



2-3-1 列方程解应用题



教学目标

- 1、会解一元一次方程
- 2、根据题意寻找等量关系的方法来构建方程
- 3、合理规划等量关系，设未知数、列方程



知识精讲

知识点说明：

一、 等式的基本性质

- 1、等式的两边同时加上或减去同一个数，结果还是等式。
- 2、等式的两边同时乘以或除以同一个不为零的数，结果还是等式。

二、解一元一次方程的基本步骤

- 1、去括号；
- 2、移项；
- 3、未知数系数化为 1，即求解。

三、列方程解应用题

（一）、列方程解应用题

是用字母来代替未知数，根据等量关系列出含有未知数的等式，然后解出未知数的值。这个含有未知数的等式就是方程。列方程解应用题的优点在于可以使未知数直接参加运算。解这类应用题的关键在于能够正确地设立未知数，找出等量关系从而建立方程。

（二）、列方程解应用题的主要步骤是

- 1、审题找出题目中涉及到的各个量中的关键量，这个量最好能和题目中的其他量有着紧密的数量关系；
- 2、设这个量为 x ，用含 x 的代数式来表示题目中的其他量；
- 3、找到题目中的等量关系，建立方程；
- 4、运用加减法、乘除法的互逆关系解方程；
- 5、通过求到的关键量求得题目答案。



板块一、直接设未知数

【例 1】 长方形周长是 64 厘米，长比宽多 3 厘米，求长方形的长和宽各是多少厘米？

【解析】 解：设长方形的宽是 x 厘米，则长方形的长 $(x + 3)$ 厘米

$$(x + 3) + x = 64 \div 2$$

$$[(x + 3) + x] \times \frac{1}{2} = 64 \div 2$$

$$15 + 3 = 18 \text{ (厘米)}$$

答：长方形的长 18 厘米，长方形的宽是 15 厘米。

【巩固】 一个三角形的面积是 18 平方厘米，底是 9 厘米，求三角形的高是多少厘米？

【解析】 解：设三角形的高是 x 厘米，则有

$$\frac{1}{2} \times 9 \times x = 18$$

答：三角形的高是 4 厘米。

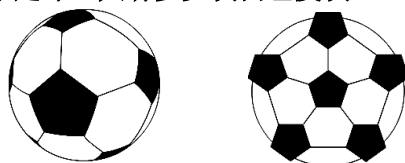
【巩固】 (全国小学数学奥林匹克) 一个半圆形区域的周长等于它的面积，这个半圆的半径是_____。(精确到 0.01, $\pi = 3.14$)

【解析】 设半圆的半径为 r ，则 $\frac{1}{2}r^2\pi = 2r + r\pi$,

$$\text{即 } \frac{\pi}{2}r = 2 + \pi,$$

$$\text{所以, 半圆的半径 } r = \frac{4}{\pi} + 2 \approx 3.27.$$

【例 2】 用边长相同的正六边形白色皮块、正五边形黑色皮块总计 32 块，缝制成一个足球，如图所示，每个黑色皮块邻接的都是白色皮块；每个白色皮块相间地与 3 个黑色皮块及 3 个白色皮块相邻接。问：这个足球上共有多少块白色皮块？



【解析】 设这个足球上共有 x 块白色皮块，则共有 $3x$ 条边是黑白皮块共有的。另一方面，黑色皮块有 $(32 - x)$ 块，共有 $5(32 - x)$ 条边是黑白皮块共有的 (如图)。由于在这个足球上黑白皮块共有的边是个定值，列得方程： $3x = 5(32 - x)$ ，解得 $x = 20$ 。即这个足球上共有 20 块白色皮块。

【例 3】 (2003年全国小学数学奥林匹克)

某八位数形如 $\overline{2abcdefg}$ ，它与 3 的乘积形如 $\overline{abcdefg4}$ ，则七位数 $\overline{abcdefg}$ 应是_____.

【解析】 设 $x = \overline{abcdefg}$ ，则

$$\begin{aligned} (20000000 + x) \times 3 &= 10x + 4 \\ 7x &= 59999996 \end{aligned}$$

$$x = 8571428'$$

即七位数应是 8571428

【巩固】 有一个六位数 $\overline{1abcde}$ 乘以 3 后变成 $\overline{abcde1}$ ，求这个六位数.

【解析】 解：设 $x = \overline{abcde}$ ，则有六位数 $\overline{1x}$ 和 $\overline{x1}$ ，有 $(100000 + x) \times 3 = 10x + 1$ ，解得 $x = 42857$ ，所以原六

位数是 142857.

【点评】 本题的巧妙之处在于 \overline{abcde} 始终没有分开，所以我们把它看作一个整体.

【巩固】 (第六届“迎春杯”刊赛试题) 有一个五位数，在它后面写上一个 7，得到一个六位数；在它前面写上一个 7，也得到一个六位数. 如果第二个六位数是第一个六位数的 5 倍，那么这个五位数是_____.

【解析】 设五位数为 x ，那么第一个六位数是 $10x + 7$ ，第二个六位数是 $700000 + x$. 依题意列方程

$$700000 + x = 5(10x + 7), \text{ 解得 } x = 1425.$$

【例 4】 有三个连续的整数，已知最小的数加上中间的数的两倍再加上最大的数的三倍的和是 68，求这三个连续整数.

【解析】 设最小的那个数为 x ，那么中间的数和最大的数分别为 $x + 1$ 和 $x + 2$.

$$\text{则 } x + 2(x + 1) + 3(x + 2) = 68$$

$$\begin{aligned} 6x + 8 &= 68 \\ 6x &= 60 \end{aligned}$$

$$x = 10$$

所以这三个连续整数依次为 10、11、12.

【巩固】 已知三个连续奇数之和为 75，求这三个数.

【解析】 全体奇数可以排列为：1, 3, 5,可以看出，相邻的两个奇数之差为 2，从第二个奇数 3 开始，每个奇数比它前面的一个奇数大 2，比它后面的一个奇数小 2. 利用这些关系可以将三个连续奇数表示出来. 设三个连续奇数中，中间的一个为 x ，那么前面的一个为 $x - 2$ ，后面的一个为 $x + 2$. 因为它们的和为 75，所以有下面的方程：

$$(x - 2) + x + (x + 2) = 75$$

把 $x = 25$ 代入后得： $x - 2 = 25 - 2 = 23$ ， $x + 2 = 25 + 2 = 27$.

【例 5】 兄弟二人共养鸭 550 只，当哥哥卖掉自己养鸭总数的一半，弟弟卖出 70 只时，两人余下的鸭只数相等，求兄弟两人原来各养鸭多少只？

【解析】解：设兄原来养鸭 x 只，则弟原来养鸭 $(550 - x)$ 只。

$$x + x + 2(550 - x) = 70$$

$$550 - 320 = 330 \quad (\text{只}) \quad \text{答：兄原来养鸭 } 320 \text{ 只，弟原来养鸭 } 230 \text{ 只。}$$

【巩固】（2008 年全国小学数学资优生水平测试）一人看见山上有一群羊，他自言自语到：“我如果有这些羊，再加上这些羊，然后加上这些羊的一半，又加上这些羊一半的一半，最后再加上我家的那只，一共有 100 只羊”。山上的羊群共有 320 只。

【解析】设山上的羊有 x 只，那么有等量关系 $x + x + 0.5x + 0.25x = 100 - 1$ ，解得 $x = 36$ 。所以山上的羊一共有 36 只。

【例 6】（清华附中培训试题）某班原分成两个小组活动，第一组 26 人，第二组 22 人，根据学校活动器材的数量，要将一组人数调整为二组人数的一半，应从一组调多少人到二组去？

【解析】如果从第一组调 x 人到第二组去，那么第一组还有 $(26 - x)$ 人，第二组有 $(22 + x)$ 人，现在第一组人数是第二组的一半，根据这个等量关系可以列出方程。设应从第一组调 x 人到第二组去，由题意得：

$$26 - x = (22 + x) \times \frac{1}{2}$$

两边同乘以 2 得：52 - 2x = 22 + x

$$x + 2x = 52 - 22$$

$$x = 10$$

【例 7】（小学生数学报数学邀请赛）寒暑表上通常有两个刻度，摄氏度（记为 $^{\circ}\text{C}$ ）和华氏度（记为 F ），它们之间的换算关系是：摄氏度 $\times \frac{9}{5} + 32 =$ 华氏度，那么在摄氏多少度时，华氏度的值恰好比摄氏度的值大 60。

【解析】根据摄氏度与华氏度的换算关系，设在摄氏 x 度时，华氏度的值恰好比摄氏度的值大 60，列方程：

$$x \times \frac{9}{5} + 32 = x + 60$$

答：在摄氏 35 度时，华氏度的值恰好比摄氏度的值大 60。

【巩固】寒暑表上通常有两个刻度，摄氏度（记为 $^{\circ}\text{C}$ ）和华氏度（记为 F ），它们之间的换算关系是：摄氏度 $\times \frac{9}{5} + 32 =$ 华氏度，那么在摄氏多少度时，华氏度的值恰好是摄氏度的 5 倍。

【解析】设所求温度是摄氏 x 度，由题意得： $\frac{9}{5}x + 32 = 5x$ ， $x = 10$ ，答：在摄氏 10 度时，华氏度的值恰好是摄氏度的 5 倍。

【例 8】小军原有故事书的本数是小力的 3 倍，小军又买来 7 本书，小力买来 6 本书后，小军所有的书是小力的 2 倍，两人原来各有多少本书？

【解析】解：设小力原有故事书 x 本，则小军原有故事书 $3x$ 本

$$\begin{array}{r} 3x - 7 = 2(x - 6) \\ 3x - 7 = 2x - 12 \\ 3x - 2x = -12 + 7 \\ x = -5 \end{array}$$

答：小力原有故事书 5 本，小军原有故事书 15 本。

【巩固】丁丁和玲玲两人摘苹果，丁丁说：“把我摘的苹果给玲玲 7 个，玲玲摘的苹果的个数就是我的 2 倍。”玲玲说：“把我摘的苹果给丁丁 7 个，他的苹果个数就和我的一样多了。”问丁丁和玲玲各摘了多少个苹果？

【解析】设丁丁摘了 x 个苹果，由题意得：

$$\begin{array}{r} x + 7 = 2(x - 7) \\ x + 7 = 2x - 14 \\ x - 2x = -14 - 7 \\ -x = -21 \\ x = 21 \end{array}$$

即丁丁摘了 21 个苹果，而玲玲的苹果个数为 $21 + 7 + 7 = 35$ (个)。

【巩固】(2006 迎春杯集训题) 水果店运来的西瓜的个数是白兰瓜的个数的 2 倍。如果每天卖白兰瓜 40 个，西瓜 50 个，若干天后卖完白兰瓜时，西瓜还剩 360 个。水果店运来的西瓜和白兰瓜共多少个？

【解析】解：设白兰瓜进了 x 个，则西瓜进了 $2x$ 个，有 $x \div 40 = (2x - 360) \div 50$ ，得 $x = 480$

所以西瓜和白兰瓜共 $480 + 480 \times 2 = 1440$ (个)。

法一：(涉及到分数，慎重选讲)

注意到两种瓜卖的天数相等这一等量关系，设白兰瓜进了 x 个，则西瓜进了 $2x$ 个，

$$\text{列方程得：} \frac{x}{40} = \frac{2x - 360}{50}, \text{ 解得 } x = 480, 2x = 960,$$

所以西瓜和白兰瓜共 $480 + 960 = 1440$ 个。

法二：

设卖了 x 天，根据题意列方程得 $40x \times 2 = 50x + 360$ ，解得 $x = 12$ ，

所以西瓜和白兰瓜共有 $40x + 50x + 360 = 90 \times 12 + 360 = 1440$

【例 9】六年级学生去秋游，要分成 15 个组，一部分由 8 人组成一个小组，另一部分由 5 个人组成一个小组，8 人组成小组的总人数比 5 人组成小组的总人数多 3 人，求六年级共有多少名同学参加秋游？

【解析】解：设 8 人小组有 x 组，则 5 人小组有 $(15 - x)$ 组

$$\begin{array}{r} 8x - 5(15 - x) = 3 \\ 8x - 75 + 5x = 3 \\ 13x = 78 \\ x = 6 \end{array}$$

答：共有 93 名同学参加秋游。

【巩固】 一次考试，共15道题目，做对一题得8分，做错一题倒扣4分。小明共得72分，问他做对了几道题？

【解析】 设他做对了 x 道题，那么就做错了 $(15 - x)$ 道题，根据题意可得：

$$8x - 4 \times (15 - x) = 72$$

所以小明做对了11道题。

【巩固】 一个大人一餐能吃四个面包，四个幼儿一餐只吃一个面包，现有大人和幼儿共 100 人，一餐刚好吃 100 个面包，这 100 人中，大人和幼儿各有多少人？

【解析】 这是一个鸡兔同笼问题的变形。解：设有 x 个幼儿，则有 $(100 - x)$ 个大人，列方程

$$x + 4(100 - x) = 100$$

$$\begin{aligned} 100 - 80 &= 20 \text{ (人)} \\ \text{答：大人有 20 人，幼儿有 80 人。} \end{aligned}$$

【巩固】 (“华罗庚金杯”试题) 松鼠妈妈采松子，晴天每天可采 20 个，雨天每天可采 12 个，它一连几天采了 112 个松子，平均每天采 14 个，问，这几天当中有几天有雨？

【解析】 这其实是一个盈亏问题，让我们来看看用方程思想来解题是否会简单些。解：先求出松鼠妈妈采松子的天数： $112 \div 14 = 8$ (天)。设有 x 天有雨，则有 $(8 - x)$ 天晴天。雨天共采 $12x$ 个，晴天共采 $20(8 - x)$ 个。列方程

，答：这几天中有 6 天有雨。

【例 10】 五年级一班同学参加学校植树活动，派男、女生共 12 人去取树苗，男同学每人拿 3 棵，女同学每人拿 2 棵，正好全部取完；如果男、女生人数调换一下，则还差 2 棵不能取回。问：原来男、女生人数各是多少？

【解析】 设原来男生有 x 人，女生有 $(12 - x)$ 人，依题意列方程：

$$\begin{aligned} 3x + 2(12 - x) &= 12 \\ 3x + 24 - 2x &= 12 \\ x &= 12 - 24 \\ x &= -12 \end{aligned}$$

所以原来男生有 7 人，女生有 5 人。

【巩固】 新学期开始，有一批新的教科书要分发到各位学生手中，这批教科书必须由一个小组的学生来搬，这批教科书如果由小组中的男生来搬，每人搬 25 本，那么还有 15 本没人搬，如果由小组中的女生来搬，每人搬 20 本，那么最后一名女生只需要搬 10 本。已知这个小组的学生一共有 8

人，求男、女生各有多少名？

【分析】 设这个小组中的男生的人数为 x 人，那么女生的人数为 $(8-x)$ 人，
由两种搬书方式的数量关系可以列出方程：

$$\begin{aligned} 25x + 15(8-x) &= 150 - 20x \\ 45x &= 135 \end{aligned}$$

$x = 3$ ，
所以这个小组中有男生 3 人，女生 $8 - 3 = 5$ 人。

【例 11】 苹果和梨共 80 斤，价值 200 元，已知苹果 2 元一斤，梨 2.8 元一斤，那么苹果和梨各多少斤？

【解析】 设苹果 x 斤，梨 $(80-x)$ 斤，
则有 $2x + 2.8(80-x) = 200$ ，解得 $x = 30$ 。
所以苹果有 30 斤，梨有 50 斤。

【巩固】 买来 8 角邮票与 5 角邮票共 100 张，总值 68 元。8 角邮票和 5 角邮票各买了多少张？

【解析】 设 8 角的邮票共 x 张，则 5 角的邮票有 $(100-x)$ 张，
由邮票总值可列方程 $0.8x + 0.5 \times (100-x) = 68$ ，解得 $x = 60$ ；
所以 8 角的邮票买了 60 张，5 角的邮票买了 40 张。

【例 12】 唐代大诗人李白不仅诗写得很好，而且也很能喝酒，杜甫说他是“李白斗酒诗百篇”。传说李白喝酒曾有一道数学趣题：

李白好喝酒，提壶街上走。
遇店加一倍，逢花喝一斗。
三遇店和花，喝光壶中酒。
请问此壶中，原有多少酒。

【解析】 设壶中原有酒 x 斗，列方程得 $2 \times [2 \times (2x-1) - 1] - 1 = 0$
解得 $x = 0.875$ (斗)，所以壶中原有酒 0.875 斗。

【巩固】 实验室中培养了一种奇特的植物，它生长得非常迅速，每天都会生长到昨天质量的 2 倍还多 3 公斤。培养了 3 天后，植物的质量达到 45 公斤，求这株植物原来有多少公斤？

【解析】 设这株植物原来有 x 公斤，根据题意得：

$$2 \times [2 \times (2x+3) + 3] + 3 = 45$$

$x = 3$ ，
所以这株植物原来有 3 公斤。

【例 13】 一群学生进行篮球投篮测验，每人投 10 次，按每人进球数统计的部分情况如下表：

进球数	0	1	2	8	9	10
人数	7	5	4	3	4	1

还知道至少投进 3 个球的人平均投进 6 个球，投进不到 8 个球的人平均投进 3 个球。问：共有多少人参加测验？

【解析】 设有 x 人参加测验。由上表看出，至少投进 3 个球的有 $(x-7-5-4)$ 人，投进不到 8 个球的有 $(x-3-4-1)$ 人。投中的总球数，既等于进球数不到 3 个的人的进球数加上至少投进 3 个球的人的进球数，为 $0 \times 7 + 1 \times 5 + 2 \times 4 + 6 \times (x-7-5-4) = 5 + 8 + 6 \times (x-16) = 6x - 83$ ；
也等于进球数不到 8 个的人的进球数加上至少投进 8 个球的人的进球数，

为 $3 \times (x - 3 - 4 - 1) + 8 \times 3 + 9 \times 4 + 10 \times 1 = 3 \times (x - 8) + 24 + 36 + 10 = 3x + 46$; 由此可得方程: $6x - 83 = 3x + 46$, 解得 $x = 43$. 故共有 43 人参加测验.

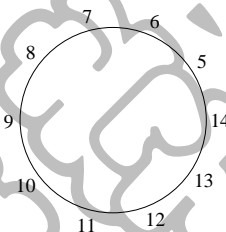
【巩固】 大强参加 6 次测验, 第三、四次的平均分比前两次的平均分多 2 分, 比后两次的平均分少 2 分. 如果后三次的平均分比前三次的平均分多 3 分, 那么第四次比第三次多得多少分?

【解析】 解: 设第三次分数是 a 分, 第四次的分数为 $(a + x)$ 分, 则前两次的分数之和 $(2a + x - 4)$ 分, 最后

两次的分数之和 $(2a + x + 4)$ 分, 有 $(2a + x + 4) + (a + x) = (2a + x - 4) + a + 9$, 解得 $x = 1$, 即第四次比第三次多得 1 分.

【点评】 a 作为一个辅助的未知数, 能够帮助我们理解题目从而顺利地列出方程, 而在解的过程中 a 消去, 也不用求 a 的值, 这就是我们说的“设而不求法”, 在下一讲中会着重体现.

【例 14】 10 人围成一圈, 每人心里想一个数, 并把这个数告诉左右相邻的两个人. 然后每个人把自己和左右两人的平均数亮出来, 如下图所示, 那么亮出 5 的人心中想的数是多少?



【解析】 将分别亮出 5、6、7、……、14 的人依次编号为①、②、③、……、⑩, 设①号心中想的数字为 x ; 那么①+②+③=6×3, ②+③+④=7×3, 因此④号比①号大 $(7 - 6) \times 3 = 3$, 所以④号是 $x + 3$; 同理⑦号比④号大 $(10 - 9) \times 3 = 3$, 所以⑦号是 $x + 6$; 依此类推, ⑩号是 $x + 9$, ③号是 $x + 12$, ⑥号是 $x + 15$, ⑨号是 $x + 18$; 由①、⑩、⑨三人的平均数是 14, 列方程得 $x + (x + 18) + (x + 9) = 14 \times 3$, 解得 $x = 5$.

【例 15】 甲、乙、丙三人同乘汽车到外地旅行, 三人所带行李的重量都超过了可免费携带行李的重量, 需另付行李费, 三人共付 4 元, 而三人行行李共重 150 千克. 如果一个人带 150 千克的行李, 除免费部分外, 应另付行李费 8 元. 求每人可免费携带的行李重量.

【解析】 设每人可免费携带 x 千克行李. 一方面, 三人可免费携带 $3x$ 千克行李, 三人携带 150 千克行李超重 $(150 - 3x)$ 千克, 超重行李共付 4 元行李费; 另一方面, 一人携带 150 千克行李超重 $(150 - x)$ 千克, 超重行李需付行李费 8 元. 根据超重行李每千克应付的钱数相同, 可列方程:

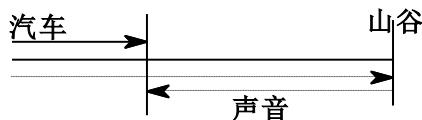
$$\frac{(150 - 3x) \times 4}{150 - 3x} = \frac{(150 - x) \times 8}{150 - x}$$

$$x = 30$$

所以每人可免费携带的行李重量为 30 千克.

【例 16】 (清华附中培训试题) 汽车以每小时 72 千米的速度笔直地开向寂静的山谷, 驾驶员按一声喇叭, 4 秒后听到回音, 听到回音时汽车离山谷多远? (声音的速度以 340 米/秒计算)

【解析】通过画线段图可以看出，



声音4秒经过的距离等于汽车4秒经过的距离与汽车与山谷距离的2倍之和。

72千米/小时 = 72000米/3600秒 = 2米/秒，设听到回音时汽车离山谷 x 米，根据题意可得：

$$2x + 2 \times 4 = 340 \times 4$$

$$x = 676$$

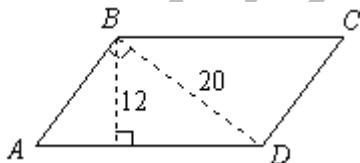
答：听到回音时汽车离山谷676米远。

【例 17】在一条长 12 米的电线上，黄甲虫在 8:20 从右端以每分钟 15 厘米的速度向左端爬去，8:30 红甲虫和蓝甲虫从左端分别以每分钟 13 厘米和 11 厘米的速度向右端爬去，红甲虫在什么时刻恰好在蓝甲虫和黄甲虫的中间？

【解析】8:30 时黄甲虫距左端 $1200 - 15 \times 10 = 1050$ (厘米)。设再经过 t 分钟，红甲虫位于蓝甲虫和黄甲虫的中间。此时，红甲虫距蓝甲虫 $(13 - 11)t$ 厘米，距黄甲虫 $[1050 - (13 + 15)t]$ 厘米，“红甲虫在蓝甲虫和黄甲虫的中间”，可得方程： $(13 - 11)t = 1050 - (13 + 15)t$ ，解得 $t = 35$ 。所以从 8:30 再过 35 分钟，即 9:05 时红甲虫恰在蓝甲虫与黄甲虫的中间。

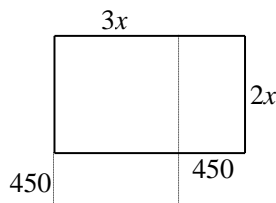
模块二、间接设未知数

【例 18】平行四边形 $ABCD$ 的周长是 80 厘米，以 AD 边为底时，高为 12 厘米；以 AB 边为底时，高为 20 厘米，求平行四边形 $ABCD$ 的面积。



【解析】平行四边形的周长是两条邻边之和的 2 倍，所以 $AB + AD = 40$ 厘米，设 AB 的长为 x 厘米， AD 的长为 $(40 - x)$ 厘米，则 $20x = 12(40 - x)$ ，解得 $x = 15$ 。所以平行四边形的面积是 $20 \times 15 = 300$ 平方厘米。

【巩固】(我爱数学少年数学夏令营)一个长方形的长与宽的比是 3:2，如果长减少 450 厘米，宽增加 450 厘米，长方形的面积就减少 22500 平方厘米，问：原来长方形的面积是多少平方厘米？



【解析】如图，设原长方形长为 $3x$ ，则宽为 $2x$ ，由题意列方程： $2x \times 450 - (3x - 450) \times 450 = 22500$

解得 $x = 400$ 。所以，原长方形面积为： $2 \times 400 \times 3 \times 400 = 960000$ （平方厘米）

【例 19】 小龙、小虎、小方和小圆四个孩子共有 45 个球，但不知道每个人各有几个球，如果变动一下，小龙的球减少 2 个，小虎的球增加 2 个，小方的球增加一倍，小圆的球减少一半，那么四个人球的个数就一样多了。求原来每个人各有几个球？

【解析】 设变动后四个孩子都有球 x 个，则变动前这四个孩子拥有的球数分别为 $x + 2$ 、 $x - 2$ 、 $x \div 2$ 、 $x \times 2$ ；则可列方程得 $x - 2 + x + 2 + x \div 2 + x \times 2 = 45$ ，化简为 $4.5x = 45$ ，解得 $x = 10$ ；因此，原来这四个孩子分别有球 12、8、5、20 个。

【巩固】 甲、乙、丙、丁四个人共做零件 270 个。如果甲多做 10 个，乙少做 10 个，丙做的个数乘以 2，丁做的个数除以 2，那么四个人做的零件数恰好相等。问丙实际做了零件多少个？

【解析】 解：设四个人做的恰好相等零件数是 x 个

$$(x - 10) + (x + 10) + x \times 2 + x \div 2 = 270$$

$$60 \div 2 = 30 \text{ (个)}, \text{ 答: 丙实际做了零件 } 30 \text{ 个.}$$

【巩固】 四个自然数，每次取其中的三个相加，得到四个和，分别为 22，24，27 和 20，求这四个数各是多少？

【解析】 设这四个数的总和为 x ，那么这四个数分别为 $x - 22$ ， $x - 24$ ， $x - 27$ 和 $x - 20$ ，那么

$$\begin{aligned} & (x - 22) + (x - 24) + (x - 27) + (x - 20) = x \\ & 4x - 93 = x \\ & 3x = 93 \\ & x = 31 \end{aligned}$$

所以这四个数分别为 $31 - 22 = 9$ 、 $31 - 24 = 7$ 、 $31 - 27 = 4$ 、 $31 - 20 = 11$ 。

【例 20】（第十二届“迎春杯”刊赛试题）甲、乙、丙共有 100 本课外书。甲的本数除以乙的本数，丙的本数除以甲的本数，商都是 5，而且余数也都是 1。乙有书_____本。

【解析】 方法一：设乙有课外书 x 本，则甲有课外书 $(5x + 1)$ 本，丙有课外书 $5(5x + 1) + 1 = 25x + 6$ （本），

于是有 $(5x + 1) + x + (25x + 6) = 100$ ，即 $31x = 93$ ，解得 $x = 3$ 。

方法二：丙的本数超过乙的 25（ $= 5 \times 5$ ）倍，所以乙至多有 3 本书。显然乙的书至少 2 本，如

果乙有 2 本书，那么甲有 $5 \times 2 + 1 = 11$ （本），丙有 $5 \times 11 + 1 = 56$ （本），三人共有

的书不到 100 本，所以乙有书 3 本。

【巩固】已知足球、篮球、排球三种球平均每个 35 元. 篮球比排球每个贵 10 元, 足球比排球每个贵 8 元. 问: 每个篮球多少元?

【解析】设每个排球 x 元, 则每个篮球为 $(x + 10)$ 元, 每个足球 $(x + 8)$ 元, 由题意列方程:

$$\begin{aligned}x + x + \frac{10}{3} + x + 8 &= 35 \times 3 \\3x + 18 &= 105 \\3x &= 87\end{aligned}$$

$$x = 29$$

所以 $x + 10 = 29 + 10 = 39$, 即每个篮球 39 元.

【例 21】有甲、乙、丙三堆石子, 从甲堆中取出 8 个给乙堆后, 甲、乙两堆的石子数就相等了; 再从乙堆中取出 6 个给丙堆, 乙、丙两堆的石子数也相等; 此时又从丙堆中取 2 个给甲堆, 使甲堆石子数是丙堆石子数的 2 倍, 问: 原来甲堆有多少个石子?

【解析】解: 设甲堆原来有 x 个石子, 那么甲堆取出 8 个给乙堆后, 甲乙两堆都是 $(x - 8)$ 个石子; 再从乙

堆中取出 6 个给丙堆, 乙、丙两堆的石子数都变成 $(x - 8 - 6)$ 个石子; 此时又从丙堆中取

2 个给甲堆, 那么甲堆石子数变成 $(x - 8 + 2)$ 个, 丙堆石子数变成 $(x - 8 - 6 - 2)$ 个,

有 $x - 6 = 2(x - 16)$, 解得 $x = 26$.

【点评】题目中的变化过程比较多, 在设立未知数后, 一步步跟上分析, 把每一步的变化结果都用 x 的式子表示出来, 最后建立等量关系.

【巩固】小宝和小峰互相借阅课外书, 小宝说: “如果你借给我 7 本书, 我的书就是你的 3 倍”, 小峰说: “如果你借给我 8 本书, 我的书就是你的 2 倍”, 那么他俩各有多少本书?

【解析】设小宝借给小峰 8 本书后小宝的书有 x 本, 则小峰有 $2x$ 本;

列方程得 $x + 8 + 7 = (2x - 8 - 7) \times 3$, 解得 $x = 12$;

所以小宝有 $12 + 8 = 20$ 本书, 小峰有 $12 \times 2 - 8 = 16$ 本.

【巩固】丁丁和玲玲两人摘苹果, 丁丁说: “把我摘的苹果给玲玲 7 个, 玲玲摘的苹果的个数就是我的 2 倍.” 玲玲说: “把我摘的苹果给丁丁 7 个, 他的苹果个数就和我的一样多了.” 问丁丁和玲玲各摘了多少个苹果?

【解析】设丁丁摘了 x 个苹果, 由题意得: $x + 7 + 7 = 2(x - 7) - 7$, $x + 14 = 2x - 21$, $x = 35$. 即丁丁摘了 35 个苹果, 而玲玲的苹果个数为 $35 + 7 + 7 = 49$ (个).

【例 22】某旅游点有儿童票、成人票两种规格的门票卖, 儿童票的价格为 30 元, 成人票的价格为 40 元, 如果是团体还可以买平均 32 元一位的团体票, 一个由 8 个家庭组成的旅游团 (每个家庭由两位大人, 或两个大人、一个小孩组成) 来景点旅游, 如果他们买团体票那么可以比他们各自买票少花 120 元, 问这个旅游团一共有多少人?

【解析】设八个家庭中有 x 个是三口之家, $(8 - x)$ 是个两口之家, 则: $30x + 40 \times 2 \times 8 = 32 \times (x + 2 \times 8) + 120$

$$\begin{aligned}30x + 640 &= 32x + 632 \\2x &= 8\end{aligned}$$

$$x = 4$$

所以旅游团一共有 $2 \times 8 + 4 = 20$ 人。

【巩固】 张老师购买了一套教师住宅，原计划采取分期付款的方式。一种付款方式是开始第一年先付 7 万元，以后每年付款 1 万元；另一种付款方式是前一半时间每年付款 2 万元，后一半时间，每年付款 1 万 5 千元。两种付款方式的付款总数和付款时间都相同。假如一次性付款，可以少付房款 1 万 6 千元。现在张老师决定采用一次性付款方式。问：张老师要付房款多少万元？

【解析】 设分期付款方式的付款时间为 $2x$ 年，则： $7 + (2x - 1) \times 1 = 2x + 1.5x$

$$2x + 6 = 3.5x$$

$$1.5x = 6$$

$$x = 4.$$

将 x 的值代入方程的右式(也可代入左式)，可知分期付款的付款总数为 $2 \times 4 + 1.5 \times 4 = 14$ (万元)。

所以，一次性付款的总数为 $14 - 1.6 = 12.4$ (万元)。

【例 23】 箱子里面有红、白两种玻璃球，红球数比白球数的 3 倍多两个，每次从箱子里取出 7 个白球，15 个红球。如果经过若干次以后，箱子里只剩下 3 个白球，53 个红球，那么，箱子里原有红球比白球多多少个？

【解析】 设取球的次数为 x 次，那么原有的白球数为 $(3 + 7x)$ ，红球数为 $(53 + 15x)$ ；根据条件“红球数比白球数的 3 倍多两个”，列方程得 $53 + 15x = 3 \times (3 + 7x) + 2$ ，解得 $x = 7$ ；所以原有红球 $53 + 15 \times 7 = 158$ 个，原有白球 $3 + 7 \times 7 = 52$ 个，红球比白球多 $158 - 52 = 106$ 个。

【巩固】 苹果和梨各有若干个，如果 5 个苹果和 3 个梨装一袋，那么还多 4 个苹果，梨恰好装完；如果 7 个苹果和 3 个梨装一袋，那么苹果恰好装完，还多 12 个梨，那么苹果和梨各有多少个？

【解析】 这也是一个盈亏问题。方法一：设第一次装了 x 袋，则第二次装了 $x - 12 \div 3 = x - 4$ (袋)，有 $5x + 4 = 7(x - 4)$ ，解得 $x = 16$ ，所以原有苹果 $5 \times 16 + 4 = 84$ (个)，原有梨 $3 \times 16 = 48$ (个)。方法二：设苹果有 x 个，则根据两种装法梨的个数相等有

$$(x - 4) \div 5 = 3 \div 7 + 12 \div 3$$

$$(x - 4) \div 5 = x \div 7 + 4$$

$$(x - 4) \div 5 = 35 \div 7 + 35 \div 4 + 35$$

【点评】 有时候同一个题目设未知量可以有多种角度，但不同的设法可能会造成解方程难度上的差异，如

方法二中的方程显然比方法一的方程难解，所以学会合理巧妙地设未知数很重要。学生课下可以

自己用盈亏问题解法来解这道题，然后跟方程解法做一个比较。

【巩固】 教师给幼儿园小朋友分草莓，如果每个小朋友分 5 个草莓还剩下 14 个，如果每个小朋友分 7 个草莓则差 4 个，求共有多少草莓？共有多少个小朋友？

【解析】 解：设共有 x 个小朋友

$$5x + 14 = 7x - 4$$

答：共有 59 个草莓，共有 9 个小朋友。

【巩固】 甲、乙、丙三位同学每人得到相同数目的果汁糖，甲花了若干天将糖吃完，乙每天吃 3 块，比甲晚 1 天吃完；丙每天吃 4 块，比甲早 2 天吃完，问：他们每人得到多少果汁糖？

【解析】 由于题目中乙、丙吃完糖所用的时间与甲所用的时间有关，故不妨设甲用 x 天将糖吃完。又根据三位同学有相同数目的糖建立方程，得：

$$3(x+1) = 4(x-2)$$

$x = 11$.

由： $3 \times (11 + 1) = 36$ 或 $4 \times (11 - 2) = 36$ 得他们每人得到 36 个果汁糖。

【例 24】 有一队伍以 1.4 米/秒的速度行军，末尾有一通讯员因事要通知排头，于是以 2.6 米/秒的速度从末尾赶到排头并立即返回排尾，共用了 10 分 50 秒。问：队伍有多长？

【解析】 这是一道“追及又相遇”的问题，通讯员从末尾到排头是追及问题，他与排头所行路程差为队伍长；通讯员从排头返回排尾是相遇问题，他与排尾所行路程和为队伍长。如果设通讯员从末尾到排头用了 x 秒，那么通讯员从排头返回排尾用了 $(650 - x)$ 秒，于是不难列方程。设通讯员从末尾赶到排头用了 x 秒，依题意得 $2.6x - 1.4x = 2.6(650 - x) + 1.4(650 - x)$ 解得 $x = 500$ ，推知队伍长为 $(2.6 - 1.4) \times 500 = 600$ (米)。

【巩固】 解放军某部快艇追及敌舰，追到 A 岛时敌舰已逃离该岛 12 分钟，敌舰每分钟行 1000 米，我军快艇每分钟行 1360 米。如果距敌舰 600 米处可以开炮射击，解放军快艇从 A 岛出发经过多少分钟可以开炮射击敌舰？

【解析】 根据题意可以知道题中的等量关系是：解放军所行路程 - 敌舰所行路程 = 600 米设解放军快艇从 A 岛出发经过 x 分钟可以开炮射击敌舰，由题意得： $1360x - (1000 \times 12 + 1000x) = 600$ ， $1360x - 1000x = 600 + 12000$ ， $x = 35$ 所以，解放军快艇从 A 岛出发经过 35 分钟可以开炮射击敌舰。

【巩固】 铁路旁的一条与铁路平行的小路上，有一行人与骑车人同时向南行进，行人速度为 3.6 千米/时，骑车人速度为 10.8 千米/时，这时有一列火车从他们背后开过来，火车通过行人用 22 秒，通过骑车人用 26 秒，这列火车的车身总长是多少？

【解析】 本题属于追及问题，行人的速度为 3.6 千米/时 = 1 米/秒，骑车人的速度为 10.8 千米/时 = 3 米/秒。火车的车身长度既等于火车车尾与行人的路程差，也等于火车车尾与骑车人的路程差。如果设火车的速度为 x 米/秒，那么火车的车身长度可表示为 $22(x - 1)$ 或 $26(x - 3)$ ，由此不难列出方程。设这列火车的速度是 x 米/秒，依题意列方程，得 $22(x - 1) = 26(x - 3)$ ，解得 $x = 14$ 。所以火车

的车身长为 $(14 - 1) \times 22 = 286$ (米)。

【例 25】 小峰周日逛书市买了一本书，当天他给自己订了读书计划，计划一：从明天开始，周一到周五，每天看 6 页，周六和周日每天看 10 页；计划二，今天先看 6 页，明天不看，后天再看 14 页，大后天不看，后天的后天再看 14 页，……，即每隔一天看 14 页。无论小峰按照哪一个计划实行，他都恰好在同一个周日看完这本书。求小峰买的这本书一共有多少页？

【解析】 由于按照计划二，小峰也在周日看完这本书，可见小峰看书要用偶数个星期(不包括买书当天)，设小峰看书用了 $2x$ 个星期，那么按照计划一，小峰每星期看书 $6 \times 5 + 10 \times 2 = 50$ 页，一共要看 $50 \times 2x$ 页，如果按照计划二，小峰一共要看书 $6 + 14 \times (7 \times 2x \div 2)$ 页。于是可列出方程： $50 \times 2x = 6 + 14 \times (7 \times 2x \div 2)$ ， $100x = 6 + 98x$ ， $x = 3$ 。所以这本书一共有 $50 \times 2 \times 3 = 300$ 页。

【例 26】 今年父母的年龄和是 78 岁，兄弟的年龄和是 17 岁；四年后父亲的年龄是弟弟的年龄的 4 倍，母亲的年龄是哥哥的年龄的 3 倍，那么几年后父亲的年龄是哥哥年龄的 3 倍？

【解析】 四年后兄弟俩的年龄和是 $17 + 8 = 25$ 岁，设此时哥哥 x 岁，弟弟 $(25 - x)$ 岁，根据题意，列方程 $3x + 4(25 - x) = 78 + 8$ ，解得 $x = 14$ ；因此，今年哥哥 $14 - 4 = 10$ 岁，父亲 $11 \times 4 - 4 = 40$ 岁，所以 5 年后父亲的年龄是哥哥年龄的 3 倍。

【巩固】 今年兄弟俩人的岁数加起来是 55 岁，曾经有一年，哥哥的岁数是今年弟弟的岁数，那时哥哥的岁数恰好是弟弟的两倍，问哥哥和弟弟今年年龄分别是多大？

【解析】 解：设今年哥哥 x 岁，则今年弟弟是 $(55 - x)$ 岁。过去某年哥哥岁数是 $(55 - x)$ 岁，那是在 $x - (55 - x)$

即 $2x - 55$ 年前，当时弟弟岁数是 $(55 - x) - (2x - 55)$ 即 $110 - 3x$ 。列方程为

$$55 - 33 = 22 \text{ (岁)} \quad 55 - x - 2(110 - 3x)$$

$$\begin{aligned} \text{答：哥哥今年 33 岁，弟弟今年 22 岁。} \\ \frac{55 - x}{5x} = \frac{2(110 - 3x)}{165} \end{aligned}$$

【例 27】 有甲、乙、丙三个人，当甲的年龄是乙的 2 倍时；丙是 22 岁，当乙的年龄是丙的 2 倍，甲是 31 岁；当甲 60 岁时，丙是多少岁？

【解析】 设丙 22 岁时，乙的年龄是 x 岁，当时甲的年龄就是 $2x$ 岁，甲乙的年龄差为 x 岁。那么甲是 31 岁时，乙是 $(31 - x)$ 岁，丙是 $22 + (31 - 2x) = 53 - 2x$ 岁，列方程得， $31 - x = 2(53 - 2x)$ ，解得 $x = 25$ ，所以乙 25 岁时，甲 50 岁，丙 22 岁。那么甲 60 岁时，丙 32 岁。

【巩固】 甲、乙两人在 10 年前的年龄比为 2:3，现在他俩的年龄比为 3:4，那么 10 年后他俩的年龄比为多少？

【解析】 设 10 年前甲的年龄为 $2x$ 岁，则当时乙的年龄为 $3x$ 岁，那根据现在两人的年龄比可得方程：

$(2x + 10):(3x + 10) = 3:4$ ，等式两边前后项交叉相乘可得 $8x + 40 = 9x + 30$ ，解得 $x = 10$ ，所

以 10 年前甲的年龄为 20 岁，乙的年龄为 30 岁，10 年后两人分别是 40 岁、50 岁，10 年后两人的年龄比为 4:5。

【巩固】 姐姐现在的年龄是弟弟当年年龄的 4 倍，姐姐当年的年龄和弟弟现在的年龄相同，姐姐与弟弟现在的年龄和为 26 岁，则弟弟现在的年龄是多少岁？

【解析】 设弟弟现在的年龄是 x 岁，那么姐姐的年龄为 $26 - x$ 岁，年龄差为 $26 - 2x$ ，弟弟当年年龄为 $x - (26 - 2x) = 3x - 26$ 岁，由题意可列方程 $(3x - 26) \times 4 = 26 - x$ ，解得 $x = 10$ 所以，弟弟现在的年龄是 10 岁。

【巩固】 已知哥哥 5 年后的年龄与弟弟 3 年前的年龄和恰好是 29 岁，而弟弟现在的年龄是两人年龄差的 4 倍，那么试问哥哥今年多少岁？

【解析】 在这道题中，哥哥和弟弟的年龄是多少都不知道，未知的量不止一个，那么如何设未知数成了问题的关键。按理说弟弟的年龄小，如果设弟弟的年龄未知数，那哥哥的年龄如何表示，这就要涉及到题目中的一个条件——弟弟现在的年龄是两人年龄差的 4 倍。通过这个条件可以发现，原来年龄差是他们两人年龄的最基本的组成元素。设他们两人的年龄差是 x 岁，那么弟弟现在的年龄是 $4x$ 岁，而哥哥现在的年龄是 $4x + x = 5x$ 岁。根据“哥哥 5 年后的年龄与弟弟 3 年前的年龄和恰好是 29 岁”这个条件可以得出方程： $(5x + 5) + (4x - 3) = 29$ ， $x = 3$ 所以两个人的年龄差是 3 岁，于是弟弟的年龄是 $3 \times 4 = 12$ 岁，哥哥的年龄是 $3 \times 5 = 15$ 岁。答：哥哥今年 15 岁。

【巩固】 两年前，甲的年龄是乙的年龄的 4 倍；而现在，甲的年龄是乙的年龄的 3 倍，那么甲今年多少岁？

【解析】 设今年甲的年龄为 $3x$ 岁，则乙的年龄为 x 岁，由两年前的年龄关系列方程得 $3x - 2 = 4(x - 2)$ ，解得 $x = 6$ ，所以甲今年 18 岁。

【巩固】 八年前，甲的年龄是乙的年龄的 2.5 倍；而现在甲的年龄是乙的年龄的 1.5 倍，那么甲今年多少岁？

【解析】 设今年甲的年龄为 $1.5x$ 岁，则乙的年龄为 x 岁，由八年前的年龄关系列方程如下： $1.5x - 8 = 2.5 \times (x - 8)$ ，解得 $x = 12$ ，所以甲今年 18 岁。

【巩固】 有两支香，第一支长 34 厘米，第二支长 18 厘米，同时点燃后，都是平均每分钟燃掉 2 厘米，多少分钟后第一支香的长度是第二支香的长度的 3 倍？

【解析】 设 x 分钟后第一支香是第二支香长度的 3 倍。由题意得： $(34 - 2x) = 3 \times (18 - 2x)$ ， $x = 5$ 5 分钟后第一支香的长度是第二支香的长度的 3 倍。

【例 28】 某养鸽协会正在讨论是否批准某养鸽人加入养鸽协会的问题，已知该养鸽人的年龄恰好等于他所养的鸽子数。如果批准他加入，那么养鸽协会成员的平均年龄将从 50 岁升高到 51 岁，并且养鸽协会成员的平均养鸽数目将从 114 只降到 111 只。那么该养鸽协会原有成员多少人？

【解析】 设该养鸽人的年龄为 x 岁，则他养了 x 只鸽子。由于他入会，平均年龄由 50 岁增大到 51 岁，该养鸽人的年龄与 51 的差与现养鸽协会的成员人数相当，所以养鸽协会原有成员人数为 $x - 51$ 人。原有鸽子数 = 原平均养鸽数 \times 原人数，且原有鸽子数 = 该人入会后鸽子数 $- x =$ 该人入会后平均养鸽数 $\times (x - 50) - x$ 。所以，可列方程得 $114 \times (x - 51) = 111 \times (x - 50) - x$ ，解得 $x = 66$ ，因此，养鸽协会原有成员 $x - 51 = 66 - 51 = 15$ (人)。

【例 29】 某学校入学考试，参加的男生与女生人数之比是 4:3。结果录取 91 人，其中男生与女生人数之比是 8:5。未被录取的学生中，男生与女生人数之比是 3:4。那么报考的共有多少人？

【解析】 显然利用录取总人数和被录取人数中男女生的人数比可以求出被录取的男女生人数： $91 \div (8 +$

5) = 7 (人). 被录取的女生: $7 \times 5 = 35$ (人); 被录取的男生: $7 \times 8 = 56$ (人), 现在未被录取的人数和男生女生各有多少并不知道, 根据比例列式, 应该设一份人数为“ x ”假设未被录取的男生人数为 $3x$, 于是未被录取的女生人数就是 $4x$. 全部参加考试的男生一共有: $3x + 56$; 女生一共有 $4x + 35$, 但是根据条件, 全部参加考试的男生与女生人数之比是4:3. 于是得到方程: $(3x + 56):(4x + 35) = 4:3$; 解这个方程:

$$\begin{aligned}(3x + 56) \times 3 &= (4x + 35) \times 4 \\ 9x + 56 \times 3 &= 16x + 35 \times 4 \\ 56 \times 3 - 35 \times 4 &= 16x - 9x \\ 28 &= 7x \\ x &= 4\end{aligned}$$

于是没有被录取的男生和女生一共有: $4 \times (4 + 3) = 28$ 人. 全部参加考试的总人数就是: $28 + 91 = 119$ 人.

【巩固】 (2000年迎春杯)一个分数约分后是 $\frac{2}{3}$. 如果这个分数的分子减去18, 分母减去22, 约分后就可以得到一个新的分数 $\frac{3}{5}$. 那么, 原来的分数在约分前是_____.

【解析】 设原来分数的分母为 $3x$, 依题意, 原来分数的分子为 $2x$; 同样可知 $\frac{2x-18}{3x-22} = \frac{3}{5}$, 交叉相乘得 $10x - 90 = 9x - 66$, 解得 $x = 24$. 于是, 原来分数的分子、分母分别为 $2x = 2 \times 24 = 48$. $3x = 3 \times 24 = 72$, 所以, 原来的分数在约分前是 $\frac{48}{72}$.

【巩固】 某校有学生465人, 其中女生的 $\frac{2}{3}$ 比男生的 $\frac{4}{5}$ 少20人, 那么男生比女生少多少人?

【解析】 设女生为 x 人, 那么男生为 $(465 - x)$ 人, 根据题意有: $\frac{2}{3}x = \frac{4}{5}(465 - x) - 20$, $x = 240$ 所以女生有240人, 男生有 $465 - 240 = 225$ 人, 男生比女生少 $240 - 225 = 15$ 人. 答: 男生比女生少15人.

【巩固】 甲、乙二人欲买一件商品, 按照标价, 甲带的钱差40元, 乙带的钱少 $\frac{1}{4}$. 经过讨价最后可以按9折购买, 于是他们合买了一件, 结果剩下28元. 这件商品标价为_____元.

【解析】 设这件商品的原价为 x 元, 则甲带了 $(x - 40)$ 元, 乙带了 $\frac{3}{4}x$ 元, 由题意 $x - 40 + \frac{3}{4}x = 0.9x + 28$, 解得: $x = 80$. 所以这件商品的原价为80元.

【例 30】 在甲容器中装有浓度为10.5%的盐水90毫升, 乙容器中装有浓度为11.7%的盐水210毫升. 如果先从甲、乙两容器中倒出同样多的盐水, 再将它们分别倒入对方的容器内搅匀, 结果得到浓度相同的盐水. 问甲、乙两容器各倒出了多少毫升盐水?

【解析】 由于两种盐水互换后浓度相等, 而在互换的过程中盐的总质量是不变的, 所以互换后盐水的浓度为 $(90 \times 10.5\% + 210 \times 11.7\%) \div (90 + 210) = 11.34\%$, 而甲容器中原来浓度为10.5%, 所以相互倒了 $90 \times (11.34\% - 10.5\%) \div (11.7\% - 10.5\%) = 63$ (克).

另外也可以这样来理解: 由于两种溶液的浓度不同, 而混合后得到的溶液的浓度相同, 只能是相混合的两种溶液的量的比是相等的.

假设相互倒了 x 克, 那么甲容器中是由 $(90 - x)$ 克10.5%的盐水和 x 克11.7%的盐水混合, 乙容器中是由 x 克10.5%的盐水和 $(210 - x)$ 克11.7%的盐水混合, 得到相同浓度的盐水, 所以 $(90 - x):x = x:(210 - x)$, 解得 $x = 63$.

【例 31】 金银合金的重量是250克, 放在水中称重时, 重量减轻了16克, 已知金在水中称重量减轻 $\frac{1}{19}$, 银在水中称重量减轻 $\frac{1}{10}$, 求这块合金中金、银各含多少克?

【解析】 设250克合金中，金有 x 克，则银有 $(250 - x)$ 克；依题意： $\frac{1}{19}x + \frac{1}{10}(250 - x) = 16$ ，解得 $x = 190$ ，所以这块合金中金有190克，银有 $250 - 190 = 60$ 克。

【巩固】 把金放在水里称，其重量减轻 $\frac{1}{19}$ ；把银放在水里称，其重量减轻 $\frac{1}{10}$ 。现有一块金银合金重770克，放在水里称共减轻了50克，问这块合金含金、银各多少克？

【解析】 设770克合金中金有 x 克，则银有 $(770 - x)$ 克，根据题意，有： $\frac{1}{19}x + \frac{1}{10}(770 - x) = 50$ ，解得 $x = 570$ ，即这块合金中金有570克，银有 $770 - 570 = 200$ 克。

【巩固】 有甲、乙两块含铜率不同的合金，甲块重6千克，乙块重4千克，现在从甲、乙两块合金上各切下重量相等的一部分，将甲块上切下的部分与乙块剩余的部分一起熔炼，再将乙块上切下的部分与甲块剩余的部分一起熔炼，得到的两块新合金的含铜率相同，则切下重量为_____千克。

【解析】 设切下的部分重量为 x 千克，则甲切下的 x 千克与乙剩下的 $(4 - x)$ 千克混合。由于得到的两块新合金的含铜率相同，所以若将这两块新合金混合，得到的大块合金的含铜率应与原来的两块新合金的含铜率相同，而这一大块合金是由6千克甲块合金与4千克乙块合金混合而成的，所以 x 千克甲块合金与 $(4 - x)$ 千克乙块合金混合后的含铜率与6千克甲块合金与4千克乙块合金混合后的含铜率相同，而甲、乙两块合金含铜率不同，所以这两种混合中甲、乙两种合金的重量比相同，即 $\frac{x}{4 - x} = \frac{6}{4}$ ，所以： $4x = 6(4 - x)$ ，解得 $x = 2.4$ 。即切下的重量为2.4千克。

【例 32】 有两包糖，每包糖内都装有奶糖，水果糖和巧克力糖。已知：(1)第一包糖的粒数是第二包的 $\frac{2}{3}$ ；(2)在第一包糖中，奶糖占25%，在第二包糖中，水果糖占50%；(3)巧克力在第一包糖中所占的百分比是在第二包糖中所占的百分比的两倍。当两包糖合在一起时，巧克力糖占28%，那么，水果糖所占的百分比等于多少？

【解析】 由于第一包糖的粒数是第二包糖的 $\frac{2}{3}$ ，不妨设第二包有糖30块，则第一包有糖20块。设巧克力糖在第二包糖中所占的百分比为 x ，则巧克力糖在第一包糖中所占的百分比为 $2x$ ，根据题意，有： $20 \times 2x + 30x = 28\% \times (30 + 20)$ ，解得 $x = 20\%$ ，所以巧克力糖在第一包中占的百分比为40%，那么，在第一包糖中，水果糖占 $1 - 25\% - 40\% = 35\%$ 。当两包糖合在一起时，水果糖所占的百分比是： $(20 \times 35\% + 30 \times 50\%) \div (20 + 30) = 44\%$ 。

【例 33】 从前有一位王子，有一天，他把几位妹妹召集起来，出了一道数学题考她们。题目是：我有金、银两个首饰箱，箱内分别装有若干件首饰，如果把金箱中25%的首饰送给第一个算对这个题目的人，把银箱中20%的首饰送给第二个算对这个题目的人，然后我再从金箱中拿出5件送给第三个算对这个题目的，再从银箱中拿出4件送给第四个算对这个题目的人。最后我的金箱中剩下的首饰比分掉的多10件，银箱中剩下的首饰与分掉的比是2:1。王子的金箱中原来有首饰_____件，银箱中原来有首饰_____件。

【解析】 设原来金箱中有首饰 x 件，银箱中有首饰 y 件，则： $(1 - 25\%) \times x - 5 = 25\% \times x + 5 + 10$ ， $(1 - 20\%) \times y - 4 = 2 \times (20\% \times y + 4)$ ，解得 $x = 40$ ， $y = 30$ ，故金箱中原来有首饰40件，银箱中原来有首饰30件。

【例 34】 某公交车起点站已停放10辆公交车，第一辆公交车开出后，每隔8分钟就有一辆公交车开出，在第一辆公交车开出4分钟后，有一辆公交车进站，以后每隔12分钟就有一辆公交车进站，回站的公交车在原有的公交车依次开出之后又依次每隔8分钟开出一辆，问：第一辆公交车开出后，经过多少时间，车站第一次不能正点发车？

【解析】 假设第一辆公交车开出 x 分钟后车站无车可发，可列方程： $\frac{x}{8} + 1 \geq 10 + \frac{x - 4}{12} + 1$ ，解得 $x \geq 232$ 。第一辆公交车开出后第232分钟可以发一趟车，到第240分钟时就无车可发了，所以答案是经过

240 分钟后车站第一次不能正点发车.

【巩固】 某工厂接到任务要用甲、乙两种原料生产A、B两种产品共50件，已知每生产一件A产品需甲原料9千克和乙原料3千克；每生产一件B产品需甲原料4千克和乙原料10千克. 现在工厂里只有甲原料360千克和乙原料290千克，那么该工厂利用这些原料，应该生产A、B两种产品各多少件，才能完成任务？请求出所有的生产方案.

【解析】 设生产A产品 x 件，则生产B产品 $(50 - x)$ 件. 共需要甲原料 $9x + 4(50 - x) = 200 + 5x$ 千克，需要乙原料 $3x + 10(50 - x) = 500 - 7x$ 千克. 为避免原料不够用，则 $\begin{cases} 200 + 5x \leq 360 \\ 500 - 7x \leq 290 \end{cases}$ ，解得 $30 \leq x \leq 32$. 由于 x 是整数，所以共有3种方案：①生产A产品30件，B产品20件；②生产A产品31件，B产品19件；③生产A产品32件，B产品18件.

【例 35】 (2006 年明心奥数挑战赛) 一个爱斯基摩人乘坐套有5只狗的雪橇赶往朋友家，在途中第一天，雪橇以爱斯基摩人规定的速度全速行驶，一天后，有2只狗扯断了缰绳和狼群一起逃走了，于是剩下的路程爱斯基摩人只好用3只狗拖着雪橇，前进的速度是原来的 $\frac{3}{5}$ ，这使他到达目的地的时间比预计的时间迟到了2天. 事后，爱斯基摩人说：“逃跑的狗如果能再拖雪橇走60千米，那我就能比预计时间只迟到一天.” 请问，爱斯基摩人总共走了多少千米路程？

【解析】 (法 1) 根据爱斯基摩人所说的话，“逃跑的狗如果能再拖雪橇走60千米，那我就能比预计时间只迟到一天”，可知5只狗拉雪橇走60千米，比3只狗拉雪橇走60千米少用一天. 设5只狗的速度是 v 千米/天，则根据题意有： $\frac{60}{\frac{3}{5}v} - \frac{60}{v} = 1$ ，解得： $v = 40$ 再设原计划走 x 天，由题意得： $40x = 40 + 40 \times \frac{3}{5} \times (x + 1)$ ，解得： $x = 4$ ，所以爱斯基摩人总共走了： $4 \times 40 = 160$ (千米)，答：爱斯基摩人总共走了160千米路程.

(法 2) 由于所行总路程不变，依题意知5只狗拉雪橇的速度与3只狗拉雪橇的速度比为5:3，所以时间比为3:5，结果恰好晚了2天，所以行完全程计划用 $(3 + 1)$ 天，实际用了 $(5 + 1)$ 天，再拖雪橇60千米后所用时间比还是3:5，所以再拖雪橇60千米后计划用时 3×0.5 天. 实际用时 5×0.5 天，所以5只狗托雪橇的速度为 $60 \div (3 - 1.5) = 40$ (千米/天)，所以全称为 $40 \times 4 = 160$ 千米

课后练习

练习1. 解方程 $3(2x + 4) = 2(7x - 6)$

【解析】 去括号得， $6x + 12 = 14x - 12$
等式两边同时减去 $6x$ 得 $12 = 14x - 6x - 12$
等式两边同时加上12得 $12 + 12 = 14x - 6x$
解得 $x = 3$

练习2. 一人看见山上有一群羊，他自言自语到：“我如果有这些羊，再加上这些羊，然后加上这些羊的一半，又加上这些羊一半的一半，最后再加上我家的那只，一共有100只羊”. 山上的羊群共有多少只？

【解析】 设山上的羊有 x 只，
那么有等量关系 $x + x + 0.5x + 0.25x = 100 - 1$ ，解得 $x = 36$ ；

所以山上的羊一共有36。

练习3. 一家公司购买了18台设备，包括计算机、投影仪，共计76000元，其中每台计算机价格4000元，投影仪每台6000元，求各台设备购买的数量。

【解析】 设计算机、投影仪购买数量分别为 x 、 $18 - x$ ，

由条件可得： $4000x + 6000(18 - x) = 76000$ ，解得 $x = 16$ ；

故计算机、投影仪分别有16台、2台。

练习4. 甲、乙、丙三位同学每人得到相同数目的果汁糖。甲花了若干天将糖吃完，乙每天吃3块，比甲晚1天吃完；丙每天吃4块，比甲早2天吃完，问：他们每人得到多少果汁糖？

【解析】 由于题目中乙、丙吃完糖所用的时间均与甲所用的时间有关，故不妨设甲用 x 天将糖吃完。又根据三位同学有相同数目的糖建立方程，则 $3(x + 1) = 4(x - 2)$ ，解得 $x = 11$ 。

由 $3 \times (11 + 1) = 36$ 或 $4 \times (11 - 2) = 36$ ，可知他们每人得到36块果汁糖。

练习5. 用绳子测井深，绳子两折时余60厘米，绳子三折时差40厘米，求绳长和井深？

【解析】 法一：

设井深是 x 厘米，

由题意得 $2x + 60 \times 2 = 3x - 40 \times 3$ ，解得 $x = 240$ ；

所以，井深为240厘米，绳长为 $(240 + 60) \times 2 = 600$ 厘米；

法二：（学生不一定会用分数）

设绳长是 x 厘米，

由题意得 $\frac{1}{2}x - 60 = \frac{1}{3}x + 40$ ，解得 $x = 600$ ；

所以，绳长为600厘米，井深为 $\frac{1}{2} \times 600 - 60 = 240$ 厘米。

练习6. 甲、乙、丙、丁四人共做零件270个。如果甲多做10个，乙少做10个，丙的个数乘以2，丁做的个数除以2，那么四人做的零件数恰好相等，问丙实际做了多少个？

【解析】 设四人做的零件数恰好都为 x ，根据题意可得：

$\frac{x}{2} - 10, x - 10, 2x, \frac{x}{2} = 270$ ，解得 $x = 60$ ，
丙实际做了 $60 \times 2 = 120$ （个）。

练习7. 在一条长12米的电线上，黄甲虫在8:20从右端以每分钟15厘米的速度向左端爬去，8:30红甲虫和蓝甲虫从左端分别以每分钟13厘米和11厘米的速度向右端爬去，红甲虫在什么时刻恰好在蓝甲虫和黄甲虫的中间？

【解析】 8:30时黄甲虫距左端 $1200 - 15 \times 10 = 1050$ （厘米），设再经过 t 分钟红甲虫位于蓝、黄甲虫的中间。

此时，红甲虫距蓝甲虫 $(13 - 11)t$ 厘米，距黄甲虫 $[1050 - (13 + 15)t]$ 厘米；

可得方程 $(13 - 11)t = 1050 - (13 + 15)t$ ，解得 $t = 35$ 。

所以从8:30再过35分钟，即9:05时红甲虫恰在蓝甲虫与黄甲虫的中间。

练习8. 已知哥哥5年后的年龄与弟弟3年前的年龄和恰好是29岁，而弟弟现在的年龄是两人年龄差的4倍，那么试问哥哥今年多少岁？

【解析】 设他们两人的年龄差是 x 岁，那么弟弟现在是 $4x$ 岁，而哥哥现在是 $4x + x = 5x$ 岁。

根据“哥哥5年后的年龄与弟弟3年前的年龄和恰好是29岁”可以得方程 $(5x + 5) + (4x - 3) = 29$ 解得 $x = 3$ ，所以两个人的年龄差是3岁；

因此弟弟的年龄是 $3 \times 4 = 12$ 岁，哥哥的年龄是 $3 \times 5 = 15$ 岁。

练习9. 儿子与父亲下围棋，双方约定父亲胜一局就得 2 分，儿子胜一局得 8 分，负的一方不管是谁都要扣 1 分，比赛 24 局以后，父子得分相同，问他们各胜几局？

【解析】法一：

设儿子胜了 x 局，输了 $(24 - x)$ 局，父亲胜了 $(24 - x)$ 局，输了 x 局，
则由得分关系得 $8x - (24 - x) = 2 \times (24 - x) - x$ ，解得 $x = 6$ ，
所以儿子赢了 6 局，父亲赢了 18 局。

法二：

本题中要求儿子和父亲各胜多少局，可分别设两个未知数为 x 和 y ，要求两个未知数的值，一般要根据不同的等量关系列出两个方程。题中儿子、父亲比赛的总局数是 24 局，可列出一个方程：

$x + y = 24$ 。另外，两人的得分相同，儿子胜的局数正好是父亲负的局数，由此列出另一个方程：

$8x - y = 2y - x$ 。所以可列出方程组：
$$\begin{cases} x + y = 24 \cdots \cdots (1) \\ 8x - y = 2y - x \cdots (2) \end{cases}$$

将(2)变形为 $y = 3x$ ，代入(1)，得 $x + 3x = 24$ ，解得 $x = 6$ ，所以 $y = 18$ 。

所以儿子胜了 6 局，父亲胜了 18 局。