南通大學

NANTONG UNIVERSITY

南通大学电气工程学院

数字逻辑电路

主讲老师：王亚芳

数　制

本节主要内容

- 几种常用的数制
- 不同数制之间的相互转换

学习完本节，你能

- 理解数制、基数、位权等基本概念
- 掌握R进制数的组成及进位规则
- 掌握不同数制之间相互转换的方法

数 制

数制:多位数码中的每一位数的构成及低位向高位进位的规则

- 数 制
  - 十进制数
  - 二进制数
  - 八进制数
  - 十六进制数

十进制数

十进制

- 以10为基数的计数体制
- 采用0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9十个数码，其进位的规则是“逢十进一”

$4587.29=4\times10^{3}+5\times10^{2}+8\times10^{1}+7\times10^{0}+2\times10^{-1}+9\times10^{-2}$

一般表达式:

系数　　位权

$$(N)_D=\sum_{i=-\infty}^{\infty}K_i\times10^{i}$$

各位的权都是10的幂。

十进制数

R进制

- 以R为基数的计数体制
- 0~R-1个数码，其进位的规则是“逢R进一”

一般表达式:

系数　　位权

$$(N)_R = \sum_{i=-\infty}^{\infty} K_i \times R^i$$

各位的权都是R的幂。

二进制数

二进制

- 以2为基数的计数体制
- 采用0, 1两个数码，其进位的规则是“逢二进一”

如：$1+1= \quad 10 \quad = 1\times 2^1 \quad + 0\times 2^0$

二进制数的一般表达式为:

$$(N)_B = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \underbrace{K_i}_{\text{系数}} \times \underbrace{2^i}_{\text{位权}}$$

各位的权都是2的幂。

二 进 制 数

二进制的优点

- 易于电路表达---0、1两个值，可以用管子的导通或截止，灯泡的亮或灭、继电器触点的闭合或断开来表示。
- 二进制数字装置所用元件少，电路简单、可靠 。
- 基本运算规则简单，运算操作方便。

八进制数

八进制

- 以8为基数的计数体制
- 采用0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7八个数码，其进位的规则是“逢八进一”

八进制数的一般表达式为:

$$(N)_O = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \underbrace{K_i}_{\text{系数}} \times \underbrace{8^i}_{\text{位权}}$$

各位的权都是8的幂。

十 六 进 制 数

十六进制

- 以16为基数的计数体制
- 采用0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 , A、B、C、D、E、F十六个数码，其进位的规则是“逢十六进一”

十六进制数的一般表达式为:

系数　　位权

$$(N)_{\mathrm{H}} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} K_i \times 16^i$$

各位的权都是16的幂。

十六进制数

十六进制的优点

- 与二进制之间的转换容易；
- 计数容量较其它进制都大。假如同样采用四位数码，

二进制最多可计至$(1111)_B = (15)_D$；

八进制可计至 $(7777)_O = (2800)_D$；

十进制可计至 $(9999)_D$；

十六进制可计至 $(FFFF)_H = (65535)_D$，即64k。其容量最大。

数制

各种不同进制数的特点对照表

数制	基数	数码	计数规则	一般表达式
十进制	10	0~9	逢十进一	$(N)_D=\sum_{i=-\infty}^{\infty}K_i\times10^i$
二进制	2	0~1	逢二进一	$(N)_B=\sum_{i=-\infty}^{\infty}K_i\times2^i$
八进制	8	0~7	逢八进一	$(N)_O=\sum_{i=-\infty}^{\infty}K_i\times8^i$
十六进制	16	0~9、A~F	逢十六进一	$(N)_H=\sum_{i=-\infty}^{\infty}K_i\times16^i$
R进制	R	0~(R-1)	逢R进一	$(N)_R=\sum_{i=-\infty}^{\infty}K_i\times R^i$

数 制 转 换

1、二-十进制之间的转换

◆ 二进制数 ⟶ 十进制数

➢ “按权展开”法　将每个数码与相应位置上的权相乘，然后再求和

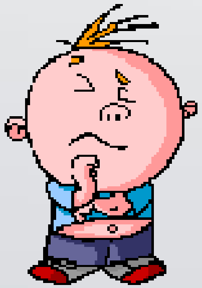
例

$$(110101.01)_2 = 1\times2^5+1\times2^4+0\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0 + 0\times2^{-1}+1\times2^{-2} = (53.25)_D$$

数 制 转 换

1、二-十进制之间的转换

◆ 十进制数 ⟶ 二进制数



如何将十进制数转换为二进制数呢？

十进制数转换成二进制数：$\begin{cases}\text{整数部分}\\\text{小数部分}\end{cases}$

数制转换

十进制整数的转换:

“辗转相除”法

- 将十进制整数除以2，取其余数；
- 所得到的商再除以2，再取其余数；
- 如此重复，直到商为零；
- 所得余数由低位到高位排列，构成转换结果对应位的数码。

数 制 转 换

"辗转相除"法

例 将十进制数$(27)_D$转换为二进制数。

$$
\begin{array}{r|l}
2 & 27 \\ \hline
2 & 13 \\ \hline
2 & 6 \\ \hline
2 & 3 \\ \hline
2 & 1 \\ \hline
 & 0
\end{array}
$$

………………… 余数 1 (b_0)

………………… 余数 1 (b_1)

………………… 余数 0 (b_2)

………………… 余数 1 (b_3)

………………… 余数 1 (b_4)

$(27)_D = (b_4 b_3 b_2 b_1 b_0) = (11011)_B$

数制转换

当十进制数较大时，有什么方法使转换过程简化?

"加权求和" 法

确定一组二进制权使他们的和等于已知的十进制数。

表1 2^n与十进制数的对应关系

2^n	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	……
十进制数	1	2	4	8	16	32	64	128	256	……

数制转换

“加权求和”法

例 将十进制数$(133)_D$转换为二进制数。

$133=128+4+1$

$=1\times2^7+0\times2^6+0\times2^5+0\times2^4+0\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0$

$=(10000101)_B$

数 制 转 换

◆ 十进制小数的转换:

➢ “加权求和”法

表2 2^{-n}与十进制数的对应关系

2^{-n}	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}	……
十进制数	0.5	0.25	0.125	0.0625	0.03125	0.015625	……

数制转换

例

将十进制数$(0.6875)_D$转换为二进制数。

$$0.6875=0.5+0.125+0.0625$$

$$=1\times2^{-1}+0\times2^{-2}+1\times2^{-3}+1\times2^{-4}$$

$$=(0.1011)_B$$

数制转换

◆ 十进制小数的转换:

"乘2取整"法

- 将十进制小数乘以2，取其整数；
- 剩余的小数再乘以2，再取其整数；
- 如此重复，直到小数部分为0或小数部分的位数满足误差要求进行"四舍五入"为止；
- 所得整数由高位到低位排列，构成转换结果对应位的数码。

数制转换

➢ “乘2取整”法

例 将十进制小数$(0.34)_D$转换成二进制数，要求其误差不大于2^{-8}。

$$0.34\times2=\boxed{0}.68 \qquad b_{-1}=\boxed{0}$$
$$0.68\times2=\boxed{1}.36 \qquad b_{-2}=\boxed{1}$$
$$0.36\times2=\boxed{0}.72 \qquad b_{-3}=\boxed{0}$$
$$0.72\times2=\boxed{1}.44 \qquad b_{-4}=\boxed{1}$$

$$0.44\times2=\boxed{0}.88 \qquad b_{-5}=\boxed{0}$$
$$0.88\times2=\boxed{1}.76 \qquad b_{-6}=\boxed{1}$$
$$0.76\times2=\boxed{1}.52 \qquad b_{-7}=\boxed{1}$$
$$0.52\times2=\boxed{1}.04 \qquad b_{-8}=\boxed{1}$$

所以 $$(0.34)_D=(0.01010111)_B$$

数 制 转 换

2、二-十六进制之间的转换

◆ 二进制数 → 十六进制数

"分组转换"法

- 以二进制数的小数点为基准，对于整数部分，从右到左，每4位一组；
- 对于小数部分，从左到右，每4位也分成一组；
- 不足4位的以0补足；
- 每组数以一位十六进制数代替。

数制转换

➢ “分组转换”法

例 将二进制数$(11011.01011)_B$转换成十六进制数。

$$(0001\ \ 1011\ .\ 0101\ \ 1000)_B$$

$$\downarrow\qquad\downarrow\qquad\downarrow\qquad\downarrow$$

$$(\ 1\qquad B\ .\ 5\qquad 8\ )_H$$

$$(11011.01011)_B = (1B.58)_H$$

数制转换

2、二-十六进制之间的转换

◆ 十六进制数 ⟶ 二进制数

将每位16进制数展开成四位二进制数，排列顺序不变即可。

例

$$(BEEF)_H = (1011\,1110\,1110\,1111)_B$$

数制转换

3、二-八进制之间的转换

二进制数和八进制数之间如何转换呢？

（自学）

4、十六-十进制之间的转换

- ◆ 十六进制数 ⟶ 十进制数

➢ “按权展开”法　将每个数码与相应位置上的权相乘，然后再求和

例

$$(A6.C)_H = 10\times16^1 + 6\times16^0 + 12\times16^{-1}$$
$$= (166.75)_D$$

数 制 转 换

4、十六-十进制之间的转换

- 十进制数 ⟶ 十六进制数
  - 十进制数 ⟶ 二进制数 ⟶ 十六进制数
  - 十进制数 ⟶ 十六进制数（基数16）
    - 整数部分
    - 小数部分

例

将十进制整数$(127)_D$转换为十六进制数。

$$
\begin{array}{r|l}
16 & 127 \\ \hline
16 & \ \ 7 \\ \hline
 & \ \ 0
\end{array}
$$

………………… 余数 F (h_0)

………………… 余数 7 (h_1)

$(127)_D = (h_1 h_0) = (7F)_H$

数制转换

例

将十进制小数$(0.34)_D$转换为十六进制数。

$$0.34\times16=\boxed{5}.44 \qquad h_{-1}=\boxed{5}$$

$$0.44\times16=\boxed{7}.04 \qquad h_{-2}=\boxed{7}$$

$$(0.34)_D=(0.57)_H$$

数 制 转 换

5、八-十进制之间的转换

八进制数和十进制数之间如何转换呢？

（自学）

小结：

- 常用的数制有十进制、二进制、八进制、十六进制等；
- 任意R进制的表达式为：

$$(N)_R = \sum_{i=-\infty}^{\infty} K_i \times R^i$$

- 不同进制的数可以相互转换。

谢谢观看