



پرسش ۱

تمام استراتژی‌های پایدار تکاملی، در استراتژی‌های خالص و ترکیبی بازی زیر را پیدا کنید.

		Player I		
Player II		(0, 0)	(3, 1)	(0, 0)
	(1, 3)	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)
	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)	(1, 1)

پرسش ۲

نشان دهید در هر بازی متقارن، اگر $a_{ii} > a_{ij}$ به ازای تمامی $i \neq j$ برقرار باشد، آنگاه استراتژی خالص i یک استراتژی پایدار تکاملی است.

پرسش ۳

نشان دهید بازی با ماتریس بازدهی زیر تعادل نش ندارد. تعادل‌های همبسته‌ی این بازی را پیدا کنید.

		Player I		
Player II		$(-\infty, -\infty)$	(3, 1)	(0, 2)
	(1, 3)	(0, 0)	(0, 0)	$(1, -\infty)$
	(2, 0)	$(-\infty, 1)$	(0, 0)	(0, 0)

پرسش ۴

به ازای چه مقادیری از x ، بازی زیر دارای تعادل تکاملی است؟

		Player I	
Player II		(x, x)	$(0.5x, 0.5)$
	$(0.5, 0.5x)$	$(1, 1)$	

پرسش ۵

A ماتریس متقارن بازی با ماتریس بازدهی R برای بازیکن سطریست. فرض کنید R وارون‌پذیر است.

الف) فرض کنید تعادل نش متقارنی وجود دارد که وزن تمام استراتژی‌های خالص در آن مثبت است. نشان دهید چنین استراتژی‌ای در صورت وجود، یکتاست و رابطه‌ی آن را بیابید.

ب) چه زمانی چنین تعادلی وجود دارد؟

پ) دوباره فرض کنید چنین استراتژی‌ای وجود دارد. به دست آورید که در چه شرایطی این استراتژی، یک استراتژی پایدار تکاملی خواهد بود؟

پرسش ۶

فرض کنید نرها و ماده‌ها در یک حیوان خاص دو نوع رفتار متفاوت دارند: مراقبت از فرزندان و رها کردن فرزندان. امید ریاضی تعداد فرزندان در ماتریس زیر آمده است (سطرها مربوط به پدر و ستون‌ها مربوط به مادر هستند).

	رها کردن	مراقبت
مراقبت	$(\alpha V - c, \alpha V)$	$(V - C, V - C)$
رها کردن	$(0, 0)$	$(\alpha V, \alpha V - c)$

توضیح: V امید ریاضی تعداد فرزندان است که در صورت مراقبت هر دوی پدر و مادر، زنده می‌مانند. اگر فقط یکی از والدین از فرزند مراقبت کند، امید ریاضی تعداد فرزندان زنده مانده در یک ضریب α که $0 < \alpha < 1$ ضرب می‌شود. همچنین والدی که از فرزندان به تنهایی مراقبت می‌کند، نیازمند انرژی و زمان برای این مراقبت است و در نتیجه شانس جفت‌گیری آن کاهش یافته و امید ریاضی تعداد فرزندان که زنده می‌مانند به اندازه‌ی c کاهش می‌یابد.

الف) در دو حالت زیر، استراتژی پایدار تکاملی را مشخص کنید و نشان دهید یکتاست.

$$1. \alpha V - c > 0 \text{ و } V - c > \alpha V$$

$$2. \alpha V - C < 0 \text{ و } V - c < \alpha V$$

ب) اگر $\alpha < \frac{1}{2}$ (در این حالت $(1 - \alpha)V < \alpha V$) و سرمایه‌گذاری بر حفاظت از فرزندان نابرابری‌های $(1 - \alpha)V > c > \alpha V$ را برقرار می‌کند، دو تعادل پایدار تکاملی وجود دارد، مراقبت یا رها کردن. نشان دهید هر دو تعادل‌های پایدار تکاملی هستند. با توجه به شرایط اولیه، کدام تعادل در عمل در جمعیت مشاهده می‌شود؟

پ) اگر $\alpha > \frac{1}{2}$ (در این حالت $\alpha V > (1 - \alpha)V$) و سرمایه‌گذاری بر حفاظت از فرزندان نابرابری‌های $\alpha V > c > (1 - \alpha)V$ را برقرار می‌کند، تنها استراتژی پایدار تکاملی، استراتژی ترکیبیست که در آن به احتمال $\frac{\alpha V - c}{(2\alpha - 1)V}$ مراقبت کردن انتخاب می‌شود.