



## 2-2-1 一元一次方程解法综合



### 教学目标

- 1、认识了解方程及方程命名
- 2、移项、系数、解方程、方程的解等名词的意思一定要让学生了解
- 3、运用等式性质解方程
- 4、会解简单的方程



### 知识点拨

#### 一、方程的起源

方程这个名词，最早见于我国古代算书《九章算术》。《九章算术》是在我国东汉初年编定的一部现有传本的、最古老的中国数学经典著作。书中收集了246个应用问题和其他问题的解法，分为九章，“方程”是其中的一章。在这一章里的所谓“方程”，是指一次方程和方程组。例如其中的第一个问题实际上就是求解三元一次方程组。

古代解方程的方法是利用算筹。我国古代数学家刘徽注释《九章算术》说，“程，课程也。二物者二程，三物者三程，皆如物数程之，并列为行，故谓之方程”这里所谓“如物数程之”，是指有几个未知数就必须列出几个等式。一次方程组各未知数的系数用算筹表示时好比方阵，所以叫做方程。

《九章算术》中解方程组的方法，不但是我国古代数学中的伟大成就，而且是世界数学史上一份非常宝贵的遗产。同学们也要好好学习数学，将来争取为数学研究做出新的贡献！

#### 二、方程的重要性

方程作为一个小学数学的重要工具，是小学向初中过渡的重点也是难点。渗透方程思想，让学生能用字母表示数字，解决一些比较抽象的数学关系，所以学好方能对于学生以后学习数论等较难专题有很大帮助。

#### 三、相关名词解释

- 1、**算式**：把数用运算符号与运算顺序符号连接起来是算式
- 2、**等式**：表示相等关系的式子
- 3、**方程**：含有未知数的等式
- 4、**方程命名**：未知数的个数代表元，未知数的次数： $n$ 元 $a$ 次方程就是含有 $n$ 个未知数，且含未知数项最高次数是 $a$ 的方程

例如：一元一次方程：含有一个未知数，并且未知数的指数是1的方程；

如： $x + 3 = 7$ ， $7q + 15 = 39$ ， $2 \times (22 + 4m) = 68$ ，...

一元一次方程的解：能使一元一次方程左右两边相等的未知数的值；

如： $x = 4$ 是方程 $x + 3 = 7$ 的解， $q = 3$ 是方程 $8q + 15 = 39$ 的解，...

- 5、**解方程**：求方程的解的过程叫解方程。所以我们做方程的题时要先写“解”字，表示求方程的解的过程开始，也就是开始“解方程”。

6、**方程的解**：能使方程左右两断相等的未知数的值叫方程的解

#### 四、解方程的步骤

1、**解方程的一般步骤是**：去分母、去括号、移项、合并同类项、化未知数系数为 1。

2、**移项变号**：根据等式的基本性质可以把方程的某一项从等号的一边移到另一边，但一定要注意改变原来的符号。我们常说“移项变号”。

3、**移项的目的**：是为了把含有  $x$  的未知项和数字项分别放在等号的两端，使“未知项=数字项”，从而求出方程的解。

#### 4、怎样检验方程的解的正确性？

判断一个数是不是方程的解，就要把这个数代入原方程，看方程两边结果是否相同。



### 例题精讲

#### 模块一、简单的一元一次方程

【例 1】解下列一元一次方程：(1)  $x + 3 = 8$ ；(2)  $8 - x = 3$ ；(3)  $x \div 3 = 9$ ；(4)  $3x = 9$ 。

【解析】(1)  $x + 3 = 8$

解： $x + 3 - 3 = 8 - 3$ （根据等式基本性质 1，方程两边同时减 3）

$$x = 8 - 3 \quad (\text{移项, 变号})$$

【点评】把方程左边（或右边）的项移到方程的右边（或左边），叫做移项。移项的目的是把未知项和已知项分别集中在等号的两边，移项的依据是等式基本性质 1。学生掌握熟练后，第一步可省略直接移项即可。移项最重要的是“变号”，我们可以形象地把等号看作“桥”，无论是未知项还是已知项，都要“过桥变号”，也就是“移项变号”。

(2)  $8 - x = 3$

解： $8 - x + x = 3 + x$ （根据等式基本性质 1，方程两边同时加  $x$ ）

$$8 = 3 + x \quad (\text{移项, 变号})$$

$$3 + x = 8$$

$$\begin{matrix} 3 + x \\ x = 5 \end{matrix} - 3 = 8 - 3 \quad (\text{根据等式基本性质 1, 方程两边同时减 3})$$

【点评】需要注意的是把“ $8 = 3 + x$ ”转换成“ $3 + x = 8$ ”是把等式两边互换位置，不是移项，不需要变号。

(3)  $x \div 3 = 9$

解： $x \div 3 \times 3 = 9 \times 3$ （根据等式基本性质 2，方程两边同时乘以 3）

$$\begin{matrix} x = 9 \times 3 \\ x = 27 \end{matrix}$$

(4)  $3x = 9$

解： $3x \div 3 = 9 \div 3$ （根据等式基本性质 2，方程两边同时除以 3）

$$\begin{matrix} x = 9 \div 3 \\ x = 3 \end{matrix}$$

【点评】化未知数系数为 1 时，千万不要只化未知项，漏作已知项。通常解方程时未知项在左边，已知项在右边。

【巩固】(1) 解方程： $x + 3 = 8$

解： $x + 3 = 8$

$$x+3-3=8-3 \text{ (两边同时-3)}$$

$$x=8-3$$

$$x=5$$

(2) 解方程:  $9-x=6$

解:  $9-x=6$

$$9-x+x=6+x \text{ (两边同时+x)}$$

$$9=6+x$$

$$9-6=6+x-6 \text{ (两边同时-6)}$$

$$9-6=x$$

$$3=x$$

$$x=3$$

(3) 解方程:  $3x=9$

解:  $3x=9$

$$3x\div 3=9\div 3 \text{ (两边同时}\div 3\text{)}$$

$$x=3$$

(4) 解方程  $x\div 4=2$

解:  $x\div 4=2$

$$x\div 4\times 4=2\times 4 \text{ (两边同时}\times 4\text{)}$$

$$x=8$$

**【例 2】** 解方程:  $4x+3=3x+8$

解:  $4x+3=3x+8$

$$4x-3x=8-3$$

$$x=5$$

**【巩固】** 解方程:  $13x+8=14x+2$

解:  $13x+8=14x+2$

$$8-2=14x-13x$$

$$6=x$$

**【例 3】** 解方程:  $4x-6=3x-1$

解:  $4x-6=3x-1$

$$4x+1=3x+6$$

$$4x-3x=6-1$$

$$x=5$$

**【巩固】** 解方程:  $12-4x=3x-2$

解:  $12-4x=3x-2$

$$12+2=3x+4x$$

$$14=7x$$

$$x=2$$

**【例 4】** 解下列一元一次方程: (1)  $4x+15=6x+3$ ; (2)  $12-3x=7x-18$ .

**【解析】** (1)  $4x + 15 = 6x + 3$

解:  $15 - 3 = 6x - 4x$

$$12 = 2x$$

$$x = 6$$

(2)  $12 - 3x = 7x - 18$

解:  $12 + 18 = 7x + 3x$

$$30 = 10x$$

$$x = 3$$

**【巩固】** 解下列一元一次方程: (1)  $20 + 4x = 32 - 2x$ ; (2)  $15 - 3x = 19 - 4x$ .

**【解析】** (1)  $20 + 4x = 32 - 2x$

解:  $4x + 2x = 32 - 20$

$$6x = 12$$

(2)  $15 - 3x = 19 - 4x$

解:  $4x - 3x = 19 - 15$

$$x = 4$$

$$x = 2$$

**【例 5】** 解方程:  $6(3+x)=18$

解:  $6(3+x)=18$

$$6 \times 3 + 6x = 18$$

$$6x = 18 - 18$$

$$x = 0$$

**【巩固】** 解方程:  $1 + 2(3-x) = x + 7$

解:  $1 + 2(3-x) = x + 7$

$$1 + 6 - 2x = x + 7$$

$$3x = 0$$

$$x = 0$$

**【巩固】** 解方程:  $2(x+3)=3(x+1)$

解:  $2(x+3)=3(x+1)$

$$2x + 2 \times 3 = 3x + 3 \times 1$$

$$2x + 6 = 3x + 3$$

$$6 - 3 = 3x - 2x$$

$$3 = x$$

$$x = 3$$

**【巩固】** 解方程  $3(2x-1) = 4(3-x)$

解: 去括号得

$$6x - 3 = 12 - 4x$$

等式两边同时加上  $4x$  得,  $4x + 6x - 3 = 12$

等式两边同时加上 3 得,  $4x + 6x = 12 + 3$

解得,

$$x = 1.5$$

**【例 6】** 解方程:  $12 - (3x-4) = x$

解:  $12 - (3x-4) = x$

$$12 - 3x + 4 = x$$

$$12 + 4 = x + 3x$$

$$16 = 4x$$

$$x = 4$$

**【巩固】** 解方程:  $15x + (30 - 6x) = 39$

$$\begin{aligned}
 \text{解: } 15x + (30 - 6x) &= 39 \\
 15x + 30 - 6x &= 39 \\
 15x - 6x &= 39 - 30 \\
 9x &= 9 \\
 x &= 1
 \end{aligned}$$

**【例 7】** 解方程:  $15 - 2(x - 3) = 3x$

$$\begin{aligned}
 \text{解: } 15 - 2(x - 3) &= 3x \\
 15 - (2x - 2 \times 3) &= 3x \\
 15 - 2x + 6 &= 3x \\
 15 + 6 &= 3x + 2x \\
 21 &= 5x \\
 x &= 4.8
 \end{aligned}$$

**【巩固】** 解方程:  $2 + 3(x - 26) = 92 - x$

$$\begin{aligned}
 \text{解: } 2 + 3(x - 26) &= 92 - x \\
 2 + (3 \times x - 3 \times 26) &= 92 - x \\
 2 + 3x - 78 &= 92 - x \\
 3x + x &= 92 + 78 - 2 \\
 4x &= 168 \\
 x &= 42
 \end{aligned}$$

**【巩固】** 解方程  $1 + 2(3 - x) = x + 7$

$$\begin{aligned}
 \text{解: } &\text{拆括号} \quad 1 + 6 - 2x = x + 7 \\
 &\text{移项、合并同类项} \quad 3x = 0 \\
 &\text{将系数化为 1} \quad x = 0
 \end{aligned}$$

**【巩固】** 解下列一元一次方程: (1)  $6(3 + x) = 24$ ; (2)  $18 - (3x - 6) = x$ .

**【分析】** (1)  $6(3 + x) = 24$

$$\text{解: } 18 + 6x = 24 \text{ (根据去括号法则)}$$

$$\begin{aligned}
 6x &= 24 - 18 \\
 6x &= 6 \\
 x &= 1
 \end{aligned}$$

**【点评】** 去括号法则: 去掉括号时, 括号前面的数要和括号里面的每一项相乘, 再把所得的积相加. 如果括号前面是 "+", 去掉括号, 括号里面的每一项都不变号; 如果括号前面是 "-", 去掉括号, 括号里面的每一项都要变号.

$$(2) \quad 18 - (3x - 6) = x$$

$$\text{解: } 18 - 3x + 6 = x$$

$$\begin{aligned}
 18 + 6 &= x + 3x \\
 24 &= 4x
 \end{aligned}$$

**【点评】** 注意括号前面是 "-", 去掉括号, 括号里面的每一项都要变号. 原来 "+" 变 "-", 原来 "-" 变 "+".

**【例 8】** 解方程:  $4(x+1)-3(x-1)=2x+3$

解:  $4(x+1)-3(x-1)=2x+3$   
 $(4x+4\times 1)-(3x-3\times 1)=2x+3$   
 $(4x+4)-(3x-3)=2x+3$   
 $4x+4-3x+3=2x+3$   
 $x+4+3=2x+3+3x$   
 $4+3-3=2x+3x-4x$   
 $4=x$   
 $x=4$

**【例 9】** 解方程  $13-2(2x-3)=5-(x-2)$

解: 去括号得  $13-4x+6=5-x+2$   
等式两边同时加上  $4x$  得,  $4x+6x-3=12$   
等式两边同时加上  $3$  得,  $4x+6x=12+3$   
解得,  $x=4$

**【巩固】** 解下列一元一次方程: (1)  $3x-2(2+x)=1$ ; (2)  $6x-(4-x)=17$ .

**【解析】** (1)  $3x-2(2+x)=1$  (2)  $6x-(4-x)=17$   
解:  $3x-4-2x=1$  解:  $6x-4+x=17$   
 $x=5$   $7x=17+4$   
 $7x=21$   
 $x=3$

**【巩固】** 解下列一元一次方程: (1)  $7x-(3x+2)=22$ ; (2)  $5x+5=10(x-3)$ .

**【解析】** (1)  $7x-3x-2=22$  (2)  $5x+5=10x-30$   
解:  $4x=22+2$  解:  $30+5=10x-5x$   
 $4x=24$   $5x=35$   
 $x=6$   $x=7$

## 模块二、含有分数的一元一次方程

**【例 10】** 解方程  $\frac{2}{5}x+40+(x-\frac{2}{5}x-40)\times\frac{2}{5}+56=x$

解:  $\frac{2}{5}x+40+(x-\frac{2}{5}x-40)\times\frac{2}{5}+56=x$   
合并同类项  $\frac{2}{5}x+40+(\frac{3}{5}x-40)\times\frac{2}{5}+56=x$   
去括号  $\frac{2}{5}x+40+\frac{6}{25}x-16+56=x$   
合并同类项  $\frac{16}{25}x+80=x$   
移项合并  $\frac{9}{25}x=80$

**【例 11】** 解下列一元一次方程: (1)  $(3x+16)\div 7+\frac{x}{2100}(2x+7)\div 3=2x+1$ ; (2)  $(5x+34)\div 2-3x=(9x+6)\div 8$

**【解析】** (1)  $(3x+16)\div 7+(2x+7)\div 3=2x+1$

解:  $3(3x+16)+7(2x+7)=21(2x+1)$  (方程两边同乘以 21)

$$(2) (5x + 34) \div 2 - 3x = \frac{23x + 97}{76} \div \frac{42x + 21}{19x}$$

解:  $4(5x + 34) - 24x = 9x + 46$  (方程两边同乘以 8)

$$20x + 136 = 9x + 46 + 24x \quad (= \text{不够减, 先移到右边})$$

$$130 = 13x \\ x = 10$$

**【例 12】** 解方程:  $\frac{2y-1}{4} = 1 - \frac{3-y}{8}$

解:  $\frac{2y-1}{4} = 1 - \frac{3-y}{8}$

去分母  $2(2y-1) = 8 - (3-y)$

去括号  $4y - 2 = 8 - 3 + y$

移项合并同类项  $3y = 7$

$$y = \frac{7}{3}$$

**【巩固】** 解方程  $\frac{x-100}{50} - 2 = \frac{x-100}{60} + 5$

解: 去分母  $6(x-100) - 600 = 5(x-100) + 1500$

去括号  $6x - 600 - 600 = 5x - 500 + 1500$

移项合并同类项  $x = 2200$

**【巩固】** 解方程  $\frac{2x+4}{2} = \frac{7x-6}{3}$

**【解析】** 方程两边同时乘以  $[2,3] = 6$ , 得  $3(2x+4) = 2(7x-6)$

去括号得,  $6x + 12 = 14x - 12$

等式两边同时减去  $6x$  得  $12 = 14x - 6x - 12$

等式两边同时加上 12 得  $12 + 12 = 14x - 6x$

解得  $x = 3$

**【例 13】** 解方程  $\frac{0.3x-0.6}{0.1} = \frac{0.03x+0.02}{0.02} - 1$

解:

$$\frac{0.3x-0.6}{0.1} = \frac{0.03x+0.02}{0.02} - 1$$

$$\cdot 0.1 \cdot \quad \cdot 0.02 \cdot$$

$$3x - 6 = 0.03x + 0.02 - 0.02$$

$$3x - 6 = 0.03x$$

$$3x - 0.03x = 6$$

$$2.97x = 6$$

$$x = \frac{6}{2.97}$$

**【例 14】** 解方程  $\frac{1+x}{7+x} = \frac{3}{5}$

解:  $\frac{1+x}{7+x} = \frac{3}{5}$

交叉相乘  $5(1+x) = 3(7+x)$

去括号  $5 + 5x = 21 + 3x$

移项合并同类项  $2x = 16$

$$x = 8$$

**【例 15】** 解方程  $(3x-2):(2x+3) = 4:7$

**【解析】** 根据比例性质得,  $7(3x-2) = 4(2x+3)$

去括号得,  $21x - 14 = 8x + 12$

等式两边同时减去 $8x$ 得,  $21x - 14 - 8x = 12$

等式两边同时加14得,  $21x - 8x = 12 + 14$

解得  $x = 2$

由 $3:4 = 6:8$ , 可以得到 $3 \times 8 = 4 \times 6$

因此由 $a:b = c:d$ 可以得到 $ad = bc$

**【巩固】** 解方程:  $(3x - 0.5):(4x + 3) = 4:9$

**【解析】** 解:  $9(3x - 0.5) = 4(4x + 3)$   
 $27x - 4.5 = 16x + 12$

$$11x = 16.5$$

$$x = 1.5$$

**【例 16】** 解方程  $\frac{3}{2x-7} + \frac{2}{5} = 1$

解:  $\frac{3}{2x-7} + \frac{2}{5} = 1$

移项合并同类项  $\frac{3}{2x-7} = \frac{3}{5}$

交叉相乘  $3(2x - 7) = 15$

去括号  $6x - 21 = 15$

$$6x = 36$$

$$x = 6$$