

به نام خدا



## درس نظریه بازی‌ها

تمرین تئوری یک - بخش اول

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دانشگاه صنعتی شریف

نیم سال دوم ۰۲-۰۱

---

استاد:

مرضیه نیلی پور

مهلت ارسال:

۱۲ اسفند

مسئول تمرین تئوری یک - بخش اول:

علی مرادی

طراحان تمرین تئوری یک - بخش اول:

زهرا حیدری‌فر، علی انصاری‌فر، علی مرادی، مهدی قائم‌پناه

ویراستار فنی تمرین تئوری یک - بخش اول:

علی انصاری‌فر

# فهرست

## نکات قابل توجه

۲

## سوالات

۳

۳

۴

۵

۶

۷

سوال ۱. تعادل و استراتژی‌های مغلوب

سوال ۲. پیدا کردن تعادل نش با استفاده از تابع بهترین پاسخ

سوال ۳. پروژه‌ی مشترک

سوال ۴. شکار گوزن

سوال ۵. مدل سازی به فرم نرمال



## نکات قابل توجه

- مشورت و همفکری به طور محدود مجاز است ولی باید راه‌حل برای خودتان باشد.
- شما در طول ترم ۱۲ روز تاخیر مجاز برای کل تمرین‌های تئوری و عملی خواهید داشت. برای هر تمرین از حداکثر ۳ روز تاخیر مجاز می‌توان استفاده کرد. در انتهای ترم اگر از تاخیرهای مجاز شما باقی مانده بود، نمره‌ای برای آن در نظر گرفته نمی‌شود.
- برای هر تمرین امکان آپلود Quera تا ۶ روز بعد ددلاین وجود خواهد داشت. به ازای هر روز تاخیر ۱۵ درصد از نمره کسب شده توسط شما به صورت ساعتی کم می‌شود. (تاخیرهای مجاز در انتهای ترم و به شکلی که بیشترین نمره را کسب کنید اعمال می‌شود)
- نوشتن پاسخ تمرین‌های تئوری به صورت لاتک ۱۵ درصد نمره امتیازی آن تمرین را دارد.



## سوالات

## سوال ۱. تعادل و استراتژی‌های مغلوب

برای هر کدام از بازی‌های زیر تمام تعادل‌های نش را با حذف استراتژی‌های مغلوب و مشخص کردن بهترین پاسخ هر استراتژی حریف پیدا کنید.  
(الف)

	$x_2$	$y_2$
$x_1$	3, 7	6, 6
$y_1$	2, 2	7, 3

(ب)

	$x_2$	$y_2$
$x_1$	7, 3	6, 6
$y_1$	2, 2	3, 7

(ج)

	$x_2$	$y_2$	$z_2$
$x_1$	0, 4	5, 6	8, 7
$y_1$	2, 9	6, 5	5, 1

(د)

	$x_2$	$y_2$	$z_2$
$x_1$	0, 0	5, 4	4, 5
$y_1$	4, 5	0, 0	5, 4
$z_1$	5, 4	4, 5	0, 0



## سوال ۲. پیدا کردن تعادل نش با استفاده از تابع بهترین پاسخ

در یک بازی دو نفره مجموعه‌ی حرکات هر نفر اعداد حقیقی نامنفی است و امتیازهای بازیکنان با توابع زیر مشخص می‌شوند. تعادل نش را در این بازی پیدا کنید.

$$u_1(a_1, a_2) = a_1(a_2 - a_1)$$

$$u_2(a_1, a_2) = a_2(1 - a_1 - a_2)$$



### سوال ۳. پروژه‌ی مشترک

دو نفر به طور مشترک روی یک پروژه مشغول کار هستند. اگر نفر  $i$  به اندازه‌ی  $x_i$  (که عددی حقیقی بین صفر و یک است) در انجام پروژه تلاش کند، به اندازه‌ی  $c(x_i)$  برایش هزینه خواهد داشت و سود پروژه برابر  $f(x_1, x_2)$  است که به صورت مساوی و بدون توجه به مقدار تلاش هر نفر میانشان تقسیم می‌شود.

این وضعیت را به صورت یک بازی استراتژیک فرمول بندی کنید و تعادل نش را در هر کدام از حالت‌های زیر پیدا کنید و علاوه بر آن تعیین کنید که آیا در هر حالت سطوح تلاشی برای دو نفر وجود دارد که مطلوبیت بیشتری به هر دو نفر نسبت به تعادل نش بدهد؟

الف)  $f(x_1, x_2) = 3x_1x_2$  و  $c(x_i) = x_i^2$  برای  $i = 1, 2$

ب)  $f(x_1, x_2) = 4x_1x_1$  و  $c(x_i) = x_i$  برای  $i = 1, 2$



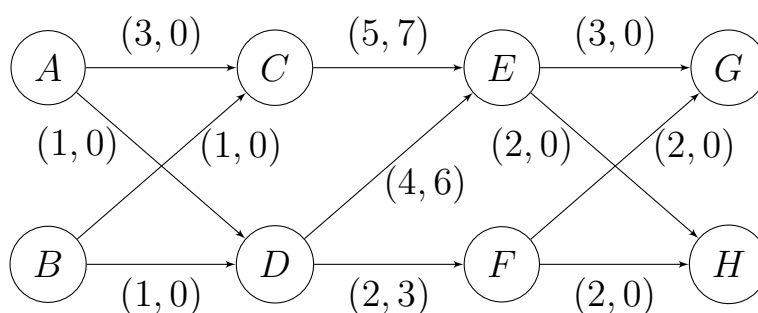
## سوال ۴. شکار گوزن

فرض کنید  $n$  شکارچی داریم که به صورت مشترک میخواهند گوزن شکار کنند. هر کدام بین 0 تا  $k$  واحد می‌توانند تلاش کنند. تلاشی که نفر  $i$  ام برای دنبال کردن گوزن انجام می‌دهد را با  $e_i$  نشان می‌دهیم، که عددی بین صفر تا  $k$  است. احتمال شکار شدن گوزن به کمترین مقدار تلاشی بستگی دارد که شکارچی‌ها انجام می‌دهند، که با  $\min_j e_j$  نشان می‌دهیم. مطلوبیت شکارچی  $i$  ام برابر  $u_i(e_1, \dots, e_n) = 2 \min_j e_j - e_i$  است. همه تعادل‌های نش بازی را بیابید و نشان دهید که این بازی به جز پاسخ شما تعادل دیگری ندارد.



## سوال ۵. مدل سازی به فرم نرمال

گراف زیر نقشه‌ی جاده‌های یک کشور را نشان می‌دهد. حمید ابتدا در شهر  $A$  قرار دارد و می‌خواهد به شهر  $G$  برود و مجید در شهر  $B$  قرار دارد و می‌خواهد به شهر  $H$  برود. هر کس در مدت زمان یک روز یک جاده را در جهت مشخص شده در شکل طی می‌کند، یعنی هر دو پس از سه روز به مقصد می‌رسند. گذشتن از هر جاده هزینه‌ای دارد که اعداد مشخص شده روی یال‌ها نشان دهنده‌ی هزینه‌ی جاده‌ها هستند. عدد اول به این معناست که اگر یک نفر از این جاده بگذرد چقدر باید هزینه بدهد و عدد دوم به این معناست که اگر دو نفر همزمان از این جاده استفاده کنند چقدر باید هزینه دهند. به طور مثال اگر حمید از مسیر  $ACEG$  برود و مجید از مسیر  $BCEH$ ، آنگاه هزینه‌ی گذشتن از جاده‌ی  $CE$  برای آن‌ها ۷ واحد خواهد بود.



الف) وضعیت حمید و مجید را به صورت یک بازی فرم نرمال توصیف کنید و جدول امتیازات بازی را بکشید. توجه کنید که اعداد نوشته‌شده روی یال‌ها هزینه هستند و هزینه کمتر برای بازیکنان مطلوب‌تر است.

ب) استراتژی‌های مغلوب را مشخص کنید و تعادل نش بازی را پیدا کنید.

ج) آیا می‌توان هزینه‌های متناظر با جاده‌ی  $CE$  را طوری تغییر داد که هزینه‌ی عبور دو نفر از این جاده بیشتر از هزینه‌ی عبور یک نفر باشد و حداقل یک تعادل نش وجود داشته باشد که در آن هر دو بازیکن از این جاده استفاده کنند؟ در صورت امکان، تمام  $(x, y)$  هایی که این خاصیت را دارند مشخص کنید.