

به نام خدا



شبیه سازی کامپیوتری

تمرین سوم

استاد :

دکتر بردیا صفائی

نویسنده :

محمد هومان کشوری

شماره دانشجویی :

۹۹۱۰۵۶۶۷

Shoutout to Hirbod Behnam for helping me out on the questions.

سوال ۱

.۱

$$\begin{aligned}
 P[p_1|p_2, -p_3] &= \frac{\sum_{p_4} P[p_1, p_2, -p_3, p_4]}{P[p_2, -p_3]} = Z * \sum_{p_4} P[p_1]P[p_2|p_1]P[-p_3|p_2]P[p_4|p_2] \\
 &= Z * P[p_1]P[p_2|p_1]P[-p_3|p_2]P[+p_4|p_2] + Z * P[p_1]P[p_2|p_1]P[-p_3|p_2]P[-p_4|p_2] \\
 &= Z * 0.4 * 0.8 * (1 - 0.2) * 0.8 + Z * 0.4 * 0.8 * (1 - 0.2) * 0.2 = Z * 0.256 \\
 Z &= \frac{1}{\sum_{p_1, p_4} P[p_1, p_2, -p_3, p_4]} \rightarrow \\
 \sum_{p_1, p_4} P[p_1, p_2, -p_3, p_4] &= P[+p_1]P[p_2|+p_1]P[-p_3|p_2]P[+p_4|p_2] + P[+p_1]P[p_2|+p_1]P[-p_3|p_2]P[-p_4|p_2] + \\
 &P[-p_1]P[p_2|-p_1]P[-p_3|p_2]P[+p_4|p_2] + P[-p_1]P[p_2|-p_1]P[-p_3|p_2]P[-p_4|p_2] \\
 &= 0.4 * 0.8 * 0.8 * 0.8 + 0.4 * 0.8 * 0.8 * 0.2 + 0.6 * 0.5 * 0.8 * 0.8 + 0.6 * 0.5 * 0.8 * 0.2 = P[p_2, -p_3] = 0.496 \\
 \rightarrow P[p_1|p_2, -p_3] &= \frac{0.256}{0.496} \simeq 0.52 \\
 P[p_2| -p_3] &= \frac{P[p_2, -p_3]}{P[-p_3]} = \frac{0.496}{0.762} \rightarrow P[-p_3] = \sum_{p_1, p_2, p_4} P[p_1, p_2, -p_3, p_4] = P[+p_1]P[+p_2|+p_1]P[-p_3|+p_2] + \\
 &P[+p_1]P[+p_2|+p_1]P[-p_3|+p_2] + P[-p_1]P[+p_2|-p_1]P[-p_3|+p_2] + P[-p_1]P[+p_2|-p_1]P[-p_3|+p_2] + \\
 &P[-p_1]P[-p_2|-p_1]P[-p_3|-p_2] = 0.4 * 0.8 * 0.8 + 0.4 * 0.2 * 0.7 + 0.6 * 0.5 * 0.8 + 0.6 * 0.5 * 0.7 = P[-p_3] = 0.762 \\
 \rightarrow P[-p_3] &= 0.762 \\
 \rightarrow P[p_2| -p_3] &= \frac{0.496}{0.762} = 0.65
 \end{aligned}$$

.۲

$$\begin{aligned}
 P[-p_3] &= \sum_{p_1, p_2} P[p_1, p_2, -p_3] = \sum_{p_1, p_2} P[p_1]P[p_2|p_1]P[-p_3|p_2] = \\
 \sum_{p_2} P[-p_3|p_2] * \sum_{p_1} P[p_1]P[p_2|p_1] \\
 \sum_{p_1} P[p_1]P[p_2|p_1] &= P[p_2] \rightarrow \\
 P[+p_1, +p_2] &= 0.32, P[+p_1, -p_2] = 0.08, P[-p_1, +p_2] = 0.30, P[-p_1, -p_2] = 0.30 \\
 \xrightarrow{\text{factor out } p_1} +p_2 &= 0.62, -p_2 = 0.38 \\
 \sum_{p_2} P[-p_3|p_2]P[p_2] \\
 P[+p_3, +p_2] &= 0.124, P[-p_3, +p_2] = 0.496, P[+p_3, -p_2] = 0.114, P[-p_3, -p_2] = 0.266 \\
 \xrightarrow{\text{factor out } p_2} P[-p_3] &= 0.762, P[+p_3] = 0.238 \\
 \rightarrow P[p_2| -p_3] &= \frac{P[p_2, -p_3]}{P[-p_3]} = \frac{0.496}{0.762} = 0.65
 \end{aligned}$$

سوال ۲

.۱

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu} = \frac{10}{2 \times 6} = \frac{5}{6}$$

.۲

$$\text{prob} = P(\text{wait}) = \rho * (1 - \rho) = \frac{5}{36}$$

سوال ۳

برای هر سیستم جداگانه بررسی می‌کنیم.

۱. سیستم اول

$$w_Q = \frac{\rho}{c\mu(1-\rho)} \xrightarrow{\rho=\frac{12}{3 \times 5}} \frac{4}{15}$$
$$\text{annual cost} = \frac{4}{15} \times 0.001 \times 365 \times 24 \times 3600 = 25228\$$$

۲. سیستم با بهبود سرور

$$\text{annual cost} = \frac{12}{3 \times 6} \times 0.001 \times 365 \times 24 \times 3600 + 50000 = 71024\$$$

۳. سیستم با اضافه کردن سرور جدید

$$\text{annual cost} = \frac{12}{4 \times 5} \times 0.001 \times 365 \times 24 \times 3600 + 70000 = 88921\$$$

متوجه می‌شویم که این تغییرات برای یک سال نتیجه چندان خوبی به همراه ندارند پس بهتر است با همان سیستم قبلی جلو برویم.

سوال ۴

۱.

در این روش یک دنباله تصادفی از اعداد صحیح بین $0, 1, \dots, m-1$ تولید می‌کنیم. سپس مطابق فرمول زیر در هر مرحله عدد تصادفی جدید را بدست آورده و نهایتاً برای اینکه اعداد تصادفی ما بین 0 و 1 هستند، عدد بدست آمده را بر m تقسیم می‌کنیم. در نوشتار زیر، X_i همان اعداد تصادفی تولید شده هستند، Seed اولین عددی است که به فرمول می‌دهیم، a مضرب اعداد ما است، c میزان اضافه شده در هر قدم است و m نیز پیمانه ما است.

$$X_{i+1} = (aX_i + c) \bmod m$$

$$X_0 = \text{Seed}$$

$$\text{Random}_i = \frac{X_i}{m}$$

۲.

وقتی در LCM می‌خواهیم اعداد را تولید کنیم، نیاز به یک عدد اولیه به نام Seed داریم. حال دنباله تولید شده نهایتاً برابر X_0, \dots, X_n خواهد بود که پس از X_n دوباره دنباله از اول تولید خواهد شد. مفهوم stream number random این است که یکی از اعداد این دنباله را به عنوان Seed در نظر بگیریم و سپس اعداد را تولید کنیم تا نهایتاً به عدد دیگری در انتها برسیم. هر استریم را می‌توان به عنوان خروجی تولیدکننده‌های مجزا در نظر گرفت.

۳.

برای بدست آوردن ماکسیمم پریود باید اولاً که c ، m نسبت به یکدیگر اول باشند. ثانیاً $a-1$ باید بر تمامی عوامل اول m بخش پذیر باشد و اگر m بر 4 بخش پذیر بود $a-1$ نیز باید بر 4 بخش پذیر باشد. حال برای اینکه مقادیر درست را برای a, c, m انتخاب کنیم باید چند شرط را رعایت کنیم. m باید یک عدد اول خیلی بزرگ و یا توانی از یک عدد اول باشد.

۴.

مزایا :

- (آ) سرعت محاسبه اعداد با این روش بسیار سریع است.
- (ب) از نظر حافظه نیاز به حافظه زیادی ندارد
- (ج) پارامترهای آن را به راحتی می‌توان customize کرد
- (د) برای پیاده‌سازی و استفاده روش راحت و سراسری است.

معایب :

- (آ) در این روش اعداد نیمه تصادفی تولید می‌شوند و نه لزوماً کاملاً تصادفی که این باعث می‌شوند با یکدیگر یک همبستگی داشته باشند.
- (ب) پریود اعداد تولید شده در این روش محدود است و پس از مدتی اعداد تکراری تولید می‌شوند.
- (ج) این روش به شدت به پارامترها حساس است و در صورتی که پارامترهای اشتباه بدهیم اعداد تولید شده اعداد خوبی نخواهند بود.
- (د) از نظر امنیتی امن نیست چون الگوی قابل شناسایی دارد.