

2021 上

【问题1】 (8分)

- (1) $j \leq N$ 或其等价表示形式
- (2) $j = i + r - 1$ 或其等价表示形式
- (3) $temp < m[i][j]$ 或其等价表示形式
- (4) $s[i][j] + 1$ 或其等价表示形式

【问题2】 (7分)

- (5) 动态规划法
- (6) $O(n^3)$
- (7) $O(n^2)$

本题考查的是凸多边形最优三角剖分动态规划设计过程。

本题算法难度较大, 在没有理解算法过程的前提下, 首先可以根据相关信息进行部分填空。

首先根据题干描述出现的将问题规模从k开始截断, 此时其实就是“最优子结构”的说法, 并且本题出现了递归式的应用, 是典型的动态规划法的应用。

又根据题目中的代码, 出现了三层嵌套for循环, 此时代码的时间复杂度为 $O(n^3)$ 。

本题用到的辅助空间记录中间解有2个数组 $m[i][j]$ 和 $S[i][j]$, 都是二维数组, 空间复杂度的量级为 $O(n^2)$ 。

最后分析代码填空部分。

第(1)空, r 表示的是子问题规模, 规模划分已知从 $r=2$ 开始, 子问题最大应该能够取到 N , 因此本空填写 $r \leq N$ 或其等价表示形式。

第(2)空缺失的是的初始化赋值, 本空较难。代码计算前边界为 i , 链长为 r 的链的后边界取值, 结果为 $i+r-1$, 即本空填写 $j = i+r-1$ 或其等价表示形式。

第(3)空缺失判断条件, 此时注释明确说明此处判断最小值, 判断后, $m[i][j]$ 值进行修改并修改为 $temp$, 也就是意味着 $m[i][j]$ 此时记录的不是最优解(最小值), 需要进行修正改为最小, 即填写 $temp < m[i][j]$ 或其等价表示形式(某一个数值比最小值还小, 则修改最小值)。

第(4)空缺失的是打印参数, 结合代码上下文进行分析, 上文打印 $print_triangle(i, S[i][j])$;即截断的前一部分编号, 下面 $print_triangle((4))$;打印的应该是截断的后一部分, 即填写 $s[i][j]+1, j$ 。

2021 下

问题1:

- (1) $d[0][j] = j$
- (2) $str1[i-1] == str2[j-1]$
- (3) $d[i-1][j-1] + 1$
- (4) $d[len1][len2]$

问题2:

- (5) 动态规划法
- (6) $O(mn)$

问题3:

- (7) 4

问题1:

- (1) $d[0][j] = j$
- (2) $str1[i-1] == str2[j-1]$
- (3) $d[i-1][j-1] + 1$
- (4) $d[len1][len2]$

问题2:

- (5) 动态规划法
- (6) $O(mn)$

问题3:

- (7) 4

2020

【问题1】 (8分)

- (1) $k=k/2$
- (2) $k>1$
- (3) $data[k]<data[k-dk]$
- (4) $data[j+dk]=t$

【问题2】 (4分)

- (5) 小于
- (6) 否

【问题3】 (3分)

- (7) (4, 9, -1, 8, 20, 7, 15)

问题1:

希尔排序是一种经典的高效插入类排序算法。不稳定的排序算法，将每个步长划分为多个不连续的子序列，对每个子序列再次采用直接插入排序算法。

如对某数组 $A=(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10})$ ，在某趟排序时，若 $\delta=3$ ，则将 A 分成三个子序列， $A_1=(a_1, a_4, a_7, a_{10})$ ， $A_2=(a_2, a_5, a_8)$ ， $A_3=(a_3, a_6, a_9)$ ，然后分别在原位置上对 A_1 、 A_2 和 A_3 进行直接插入排序处理。最后一趟排序中， $\delta=1$ ，这样可以确保输出序列是有序的。 δ 序列是希尔排序算法在具体实现的过程中定义的，本题在题干中已经给出， $\delta_1 = n/2$ ，后面的每个 δ 是前面的 $1/2$ ，最后一个 $\delta_k=1$ 。根据题干，很容易得到空(1)为 $k=k/2$ ，空(2)填 $k>1$ 。

接下来的代码段是根据 δ 值进行每一趟的排序，每趟排序是对不连续的每个子序列进行插入排序，因此，空(3)填 $data[k]<data[k-dk]$ ，即判断是否需要进行插入，空(4)填 $data[j+dk]=t$ ，即确定了待插入的元素的位置。

问题2:

希尔排序算法是一种不稳定的排序算法，时间复杂度约在 $O(n^{1.3})$ 。

问题3:

对于数组(15、9、7、8、20、-1、4)用希尔排序方法进行排序， $n=7$ ，根据题干说明 $\delta=n/2=3$ ， A_1 (15, 8, 4)， A_2 (9, 20)， A_3 (7, -1)，每个子序列排序后得到 A_1 (4, 8, 15)， A_2 (9, 20)， A_3 (-1, 7)，还原得到(4, 9, -1, 8, 20, 7, 15)

2017 上

答案

【问题1】

- (1) $first+(last-first)/2+1$ 或 $(first+last)/2+1$
- (2) $firstSum<lastSum$
- (3) $first+(last-first)/2$ 或 $(first+last)/2$

【问题2】

- (4) 分治法
- (5) $O(\lg n)$

【问题3】

- (6) 2 (7) 4

4. 数据结构与算法应用解析

试题分析

【问题1】

对于本题代码填空，可以根据算法过程推导。

第一空，缺少循环的停止条件，根据题干描述，在左侧比较应该是到 $(last+first)/2$ 为止，由于这里是小于符号，所以第一空填写 $(last+first)/2+1$ ，或 $first+(last-first)/2+1$ ，或其他等价形式。

第二空，缺少判断条件，进入较小部分继续比较，因此本空应该填写 $firstSum < lastSum$ 。

第三空，缺少返回值，此时既不在左侧，也不在右侧，则当前位置即为目标位置，返回当前位置 $first+(last-first)/2$ 。

【问题2】

本题采用的是分治法策略。整个算法过程类似于树形结构，所以时间复杂度为 $O(\lg n)$ 。

【问题3】

若输入30个硬币，找假硬币的比较过程为：

第1次：15 比 15，此时能发现假币在15个的范围内。

第2次：7比7，此时，如果天平两端重量相同，则中间的硬币为假币，此时可找到假币，这是最理想的状态。

第3次：3比3，此时若平衡，则能找出假币，不平衡，则能确定假币为3个中的1个。

第4次：1比1，到这一步无论是否平衡都能找出假币，此时为最多比较次数。

因此最少比较2次，最多比较4次。

2014 上

答案

【问题1】（8分）

- (1) $k \leq r$
- (2) $arr[k] = right[j]$
- (3) $begin < end$
- (4) $mergeSort(arr, mid+1, end)$

【问题2】（5分）

- (5) 分治
- (6) $T(n) = 2T(n/2) + n$
- (7) $O(n \lg n)$
- (8) $O(n)$

【问题3】（2分）

- (9) $n_1 + n_2$

4. 数据结构与算法应用解析

试题分析

根据题目中的参数说明, void merge(int arr[],int p,int q,int r)是将数组arr[p...q]和数组arr[q+1...r]进行合并成一个排序的数组, 因此合并之后数组的长度为 $r-q+1>0$, $k=q$, 也就是 $k\leq r$ 或 $k<r+1$; 数组arr存入子数组arr[p...q]、arr[q+1...r]当前进行比较的最小值, 因此当 $\text{left}[i]>\text{right}[j]$ 时, 数组arr中存入 $\text{right}[j]$, 即 $\text{arr}[k]=\text{right}[j]$;

void mergeSort(int arr[],int begin,int end)是指将数组arr递归进行划分, 直到分成多个由一个元素组成的子数组时, 停止划分, 此时也就是 $\text{begin}=\text{end}$, 因此 (3) 处为 $\text{begin}<\text{end}$, 也就是只要 $\text{begin}=\text{end}$ 则继续划分。划分的时候每次分成两半, 两半再分别递归, 因此 $\text{mergeSort}(\text{arr},\text{begin},\text{mid});\text{mergeSort}(\text{arr},\text{mid}+1,\text{end});$

很明显归并排序使用的分治算法, 每次将数组分割成两个小的子数组。

假设对 n 个元素的数组进行归并排序时间复杂度为 $T(n)$, 则分成两个小的子数组后分别进行排序所需的时间为 $T(n/2)$, 两个子数组则时间复杂度为 $2T(n/2)$, 再加上归并的时间 n , 即可得出答案归并排序的时间复杂度为 $O(n\lg n)$, 因为在归并过程中, 需要借助left和right两个数组辅助, 因此空间复杂度为 $O(n)$ 。

2019 上

答案

【问题1】

- (1) $\text{queen}[i]==\text{queen}[j]$ 或其等价形式
- (2) 1
- (3) $\text{Place}(j)$ 或其等价形式
- (4) $N\text{queen}(j+1)$

【问题2】

- (5) 回溯法

【问题3】

- (6) 2个
- (7) (2413) 或 (2,4,1,3)
- (3142) 或 (3,1,4,2)

4. 数据结构与算法应用解析

试题分析

【问题1】

(1) 第一空根据代码上下文:

```
for(i=1;i<j;i++){ /* 检查与已摆放的皇后是否在同一列或者同一斜线上 */
    if( (1) ) || abs(queen[i]-queen[j]) == (j-i)) {
        return 0;
    }
}
```

$\text{abs}(\text{queen}[i]-\text{queen}[j]) == (j-i)$ 判断是否在同一斜线上, 此处还缺少对同一列的判断, 即 $\text{queen}[i] == \text{queen}[j]$ 或其等价形式。

(2) 第二空根据 $\text{Place}(\text{int } j)$ 函数首行注释:

```
int Place(int j){ /* 检查当前列能否放置皇后, 不能放返回0, 能放返回1 */
```

此处是成功后的返回, 返回值应该是1。

(3) 第三空根据代码上下文

```
if( (3) ){
    if(j == n){ /* 如果所有皇后都摆放好, 则输出当前摆放方案 */
        Show();
    } else { /* 否则继续摆放下一个皇后 */
        (4) ;
    }
}
```

(3) 与 $j == n$ 结合可以判断所有皇后都摆好, (3) 与 $j != n$ 结合可以判断继续摆放下一个皇后, 即前面的皇后已摆好。

所以 (3) 的判断条件应该是摆放函数 $\text{Place}()$ 返回值为1, 即 (3) $\text{Place}(j)$ 或其等价形式。

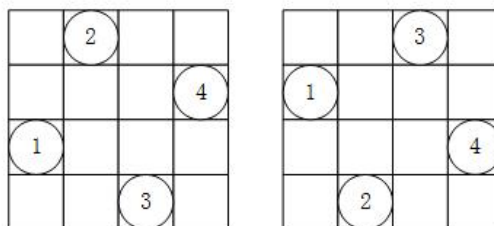
(4) 第四空填写摆放下一个皇后, 即 (4) $\text{Nqueen}(j+1)$ 。

【问题2】

根据题干描述“如果该行没有合适的位置, 回溯到上一个皇后, 考虑在原来位置的下一个位置上继续尝试摆放皇后”, 本题采用的是回溯法的设计策略。

【问题3】

当 $n=4$ 时, 可以有2种摆放方式, 如下所示:



即 (2413) (3142)。

2017 下

答案

【问题1】

- 1、visited[0] = 1
- 2、visited[x[k]] == 0
- 3、c[x[k]] [0]== 1
- 4、visited[x[k]] = 1
- 5、k = k - 1

【问题2】

- 6、回溯法
- 7、深度优先

试题分析

哈密顿图是一个无向图，由天文学家哈密顿提出，由指定的起点前往指定的终点，途中经过所有其他节点且只经过一次。在图论中是指含有哈密顿回路的图，闭合的哈密顿路径称作哈密顿回路，含有图中所有顶点的路径称作哈密顿路径。

回溯法是一种选优搜索法，又称为试探法，按选优条件向前搜索，以达到目标。但当探索到某一步时，发现原先选择并不优或达不到目标，就退回一步重新选择，这种走不通就退回再走的技术为回溯法，而满足回溯条件的某个状态的点称为“回溯点”。在包含问题的所有解的解空间树中，按照深度优先搜索的策略，从根结点出发深度探索解空间树。当探索到某一结点时，要先判断该结点是否包含问题的解，如果包含，就从该结点出发继续探索下去，如果该结点不包含问题的解，则逐层向其祖先结点回溯（其实回溯法就是对隐式图的深度优先搜索算法）。若用回溯法求问题的所有解时，要回溯到根，且根结点的所有可行的子树都要已被搜索遍才结束。而若使用回溯法求任一解时，只要搜索到问题的一个解就可以结束。

算法题历来都被认为是比较难的题，一个程序开发人员都不喜欢看别人的代码。但是要得分也不是太难。

问题2比较容易得分，而且第二空就是个二选一的填空。只要了解到回溯法的相关原理，基本可以得满分。对于问题1就需要花一些心思，去读懂题干和代码，但是这里的第1空和第5空也是比较容易发挖出来的空。第一空是初始化第一个结点，第五空是此路不通，得回走，所以得退回。

2015 上

答案

【问题1】

(1) `pos[l] == pos[k]`

(2) `j=1`

(3) `isplace(pos,j)==0`

(4) `j<N`

(5) `j=j-1`

【问题2】

(6) 回溯法

【问题3】

(7)

方案1: 2 4 1 3

方案2: 3 1 4 2

4.数据结构与算法应用解析

试题分析

本题考查算法设计和 C 程序设计语言的相关知识。

此类题目要求考生认真阅读题目，理解算法思想，并思考将算法思想转化为具体的程序设计语言的代码。

【问题1】

根据题干描述。空（1）所在的代码行判断皇后合法放置的约束条件，即不在同一行，这通过把第 i 个皇后放在第 i 行实现，条件 " $\text{fabs}(i-k) = \text{fabs}(\text{pos}[i]-\text{pos}[k])$ " 判断的是当前摆放的皇后是否与之前摆放的皇后在同一对角线上。因此，空（1）判断的是当前摆放的皇后是否和之前摆放的皇后在同一列上，即应填入 " $\text{pos}[i] == \text{pos}[k]$ "。

根据算法思想和主函数上下文，空（2）处应该考虑第 1 个皇后，即初始化 j 为 1，空（2）填写 " $j=1$ "。空（3）所在的行是判断放置第 j 个皇后的位置是否合适，" $\text{pos}[j] \leq N$ " 表示在该行的合法列上，但还需要进一步判断是否与前面的皇后有冲突，根据满足条件后的语句，尝试放入下一列，因此空（3）处填入 " $\text{isplace}(\text{pos}, j)$ "。根据前面的注释，空（4）所在的行是考虑下一个皇后，其条件是，当前皇后找到了合适的位置，而且还存在下一个皇后，因此空（4）处应填入 " $j < N$ "。根据下面的注释，若当前皇后没有找到合适的位置，则应回溯，即再次考虑上一个皇后的位置，因此空（5）处填入 " $j=j-1$ "。

【问题2】

从上述题干的叙述和 C 代码很容易看出，从第一个皇后开始，对每个皇后总是从第一个位置开始尝试，找到可以放置的合法位置；若某个皇后在对应的行上没有合法位置，则回溯到上一个皇后，尝试将上一个皇后放置另外的位置。这是典型的深度优先的系统搜索方式，即回溯法的思想。

【问题3】

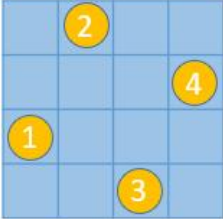
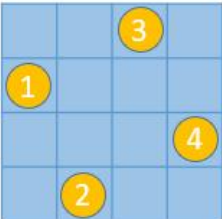
四皇后问题的答案为：

方案 1：2 4 1 3

方案 2：3 1 4 2

如表 4-1 所示：

表4-1

方案1	方案2
	

2019 下

答案

【问题1】

- (1) $c[i][j]$
- (2) $i>0 \& \& j \geq w[i]$
- (3) $\text{Calculate_Max_Value}(v, w, i-1, j-w[i]) + v[i]$
- (4) $c[i][j]=\text{temp}$

【问题2】

- (5) 动态规划
- (6) 自顶向下

【问题3】

- (7) 40

试题分析

本题考查的是动态规划法，将中间结果存在二维数组 $c[i][j]$ 当中。

【问题1】

结合题干描述中的递归式，函数最终返回值应该是 $c[i][T]$ ，又根据代码上下文， T 在函数中传参为 j ，所以第（1）空返回的结果为 $c[i][j]$ 。

根据递归式和代码上下文可知， $c[i][j]=0$ 已处理，if后面处理的是max递归部分，又根据上下文可以看到temp会与 $c[i][j]$ 进行比较，递归时 $i=i-1$ ，所以这里判断的是temp与 $c[i-1][T]$ 的值，第（3）空的处理是将 $c[i-1][j-w[i]]+v[i]$ 传递给temp，即 $\text{temp} = \text{Calculate_Max_Value}(v, w, i-1, j-w[i]) + v[i]$ ，注意这里不是直接穿 $c[i][j]$ 数组值，而是递归调用 $\text{Calculate_Max_Value}()$ 函数。那么第（2）空缺失的判断条件根据第3个表达式条件为 $i>0$ 且 $T \geq w[i]$ ，对应代码中的参数即 $i>0 \& \& j \geq w[i]$ 。

第（4）空是 $c[i][j]<\text{temp}$ 比较后的返回值，根据题干，我们需要返回max最大值，最终返回的结果是 $c[i][j]$ ，因此要保证 $c[i][j]$ 最大，当 $c[i][j]<\text{temp}$ 时，将temp赋值给 $c[i][j]$ ，即 $c[i][j]=\text{temp}$ 。

【问题2】

本题采用递归形式，并且求取的是全局最优解，中间结果存在二维数组 $c[i][j]$ 当中，所以采用的是动态规划法。动态规划法采用递归形式， i 会从 $N-1$ 递减至0，所以是自顶向下的方式。

【问题3】

本题考查最优解，可以忽略题干描述，直接凑数，可得第3和第4个物品，重量为11，价值为40，此时为最优解，即为最大价值。

2018 下

答案

【问题1】

(1) $\max = C[i][j-1]$

(2) $t=i$

(3) $\text{isMatch}(B[t], B[j])$, 或 $\text{isMatch}(B[t], B[j]) == 1$, 或与其等价的形式

(4) $C[1][n]$

【问题2】

采用的算法策略：动态规划法

时间复杂度： $O(n^3)$

【问题3】

最大字符对数：2

4. 数据结构与算法应用解析

试题分析

本题考查的是用动态规划法，以非递归方式实现。

根据题干，配对要求：

- (1) 满足四种组合之一；
- (2) 配对的2个字符间距至少有4个字符；
- (3) 若字符已配对，则其他配对不再考虑，也就是说1个字符不能配对2次，比如ACCCCUCUCCCA，只有1组配对AU，U不能再与后面的A形成第2组配对；
- (4) 不交叉，2组配对字符位置能交叉，比如ACCCCUUUUG，只有1组配对AU，CG与AU有交叉不能形成配对。

【问题1】

对于问题1代码填空，主要根据题干描述和代码上下文进行推导。

根据代码上下文可知，在整段代码中，缺少对变量max和赋初值，这两个初值的赋值，应该填在空（1）和空（2）中，一般t作为循环变量，在for中进行赋值。

代码中有三层嵌套for循环。

其中第一层for循环，变量为k，取值范围从5到n-1，从题干描述，我们可以看到对于整个比较过程，要求字符对的位置相差大于4，因此此处的k值是字符对下标的差值；

第二层for循环，变量为i，取值范围从1到n-k，从题干描述，我们可以得出i是字符对较小的下标；

第三层for循环，变量为t，取值范围需要赋初值，并且 $t \leq j-4$ （此处有异议，与题干描述中的 >4 有不符，但不影响本题解题过程），从题干描述和递归式可以看到，t是中间字符下标，用来划分子问题的，并且从递归式我们可以得出，t的最小值应该从i开始，因此空（2）为 $t=i$ ；

在第二层for循环内部，有 $j=i+k$ ，根据代码和题干描述，可以得出j是字符对较大的下标，根据i和k的取值，可以看到j的取值范围是从6到n-1，对于空（1）作为max的初始赋值，又根据递归式，可以看到max应该在 $C[i][j-1]$ 和 $C[i][t-1]+1+C[t+1][j-1]$ 之间取最大值，在代码中可以看到if会判断max与 $C[i][t-1]+1+C[t+1][j-1]$ 之间的大小，因此，max之前的赋值应该为 $C[i][j-1]$ ，才能对二者进行比较，也就是说空（1）应该为 $\max=C[i][j-1]$ 。

空（3）在if判断中作为判断条件，根据递归式的条件和代码上下文，此处缺少字符匹配的判断，题干描述字符下标从1开始，因此，在比较过程中，实际比较的应该为 $B[t]$ 和 $B[j]$ 位置的字符，空（3）应该填写 $\text{isMatch}(B[t], B[j])$ ，或 $\text{isMatch}(B[t], B[j]) == 1$ ，或与其等价的形式。

空（4）作为整个函数的返回值，因此空（4）应该为 $C[1][n]$ 为最终结果。

【问题2】

本题采取的是动态规划的策略，代码为三层嵌套循环时间复杂度为 $k \cdot i \cdot t$ ，由于k的取值范围是6~n-1，i的取值范围是1~n-5，t的取值范围是1~n-5，都是与n的取值相关，因此本题的时间复杂度为 $O(n^3)$ 。

【问题3】

对于本题最大字符匹配对数，根据题干描述或代码推导，可以看到，字符序列ACCGGUAGU的最大匹配情况为，(b1,b6)，(b1,b9)或(b2,b8)，(b3,b8)，这两种情况的最大匹配对数都为2，因此本题答案（7）空为2。

2018 上

答案

【问题1】

(1) : $i \leq n$

(2) : $i \leq j$

(3) : $(temp \geq p[i] + r[j - i]) ? temp : (p[i] + r[j - i])$

(4) : $r[j] = temp$

或

(3) : $(temp \geq r[i] + r[j - i]) ? temp : (r[i] + r[j - i])$

(4) : $r[j] = (temp > p[j]) ? temp : p[j];$

【问题2】

(5) 动态规划法

(6) $O(2^n)$

(7) $O(n^2)$

试题分析

【问题1】

在自顶向下实现过程中， $n-i$ 表示规模从大到小即 $n-1 \sim 0$ ，即对应的初始值为1，结束值为 n ，第一空填写 $i \leq n$ ，递归式也有范围提示可以参照。

在自底向上实现过程中，采用双重嵌套循环，内层循环从 $1 \sim j$ ，第二空填写 $i \leq j$ 。

第三空和第四空比较复杂，是具体的实现过程，是本题的难点。

根据题干内容，本题考查的是钢条切割问题最优化问题，求解的思路即先考虑最左侧的切割考虑，再依次向右扩展，中间的最优解结果记录在数组 $r[]$ 中，并用 $temp$ 中间变量传递最大值。

根据递归式 $r_n = \max_{1 \leq i \leq n} (p_i + r_{n-i})$ ，即 $r[]$ 最终结果是该过程的最大值，(3)空给 $temp$ 赋值，那么(4)空应该是将这个中间值传给最终的 r_n ，也就是代码中的 $r[j]$ ，即第四空填写 $r[j] = temp$ ，那么此时第三空对应最大值的求取，也就是本算法的核心，这里的最大值是在 $1 \sim j$ 的规模范围循环比较，用 $temp$ 放置本轮结果，再与下一轮结果进行比较，第三空 $temp = (temp \geq p[i] + r[j - i]) ? (temp : (p[i] + r[j - i]))$ 。

【问题2】

题干中提到说考虑所有可能的 i ，得到最大收益的方式，而自底向上算法实现时，使用到数组把其中最优的解记录，并用 $r[]$ 记录中间解，因此本题算法策略是动态规划法。

动态规划法自顶向下时需要规模 n 进行求取，此时需要递归至规模1并最终返回结果规模 n 的解并记录，规模 $n-1$ 同样如此，时间复杂度较大，可以达到 $O(2^n)$ ；

动态规划法自底向上时先求取规模1的解并记录，然后查询规模1的解从而求解规模2的解，以此类推，直至求取至规模 n ，有查询和循环求解2层嵌套循环，时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

2016 上

答案

【问题1】

(1) `size[1][0]=1`

(2) `size[i][0]=size[i-1][0]`

(3) `net[m++]=i;`

【问题2】

(4) 动态规划算法

(5) $O(n^2)$

(6) $O(n)$

【问题3】

(7) 4

(8) $(3, \pi(3))$, $(5, \pi(5))$, $(7, \pi(7))$, $(9, \pi(9))$

或: $(3, 4)$, $(5, 5)$, $(7, 9)$, $(9, 10)$

试题分析

本题是算法设计题，涉及的算法策略是动态规划法。

【问题1】

本题要求补充代码，主要参照代码注释、题干的算法思路和递归式即可得到。

对于第（1）空，有注释“当 $j = \pi(1)$ 时”，此时属于 $i = 1$ 的其他情况，找到递归式的条件，所以（1）空填写 $size[1][j] = 1$ ；

对于第（2）空，有注释“当 $j < \pi(i)$ 时”，此时属于 $i > 1$ 时， $j < \pi(i)$ 的条件，找到递归式对应条件，所以（2）空填写 $size[i][j] = size[i-1][j]$ ；

对于第（3）空，有注释“将 i 记录到数组 net 中，连接数自增1”，将 i 记录到 net 数组，即 $net[j] = i$ ，其中 net 位置应该时连接数 m ，此时为 $m++$ ，因此（3）空填写 $net[m++] = i$ 。本空也可以根据后面的代码推导。

【问题2】

1、根据题干描述“经分析，该问题具有最优子结构性质。对规模为 n 的电路布线问题，可以构造如下递归式”，根据最优子结构可判断本题使用的是动态规划法的算法策略。

2、根据代码，可以看到 $maxNum$ 函数有两层嵌套循环，因此时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

3、根据代码，可以看到 $constructSet$ 函数只有一层循环结构，因此事件复杂度为 $O(n)$ 。

【问题3】

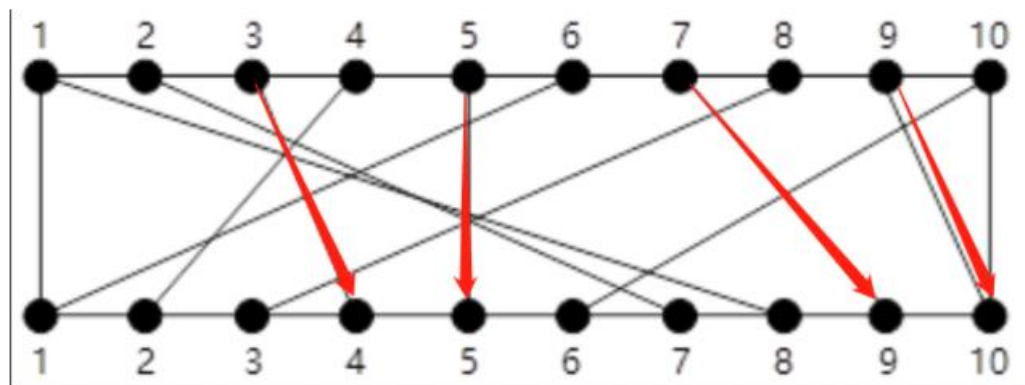
这个是动态规划问题，不相交的平行线。

设 $a[i][j]$ 为上端接线柱 i 与下端接线柱 j 前的最大不相交子集，则：

若 i 与 j 不相连，则 i 与 j 前的最大不想交集等于 i 与 $j-1$ 前或 $i-1$ 与 j 前的最大不相交子集的最大值，即 $a[i][j] = \max(a[i][j-1], a[i-1][j])$

若 i 与 j 相连，则 i 与 j 前的最大不想交集等于 $i-1$ 与 $j-1$ 前的最大不想交集加1，即 $a[i][j] = a[i-1][j-1] + 1$

题目的意思就是要求出，没有交叉的这种连线的数量达到最大的情况。此时，有4条这样的线不会交叉，所以是大不相交子集连接数为4。如果你能找到5条这样不交叉的线，则是5。就这个意思。



由此可得，最大不相交连接数为4，包含的连接线为： $(3, \pi(3))$ ， $(5, \pi(5))$ ， $(7, \pi(7))$ ， $(9, \pi(9))$

2015 下

答案

【问题1】

(1) $x[i-1] == y[j-1]$

(2) $max = c[i][j]$

(3) $c[i][j] = 0$

(4) $i = max_i - max$

【问题2】

(5) 动态规划法

(6) $O(m*n)$

【问题3】

(7) AB

试题分析

首先对于C语言算法题，一般的解题思路是先解决除程序填空以外的问题，这些问题弄清楚，有利于程序填空部分的分析。

第一步，分析程序所采用的算法，常见的算法包括：分治法、动态规划法、回溯法、贪心法。本题中要求的是两个串的最长公共子串，在程序中采用了数组来记录子问题的中间结果，这一特征与动态规划法的做法非常吻合，所以应选动态规划法。

第二步，解决“输入字符串 $x = \text{"ABCADAB"}$ ， $y = \text{"BDCABA"}$ ，则输出为（7）”的问题，该问题相对容易解决，因为题目已告知程序的作用是求最长公共子串，而且从程序的输出函数可以看出，要输出的，只有子串，没有其他信息，所以我们只需要手动求两个串的公共子串，并写出答案即可。两个串第一个公共子串明显是“AB”，所以输出的结果为“AB”。

第三步，求时间复杂度，由于程序中最多双重循环，其中外层循环的规模为 m ，而内层循环的规模为 n ，所以时间复杂度为 $O(m*n)$ 。

第四步，也是最难的一步，是解决程序填空的问题。动态规划的问题，一般都会给出递归定义式，这个式子，往往是多个空的关键点。以本题为例：

第1空是判断的条件，输出的结果是 $c[i][j] = c[i-1][j-1] + 1$ ，此时根据递归式可以看到，所需的条件是 $x[i-1] = y[j-1]$ ，因此第1空填写判断条件 $x[i-1] == y[j-1]$ 。

第2空是在 $\text{if}(max < c[i][j])$ 跟随的大括号中，根据前后代码和此处的判断条件，当 max 小于当前时，应该改变 max 的值，并记录此时的 max_i 和 max_j ，此处缺少改变 max 的值，因此，第2空应该将当前最大值赋值给 max ，即 $max = c[i][j]$ 。

第3空是第一个if语句的else选择，根据递归式， $\text{if}(x[i-1] == y[j-1])$ 不满足时，属于其他情况，应该赋值为0，因此第3空填写 $c[i][j] = 0$ 。

而第4空是用于打印结果，由于 max_i 记录了子串末尾+1的位置信息，子串长度为 max ，所以用 $max_i - max$ 定位至子串开始位置，以便打印子串，因此第4空填写 $i = max_i - max$ 。

2014 下

答案

【问题1】

- (1) $b[0]=1$
- (2) $j<i$
- (3) $a[j]\leq a[i]$
- (4) $b[i]=len+1$

【问题2】

- (5) 动态规划法
- (6) $O(n^2)$

【问题3】

$b=\{1,2,2,3,3,4\}$

试题分析

本题考查算法设计与分析技术以及算法的C语言实现，是比较传统的题目，要求考生细心分析题目中所描述的内容。

(1) 根据题中说明，b数组记录最长递增子序列的长，故应初始化 $b[0]=1$ ，这是第一问的答案。两重for循环中，第一重是从a数组的第二个元素开始，考虑每个子数组 $a[0\dots i]$ 的最长递增子序列的长度，第二重是具体的计算过程。考虑子数组 $a[0\dots i]$ ，其最长递增子序列的长度应该等于子数组 $a[0\dots i-1]$ 中的比元素 $a[i]$ 小的元素的最长递增子序列的长度加1，当然，可能存在多个元素比元素 $a[i]$ 小，那么存在多个最长递增子序列的长度，此时，取最大者。因此，空

(2) 填写“ $j<i$ ”，即考虑子数组 $a[0\dots i-1]$ 第三问为 $a[j]\leq a[i]$ ，第四问为 $b[i]=len+1$ 。

(2) 算法将待求问题分解成若干个子问题，先求解子问题，然后从这些子问题的解得到原问题的解。使用的是动态规划的思想。时间复杂度计算最坏情况下的运算次数，最坏情况时i和j都从1跑到n，故运算 n 的平方次。算法的时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

(3) 初始 $b[0]=1$ ， $a[0]=3$ ， $a[1]=10$ 进入时 $b[1]=2$ ， $a[2]=5$ 进入时有3、5的序列故 $b[2]=2$ ， $a[3]=15$ 进入时有3、10、15，故子序列为3， $a[4]=6$ 时有子序列3、5、6，故为3，当最后一个元素8进入时有3、5、6、8，故 $b[5]=4$ 。所以 $b=[1,2,2,3,3,4]$ 。

2016 下

答案

【问题1】

(1) : $j < ls$;

(2) : $t[i] == s[j]$;

(3) : $j = \text{next}[j]$;

(4) : $i - ls + 1$ 或其等价形式;

【问题2】

$O(lt + ls)$

【问题3】

(6) : $[-1, -1, 1, -1, -1, 2, 0, 0]$, (7) 6。

试题分析

【问题1】

本题问题1根据KMP算法的伪代码描述进行推导。

根据伪代码中第2步可以推导 (1) 是判断字符串s是否还有字符, 即 $j < ls$ 。i表示字符串t的下标, j表示字符串s的下标。

根据伪代码第2.1步可以推导 (2) 是判断字符串t和字符串s当前位置的字符是否相同, 即 $t[i] == s[j]$ 。

根据伪代码第2.2步可以推导 (3) 是当第2.1步判断条件不满足时, 改变j所指向的字符位置。即 $j = \text{next}[j]$ 。

根据伪代码第3步可以推导 (4) 是返回匹配的起始位置。由于当前i所指向字符串中匹配子串的最后一个字符的位置, 且已知子串的长度为ls。(4)的代码为 $i - ls + 1$ 或其等价形式。

【问题2】

本题问题2是计算KMP算法的复杂度。算法的复杂度一般考虑最坏情况, 那么在子串读到ls及主串读到lt的时候是最坏情况。所以复杂度是 $O(lt + ls)$

4. 数据结构与算法应用解析

【问题3】

本题问题3中已知字符串“BBABBCAC”，则根据get_next()函数可以求得next数组的元素值为[-1,-1,1,1,-1,-1,2,0,0]。并计算得到起始位置为6。

代入字符串“BBABBCAC”到get_next函数。

```
void get_next( int *next, char *s, int ls) {
    int i=0, j=-1;
    next[0]=-1; /*初始化next[0]*/
    while(i < ls){ /*还有字符*/
        if(j== -1 || s[i]==s[j]){ /*匹配*/
            j++;
            i++;
        }
        if( s[i]==s[j])
            next[i] = next[j];
        else
            Next[i] = j;
    }
    else
        j = next[j];
    }
}
```

这里涉及的只是代码的代入分析过程，注意循环的处理即可。

下面将循环过程依次代入数值并且写作顺序处理过程如下：

传参：s[]={B,B,A,B,B,C,A,C}，ls=8，next[]数组只声明未取值。

初始化：i=0,j=-1,next[0]=-1。

while(i<ls)执行后面的循环体，即当i<8时执行循环。

(1) 当i=0,j=-1时：

判断if(j== -1 || s[0]==s[-1])，满足条件1执行下一步：i++=1,j++=0。

判断if(s[1]==s[0])，满足条件执行下一步next[1]=next[0]=-1。

【此时i=1,j=0】

(2) 当i=1,j=0时：

判断if(j== -1 || s[1]==s[0])，满足条件2执行下一步：i++=2,j++=1。

判断if(s[2]==s[1])，不满足条件执行else下一步next[2]=j=1。

【此时i=2,j=1】

(3) 当i=2,j=1时：

判断if(j== -1 || s[2]==s[1])，不满足条件1和2执行else下一步：j=next[1]=-1。

【此时i=2,j=-1】

(4) 当i=2,j=-1时：

判断if(j== -1 || s[2]==s[-1])，满足条件1执行下一步：i++=3,j++=0。

判断if(s[3]==s[0])，满足条件执行下一步next[3]=next[0]=-1。

4. 数据结构与算法应用解析

【此时*i*=3,*j*=0】

(5) 当*i*=3,*j*=0时:

判断if(*j*== -1||*s*[3]==*s*[0]), 满足条件2执行下一步: *i*++=4,*j*++=1。

判断if(*s*[4]==*s*[1]), 满足条件执行下一步next[4]=next[1]=-1。

【此时*i*=4,*j*=1】

(6) 当*i*=4,*j*=1时:

判断if(*j*== -1||*s*[4]==*s*[1]), 满足条件2执行下一步: *i*++=5,*j*++=2。

判断if(*s*[5]==*s*[2]), 不满足条件执行else下一步next[5]=*j*=2。

【此时*i*=5,*j*=2】

(7) 当*i*=5,*j*=2时:

判断if(*j*== -1||*s*[5]==*s*[2]), 不满足条件1和2执行else下一步: *j*=next[2]=1。

【此时*i*=5,*j*=1】

(8) 当*i*=5,*j*=1时:

判断if(*j*== -1||*s*[5]==*s*[1]), 不满足条件1和2执行else下一步: *j*=next[1]=-1。

【此时*i*=5,*j*=-1】

(9) 当*i*=5,*j*=-1时:

判断if(*j*== -1||*s*[5]==*s*[-1]), 满足条件1执行下一步: *i*++=6,*j*++=0。

判断if(*s*[6]==*s*[0]), 不满足条件执行else下一步next[6]=*j*=0。

【此时*i*=6,*j*=0】

(10) 当*i*=6,*j*=0时:

判断if(*j*== -1||*s*[6]==*s*[0]), 不满足条件1和2执行else下一步: *j*=next[0]=-1。

【此时*i*=6,*j*=-1】

(11) 当*i*=6,*j*=-1时:

判断if(*j*== -1||*s*[6]==*s*[-1]), 满足条件1执行下一步: *i*++=7,*j*++=0。

判断if(*s*[7]==*s*[0]), 不满足条件执行else下一步next[7]=*j*=0。

【此时*i*=7,*j*=0】

(12) 当*i*=7,*j*=0时:

判断if(*j*== -1||*s*[7]==*s*[0]), 不满足条件1和2执行else下一步: *j*=next[0]=-1。

【此时*i*=7,*j*=-1】

(13) 当*i*=7,*j*=-1时:

判断if(*j*== -1||*s*[7]==*s*[0]), 满足条件1执行下一步: *i*++=8, *i*=*Is*, 退出while循环。

next[]数组下标从0到7, 结果分别为: [-1, -1, 1, -1, -1, 2, 0, 0]