

MVDR 自适应波束形成的一种智能算法

孙荣光, 马 鑫, 王易川

(海军潜艇学院, 山东青岛 266071)

摘要: 最小方差无失真响应(MVDR)自适应波束形成方法在声纳阵列信号处理中得到了广泛的应用。当存在强干扰时, 传统的 MVDR 算法的稳定性较差, 在有限次快拍数条件下, 会带来一定的信噪比损失。将粒子群优化算法(PSO)引入 MVDR 的求解过程, 提出了一种 MVDR 的数值实现方法。该方法在保持信号能量不变、干扰和噪声能量最小的约束条件下, 利用粒子群优化算法通过数值搜索的方法获得 MVDR 的最优权向量。在小快拍数条件下, 较一般的 MVDR 具有更好的抑制干扰能力。计算机仿真结果验证了该方法的有效性。

关键词: 阵列信号处理; DOA 估计; 粒子群算法

中图分类号: TP391.9

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2010)-03-0340-04

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2010.03.022

An intelligent algorithm of MVDR adaptive beamforming

SUN Rong-guang, MA Xin, WANG Yi-chuan

(The Navy Submarine Academy, Qingdao 266071, Shandong, China)

Abstract: MVDR(Minimum Variance Distortionless Response) adaptive beamforming method is widely used in sonar array signal processing. The conventional method has poor performance and low SNR gain in the condition of limited snapshots or strong interference signal existing. A numerical realization method of MVDR is proposed in this paper. The proposed algorithm is realized via numerical search by particle swarm optimization method which maintain the signal and minimize the power of noise and interference in the constrain condition. Compared to conventional MVDR beamforming algorithm, the proposed algorithm has better performance in suppressing the interference and noise when the snapshots are limited, which is confirmed by computer simulations.

Key words: array signal processing; DOA estimation; particle swarm optimization algorithm

1 引言

最小方差无失真响应(Minimum Variance Distortionless Response, MVDR)自适应波束形成器在保持信号不变的约束下使噪声输出功率最小, 具有良好的弱信号检测和高分辨力性能, 近年来在声纳、雷达和通讯等领域得到越来越广泛的应用。对于宽带被动测向声纳, 通常 MVDR 的最优解都是通过解析方法直接求解带约束条件的代价函数获得^[1,2], 需要对阵列协方差矩阵求逆, 因此不可避免地带来两个问题: (1) 在强干扰存在的情况下, 容易产生病态解^[3]; (2) 在有限次快拍条件下, 协方差矩阵估计存在误差, 带来一定的信噪比损失^[4]。协方差矩阵对角加载^[4]和零点展宽^[5]的方法在小快拍数条件下可以获得稳定的优化解, 但对角加载和零点展宽方法都需要对协方差矩阵进行噪声加载处理, 付出

的代价是阵增益减少且主瓣变宽。

针对 MVDR 解析方法存在的两个问题, 本文通过在复权向量空间进行数值搜索的方法, 利用数值优化算法确定一组最优权向量, 使信号能量保持不变, 噪声和干扰能量最小, 该方法称为 NMVDR (Numerical MVDR), 可望改善 MVDR 性能。

2 NMVDR 原理

2.1 NMVDR 基本思想

MVDR 在噪声(包括干扰)与信号不相关的假设下, 其解析最优解为:

$$W_{opt} = \frac{R_x^{-1} A(\theta)^*}{A(\theta)^H R_x^{-1} A(\theta)} \quad (1)$$

式(1)中, θ 为波束扫描方向, $A(\theta)$ 为导向矢量, R_x 为样本协方差矩阵。 R_x 可写作:

$$R_x = \sum_{m=1}^M \frac{1}{\lambda_m} q_m q_m^H \quad (2)$$

其中, M 为阵元数, λ_m 、 q_m 为 R_x 第 m 个特征值和特征向量。对于最小的特征值应有 $\lambda_m = \sigma_w^2$, 其

收稿日期: 2009-03-22; 修回日期: 2009-06-17

作者简介: 孙荣光(1975-), 男, 山东海阳人, 硕士, 讲师, 研究方向为声纳装备技术及作战应用。

通讯作者: 孙荣光, E-mail: sun_rg@sohu.com

中 σ_w^2 为噪声功率。将式(2)代入式(1)可得:

$$\begin{aligned} W_{opt} &= \alpha \sum_{m=1}^M \frac{1}{\lambda_m} q_m q_m^H A(\theta)^* \\ &= \alpha \left[\frac{1}{\sigma_w^2} A^*(\theta) - \frac{1}{\sigma_w^2} A^*(\theta) + \sum_{m=1}^M \frac{q_m^H A^*(\theta)}{\lambda_m} q_m \right] \quad (3) \\ &= \frac{\alpha}{\sigma_w^2} \left[A^*(\theta) - \sum_{m=1}^M \frac{\lambda_m - \sigma_w^2}{\lambda_m} q_m^H A^*(\theta) q_m \right] \end{aligned}$$

其中 $\alpha = A(\theta)^H R_x^{-1} A(\theta)$, 此时形成的波束响应图由静态方向图和干扰方向图叠加而成。在实际应用中, 为求 R_x^{-1} , 需要对协方差矩阵 R_x 进行多次快拍累积, 即:

$$\hat{R}_x = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K R_x \quad (4)$$

其中 K 为快拍次数。在有限数据长条件下, \hat{R}_x 的最小特征值 λ_m 不能稳定收敛于 σ_w^2 , 即产生扰动, 其对应的特征向量 q_m 参与自适应运算, 将难以获得稳定收敛解, 带来一定的信噪比损失^[4]。一般而言, 如果要求这种损失小于 1dB, 则快拍数要大于 5 倍的阵元数。另外, 当存在强干扰时, \hat{R}_x 容易产生病态矩阵(秩亏), 难以获得 R_x^{-1} 。

值得注意的是, 这些负面问题并不是 MVDR 本身所固有的, 而是在实现解析解过程中由式(1)求逆引入的。事实上, 对于某一子带信号, 阵元接收数据可视为正弦波与噪声的叠加, 协方差矩阵中下标相同的元素表示阵元间非相干的信号功率与噪声功率之和, 下标相同的元素表示阵元间相干的信号功率与噪声功率之和。MVDR 物理意义为: 通过调节权矢量, 在阵列输出中信号能量不变的约束下, 使阵列总输出功率(相干功率与非相干功率之和)达到最小。因此, 可以通过数值搜索的方法确定一组权向量, 此即 NMVDR。该方法由于避免了矩阵求逆, 可以改善上述 MVDR 存在的两方面问题。

2.2 NMVDR 数学模型

设 M 个阵元的阵列接收到的信号为平面波, 记 $s_i (i=1, 2, \dots, M)$ 为第 i 个阵元接收到的某子带采样信号, 阵列接收信号矢量可写作:

$$S = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_M]^T \quad (5)$$

阵元输出为:

$$X = A \circ S + N \quad (6)$$

$A = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_M]^T$ 为扫描矢量, \circ 表示 Hadamard 积, $N = [n_1 \ n_2 \ \dots \ n_M]^T$ 为阵列加性各向同性噪声矢量, T 表示转置。

自适应阵列波束输出为:

$$Y = W^T X = W^T (A \circ S) + W^T N \quad (7)$$

$W = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_M]^T$ 为复权矢量, 注意到对期望

信号有:

$$a_1 s_1 = a_2 s_2 \ \dots = a_M s_M = S$$

s 表征期望信号, 则在约束条件: $\sum_{i=1}^M w_i = 1$ 下,

式(7)可写作:

$$Y = s + W^T N \quad (8)$$

在期望信号与噪声不相干、阵元间噪声不相干的条件下, 阵列输出功率为:

$$P = Y Y^H = s^2 + W^H R_N W \quad (9)$$

其中上标 H 表示转置共轭, R_N 为噪声协方差矩阵。

在期望信号与噪声不相干的条件下, 噪声功率 $W^H R_N W$ 最小等价于总功率 $W^H R_x W$ 最小, 令目标函数:

$$P = W^H R_x W \quad (10)$$

NMVDR 可表述为:

$$\begin{cases} \min \{P\} \\ s.t. \sum_{i=1}^M w_i = 1 \end{cases} \quad (11)$$

3 优化算法

采用数值搜索权向量的方法求解式(11)的最优解, 计算量较大, 因此需要利用数值优化算法加快收敛速度。式(11)是二次型表面, 但由于噪声和干扰的存在, 除全局最低点外, 还存在着局部极值点。因此, 求解式(11)应采用具有全局优化性能的优化算法, 如模拟退火、遗传算法和粒子群优化算法(PSO)^[6]等。本文采用 PSO 来实现。

3.1 粒子群算法

设有粒子数为 m 的粒子群, 第 i 个粒子在 M 维权空间的位置矢量为:

$$Z_i = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_M]^T$$

粒子在权空间的移动速度矢量为:

$$V_i = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_M]^T$$

粒子在权空间位置的优劣由目标函数 P 确定。

PSO 是一种迭代算法。记第 i 个粒子的历史最优位置为 p_i , 整个粒子群全部粒子中的最优位置为 p_g , 对于第 l 次迭代, 粒子位置更新由式(12)给出:

$$\begin{cases} V_i^{l+1} = a \cdot V_i^l + c_1 \cdot \text{rand}(0,1) \cdot (p_i - Z_i^l) + \\ \quad c_2 \cdot \text{rand}(0,1) \cdot (p_g - Z_i^l) \\ Z_i^{l+1} = Z_i^l + V_i^{l+1} \end{cases} \quad (12)$$

其中 $\text{rand}(0,1)$ 为 $[0, 1]$ 区间均匀分布的随机数, c_1 和 c_2 分别是调整粒子自身经验和群体经验的权重。当

p_g 保持不变时, 迭代终结。 p_g 即为全局最优解。

由于 PSO 算法引入了自身经验权重和群体经验权重, 使得处于局部极值点的粒子容易跳出局部最优解, 因此对有局部最优解的优化问题有较高的搜索效率。

3.2 算法实现

实现式(11)需解决的关键问题是权矢量搜索空间的确定, 搜索空间过小或过大都难以获得稳定收敛解。在给出实现方法前, 先讨论搜索空间的确定。

3.2.1 搜索空间的确定

设由式(11)得到的数值最优解为:

$$\mathbf{W}_{opt} = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T = \mathbf{C} \circ \mathbf{D} \quad (13)$$

其中

$$\mathbf{C} = [C_1, C_2, \dots, C_M]^T \quad (14)$$

$$\mathbf{D} = [e^{j\phi_1}, e^{j\phi_2}, \dots, e^{j\phi_M}]^T \quad (15)$$

向量 \mathbf{C} 的元素分别对应着优化权向量各元素的模, $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_M$ 分别对应着优化权向量各元素的相位。

可以证明优化权向量的元素具有小于等于 1 的模, 即 $C_i \leq 1 (i=1, 2, \dots, M)$ 。

因此, 权矢量搜索空间应满足 $C_i \in [0, 1]$ 和 $D_i \in [0, 2\pi], i=1, 2, \dots, M$ 。

3.2.2 实现方法

(1) 约束实现

设第 i 个粒子对应的复权矢量为

$$\mathbf{W} = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T, \text{ 约束条件可以表示为: } \quad (16)$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^M \text{Re}(w_i) = 1 \\ \sum_{i=1}^M \text{Im}(w_i) = 0 \end{cases}$$

其实现方法如下, 令:

$$a_i = \frac{\text{Re}(w_i) + \frac{1}{M}}{\sum_{i=1}^M [\text{Re}(w_i) + \frac{1}{M}]} \quad (17)$$

$$b_i = \text{Im}(w_i) - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \text{Im}(w_i) \quad (18)$$

式(18)中引入 $1/M$ 是为了尽可能使 $a_i \leq 1$ 。则

$$\mathbf{W}_c = [a_1 + jb_1, a_2 + jb_2, \dots, a_M + jb_M]^T \quad (19)$$

即为带约束条件的复权矢量。

(2) 算法步骤

① 设置粒子初始位置矢量如式(13), 其中 $C_i = \text{rand}(0, 1)$, $D_i = e^{j2\pi \text{rand}(0, 1)}$ 。

② 对初始位置矢量的实部和虚部按式(17)、(18)分别进行处理, 得到式(19)所示的权矢量。

③ 将式(19)代入式(10)计算目标函数, 找出最小目标函数 P_{\min} 并记录每个粒子的历史最优位置 p_i 及 P_{\min} 对应的全局最优位置 p_g 。

④ 按照式(12)对粒子位置更新。

⑤ 当 $P_{\min}(n)$ (n 为迭代次数) 保持不变时 ($|P_{\min}(n+k) - P_{\min}(n)| < \varepsilon$) 对应的全局最优解 p_g 即在保证期望信号不变的情况下, 噪声和干扰最小的 MVDR 最优解。

4 计算机仿真及分析

(1) 强干扰条件下 NMVDR 和对角加载 MVDR 波束输出对比

仿真条件: 方位 90° 为强干扰信号, 方位 80° 为弱信号源。阵列为 128 阵元等间隔线阵, 间距为半波长, 噪声为空间加性白噪声, 信噪比为 0dB, 快拍数为 100。

图 1 给出了 NMVDR 和对角加载 MVDR 波束输出对比。在该仿真条件下, 阵列协方差矩阵为秩亏矩阵, MVDR 对角加载量为协方差矩阵对角元素偏差。从图 1 可以看出, NMVDR 在强干扰存在和秩亏条件下, 仍能得到较好的波束输出, 信噪比较对角加载 MVDR 高约 5dB。

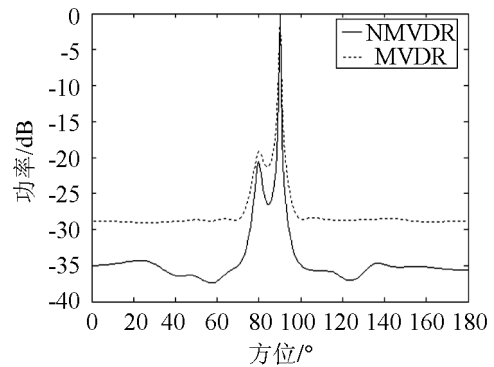


图 1 NMVDR 与 MVDR 输出对比

Fig.1 Comparison of output between NMVDR and MVDR

(2) 有限次快拍条件下 NMVDR 和 MVDR 信噪比损失对比

仿真条件: 方位 40° 为一干扰信号, 阵列为 32 阵元等间隔线阵, 间距为半波长, 噪声为空间加性白噪声。快拍数为 2 倍阵元数到 10 倍阵元数。

图 2 给出了 NMVDR 和 MVDR 的信噪比损失对比图。图 3~5 给出了 NMVDR 的收敛示意图。

在快拍数较少时, 信号相关性较差, NMVDR 仍然会带来一定的信噪比损失, 但损失量明显小于 MVDR。这是由于 NMVDR 避免了矩阵求逆, 对噪声扰动不敏感, 较 MVDR 具有更好的抑制干扰能力。

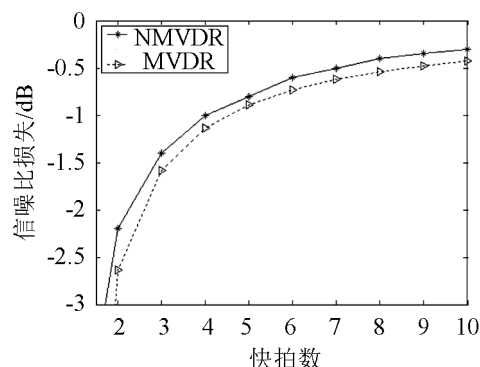


图2 NMVDR 与 MVDR 损失的信噪比随快拍数的变化
Fig.2 Comparison of SNR loss with the snapshots between NMVDR and MVDR

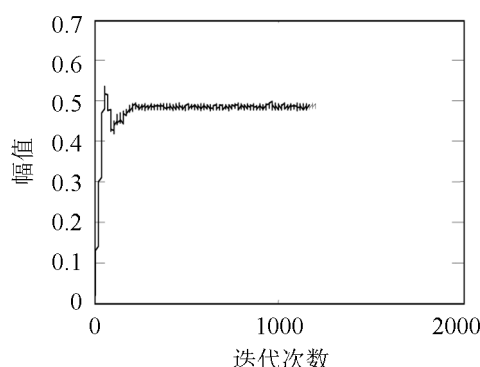


图3 NMVDR 幅值收敛图
Fig.3 Amplitude constringency of NMVDR

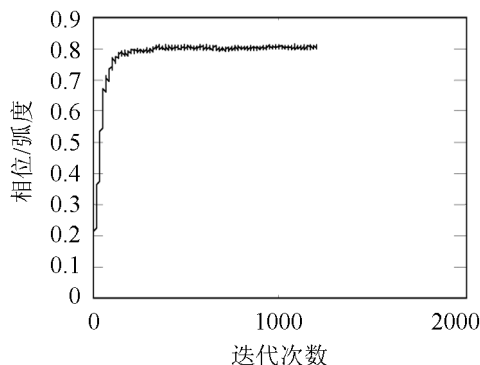


图4 NMVDR 相位收敛图
Fig.4 Phase constringency of NMVDR

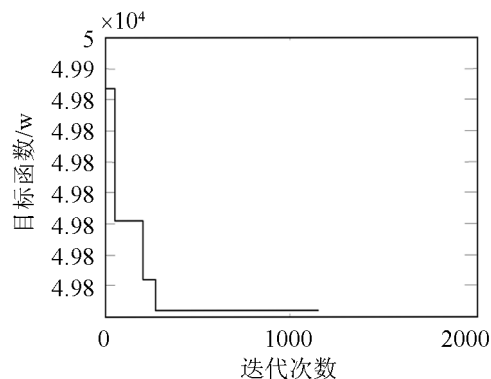


图5 NMVDR 目标函数收敛图
Fig.5 Target function constringency of NMVDR

仿真试验表明, NMVDR 损失的信噪比与信号的相关性以及收敛判据 ε 有关, 收敛判据越小, 计算最优权向量精度越高, 对应的计算量越大。

5 结 论

本文提出了一种通过数值搜索方法确定 MVDR 最优权向量的方法。建立了适于数值优化的 NMVDR 数学模型, 实现了带约束条件的粒子群算法。

通过仿真考核 NMVDR 性能, 在存在强干扰和有限次快拍条件下, 较 MVDR 具有更好的信号检测性能。但同 MVDR 方法相比, NMVDR 方法的计算量较大。

参 考 文 献

- [1] 汪福全. 基于 MVDR 的宽带被动测向[A]. 中国声学学会 2002 年全国声学学术会议论文集[C]. 2002, 129-130.
WANG Fuquan. Broadband passive location based on MVDR[A]. Proceedings of 2002 China Conference on Acoustics[C]. 2002, 129-130.
- [2] HE Xinyi, JIANG Xingzhou, LI Qihu. Broadband beamspace MVDR high resolution direction-of-arrival estimation method based on spatial resampling[J]. ICNNSP. 2003, 2: 1326-1329.
- [3] 沈福民. 自适应信号处理[M]. 西安电子科技大学出版社, 2001: 74-75.
SHEN Fumin. Adaptive Singal Processing[M]. The Publishing Company of the Electronic Science and Technology University, 2001: 74-75.
- [4] Xavier Mestre, Miguel Angel Lagunas. Finite Sample Size Effect on Minimum Variance Beamformers: Optimum diagonal loading factor for large arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing. 2006, 54(1): 69-82.
- [5] Song H, Kuperman W A, Hodgkiss W S. Null broadening with snapshot-deficient covariance matrices in passive sonar[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering. 2002, 28(2): 250-261.
- [6] 李炳宇, 萧蕴诗. 新的进化计算算法—粒子群优化算法[J]. 计算机科学, 2003, 30(6): 19-21.
LI Binyu, XIAO Yueshi. A new evolution computing algorithm—particle swarm optimization algorithm[J]. Computer Science, 2003, 30(6): 19-21.