



南通大學
NANTONG UNIVERSITY

南通大学电气工程学院

数字逻辑电路

主讲老师：林 纯



逻辑函数的卡诺图化简法

本节主要内容

▶ 用卡诺图表示逻辑函数

▶ 用卡诺图化简逻辑函数



用卡诺图表示逻辑函数

卡诺图:是与变量的最小项对应的按一定规则排列的方格图, 每一小方格对应一个最小项的有或无。

在卡诺图的行和列分别标出变量及其状态。

A	B	
	0	1
0	$\overline{A} \overline{B}$	$\overline{A} B$
1	$A \overline{B}$	$A B$

二变量卡诺图

A	BC			
	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

三变量卡诺图

二进制数对应的十进制数编号



用卡诺图表示逻辑函数

任意两个相邻最小项之间只有一个变量改变

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	m_0	m_1	m_3	m_2
	01	m_4	m_5	m_7	m_6
	11	m_{12}	m_{12}	m_{15}	m_{14}
	10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

四变量

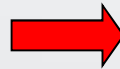


用卡诺图表示逻辑函数

例

根据状态表画出卡诺图

	A	B	C	Y
0	0	0	0	0
	0	0	1	0
	0	1	0	0
	0	1	1	1
	1	0	0	0
	1	0	1	1
	1	1	0	1
	1	1	1	1



A \ BC	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

将输出变量为“1”的填入对应的小方格,为“0”的可填可不填。




用卡诺图表示逻辑函数

例

根据逻辑式画出卡诺图

$$Y = \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC$$



BC \ A	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

将逻辑式中的最小项分别用“1”填入对应的小方格。如果逻辑式中最小项不全，可不填。



用卡诺图化简逻辑函数

步骤

1. 卡诺图
2. 画卡诺圈合并最小项
3. 写出最简“与或”逻辑式

例

$$Y = \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC\overline{C} + ABC$$

解：① 用卡诺图表示并化简

A \ BC	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

注意：1、将取值为“1”的相邻小方格圈成卡诺圈；

2、圈内取值为“1”的相邻小方格的个数应为 2^n ，($n=0,1,2,\dots$)



用卡诺图化简逻辑函数

解：

A \ BC	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

③写出简化逻辑式

$$Y = BC + AC + AB$$

②合并最小项

三个圈最小项分别为：

$$\overline{A}BC + ABC = BC$$

$$A\overline{B}C + ABC = AC$$

$$ABC + AB\overline{C} = AB$$



用卡诺图化简逻辑函数



例

$$Y = \overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} \overline{B} C + \overline{A} B C + A \overline{B} \overline{C}$$

解：

A \ BC	00	01	11	10
0	1	1	1	
1	1			

Diagram annotations: A red oval groups the '1's in the first column (BC=00) for A=0 and A=1. A dashed green oval groups the '1's in the first two columns (BC=00 and 01) for A=0. A solid green oval groups the '1's in the first two columns (BC=00 and 01) for A=1. A yellow box with the text "多余" (Redundant) is placed over the empty cell at A=1, BC=11.

写出简化逻辑式

$$Y = \overline{B} \overline{C} + \overline{A} C$$





用卡诺图化简逻辑函数

例

$$Y = \overline{A} + \overline{A} \overline{B} + \underline{BC\overline{D}} + \underline{B\overline{D}}$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	1			1
10				

含A均填“1”

注意：

1. 每个“圈”要最大
2. 每个“圈”至少要包含一个未被圈过的最小项
3. 圈的个数应最少

写出简化逻辑式

$$Y = \overline{A} + B\overline{D}$$



用卡诺图化简逻辑函数

化简的步骤：

- a. 将逻辑函数按最小项表达式填卡诺图，凡式中包含了的最小项，其对应方格填1，其余方格填0。
- b. 合并最小项，即将相邻的1方格圈入卡诺圈内，每一组含 2^n 个方格，对应每个卡诺圈写成一个新的乘积项。
- c. 将所有卡诺圈对应的乘积项相加。



用卡诺图化简逻辑函数

具有无关项的逻辑函数该如何化简？

什么叫无关项？在真值表内对应于变量的某些取值下，函数的值可以是任意的；或者这些变量的取值根本不会出现，这些变量取值所对应的最小项称为无关项或任意项。

含无关项怎么处理？化简时，其值可以根据使表达式最简的需要取0或取1。
在卡诺图中用“X”表示。



用卡诺图化简逻辑函数

例

要求设计一个逻辑电路，能够判断一位十进制数是奇数还是偶数，当十进制数为奇数时，电路输出为1，当十进制数为偶数时，电路输出为0。

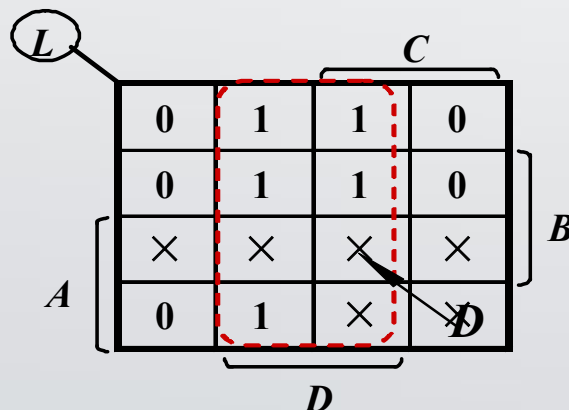
解:

(1)列出真值表

(2)画出卡诺图

(3)卡诺图化简

$$L = D$$



ABCD	L
0000	0
0001	1
0010	0
0011	1
0100	0
0101	1
0110	0
0111	1
1000	0
1001	1
1010	×
1011	×
1100	×
1101	×
1110	×
1111	×

小结：

- 卡诺图的定义；
- 卡诺图表示逻辑函数和化简逻辑函数的方法；
- 用卡诺图化简简单直观，在变量数不多的情况下可以很方便地得到最简表达式，是广为传用的化简方法。

