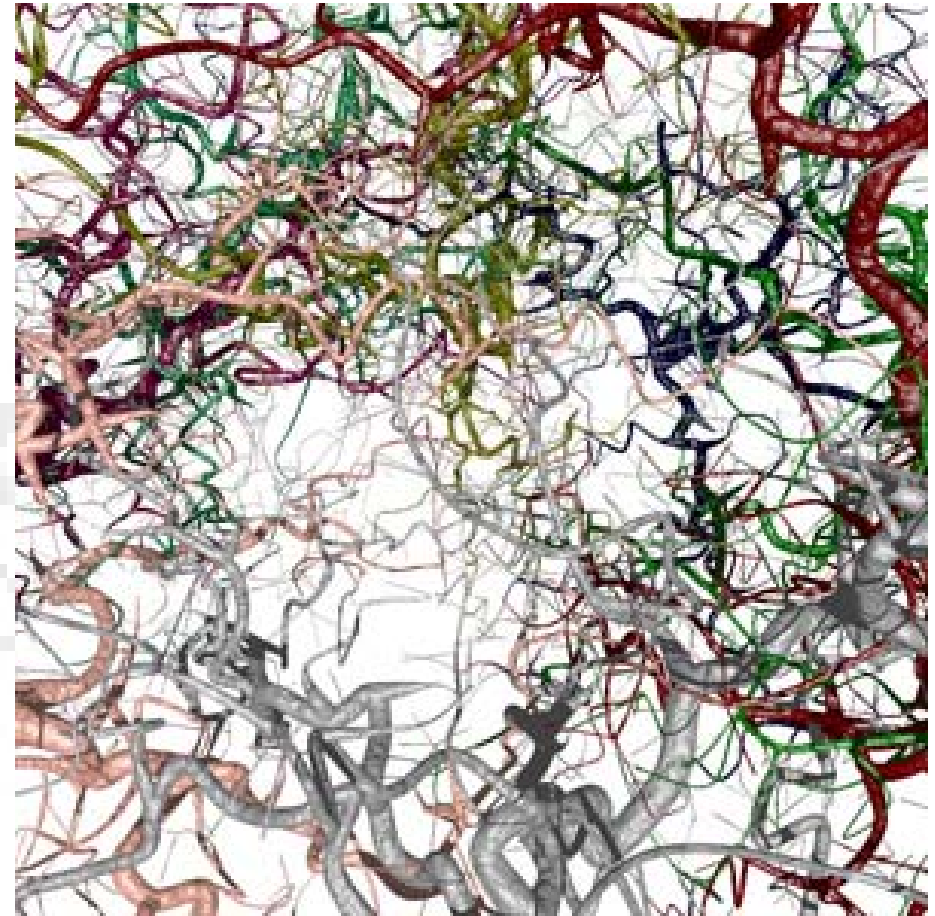
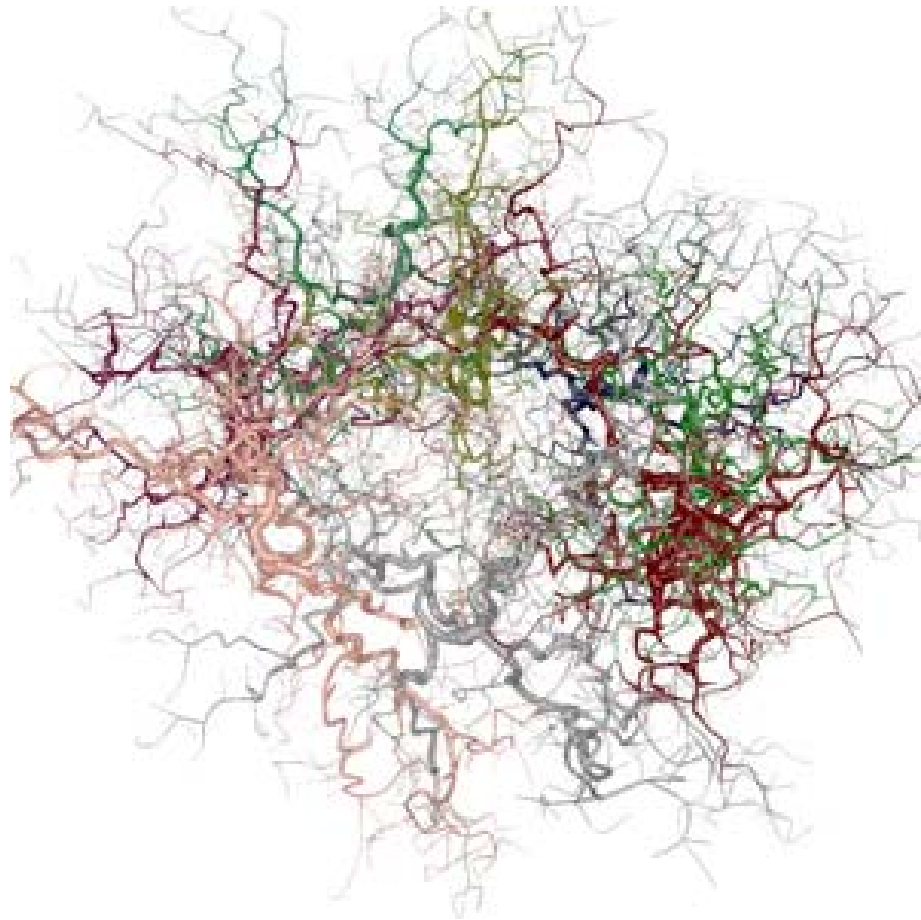


非线性物理：引言——分形



Physical realizations of various growth stages by David Sutton

非线性物理：引言——分形

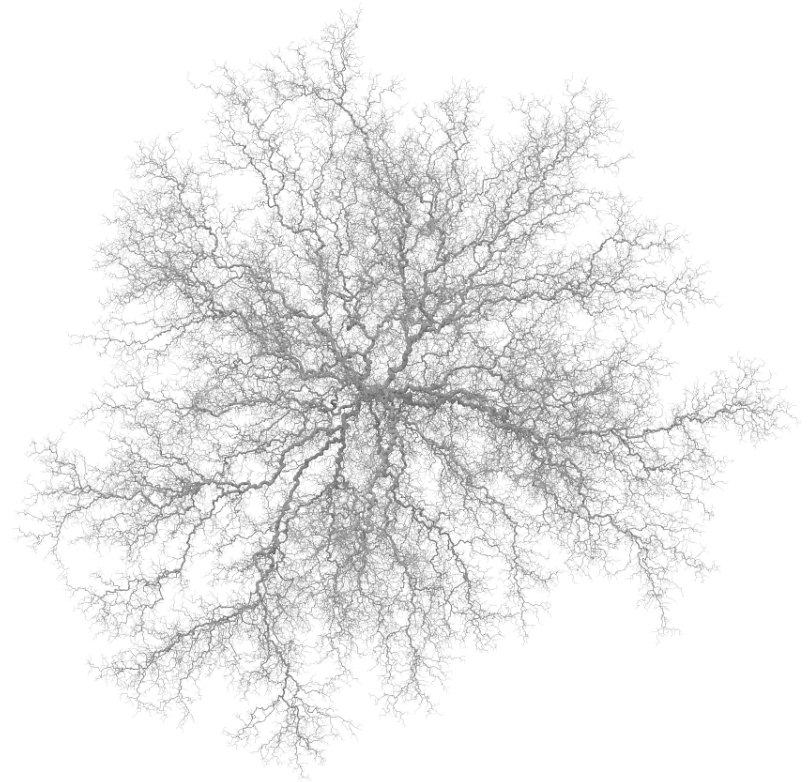
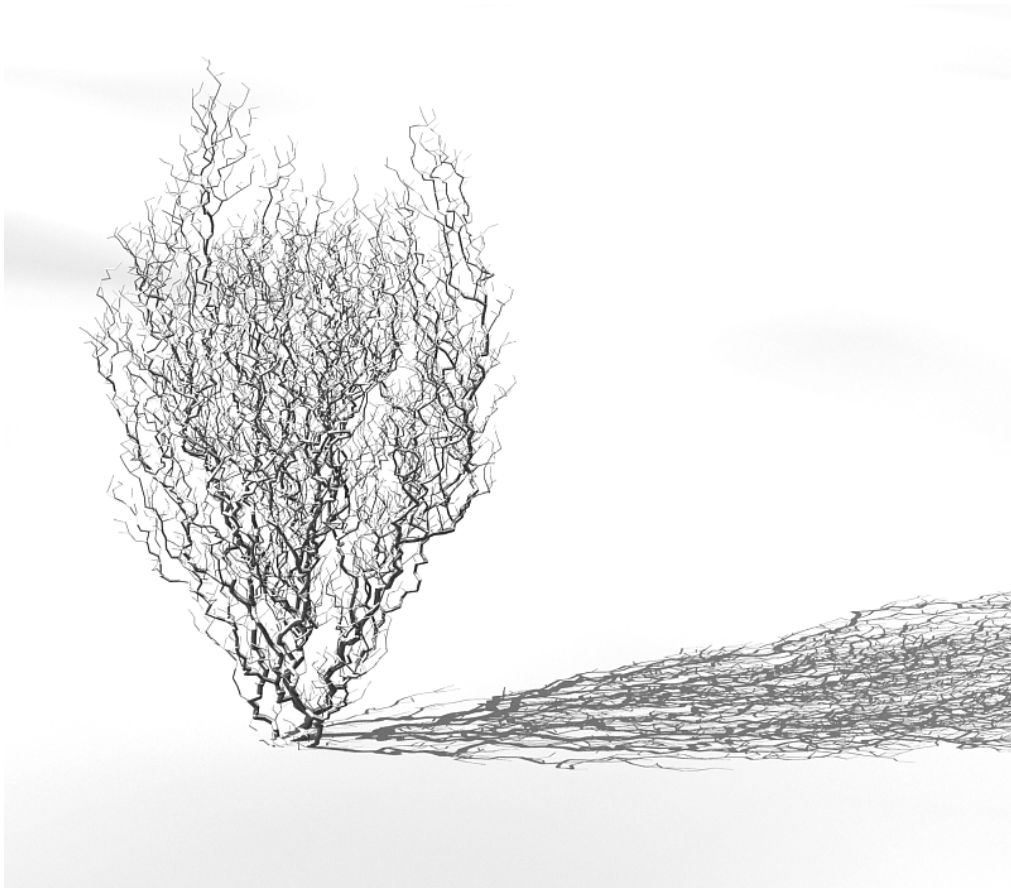


非线性物理：引言——分形

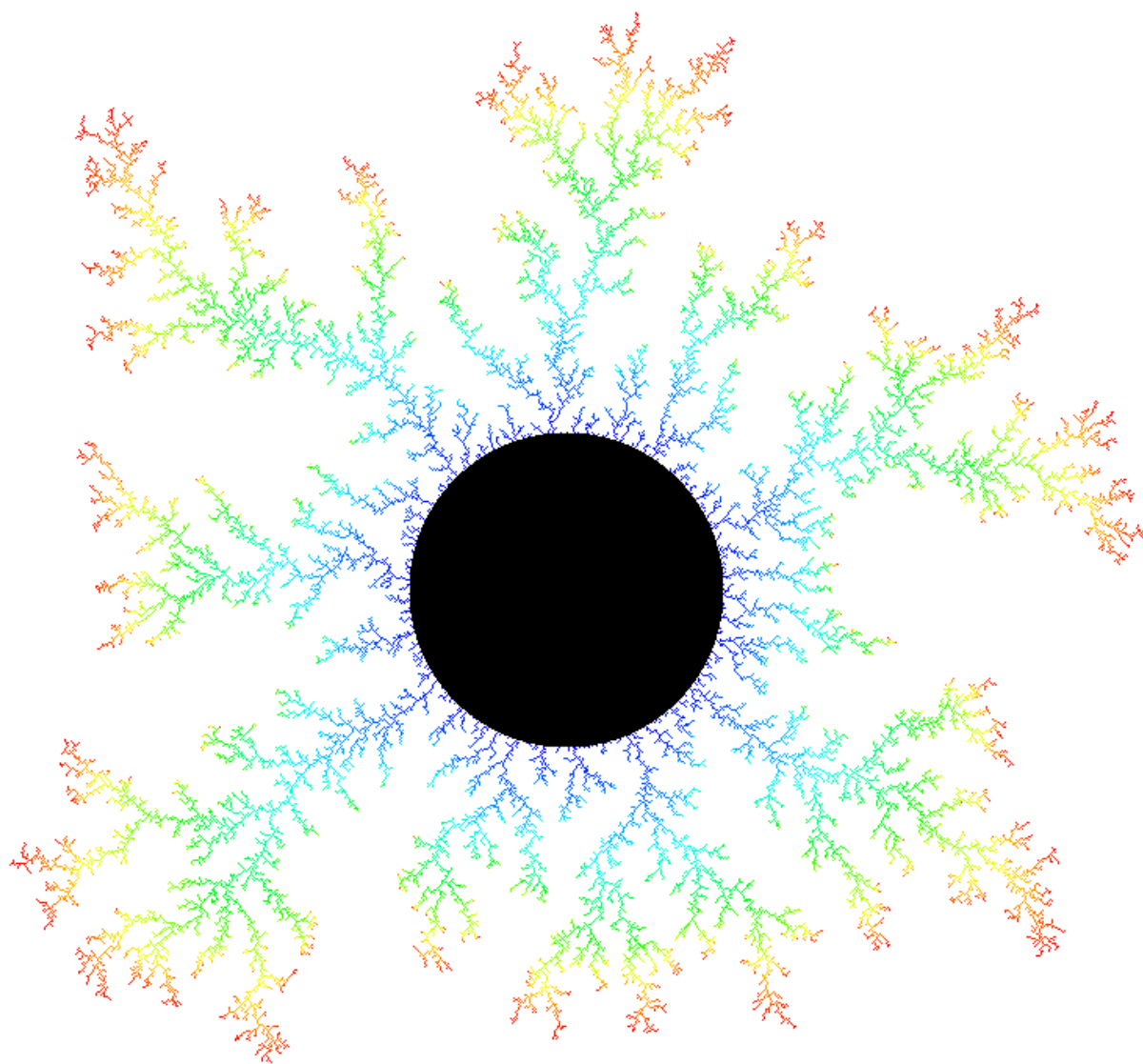


**fingers of a growth on a rock at the National Science
Museum on the Mall in DC**

非线性物理：引言——分形



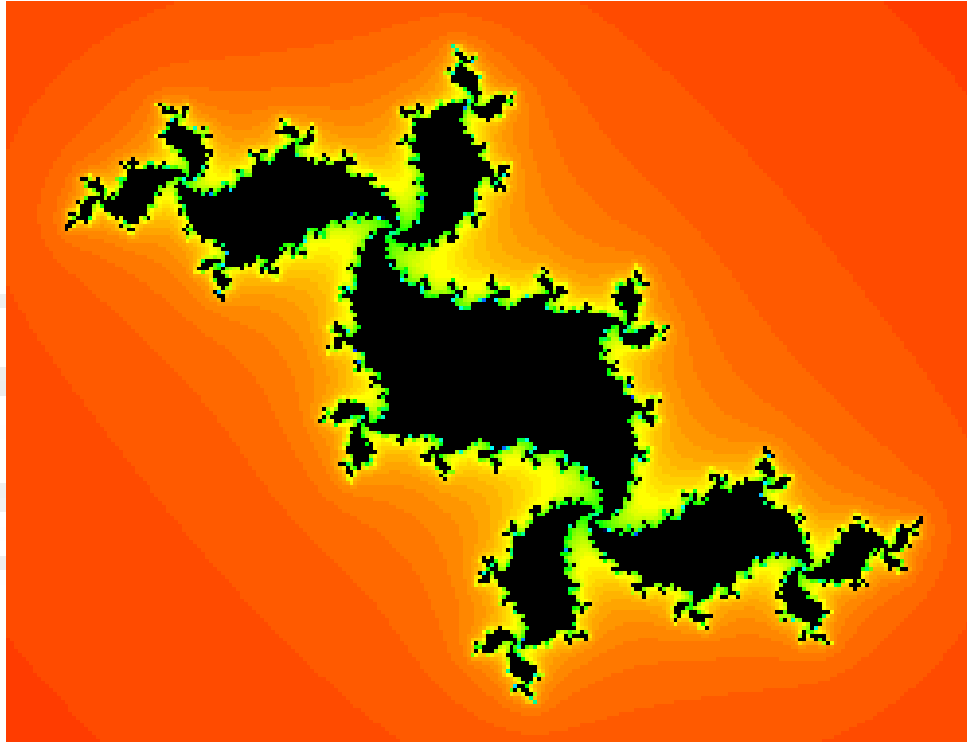
非线性物理：引言——分形



非线性物理：引言——分形



非线性物理：引言——分形



非线性物理：引言——分形

主要特征：

- 结构上的自相似性。
- 没有特征长度：即没有一个物理现象最重要的尺度。
- 控制方程为非线性动力方程或者线性方程+自由边界条件。
- 具有确定的分形维数。

主要研究方法：

- 数学迭代与数学分析。
- 实验观察与计算机模拟。

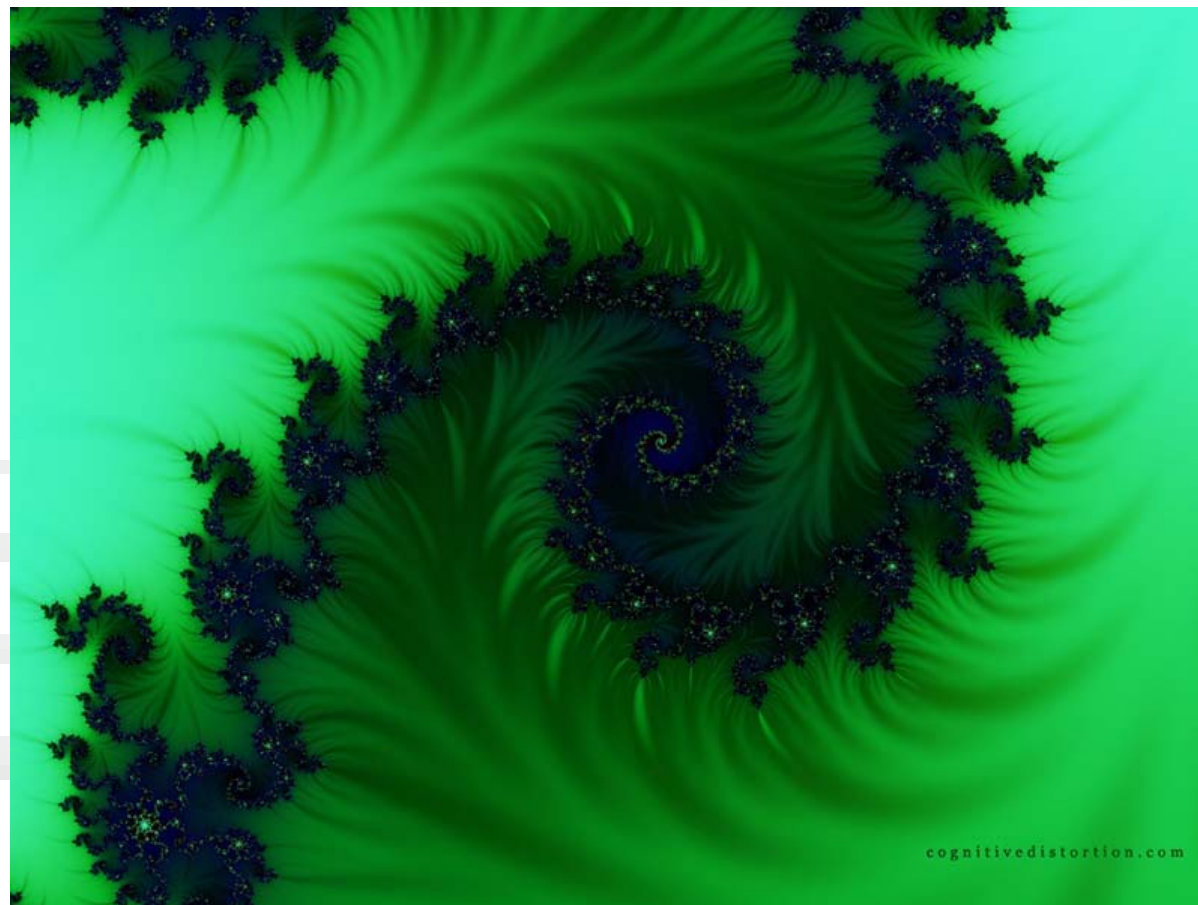


应用的怪圈：

- 分形数学与艺术结合的明珠。
 - 周易与分形的关系。
- 用趋势对付市场的随机分形。
 - 中国古典诗词的分形解读。
- 音乐作品的混沌本质与分形研究初探。
 - 从分形与生态探索城市。
- 分形理论与干支语言学——屠恩海的思想家园与生活感悟。



非线性物理：引言——分形



春：浸泡了奶油的光，涂上酣酣的花瓣，细腻而精致，芳香四溢，空气在叮当作响，有一种色彩醒了。

非线性物理：引言——分形



夏：越来越明白，越来越明了，朦胧在消退，就这样不留余地怒放枝头，浅黄嫣紫挂一树，我行我素。

非线性物理：引言——分形



秋：艳了，红了，空气在膨胀，天晴得晃晃，黄色打底，殷红在作秀，血犹在烧，永恒抵不过一刹。

非线性物理：引言——分形



冬：累了，要睡了，隔着一砂玻璃，最后一扇绿门已经关上，雪花在唱得很无奈，天气好冷，我说晚安，我要睡了.....

