高三年级数学练习

一、选择题

1．已知集合 $A=\{-2,0,2,5\}$，$B=\{-5,0,2\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{0\}$　　B．$\{-2,5\}$　　C．$\{0,\ 2\}$　　D．$\{-5,\ 0,\ 2\}$

2．设 $a\in R$，则“$\log_2 a<1$”是“$a<2$”的（　　）

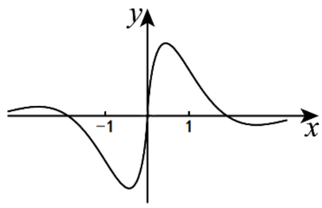
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

3．若 $a=\ln 2$，$b=\log_3 2$，$c=2^{0.3}$，则 a,b,c 的大小关系为（　　）

A．$b>c>a$　　B．$c>a>b$　　C．$a>b>c$　　D．$c>b>a$

4．函数 $f(x)$ 的图象如下图所示，则 $f(x)$ 的解析式可能为（　　）



A．$f(x)=\frac{x}{e^{|x|}}$　　B．$f(x)=\frac{\ln(|x|+1)}{x^2+1}$

C．$f(x)=x^5-3x^3+2x$　　D．$f(x)=\frac{\sin 2x}{x^2+1}$

5．用斜二测画法画水平放置的边长为 4 的正六边形的直观图，则该直观图的面积为（　　）

A．$6\sqrt{3}$　　B．$6\sqrt{6}$　　C．$12\sqrt{3}$　　D．$12\sqrt{6}$

6．下列说法正确的是（　　）

A．一组数据 8, 7, 4, 2, 1, 5, 7, 9, 10, 3 的上四分位数为 3

B．若随机变量 $X\sim B(5,0.4)$，随机变量 $Y=2X+1$，则 $D(Y)=8$

C．在一元线性回归模型中，对于响应变量，预测值减去观测值所得的差称为残差

D．根据分类变量 X 与 Y 的成对样本数据，计算得到 $\chi^2=3.937$，根据小概率 $\alpha=0.05$ 值的独立性检验 $(x_{0.05}=3.841)$，可判断 X 与 Y 有关联，此推断犯错误的概率不大于 0.05

7．已知函数 $f(x)=\cos(2x+\varphi)$，$|\varphi|\le\frac{\pi}{2}$，$f(x+\varphi)+f(x)=0$，则 $f(x)$ 的单调递增区间不可能是（　　）

A．$(-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{4})$　　B．$(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4})$　　C．$(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$　　D．$(\frac{\pi}{2},\pi)$

8．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n=S_{n+1}$，其中 $n\in N^*$，S_n 表示数列的前 n 项和。若 $a_{2025}=1$，则 a_1 的值为（　　）

A．-1　　B．0　　C．1　　D．2

9．已知抛物线 $x^2=2py(p>0)$ 的焦点为F，与双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 相切于点A，$|AF|=4$. 当双曲线的实轴长度取得最大值时，双曲线的方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$　　B．$\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{4}=1$　　C．$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$　　D．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{8}=1$

二、填空题

10．已知i是虚数单位，化简 $\frac{7+4i}{2+3i}$ 的结果为_________.

11．在 $\left(x^2-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^5$ 的展开式中，常数项为_________.

12．设点 $C(2,0)$, 纵截距为 $\sqrt{2}$ 的直线与圆 $x^2+y^2=4$ 交于A, B两点，且 $\angle ACB=120°$. 则点C到该直线的距离为_________.

13．将一枚均匀的骰子独立投掷三次，所得的点数依次记为 x,y,z, 则 $(1,x)$, $(2,y)$, $(3,z)$ 三点共线的概率为_________；已知 $y>3$，则 $x<y<z$ 的概率为_________.

14．在四边形 $ABCD$ 中，$AD//BC$, $AB=2\sqrt{3}$, $AD=5$, $\angle BAD=30°$. $BE\perp AD$ 于点E, 则用 $\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BD}$ 表示 $\overrightarrow{BE}=$_____________________；若 $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EF}$, 则 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{CD}$ 的最小值为_________.

15．设 $a\in R$，函数 $f(x)=x^2-|x|\sqrt{x^2-ax}-4x+a+2$. 若 $f(x)$ 没有零点，则 a 的取值范围为_____________.

三、解答题

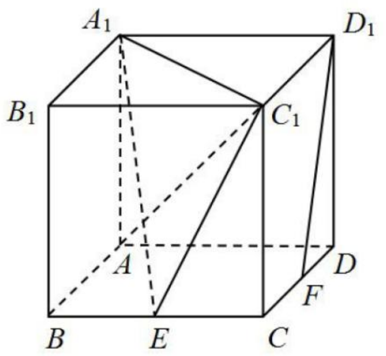
16．在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，已知 $a=\sqrt{19}$, $b=2$, $A=60°$.

（1）求 $\sin B$ 的值；

（2）求c的值；

（3）求 $\cos(B-C)$ 的值.

17．如图，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为棱 BC 的中点，F 为棱 CD 的中点。



(1) 求证：$D_1F//$ 平面 A_1EC_1；

(2) 求直线 D_1F 到平面 A_1EC_1 的距离；

(3) 求二面角 $A-A_1C_1-E$ 的正弦值。

18．已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的无穷等比数列，$a_3-a_2=2a_1=2$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 将 $\{a_n\}$ 中所有项重新排序后得到数列 $\{b_n\}$. 对任意的正整数 n, 记 c_n 为最小的整数 k, 使得 $k>n$ 且 $b_k>b_n$.

(i) 证明：$c_n\le n+\log_2 b_n+1$；

(ii) 若 $b_{2n-1}=a_{2n}$，$c_{2n-1}=\log_2 b_{2n+1}$，$n\in \mathrm{N}^*$，求数列 $\{b_nc_n\}$ 的前 2n 项和 S_{2n} .

19．已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的焦距为 4，右顶点为 A. 点 M 在 y 轴正半轴上，过点 M 作直线 l 与椭圆交于 P, Q 两点。当 l 与 y 轴重合时，三角形 APQ 的面积为 $\sqrt{21}$.

（1）求椭圆的方程；

（2）设点 N 与点 M 关于 x 轴对称。是否存在直线 l 与 x 轴上一点 B，满足 $\triangle NPQ \cong \triangle NAB$？若存在，求出点 B 的坐标；若不存在，请说明理由。

20．已知函数 $f(x)=\tan x$.

(1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $\left(0,f(0)\right)$ 处的切线方程；

(2) 设 $a>0$. 若 $f(x)\leq\sqrt{ax}$ 在 $x\in\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$ 时恒成立，求 a 的取值范围；

(3) 设 x_n 为关于 x 的方程 $f(x)=x$ 在区间 $\left(n\pi,n\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ 内的零点，其中 $n\in\mathrm{N}^*$. 证明：

$$0<\frac{\pi}{x_{n+1}-x_n-\pi}-x_{n+1}x_n<1.$$