درس شبیه سازی کامپیوتر دکتر صفائی

نیم‌سال دوم ۱۴۰۲-۱۴۰۱

دانشکده مهندسی کامپیوتر

تمرین دوم (فصول 3و 4)

مهلت ارسال: 18 فروردین

به موارد زیر توجه کنید:

1- حتما نام و شماره دانشجویی خود را روی پاسخ‌نامه بنویسید.

2- در حل سوالات به نوشتن جواب آخر اکتفا نکنید. همه مراحل میانی را هم بنویسید **در غیر این صورت نمره سوال مربوطه را نخواهید گرفت.**

3- **کل پاسخ تمارین تئوری** را در قالب **یک فایل pdf**، و بخش **عملی** را با درج تمامی ریزالت ها و توضیحات نیز ثبت نمایید، و تمایمی فایل ها را در **یک زیپ** گذاشته و با **شماره دانشجویی** و نام و **نام‌خانوادگی خود**، نام‌گذاری کرده در سامانه CW بارگذاری کنید.

4- تاکید میشود تمارین خود را **حتما در سامانه cw گذاشته** و **ارسال در جاهای دیگر قابل قبول نیست** و در صورت آپلود نکردن، نمره 0 برای تمرین مربوطه درج میشود.

5- تمارین **فاقد تاخیر** هستند پس لطفا تا ددلاین تعیین شده پاسخ تان را در سامانه درس آپلود کنید.

6- حتما طبق موارد مکتوب سوالات را حل کنید و در صورت داشتن ابهام در تالار پرسش و پاسخ تمرین، مطرح کنید و به پاسخ‌هایی که توسط دستیار آموزشی مربوطه که در تالار بیان میشود، توجه کنید.

7- سوالات بخش نظری را حتما خودتان بدون هیچ ابزار کمکی حل کنید.

8- در صورت مشاهده هرگونه مشابهت نامتعارف هر دو (یا چند) نفر کل نمره این تمرین را از دست خواهند داد.

سوالات:

بخش نظری

1) فرض کنید که یک فرآیند پواسون هست که در آن رویدادها با سرعت ۲ رویداد در دقیقه رخ می‌دهند. یک دوره زمانی تصادفی وجود دارد که در طی آن نرخ به ۳ رویداد در دقیقه افزایش می‌یابد، و این بازه زمانی از توزیع گاما با پارامتر شکل ۲ و پارامتر مقیاس ۵ دقیقه پیروی می‌کند. احتمال اینکه در یک بازه ۱۰ دقیقه ای دقیقاً ۵ رویداد رخ دهد چقدر است؟

2) فرض کنید یک فرآیند تولیدی دارید که دستگاه الکتریکی تولید می‌کند، و زمانی که برای از کار افتادن یک دستگاه الکتریکی طول می‌کشد به صورت توزیع نمایی با میانگین زمان بین خرابی‌ها ۵۰۰ ساعت است. با این حال، این فرآیند در معرض یک اتفاق ناگهانی (شوک) که به صورت دوره‌ای هر ۱۰۰ ساعت قرار می‌گیرد که نرخ خرابی را تا ۱۰ برابر برای یک دوره ۵ ساعته افزایش می‌دهد. به طور خاص، نرخ خرابی به صورت زیر است:

$$\lambda(t) = \frac{1}{500} + \frac{9}{500} \times I\,(t \bmod 100 < 5)$$

که در آن I تابع **indicator** است. (نرخ خرابی "$\frac{1}{500}$ در ساعت" زمانی که اتفاق ناگهانی وجود ندارد و "$\frac{9}{500}$ در ساعت" در طول دوره شوک ۵ ساعته که هر ۱۰۰ ساعت اتفاق می‌افتد است.)

احتمال اینکه یک دستگاه الکتریکی در ۵۰ ساعت اول کار خراب شود، چقدر است؟

3) یک زنجیره‌ی مارکوف در نظر بگیرید که دارای تعداد نامتناهی حالت از صفر تا بی‌نهایت است. حالت شروع، حالت صفر است. احتمال خروج از حالت صفر برابر p است (p عددی بین **0** و **1** است) و با احتمال $1 - p$ هم در حالت صفر باقی می‌ماند. برای زنجیره های **0 < i** ،رفتن به حالت بعد از حالت **i** (یعنی حالت **i+1**) با احتمال p رخ میدهد، و رفتن به حالت قبل از حالت **i** (یعنی حالت **i-1**) با احتمال $1 - p$ رخ می‌دهد.

الف) زنجیرهی مارکوف مربوطه را رسم کنید.

ب) برای $p < 0.5$ ، احتمال وقوع هر حالت در بی‌نهایت (حالت ماندگار) را بر حسب p بدست آورید.

پ) نشان دهید برای $p > 0.5$ ، احتمال وقوع حالت‌ها در بی‌نهایت (حالت ماندگار) تعریف نمی‌شود.

4) یک نوع سرطان داریم که وقتی فرد مبتلا به آن می‌شود می‌تواند در یکی از سه حالت بی‌علامت، علامت‌دار و مرده باشد. از حالت بی‌علامت به صورت یونیفرم ممکن است به یکی از سه حالت فوق برویم. از حالت علامت‌دار هم به صورت یونیفرم ممکن است در همان حالت بمانیم یا به حالت مرده برویم. اگر هم بیمار بمیرد منطقا دیگر به حالت های دیگری نمی‌تواند برود.

زنجیره ی مارکوف مربوطه و ماتریس انتقال نظیر آن را بدست آورید و نشان دهید که حالت مرده جاذب است. در ادامه امید ریاضی زمانی که طول می‌کشد تا یک فرد سرطان‌دار بی‌علامت بمیرد را بدست آورید.

5) یک سکه که احتمال شیر آمدن آن $\frac{1}{3}$ است، پشت سر هم انداخته می‌شود. زنجیره ی مارکوف مربوطه را رسم کنید و امید ریاضی تعداد دفعاتی که این سکه باید پرتاب شود تا توالی خط-شیر-خط مشاهده شود چقدر است؟

بخش عملی

6)

در این قسمت هدف شبیه‌سازی وضعیت صفحات وب در دراز مدت می‌باشد. (برای مطالعه‌ی بیشتر می‌توانید الگوریتم PageRank که در موتورهای جست‌وجوگر مورد استفاده قرار می‌گیرد را مطالعه کنید.) برای حل مسئله از زنجیره‌ی مارکوف و مفاهیم مرتبط با آن کمک می‌گیریم. هدف مسئله پیش‌بینی احتمال حضور کاربر در هر صفحه از سیستم است. فرض کنید از زنجیره ی مارکوف برای مدل کردن مسئله استفاده کرده‌اید. برای ورودی در خط اول شما باید تعداد وب پیج‌ها (n) را از کاربر دریافت نمایید، در خط دوم باید بردار n تایی بگیرید که نشان دهنده ی احتمال حضور در هر صفحه در حالت ابتدایی شبیه سازی است، سپس در خطوط بعدی کاربر ماتریس احتمال انتقال را وارد کرده که باید یک ماتریس n در n باشد.

الف) حال با استفاده از نمونه گیری برای تعداد قدم خاص، به تعداد باری که صلاح می‌دانید حرکت روی زنجیره را شبیه سازی نمایید و احتمال حضور در هر صفحه را بعد از گذشتن زمان کافی به دست آورید. در واقع هدف به دست آوردن احتمال های حالت پایدار(steady state) و در واقع توزیع احتمال حالت پایدار برای هر صفحه است.

ب) به کمک رسم نمودار یا روش های مشابه تاثیر تعداد قدم در هر دور شبیه سازی و تعداد بار های شبیه سازی در دقت احتمال های بدست آمده را نشان دهید.

توجه کنید که عدد خروجی شما لازم نیست دقیقا برابر احتمال واقعی باشد و نمونه گیری در این جا نقش پررنگی دارد. توضیحات منطق کدتان و نتایج به دست آمده را همراه کد قرار دهید. نیاز به نوشتن گزارش مفصلی نیست اما لازم است تا **عکس‌های نمونه ورودی خروجی و توضیحی از منطق کدتان و روش حل همراه کد موجود باشد.**

برای این بخش باید از یکی از زبان‌های پایتون، جاوا یا سی/سی پلاس پلاس استفاده کنید.

نمونه ورودی	نمونه خروجی
3 0 0 1 0.3 0.2 0.5 0.4 0.3 0.3 0.3 0.4 0.3	0.33 0.30 0.36