



هوش مصنوعی

بهار ۱۴۰۲

مدرس: محمدمهدی سمیعی

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی کامپیوتر

گردآورندگان: بنیامین ملکی، حمیدرضا دهباشی، سوگند صالحی

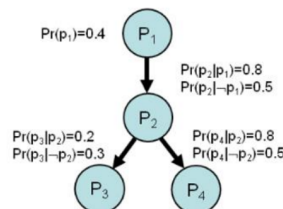
تمرین پنجم

شبکه‌های بیزین مهلت ارسال: { ۹ اردیبهشت (تئوری) }
{ ۱۱ اردیبهشت (عملی) }

- مهلت ارسال پاسخ هر کدام از بخش‌های تئوری و عملی، تا ساعت ۲۳:۵۹ روزهای مشخص شده است.
- در طول ترم امکان ارسال با تاخیر پاسخ وجود ندارد و پاسخ‌هایی که بعد از زمان تعیین شده ارسال شوند، پذیرفته نخواهند شد.
- همکاری و هم‌فکری شما در انجام تمرین مانعی ندارد اما پاسخ‌های ارسالی هر کس حتما باید توسط خود او نوشته شده باشد.
- در صورت هم‌فکری و یا استفاده از هر منابع خارج درسی، نام هم‌فکران و آدرس منابع مورد استفاده برای حل سوال مورد نظر را ذکر کنید.
- لطفا تصویری واضح از پاسخ‌های سوالات نظری بارگذاری کنید. در غیر این صورت پاسخ شما تصحیح نخواهد شد.

سوالات نظری (۱۲۰ + ۳۰ نمره)

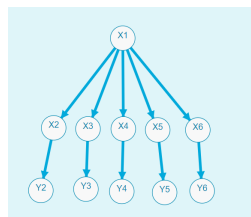
۱. (۲۰ نمره) شبکه بیزی زیر را در نظر بگیرید.



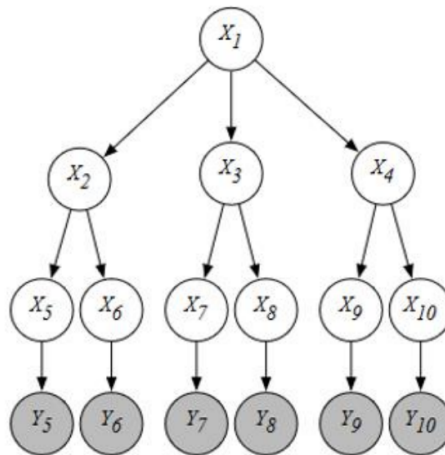
الف) مقادیر $P[p_1|p_2, \neg p_3]$ و $P[p_2|\neg p_3]$ و $P[\neg p_3]$ را با روش استنتاج با استفاده از Enumeration بدست آورید.

ب) مقادیر $P[p_2|\neg p_3]$ و $P[\neg p_3]$ را با روش Variable Elimination بدست آورید.

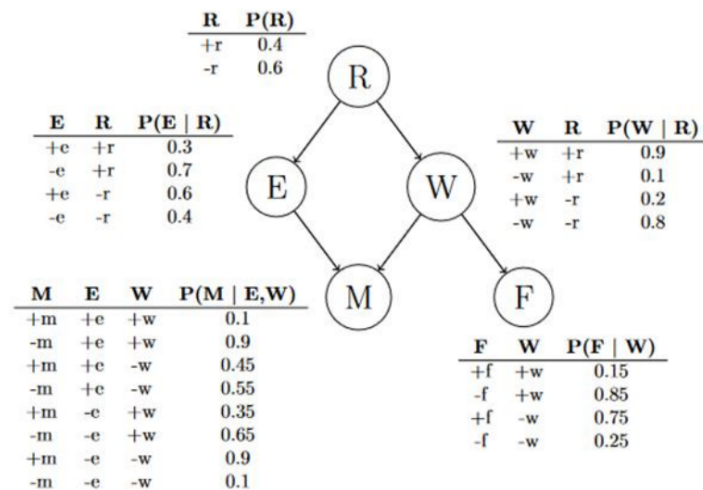
۲. (امتیازی - ۳۰ نمره) شبکه بیزی زیر را در نظر بگیرید و متغیرهای باینری موجود در آن را در نظر بگیرید.



می‌خواهیم $P(X_6|Y_2 = y_2, \dots, Y_6 = y_6)$ از الگوریتم Variable Elimination استفاده می‌کنیم.
 الف) الگوریتم را با ترتیب (از چپ به راست) حذف متغیر X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 انجام دهید. اندازه بزرگ‌ترین فاکتور تولید شده در این فرایند را بدست آورید.
 ب) ترتیب بهینه را پیدا کنید و با آن ترتیب الگوریتم را اجرا کنید و اندازه بزرگ‌ترین فاکتور تولید شده در این فرایند را بدست آورید.
 ج) اکنون ترتیب بهینه برای شبکه زیر را بدست آورید و اندازه بزرگ‌ترین فاکتور تولید شده در فرایند حذف متغیر را بنویسید.



۳. (۳۵ نمره) شبکه بیزی زیر را در نظر بگیرید.



الف) می‌خواهیم احتمال $P(M = +m | -r, +f)$ را با استفاده از Rejection Sampling بدست آوریم. در زیر یک سری نمونه تولید شده توسط Prior Sampling وجود دارد. آن دسته از نمونه‌هایی را که در Rejection Sampling حذف می‌کنیم، مشخص کنید.

$+r$	$+e$	$+w$	$-m$	$-f$	$-r$	$-e$	$+w$	$-m$	$+f$
$-r$	$-e$	$+w$	$-m$	$-f$	$+r$	$-e$	$+w$	$+m$	$-f$
$-r$	$+e$	$-w$	$-m$	$+f$	$-r$	$-e$	$-w$	$+m$	$+f$
$+r$	$-e$	$-w$	$+m$	$-f$	$+r$	$-e$	$-w$	$+m$	$+f$
$-r$	$-e$	$-w$	$-m$	$+f$	$-r$	$+e$	$+w$	$-m$	$+f$
$-r$	$+e$	$-w$	$-m$	$+f$	$-r$	$+e$	$-w$	$-m$	$+f$

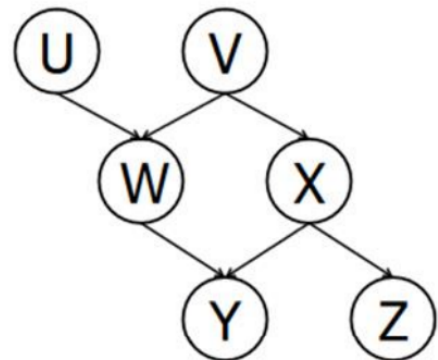
ب) اکنون می‌خواهیم با استفاده از Likelihood Weighting احتمال $P(M = +m | -r, +f)$ را بدست آوریم. در فرایند نمونه‌گیری وزن تخصیص داده شده به ۴ نمونه زیر را مشخص کنید. همچنین احتمال بدست آمده را با استفاده از این ۴ نمونه بیان کنید. (عکس مربوط به ۴ نمونه در ابتدای صفحه بعد)

$-r$	$-e$	$+w$	$+m$	$+f$
$-r$	$-e$	$-w$	$+m$	$+f$
$-r$	$-e$	$+w$	$-m$	$+f$
$-r$	$+e$	$-w$	$-m$	$+f$

ج) اکنون همان مسئله مطرح شده در دو قسمت قبل را می‌خواهیم با استفاده از نمونه‌گیری Gibbs حل کنیم. با مقداردهی اولیه $R=-r, F=+f$ شروع می‌کنیم. همچنین سائز متغیرها به صورت رندوم مقداردهی می‌کنیم و به $-r, +e, -w, +m, +f$ می‌رسیم. متغیر E را برای نمونه‌گیری مجدد انتخاب می‌کنیم. $P(E=+e | R=-r, F=+f, M=+m, W=-w)$ را بدست آورید.
 د) پس از زمان طولانی به $+r, -e, +w, +m, +f$ می‌رسیم. فرض کنید می‌خواهیم از همین یک نمونه برای تخمین $P(M = +m | -r, +f)$ مقدار تخمین زده شده را بدست آورید.

۴. (۲۰ نمره) با استفاده از شبکه زیر و D-Separation درستی موارد مطرح شده را بررسی کنید و در نهایت ۳ وضعیت (”درست”، ”نادرست” و ”نمی‌توان مشخص کرد”) را به هرکدام از حالات نسبت دهید.

- $U \perp V$
- $U \perp V | W$
- $U \perp V | Y$
- $U \perp Z | W$
- $U \perp Z | V, Y$
- $U \perp Z | X, W$
- $W \perp X | Z$
- $V \perp Z | X$



۵. (۱۵ نمره) در این سوال می‌خواهیم عوامل موثر بر نوع خودروی ترجیح داده شده توسط افراد را مدل کنیم. در ابتدا فرض می‌کنیم تمامی متغیرها دودویی هستند. متغیر نوع خودروی ترجیحی را با متغیر CT نشان می‌دهیم. CT به میزان درآمد (I) و وضعیت تاهل (MS) فرد بستگی دارد. درآمد فرد نیز به سن (A) و سطح

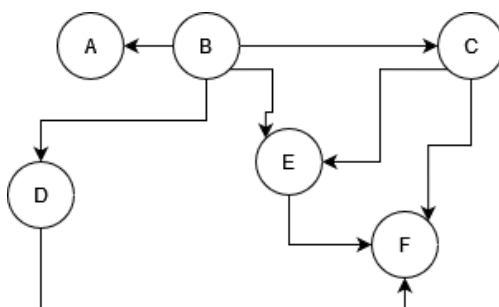
تحصیلاتش (EL) بستگی دارد. وضعیت تاهل نیز متأثر از سن شخص است. مقادیر هر کدام از این متغیرها در زیر آورده شده است:

- $CT = \{0, 1\}$ 0 is SUV, 1 is Sedan
- $I = \{0, 1\}$ 0 is greater than 50k, 1 is less than or equal to 50k
- $MS = \{0, 1\}$ 0 is single, 1 is married
- $A = \{0, 1\}$ 0 is over 30, 1 is below 30
- $EL = \{0, 1\}$ 0 is secondary or less, 1 is post-secondary

(آ) شبکه بیزین متناظر با توضیحات داده شده را رسم کنید.

(ب) اگر بدانیم درآمد یک شخص، بیش از 50k است و ماشین مورد علاقه او SUV باشد، احتمال اینکه مجرد باشد را به صورت پارامتری بنویسید. (ابتدا به صورت ریاضی بنویسید و سپس بر اساس تمامی متغیرهای تعریف شده، احتمال را بازنویسی کنید).

۶. (۳۰ نمره) فرض کنید شبکه بیزی زیر را داریم:



(آ) به چند جدول احتمال شرطی برای ذخیره سازی شبکه بالا احتیاج است؟ احتمالات شرطی متناظر با آن‌ها را بنویسید.

(ب) معنای هر یال در ساختار بالا چیست؟ آیا لزوماً به معنای وابستگی متغیرهای دو سر یال است؟ توضیح دهید.

(ج) چه تعداد شبکه بیزی دیگر می‌توان رسم کرد که در حالتی بتوانند به لحاظ استقلال‌های شرطی و غیرشرطی، معادل شبکه بالا باشند؟ (به عبارتی استقلال‌های قطعی بیش‌تری نسبت به شبکه بالا نداشته باشند).

(د) اگر یک شبکه بیزی، گراف کامل باشند، به چه معناست؟ اگر تهی باشد چگونه؟

سوالات عملی (۱۰۰ نمره)

سوالات عملی در فایل‌های جویپتر نوت‌بوک موجود هستند.

• تمرین D-Separation (۶۰ نمره)

• تمرین Bayesian Networks and Pgmpy (۴۰ نمره)