



هدف از این تمرین شبیه‌سازی سیستم شامل یک صف $M/M/1/K$ با ظرفیت محدود $k = 14$ و یک پردازنده با نرخ سرویس‌دهی μ است. در این تمرین، زمان‌بندی پردازنده به صورت پردازنده مشترک^۱ است، که حالت ایده‌آلی برای زمان‌بندی Round Robin می‌باشد. در نتیجه پردازنده توان پردازشی خود را میان درخواست‌های حاضر به صورت مساوی تقسیم می‌کند. به عبارت دیگر، سرویس‌دهی هر درخواست به محض ورود به صف آغاز می‌شود. همچنین در هر لحظه، سیستم با نرخ برابر به درخواست‌ها سرویس‌دهی می‌کند. در این سیستم، هر درخواست تنها به مدت مشخص که با متغیر تصادفی θ نشان می‌دهیم در سیستم منتظر می‌ماند تا زمان سرویس‌دهی آن به پایان برسد. بنابر این در صورتی که پس از گذر θ سرویسش به اتمام نرسیده باشد، صف را ترک خواهد کرد. از آن جایی که موعد تا لحظه شروع سرویس‌گیری بی‌معنی است، موعد را تنها تا لحظه خاتمه سرویس‌گیری در نظر بگیرید.

* مقادیر $\theta = 3$ و $\mu = 1$ به ترتیب در فایل `parameters.conf` قرار دارند.

۱ روش شبیه‌سازی

ابتدا سیستم را برای تابع توزیع زمان انتظار (θ) در دو حالت نمایی و ثابت شبیه‌سازی نمایید. ورود درخواست‌ها به سیستم را یک فرایند پواسن با پارامتر λ در نظر بگیرید. در نتیجه زمان بین ورود درخواست‌ها مستقل و از توزیع نمایی با پارامتر λ پیروی می‌کند. برای هر حالت شبیه‌سازی پارامترهای زیر را محاسبه کنید.

□ احتمال خارج شدن (P_d) نسبت به تغییرات نرخ ورودی λ با میانگین زمان انتظار θ .

□ احتمال بلوکه شدن (P_b) نسبت به تغییرات نرخ ورودی λ با میانگین زمان انتظار θ .

□ متوسط تعداد مشتری‌های داخل صف (N_c) نسبت به تغییرات نرخ ورودی λ با میانگین زمان انتظار θ .

توجه: بازه λ را $[0.1, 20]$ با میزان پرش 0.1 در نظر بگیرید.

نمودارهای خواست شده را با استفاده از شبیه‌سازی در قالب اکسل رسم کنید. همچنین برنامه شبیه‌سازی باید پارامترهای θ و μ را به عنوان ورودی بگیرد و مقدارهای P_d و P_b را برای θ های 5, 10, 15 و انتظار ثابت را در یک فایل متنی چاپ کند.

۲ روش تحلیلی

در این قسمت با استفاده از روش تحلیلی، مقدار خطای روش شبیه‌سازی را به دست می‌آورید. با استفاده از روابط زیر میتوان پارامترها را محاسبه نمود.

احتمال حضور n درخواست در صف $M/M/1/K$ با موعد انتظار γ :

$$P_n = P_0 \frac{\lambda^n}{\prod_{i=1}^n (\mu + \gamma(i))} \quad n \geq 1$$

مقدار $\gamma(i)$ با توجه به توزیع زمانی انتظار به دست می‌آید.

□ توزیع ثابت:

$$\gamma(n) = \begin{cases} \frac{\mu}{(e^{\frac{\mu}{\theta}} - 1)}, & n > 0 \\ 0, & n = 0 \end{cases}$$

□ توزیع نمایی:

$$\gamma(n) = \begin{cases} \frac{n}{\theta}, & n > 0 \\ 0, & n = 0 \end{cases}$$

در صورتی که طول صف برابر k باشد:

$$\sum_{i=0}^K P_i = 1$$

در نتیجه مقدار P_0 برابر است با:

$$P_0 = \left(1 + \sum_{i=1}^K \frac{\lambda^i}{\prod_{j=1}^i (\mu + \gamma(j))} \right)^{-1}$$

و در نهایتا مقادیر P_d و P_b با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$P_b = P_k$$

$$P_d + P_b = 1 - \frac{\mu}{\lambda} \left(\sum_{i=1}^K P_i \right) = 1 - \frac{\mu}{\lambda} (1 - P_0)$$

برای محاسبه N_c :

$$N_c = \sum_{i=0}^K (i \cdot P_i)$$

نکات

** برای به دست آوردن یک عدد تصادفی با توزیع نمایی می‌توان از رابطه زیر کمک گرفت. در این رابطه x یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت^۲ در بازه $[0, 1)$ می‌باشد. در این رابطه λ نرخ ورود درخواست به سیستم است.

$$y = -\frac{\ln(1-x)}{\lambda}$$

** برای کمینه‌کردن خطای نتایج شبیه‌سازی توصیه می‌شود تعداد مشتری‌های ورودی به سیستم 10^7 یا 10^8 در نظر گرفته شود.

* شبیه‌سازی می‌تواند با استفاده از زبان‌های برنامه‌نویسی C ، $C++$ ، جاوا و یا پایتون انجام شود.

* در صورت وجود ابهام، سوالات خود را در گروه تلگرامی درس مطرح و یا به :

imanrht@gmail.com / mahsa.ghaderan@gmail.com

ارسال کنید.

تحویل تمرین

جهت تحویل تمرین به نکات زیر توجه نمایید.

۱- نتایج شبیه‌سازی و قسمت تحلیلی تمرین خود را با توجه به پارامترهای تعیین شده وارد قالب اکسل نمایید. قالب فایل‌های اکسل شامل شش نمودار هستند. سه نمودار برای موعدهای ثابت و سه نمودار برای موعدهای متغیر که هر کدام شامل نتایج P_b و P_d و N_c با پارامترهای $\theta = 3$ و $\mu = 1$ می‌باشند. هر کدام از نمودارها شامل دو منحنی است که مقدار احتمالات به دست آمده از روش شبیه‌سازی و تحلیلی به ازای نرخ ورودی داده شده در مسئله را نشان می‌دهد.

۲- در کنار کد خود یک Makefile قرار دهید. برای کامپایل و اجرای کد شما دستورات زیر استفاده خواهد شد.

make

make run

۳- تمرین خود را در یک پوشه شامل کدها، فایل parameter.conf، Makefile و فایل‌های اکسل قرار دهید و در قالب یک فایل zip/.rar با نام PE-CA1-[ID]-[Name] در سایت درس‌افزار بارگذاری نمایید.
** حداکثر تاخیر مجاز ۷ روز به ازای هر روز دیرکرد ۵ درصد از نمره تمرین کسر می‌شود.

موفق باشید