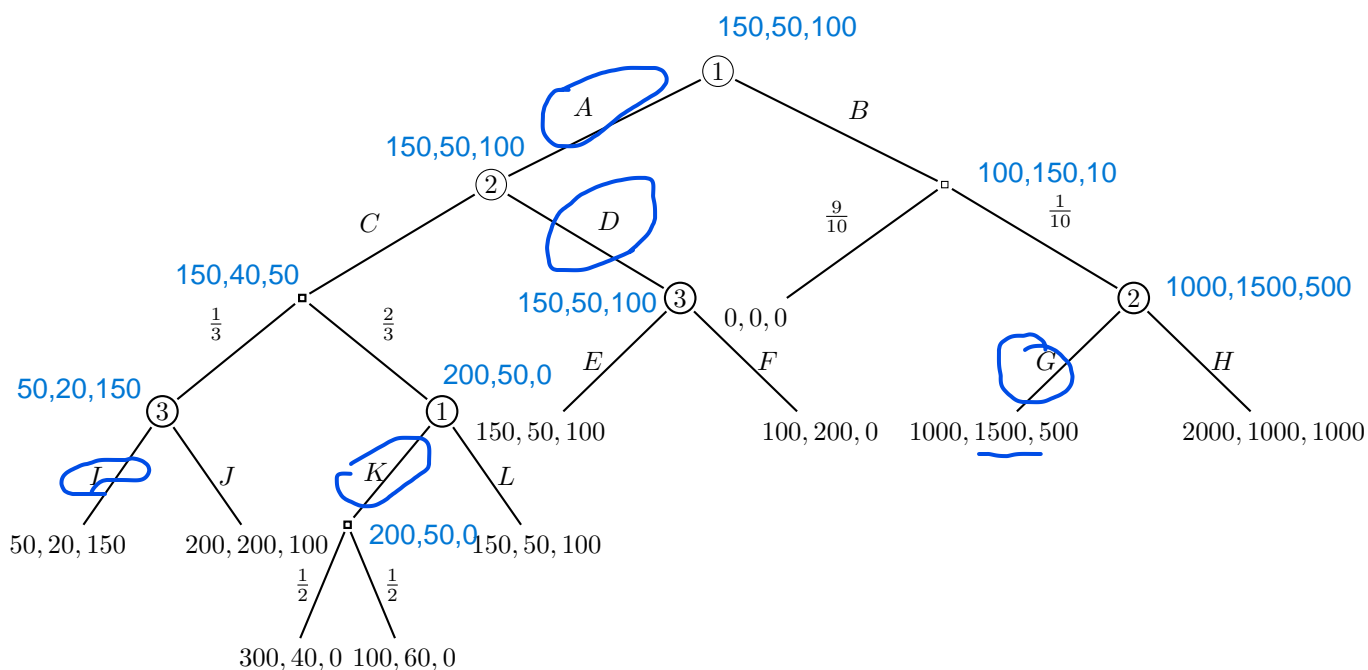




## تمرین سری دو

### پرسش ۱

با استفاده از استقرای بازگشتی<sup>۱</sup> یک تعادل رفتاری برای بازی زیر پیدا کنید.



### پرسش ۲

بازی زیر را در نظر بگیرید.

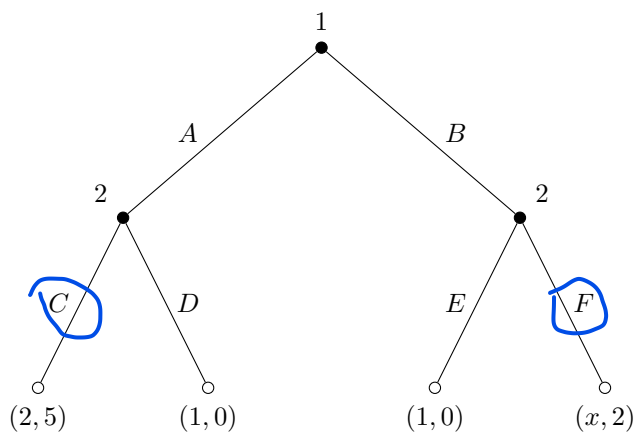
	A	B
A	0, 5	1, 1
B	1, 1	5, 0

backward induction<sup>۱</sup>

فرض کنید این بازی بی‌نهایت دور تکرار شود. به ازای چه مقدار نرخ *discount*، تعادل نش زیربازی کاملاً وجود دارد که بازیکنان در دوره‌های فرد  $(A, A)$  و در دوره‌های زوج  $(B, B)$  بازی کنند؟

### پرسش ۳

بازی زیر را در نظر بگیرید که  $x \neq 2, x > 1$ .  
 (آ) به ازای مقادیر ممکن برای  $x$ ، با استفاده از استقرای بازگشتی، استراتژی‌های تعادل را بیابید.  
 (ب) فرم نرمال بازی را بکشید و برای  $x = 3$  تعادل نش با استراتژی ترکیبی را بدست آورید.



### پرسش ۴

در یک بازی دو نفره، ابتدا عدد  $\alpha$  به صورت تصادفی یکی از مقادیر 1 یا  $-1$  را می‌گیرد. سپس نفر اول مقدار  $\alpha$  را دیده و  $x$  را بازی می‌کند. بعد از بازی نفر اول، نفر دوم  $y$  را بازی می‌کند،  $x, y \in \{1, 2, 4\}$ ، در صورتی که سود بازیکنان به صورت زیر باشد، به سوالات پاسخ دهید.

$$u_1 = \alpha xy, u_2 = -\alpha xy$$

(آ) درخت بازی را کشیده و وضعیت‌های با اطلاعات یکسان را مشخص کنید.  
 (ب) استراتژی بهینه بازیکنان را بدست بیاورید.

## پرسش ۵

دو خودروساز  $A$  و  $B$  را در نظر بگیرید که در حال تصمیم گیری در مورد افزایش ظرفیت تولید خودشان هستند. هر یک سه انتخاب پیش روی خود دارند:

- ظرفیت خود را ثابت نگه دارند (ث)
- ظرفیت خود را کمی افزایش دهند (ک)
- ظرفیت خود را به مقدار زیاد افزایش دهند (ز)

باتوجه به سود دریافتی هر یک که طبق جدول زیر است به سوالات پاسخ دهید.

	ث	ک	ز
ث	36, 36	30, 40	18, 36
ک	40, 30	32, 32	16, 24
ز	36, 18	24, 16	0, 0

(آ) با فرض این که  $A$  و  $B$  همزمان تصمیم بگیرند، **فرم درختی و فرم نرمال** این بازی را بنویسید و تعادل آن را بدست آورید.

(ب) در صورتی که  $A$  اول بازی کند و سپس  $B$  با دانستن انتخاب  $A$ ، بازی کند، فرم درختی بازی را رسم کنید و تعادل زیربازی کامل آن را بدست آورید.

(پ) مشابه حالت ب این بار فرض کنید  $B$  انتخاب  $A$  را نمی داند، فرم درختی، فرم نرمال و تعادل زیربازی کامل را با این شرایط بدست آورید.

## پرسش ۶

هیئت رئیسه شرکتی 9 عضو دارد که در حال تصمیم گیری در مورد مدیرعامل هستند و 3 انتخاب دارند:

- $X$ : اخراج مدیرعامل
- $Y$ : عدم تغییر مدیرعامل
- $Z$ : عدم تغییر مدیرعامل و افزایش حقوق او

از طرفی اعضا به سه گروه تقسیم شده اند و اولویت های هر گروه به صورت زیر است:

- گروه  $A$  شامل 4 عضو:  $X$  را به  $Y$  و  $Y$  را به  $Z$  ترجیح می دهد.

• گروه  $B$  شامل 3 عضو:  $Z$  را به  $Y$  و  $Y$  را به  $X$  ترجیح می دهد.

• گروه  $C$  شامل 2 عضو:  $Y$  را به  $Z$  و  $Z$  را به  $X$  ترجیح می دهد.

برای تعیین انتخاب نهایی، در دو مرحله رای گیری انجام می شود و در هر مرحله، انتخابی که کمترین رای را داشته باشد حذف می شود تا در نهایت یک گزینه باقی بماند.  
 (آ) توضیح دهید در صورتی که در هر مرحله، هر عضو به گزینه ای که اولویت بیشتری برایش دارد رای بدهد، در نهایت کدام گزینه انتخاب می شود.  
 (ب) حال فرض کنید هر عضو به گونه ای رای دهد که در پایان مرحله دوم گزینه ای که برای او اولویت بیشتری دارد انتخاب شود. توضیح دهید در این حالت، اعضای گروه  $A$  باید چگونه رای دهند؟

## پرسش ۷

بازی زیر را در نظر بگیرید.

	C	D
C	4, 4	0, 6
D	6, 0	1, 1

(آ) تعادل نش بازی را بدست آورید.  
 (ب) فرض کنید این بازی بی نهایت دور تکرار شود و بعد از هر دور هر بازیکن از حرکت بازیکن دیگر باخبر شود. بازده کل این بازی تکرارشونده، مجموع *discounted* بازده های حاصل هر دور است (با نرخ  $\delta = \frac{1}{2}$ ). فرض کنید استراتژی زیر توسط بازیکنان اتخاذ شود:

- تا زمانی که هیچ کس تخلف<sup>۲</sup> نکند، هر دو  $C$  بازی کنند.
  - اگر یک بازیکن تخلف کند، از دور بعد هر دو، به مدت  $n$  دور  $(D, D)$  بازی کنند.
  - بعد از اتمام  $n$  دور، هر دو به استراتژی  $(C, C)$  برمی گردند.
- به ازای چه مقادیری از  $n$ ، بازی فوق تعادل نش زیربازی کامل دارد؟

<sup>۲</sup>deviate