

Outils formels de Modélisation TP6

BIGOT Romain

1 Dans la peau d'un apollon

1.1 Saison 1

Prédicats utilisés :

- $\text{Homme}(\alpha)$ retourne *true* si α est un homme, *false* sinon.
- $\text{Femme}(\alpha)$ retourne *true* si α est une femme, *false* sinon.
- $\text{Couple}(\alpha, \beta)$ retourne *true* si α et β sont en couple, *false* sinon. De plus, $\text{Couple}(\alpha, \beta) \equiv \text{Couple}(\beta, \alpha)$
- $\text{Aime}(\alpha, \beta)$ retourne *true* si α aime β , *false* sinon. De plus, $\text{Aime}(\alpha, \beta) \neq \text{Aime}(\beta, \alpha)$

1. "Alex est en couple avec Alex et Robin est en couple avec Floriane" peut se traduire comme :

$$\text{Couple}(\text{Alex}, \text{Alex}) \wedge \text{Couple}(\text{Robin}, \text{Floriane})$$

2. "Il y a une femme et un homme qui aiment leur partenaire respectif mais qui ont aussi des sentiments pour une autre personne" peut se traduire comme :

$$\exists \alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon \neq \gamma, \Gamma \neq \delta, \left(\text{Femme}(\alpha) \wedge \text{Couple}(\alpha, \gamma) \wedge \text{Aime}(\alpha, \gamma) \wedge \text{Aime}(\alpha, \varepsilon) \right) \wedge \left(\text{Homme}(\beta) \wedge \text{Couple}(\beta, \delta) \wedge \text{Aime}(\beta, \delta) \wedge \text{Aime}(\beta, \Gamma) \right)$$

3. "Il y a une femme et un homme qui n'aiment que leur partenaire respectif." peut se traduire comme :

$$\left(\exists \alpha, \beta, \gamma, \delta, \text{Femme}(\alpha) \wedge \text{Couple}(\alpha, \gamma) \wedge \text{Aime}(\alpha, \gamma) \wedge \text{Homme}(\beta) \wedge \text{Couple}(\beta, \delta) \wedge \text{Aime}(\beta, \delta) \right) \wedge \left(\forall \varepsilon \neq \gamma, \Gamma \neq \delta, \neg \text{Aime}(\alpha, \varepsilon) \wedge \neg \text{Aime}(\beta, \Gamma) \right)$$

4. "Après une soirée de folie dans l'épisode 4, Miguel commence à éprouver des sentiments pour une personne qui aime une personne qui aime Alexandrine." peut se traduire comme :

$$\exists \alpha, \beta, \text{Aime}(\text{Miguel}, \alpha) \wedge \text{Aime}(\alpha, \beta) \wedge \text{Aime}(\beta, \text{Alexandrine})$$

5. "C'est un peu sexiste parce que toutes les femmes n'aiment que des hommes." peut se traduire comme :

$$\forall \alpha, \beta \left(\text{Femme}(\alpha) \wedge \text{Aime}(\alpha, \beta) \right) \implies \text{Homme}(\beta)$$

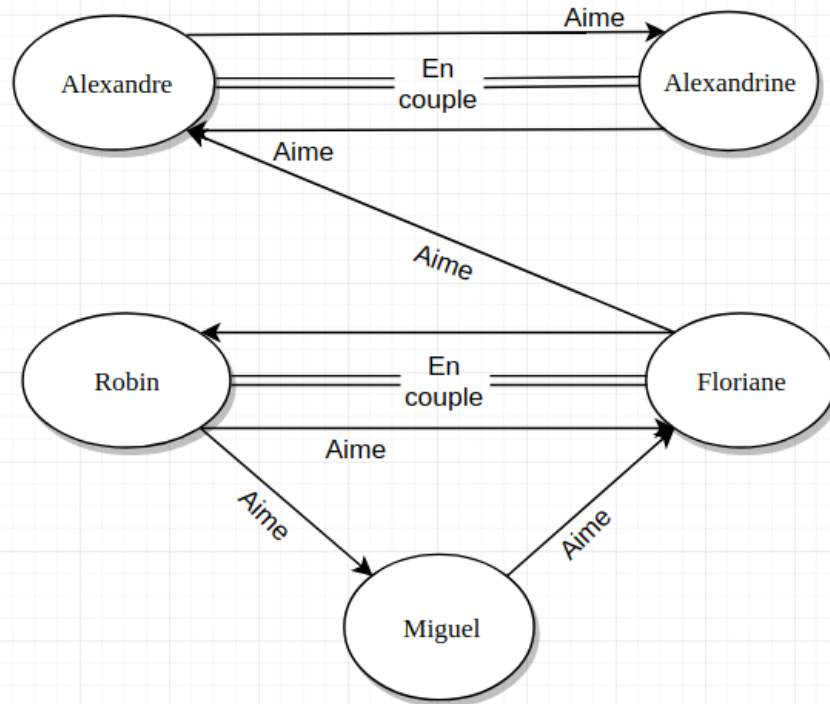
6. "Robin aime une personne dans un triangle amoureux." peut se traduire comme :

$$\exists \alpha, \beta, \text{Aime}(\text{Robin}, \alpha) \wedge \text{Aime}(\alpha, \beta) \wedge \text{Aime}(\beta, \text{Robin})$$

7. "Personne ne s'aime soi-même." peut se traduire comme :

$$\forall \alpha, \neg \text{Aime}(\alpha, \alpha)$$

Un graphe qui satisfait toutes ces propriétés :



Preuve que le graphe est correct :

- (a) Alexandre est en couple avec Alexandrine et Robin est en couple avec Floriane.
- (b) Floriane aime Robin (son partenaire respectif) mais aussi Alexandre. Robin aime Floriane (son partenaire respectif) mais aussi Miguel.
- (c) Alexandre n'aime qu'Alexandrine (son partenaire respectif). Alexandrine n'aime que Alexandre (son partenaire respectif). Car ici il n'est pas précisé dans la formulation que "un homme et une femme" ne fasse pas parti du même couple.
- (d) Miguel aime Floriane qui aime Alexandre qui aime Alexandrine.
- (e) Toutes les femmes n'aiment que des hommes.
- (f) Robin est dans un triangle amoureux : Robin aime Miguel, Miguel aime Floriane, Floriane aime Robin.
- (g) Personne ne s'aime soi-même.

1.2 Saison 2

1. Supposons qu'un des hommes soit en fait le frère caché d'Alexandre : $(\text{Frère}(\text{Miguel}, \text{Alex}) \vee \text{Frère}(\text{Robin}, \text{Alex}))$. D'après le graphe, on aura alors aucune relation incestueuse car Alex n'aime aucun des hommes. De plus, Miguel aime Floriane. Notre ami aura donc raison. (Pas d'inceste et Miguel aime Floriane). Si on pose Γ comme étant toutes nos données précédentes, alors il sera alors impossible de prouver à l'aide des séquents :

$$\Gamma, \text{Frère}(\text{Miguel}, \text{Alex}) \vee \text{Frère}(\text{Robin}, \text{Alex}) \vdash (\text{Aime}(\text{Alex}, \text{Robin}) \wedge \text{Aime}(\text{Robin}, \text{Alex})) \vee (\text{Aime}(\text{Alex}, \text{Miguel}) \wedge \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Alex})) \vee \neg \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})$$

puisque on a trouvé un contre-exemple.