



## 2-2-1 一元一次方程解法综合



### 教学目标

- 1、认识了解方程及方程命名
- 2、移项、系数、解方程、方程的解等名词的意思一定要让学生了解
- 3、运用等式性质解方程
- 4、会解简单的方程



### 知识点拨

#### 一、方程的起源

方程这个名词，最早见于我国古代算书《九章算术》。《九章算术》是在我国东汉初年编定的一部现有传本的、最古老的中国数学经典著作。书中收集了246个应用问题和其他问题的解法，分为九章，“方程”是其中的一章。在这一章里的所谓“方程”，是指一次方程和方程组。例如其中的第一个问题实际上就是求解三元一次方程组。

古代解方程的方法是利用算筹。我国古代数学家刘徽注释《九章算术》说，“程，课程也。二物者二程，三物者三程，皆如物数程之，并列为行，故谓之方程”这里所谓“如物数程之”，是指有几个未知数就必须列出几个等式。一次方程组各未知数的系数用算筹表示时好比方阵，所以叫做方程。

《九章算术》中解方程组的方法，不但是我国古代数学中的伟大成就，而且是世界数学史上一份非常宝贵的遗产。同学们也要好好学习数学，将来争取为数学研究做出新的贡献！

#### 二、方程的重要性

方程作为一个小学数学的重要工具，是小学向初中过渡的重点也是难点。渗透方程思想，让学生能用字母表示数字，解决一些比较抽象的数学关系，所以学好方能对于学生以后学习数论等较难专题有很大帮助。

#### 三、相关名词解释

- 1、**算式**：把数用运算符号与运算顺序符号连接起来是算式
- 2、**等式**：表示相等关系的式子
- 3、**方程**：含有未知数的等式
- 4、**方程命名**：未知数的个数代表元，未知数的次数： $n$ 元 $a$ 次方程就是含有 $n$ 个未知数，且含未知数项最高次数是 $a$ 的方程

例如：一元一次方程：含有一个未知数，并且未知数的指数是1的方程；

如： $x + 3 = 7$ ， $7q + 15 = 39$ ， $2 \times (22 + 4m) = 68$ ，...

一元一次方程的解：能使一元一次方程左右两边相等的未知数的值；

如： $x = 4$ 是方程 $x + 3 = 7$ 的解， $q = 3$ 是方程 $8q + 15 = 39$ 的解，...

- 5、**解方程**：求方程的解的过程叫解方程。所以我们做方程的题时要先写“解”字，表示求方程的解的过

程开始，也就是开始“解方程”。

**6、方程的解：**能使方程左右两断相等的未知数的值叫方程的解

#### 四、解方程的步骤

**1、解方程的一般步骤是：**去分母、去括号、移项、合并同类项、化未知数系数为 1。

**2、移项变号：**根据等式的基本性质可以把方程的某一项从等号的一边移到另一边，但一定要注意改变原来的符号。我们常说“移项变号”。

**3、移项的目的：**是为了把含有  $x$  的未知项和数字项分别放在等号的两端，使“未知项=数字项”，从而求出方程的解。

**4、怎样检验方程的解的正确性？**

判断一个数是不是方程的解，就要把这个数代入原方程，看方程两边结果是否相同。



### 例题精讲

#### 模块一、简单的一元一次方程

**【例 1】** 解下列一元一次方程：(1)  $x + 3 = 8$ ；(2)  $8 - x = 3$ ；(3)  $x \div 3 = 9$ ；(4)  $3x = 9$ 。

**【解析】** (1)  $x + 3 = 8$

解： $x + 3 - 3 = 8 - 3$ （根据等式基本性质 1，方程两边同时减 3）

$x = 5$ （移项，变号）

$x = 5$

**【点评】** 把方程左边（或右边）的项移到方程的右边（或左边），叫做移项。移项的目的是把未知项和已知项分别集中在等号的两边，移项的依据是等式基本性质 1。学生掌握熟练后，第一步可省略直接移项即可。移项最重要的是“变号”，我们可以形象地把等号看作“桥”，无论是未知项还是已知项，都要“过桥变号”，也就是“移项变号”。

(2)  $8 - x = 3$

解： $8 - x + x = 3 + x$ （根据等式基本性质 1，方程两边同时加  $x$ ）

$8 = 3 + x$ （移项，变号）

$3 + x = 8$

$x = 5$ （根据等式基本性质 1，方程两边同时减 3）

$x = 5$

**【点评】** 需要注意的是把“ $8 = 3 + x$ ”转换成“ $3 + x = 8$ ”是把等式两边互换位置，不是移项，不需要变号。

(3)  $x \div 3 = 9$

解： $x \div 3 \times 3 = 9 \times 3$ （根据等式基本性质 2，方程两边同时乘以 3）

$x = 27$

$x = 27$

(4)  $3x = 9$

解： $3x \div 3 = 9 \div 3$ （根据等式基本性质 2，方程两边同时除以 3）

$x = 3$

$x = 3$

**【点评】** 化未知数系数为 1 时，千万不要只化未知项，漏作已知项。通常解方程时未知项在左边，已知项在右边。

**【巩固】** (1) 解方程:  $x+3=8$

解:  $x+3=8$   
 $x+3-3=8-3$  (两边同时-3)  
 $x=8-3$   
 $x=5$

(2) 解方程:  $9-x=6$

解:  $9-x=6$   
 $9-x+x=6+x$  (两边同时+x)  
 $9=6+x$   
 $9-6=6+x-6$  (两边同时-6)  
 $9-6=x$   
 $3=x$   
 $x=3$

(3) 解方程:  $3x=9$

解:  $3x=9$   
 $3x\div 3=9\div 3$  (两边同时 $\div 3$ )  
 $x=3$

(4) 解方程  $x\div 4=2$

解:  $x\div 4=2$   
 $x\div 4\times 4=2\times 4$  (两边同时 $\times 4$ )  
 $x=8$

**【例 2】** 解方程:  $4x+3=3x+8$

解:  $4x+3=3x+8$   
 $4x-3x=8-3$   
 $x=5$

**【巩固】** 解方程:  $13x+8=14x+2$

解:  $13x+8=14x+2$   
 $8-2=14x-13x$   
 $6=x$

**【例 3】** 解方程:  $4x-6=3x-1$

解:  $4x-6=3x-1$   
 $4x+1=3x+6$   
 $4x-3x=6-1$   
 $x=5$

**【巩固】** 解方程:  $12-4x=3x-2$

解:  $12-4x=3x-2$   
 $12+2=3x+4x$   
 $14=7x$

$$x = 2$$

**【例 4】** 解下列一元一次方程：(1)  $4x + 15 = 6x + 3$ ；(2)  $12 - 3x = 7x - 18$ .

**【解析】** (1)  $4x + 15 = 6x + 3$

$$\text{解： } 15 - 3 = 6x - 4x$$

$$\begin{array}{r} 15 - 3 \\ \hline \end{array} = 6x - 4x$$

(2)  $12 - 3x = 7x - 18$

$$\text{解： } 12 + 18 = 7x + 3x$$

$$\begin{array}{r} 30 = 10x \\ \hline x = 3 \end{array}$$

**【巩固】** 解下列一元一次方程：(1)  $20 + 4x = 32 - 2x$ ；(2)  $15 - 3x = 19 - 4x$ .

**【解析】** (1)  $20 + 4x = 32 - 2x$

$$\text{解： } 4x + 2x = 32 - 20$$

$$\begin{array}{r} 6x = 12 \\ \hline x = 2 \end{array}$$

(2)  $15 - 3x = 19 - 4x$

$$\text{解： } 4x - 3x = 19 - 15$$

$$x = 4$$

**【例 5】** 解方程：  $6(3+x) = 18$

$$\text{解： } 6(3+x) = 18$$

$$6 \times 3 + 6x = 18$$

$$6x = 18 - 18$$

$$x = 0$$

**【巩固】** 解方程：  $1 + 2(3-x) = x + 7$

$$\text{解： } 1 + 2(3-x) = x + 7$$

$$\begin{array}{r} 1 + 6 - 2x = x + 7 \\ \hline 3x = 0 \\ \hline x = 0 \end{array}$$

**【巩固】** 解方程：  $2(x+3) = 3(x+1)$

$$\text{解： } 2(x+3) = 3(x+1)$$

$$2x + 2 \times 3 = 3x + 3 \times 1$$

$$2x + 6 = 3x + 3$$

$$6 - 3 = 3x - 2x$$

$$3 = x$$

$$x = 3$$

**【巩固】** 解方程  $3(2x-1) = 4(3-x)$

$$\text{解： } \text{去括号得} \quad 6x - 3 = 12 - 4x$$

$$\text{等式两边同时加上 } 4x \text{ 得, } 4x + 6x - 3 = 12$$

$$\text{等式两边同时加上 } 3 \text{ 得, } 4x + 6x = 12 + 3$$

$$\text{解得, } x = 1.5$$

**【例 6】** 解方程：  $12 - (3x-4) = x$

$$\text{解： } 12 - (3x-4) = x$$

$$12 - 3x + 4 = x$$

$$12 + 4 = x + 3x$$

$$16 = 4x$$

$$x = 4$$

【巩固】解方程： $15x + (30 - 6x) = 39$

解： $15x + (30 - 6x) = 39$

$$15x + 30 - 6x = 39$$

$$15x - 6x = 39 - 30$$

$$9x = 9$$

$$x = 1$$

【例 7】解方程： $15 - 2(x - 3) = 3x$

解： $15 - 2(x - 3) = 3x$

$$15 - (2x - 2 \times 3) = 3x$$

$$15 - 2x + 6 = 3x$$

$$15 + 6 = 3x + 2x$$

$$21 = 5x$$

$$x = 4.8$$

【巩固】解方程： $2 + 3(x - 26) = 92 - x$

解： $2 + 3(x - 26) = 92 - x$

$$2 + (3 \times x - 3 \times 26) = 92 - x$$

$$2 + 3x - 78 = 92 - x$$

$$3x + x = 92 + 78 - 2$$

$$4x = 168$$

$$x = 42$$

【巩固】解方程  $1 + 2(3 - x) = x + 7$

解：拆括号  $1 + 6 - 2x = x + 7$

移项、合并同类项  $3x = 0$

将系数化为 1  $x = 0$

【巩固】解下列一元一次方程：(1)  $6(3 + x) = 24$ ; (2)  $18 - (3x - 6) = x$ .

【分析】(1)  $6(3 + x) = 24$

解： $18 + 6x = 24$  (根据去括号法则)

$$6x = 24 - 18$$

$$6x = 6$$

$$x = 1$$

【点评】去括号法则：去掉括号时，括号前面的数要和括号里面的每一项相乘，再把所得的积相加。如果括号前面是“+”，去掉括号，括号里面的每一项都不变号；如果括号前面是“-”，去掉括号，括

号里面的每一项都要变号.

$$(2) 18 - (3x - 6) = x$$

$$\text{解: } 18 - 3x + 6 = x$$

$$18 + 6 = x + 3x$$

$$24 = 4x$$

$$x = 6$$

**【点评】** 注意括号前面是“-”，去掉括号，括号里面的每一项都要变号. 原来“+”变“-”，原来“-”变“+”.

**【例 8】** 解方程:  $4(x+1) - 3(x-1) = 2x+3$

$$\text{解: } 4(x+1) - 3(x-1) = 2x+3$$

$$(4x+4 \times 1) - (3x-3 \times 1) = 2x+3$$

$$(4x+4) - (3x-3) = 2x+3$$

$$4x+4-3x+3 = 2x+3$$

$$x+4+3 = 2x+3+3x$$

$$4+3-3 = 2x+3x-4x$$

$$4 = x$$

$$x = 4$$

**【例 9】** 解方程  $13 - 2(2x - 3) = 5 - (x - 2)$

$$\text{解: } \text{去括号得} \quad 13 - 4x + 6 = 5 - x + 2$$

$$\text{等式两边同时加上 } 4x \text{ 得, } 4x + 6x - 3 = 12$$

$$\text{等式两边同时加上 } 3 \text{ 得, } 4x + 6x = 12 + 3$$

$$\text{解得, } x = 4$$

**【巩固】** 解下列一元一次方程: (1)  $3x - 2(2+x) = 1$ ; (2)  $6x - (4-x) = 17$ .

**【解析】** (1)  $3x - 2(2+x) = 1$

(2)  $6x - (4-x) = 17$

$$\text{解: } 3x - 4 - 2x = 1$$

$$\text{解: } 6x - 4 + x = 17$$

$$x = 5$$

$$7x = 17 + 4$$

$$7x = 21$$

$$x = 3$$

**【巩固】** 解下列一元一次方程: (1)  $7x - (3x+2) = 22$ ; (2)  $5x+5 = 10(x-3)$ .

**【解析】** (1)  $7x - 3x - 2 = 22$

(2)  $5x+5 = 10x-30$

$$\text{解: } 4x = 22 + 2$$

$$\text{解: } 30 + 5 = 10x - 5x$$

$$4x = 24$$

$$5x = 35$$

$$x = 6$$

$$x = 7$$

## 模块二、含有分数的一元一次方程

**【例 10】** 解方程  $\frac{2}{5}x + 40 + (x - \frac{2}{5}x - 40) \times \frac{2}{5} + 56 = x$

解:  $\frac{2}{5}x + 40 + (x - \frac{2}{5}x - 40) \times \frac{2}{5} + 56 = x$

合并同类项  $\frac{2}{5}x + 40 + (\frac{3}{5}x - 40) \times \frac{2}{5} + 56 = x$

去括号  $\frac{2}{5}x + 40 + \frac{6}{25}x - 16 + 56 = x$

合并同类项  $\frac{16}{25}x + 80 = x$

移项合并  $\frac{9}{25}x = 80$

**【例 11】** 解下列一元一次方程: (1)  $(3x + 16) \div 7 + (2x + 7) \div 3 = 2x + 1$ ; (2)  
 $(5x + 34) \div 2 - 3x = (9x + 6) \div 8$

**【解析】** (1)  $(3x + 16) \div 7 + (2x + 7) \div 3 = 2x + 1$

解:  $3(3x + 16) + 7(2x + 7) = 21(2x + 1)$  (方程两边同乘以 21)

(2)  $(5x + 34) \div 2 - 3x = (9x + 6) \div 8$

解:  $4(5x + 34) - 24x = 9x + 6$  (方程两边同乘以 8)

$20x + 136 - 24x = 9x + 6$  (不够减, 先移到右边)

$136 - 13x = 9x + 6$

$x = 10$

**【例 12】** 解方程:  $\frac{2y-1}{4} = 1 - \frac{3-y}{8}$

解:  $\frac{2y-1}{4} = 1 - \frac{3-y}{8}$

去分母  $2(2y - 1) = 8 - (3 - y)$

去括号  $4y - 2 = 8 - 3 + y$

移项合并同类项  $3y = 7$

$y = \frac{7}{3}$

**【巩固】** 解方程  $\frac{x-100}{50} - 2 = \frac{x-100}{60} + 5$

解：去分母  $6(x-100) - 600 = 5(x-100) + 1500$

去括号  $6x - 600 - 600 = 5x - 500 + 1500$

移项合并同类项  $x = 2200$

【巩固】解方程  $\frac{2x+4}{2} = \frac{7x-6}{3}$

【解析】方程两边同时乘以  $[2,3] = 6$ ，得  $3(2x+4) = 2(7x-6)$

去括号得， $6x + 12 = 14x - 12$

等式两边同时减去  $6x$  得  $12 = 14x - 6x - 12$

等式两边同时加上  $12$  得  $12 + 12 = 14x - 6x$

解得  $x = 3$

【例 13】解方程  $\frac{0.3x-0.6}{0.1} = \frac{0.03x+0.02}{0.02} - 1$

解：

$$\begin{aligned} 3x - 6 &= 1.5x - 1 - 1 \\ 1.5x &= 6 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

【例 14】解方程  $\frac{1+x}{7+x} = \frac{3}{5}$

解：  $\frac{1+x}{7+x} = \frac{3}{5}$

交叉相乘  $5(1+x) = 3(7+x)$

去括号  $5 + 5x = 21 + 3x$

移项合并同类项  $2x = 16$   
 $x = 8$

【例 15】解方程  $(3x-2):(2x+3) = 4:7$

【解析】根据比例性质得， $7(3x-2) = 4(2x+3)$

去括号得， $21x - 14 = 8x + 12$

等式两边同时减去  $8x$  得， $21x - 14 - 8x = 12$

等式两边同时加  $14$  得， $21x - 8x = 12 + 14$

解得  $x = 2$

由  $3:4 = 6:8$ ，可以得到  $3 \times 8 = 4 \times 6$

因此由  $a:b = c:d$  可以得到  $ad = bc$

【巩固】解方程  $(3x-0.5):(4x+3) = 4:9$

【解析】解：  $9(3x-0.5) = 4(4x+3)$

$$27x - 4.5 = 16x + 12$$

$$\begin{aligned} 11x &= 16.5 \\ x &= 1.5 \end{aligned}$$



**【例 16】** 解方程  $\frac{3}{2x-7} + \frac{2}{5} = 1$

解:  $\frac{3}{2x-7} + \frac{2}{5} = 1$

移项合并同类项  $\frac{3}{2x-7} = \frac{3}{5}$

交叉相乘  $3(2x-7) = 15$

去括号  $6x - 21 = 15$

$$6x = 36$$

$$x = 6$$