# 7 Distribusi Sampling

## Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, pembaca diharapkan mampu:

- ❑ Memahami perlunya suatu sampling serta keuntungan-keuntungan melakukannya
- ❑ Menjelaskan pengertian sampel acak pada sampling untuk suatu populasi terhingga dan populasi tak terhingga
- ❑ Memahami prinsip-prinsip *central limit theorem* pada distribusi sampling (*sampling distribution*)
- ❑ Menjelaskan langkah-langkah yang diperlukan untuk membentuk suatu distribusi mean sampling, serta menghitung mean dan deviasi standard dari distribusi tersebut\
- ❑ Menjelaskan langkah-langkah yang diperlukan untuk membentuk suatu distribusi proporsi sampling, serta menghitung mean dan deviasi standard dari distribusi tersebut

## Pokok Bahasan:

#### 7.1.3.1 Sampling dengan dan tanpa Pergantian

Sampling di mana setiap anggota sebuah populasi bisa terpilih lebih dari sekali (terpilih kembali setelah terpilih sebelumnya) disebut *sampling dengan pergantian*, sedangkan jika anggota populasi tidak bisa terpilih lebih dari sekali (yang telah terpilih tidak bisa dipilih lagi) disebut *sampling tanpa pergantian.*

#### 7.1.3.2 Sampel Acak (*Random Sample*)

Seandainya hendak dipilih sampel yang berukuran $n$ dari sebuah populasi. Sebelum sampel diperoleh masih terdapat ketidak-pastian terhadap nilai yang diamati (data) $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ dari sampel tersebut. Dengan demikian setiap nilai pengamatan (data) dari sampel tersebut dapat dipandang sebagai sebuah variabel acak $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ yang masing-masing mungkin mengambil nilai-nilai pengamatan dari setiap anggota populasi.

Sehimpunan variabel acak $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_{n-1}, X_n$ akan membentuk sebuah *sampel acak* dari populasi jika:

(a) $X_i$ saling bebas secara statistik.

(b) Masing-masing $X_i$ mengikuti fungsi distribusi probabilitas yang mengatur populasi.

Jika dilakukan sampling tanpa pergantian pada suatu populasi sejumlah $N$, sehimpunan variabel acak $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_{n-1}, X_n$ yang terpilih akan membentuk sebuah sampel acak dari populasi jika sampling dilakukan dengan cara sedemikian rupa sehingga seluruh kombinasi ${}_NC_n$ sampel yang mungkin memiliki probabilitas yang sama untuk bisa terpilih.

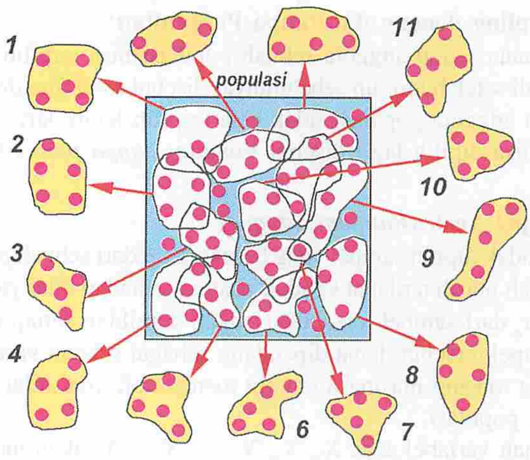
### 7.1.4 Distribusi Sampling

Dengan adanya variasi nilai pengamatan pada sampel, setiap nilai statistik sampel, seperti mean sampel, deviasi standard sampel, kurtosis sampel, dan sebagainya, juga akan bervariasi antara sebuah sampel dengan sampel lainnya. Jadi sebelum diperolehnya nilai pengamatan (data) $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$, nilai statistik sampel seperti nilai mean $\bar{x}$, nilai deviasi standard $s$, dan lain-lain juga merupakan variabel-variabel acak yang dinotasikan dengan $\bar{X}$, $S$, dan sebagainya.

Untuk memahami terminologi dari distribusi sampling (*sampling distribution*), bayangkanlah seluruh kemungkinan sampel berukuran 5 yang dapat dibentuk dari suatu populasi seperti yang diilustrasikan Gambar 7.1.

Untuk masing-masing sampel tersebut dapat dihitung sebuah statistik sampel seperti mean, range, deviasi standard, dll., yang nilainya tentu akan berbeda-beda pada masing-masing sampel. Maka dengan cara demikian kita bisa memperoleh suatu *distribusi nilai statistik sampel-sampel* tersebut. Distribusi ini dinamakan *distribusi sampling* (*sampling distribution*).

Jika statistik yang ditinjau adalah *mean* dari masing-masing sampel, maka distribusi yang terbentuk disebut *distribusi mean-mean sampling* (*sampling distribution of the means*). Dengan demikian dapat juga diperoleh distribusi deviasi standard, varians, median, dll dari sampling. Kemudian terhadap masing-masing jenis distribusi sampling inipun dapat dihitung ukuran-ukuran statistik deskriptifnya (mean, range, deviasi standard dll.).




**Gambar 7.1** Distribusi sampling

| sampel | mean | Dev.Std |
|---|---|---|
| 1 | $\overline{X}_1$ | $s_1$ |
| 2 | $\overline{X}_2$ | $s_2$ |
| 3 | $\overline{X}_3$ | $s_3$ |
| 4 | $\overline{X}_4$ | $s_4$ |
| 5 | $\overline{X}_5$ | $s_5$ |
| 6 | $\overline{X}_6$ | $s_6$ |
| 7 | $\overline{X}_7$ | $s_7$ |
| 8 | $\overline{X}_8$ | $s_8$ |
| 9 | $\overline{X}_9$ | $s_9$ |
| 10 | $\overline{X}_{10}$ | $s_{10}$ |
| 11 | $\overline{X}_{11}$ | $s_{11}$ |
| 12 | $\overline{X}_{12}$ | $s_{12}$ |
| 13 | $\overline{X}_{13}$ | $s_{13}$ |
| ... | ... | ... |
| $i$ | $\overline{X}_i$ | $s_i$ |

## Contoh 7.2

- Suatu populasi terdiri atas lima hasil pengukuran bernilai 2, 3, 6, 8, 11. Jika dari populasi ini hendak digunakan dua hasil pengukuran sebagai sampel, distribusi mean-mean sampling (*sampling distribution of the means*) yang bisa dibentuk jika sampling tanpa pergantian dapat ditentukan sebagai berikut.

  Kemungkinan sampel yang terbentuk adalah:

  (2,3) (2,6) (2,8) (2,11) (3,6) (3,8) (3,11) (6,8) (6,11) (8,11)

  Maka mean sampel yang terbentuk adalah:

  2,5 4,0 5,0 6,5 4,5 5,5 7,0 7,0 8,5 9,5

  Sehingga distribusi mean sampling dari sampel yang terbentuk adalah:

| Mean sampel | 2,5 | 4,0 | 4,5 | 5,0 | 5,5 | 6,5 | 7 | 8,5 | 9,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Frekuensi | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| Probabilitas | 1/10 | 1/10 | 1/10 | 1/10 | 1/10 | 1/10 | 2/10 | 1/10 | 1/10 |

- Fungsi probabilitas dari suatu variabel acak $X$ pada populasi ditunjukkan pada tabel berikut:

| $x$ | 40 | 45 | 50 |
|---|---|---|---|
| $p(x)$ | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

Jika dilakukan sampling berukuran 2 *dengan pergantian* maka distribusi mean dan varians $\overline{X}$, $S^2$ dari sampling dapat ditentukan sebagai berikut.

Kemungkinan sampel, probabilitas dan nilai serta $s^2$ yang terbentuk adalah:

| $x_1$ | $x_2$ | $p(x_1$ dan $x_2)$ | $\bar{x}$ | $s^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 40 | 40 | (0,2)(0,2) = 0,04 | 40 | 0 |
| 40 | 45 | (0,2)(0,3) = 0,06 | 42,5 | 12,5 |
| 40 | 50 | (0,2)(0,5) = 0,10 | 45 | 50 |
| 45 | 40 | (0,3)(0,2) = 0,06 | 42,5 | 12,5 |
| 45 | 45 | (0,3)(0,3) = 0,09 | 45 | 0 |
| 45 | 50 | (0,3)(0,3) = 0,15 | 47,5 | 12,5 |
| 50 | 40 | (0,5)(0,2) = 0,10 | 45 | 50 |
| 50 | 45 | (0,5)(0,3) = 0,15 | 47,5 | 12,5 |
| 50 | 50 | (0,5)(0,5) = 0,25 | 50 | 0 |

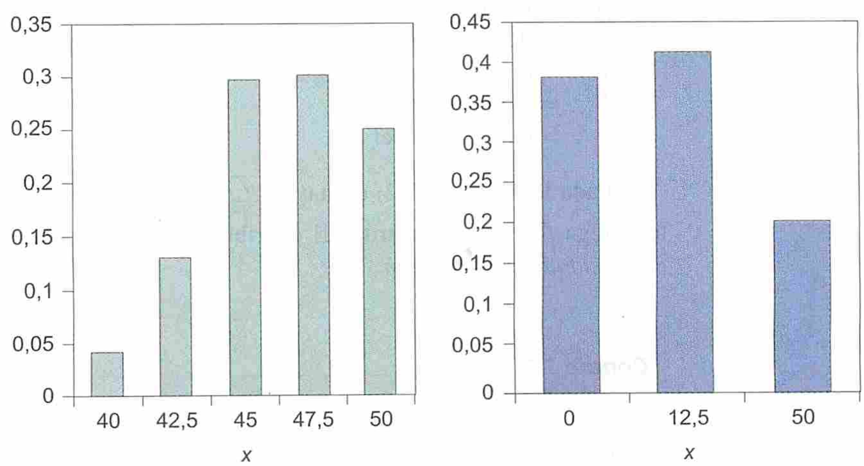
Distribusi mean $\overline{X}$ dari samplingnya adalah:

| $\bar{x}$ | 40 | 42,5 | 45 | 47,5 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(\bar{x})$ | 0,04 | 0,12 | 0,29 | 0,30 | 0,25 |

Distribusi varians $S^2$ dari sampling adalah:

| $s^2$ | 0 | 12,5 | 50 |
|---|---|---|---|
| $p(s^2)$ | 0,38 | 0,42 | 0,20 |

Kedua distribusi sampling di atas dapat digambarkan dengan diagram batang pada Gambar 7.2.




**Gambar 7.2** Distribusi mean dan varians sampling

## 7.2 Distribusi Mean-mean Sampling

### 7.2.1 Definisi

*Distribusi mean-mean sampling* adalah distribusi mean-mean aritmetika dari seluruh sampel acak berukuran $n$ yang mungkin yang dipilih dari sebuah populasi yang dikaji.

### 7.2.2 Mean dan Deviasi Standard dari Distribusi Mean Sampling

Misalkan $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_{n-1}, X_n$ adalah suatu sampel acak dari suatu populasi yang memiliki mean $\mu$ dan deviasi standard $\sigma$, maka mean dan standard deviasi dari distribusi mean-mean samplingnya adalah:

- Jika sampling yang dilakukan adalah sampling tanpa pergantian dari suatu populasi terhingga berukuran $N$:

$$\mu_{\bar{x}} = \mu \tag{7.1}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \tag{7.2}$$

- Jika sampling yang dilakukan adalah dengan pergantian, yang berarti populasinya tak terhingga, maka:

$$\mu_{\bar{x}} = \mu \tag{7.3}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{7.4}$$

di mana:

$\mu_{\bar{x}}$ = mean dari distribusi mean sampling
$\mu$ = mean populasi
$\sigma_{\bar{x}}$ = deviasi standard dari distribusi mean sampling
$s$ = deviasi standard populasi
$N$ = ukuran populasi
$n$ = ukuran sampel

Pada Persamaan (7.2) di atas $\sqrt{\frac{(N-n)}{N-1}}$ disebut faktor koreksi untuk populasi terhingga. Deviasi standard dari distribusi mean sampling disebut juga dengan *error standard dari mean.*

**Contoh 7.3**

- Dari Contoh 7.2 bagian pertama dapat dihitung mean populasi, deviasi standard populasi, mean dari distribusi sampling, dan deviasi standard distribusi mean sampling sebagai berikut dengan menggunakan definisi-definisi dasar statistik deskriptif di bawah ini:

Populasi:

$$\mu = \frac{2+3+6+8+11}{5} = \frac{30}{5} = 6{,}0$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(2-6)^2 + (3-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (11-6)^2 +}{5}} = 3{,}29$$

Sampel:

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{14} f_i \bar{X}_i}{\sum_{i=1}^{14} f_i} = \frac{(1)(2{,}5) + (1)(4) + \ldots + (1)(9{,}5)}{1 + 1 + \ldots + 1} = \frac{60}{10} = 6{,}0$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{14} f_i(\bar{X}_i - \mu_{\bar{x}})^2}{\sum_{i=1}^{14} f_i}} = \sqrt{\frac{(1)(2{,}5-6)^2 + (1)(4-6)^2 + \ldots + (1)(9{,}5-6)^2}{10}} = 2{,}01$$

Terlihat bahwa dengan $n = 2$, dan $N = 5$, dapat ditunjukkan:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{3{,}29}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{(5-2)}{5-1}} = 2{,}01$$

- Dalam suatu pengujian kelelahan (*fatigue test*), material titanium diberi pembebanan berulang sampai terdeteksi mulai timbulnya retak (*crack initiation*). Siklus pembebanan rata-rata sampai mulai terjadinya retak adalah 28000 kali dengan deviasi standard 5000. Jika diuji 25 spesimen material titanium yang dipilih secara acak maka nilai harapan dari jumlah siklus pembebanan sampai terjadinya retak pada sampel adalah:

  $$E(\bar{X}) = \mu_{\bar{x}} = \mu = 28000$$

  Sedangkan deviasi standard dari sampel tersebut adalah:

  $$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5000}{\sqrt{25}} = 1000$$

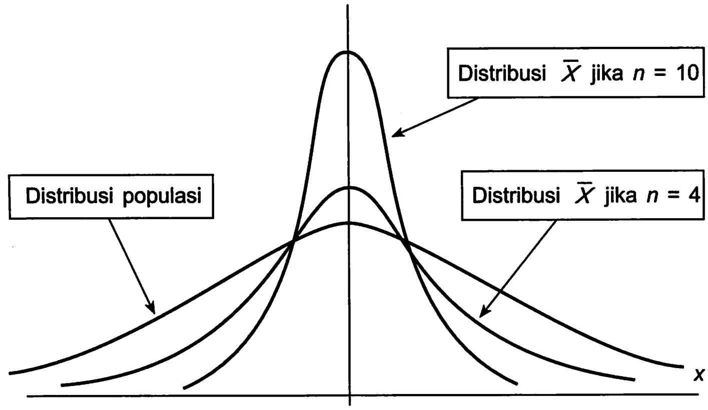
---

### 7.2.3 Teorema Limit Pusat (*Central Limit Theorem*)

Dari suatu populasi yang memiliki *distribusi normal*, distribusi mean sampling juga *terdistribusi normal* untuk nilai $n$ berapapun (tidak tergantung ukuran sampel). Dengan kata lain, jika dimisalkan $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_{n-1}, X_n$ adalah suatu sampel acak dari suatu populasi yang terdistribusi normal dengan mean $\mu$ dan deviasi standard $\sigma$ maka untuk sembarang nilai $n$, $\bar{X}$ juga terdistribusi normal dengan mean $\mu_{\bar{x}} = \mu$ dan deviasi standard $\sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n}$ jika populasinya tak terhingga atau $\sigma_{\bar{x}} = (\sigma/\sqrt{n})(\sqrt{(N-n)/(N-1)})$ jika populasinya terhingga berukuran $N$. Pengaruh besarnya ukuran sampel ditunjukkan pada Gambar 7.3.

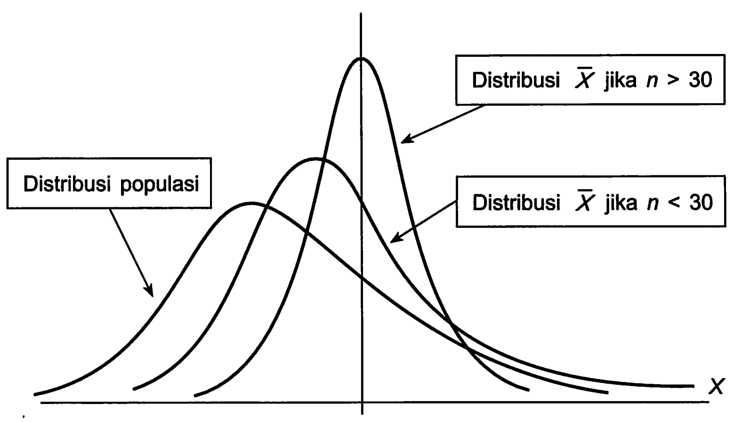
Sementara itu dari suatu populasi yang *tidak terdistribusi secara normal*, jika ukuran sampel cukup besar ($n > 30$), distribusi mean sampling akan mendekati suatu distribusi normal (gaussian) apapun bentuk asli distribusi populasinya. Pernyataan ini dikenal sebagai *teorema limit pusat* (*central limit theorem*). Dengan kata lain, seandainya $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_{n-1}, X_n$ adalah suatu sampel acak dari suatu populasi tidak terdistribusi secara normal dengan mean $\mu$ dan deviasi standard $\sigma$, maka untuk nilai *n yang cukup besar* ($n > 30$) , $\bar{X}$ mendekati suatu

**Gambar 7.3**
Distribusi mean sampling pada populasi yang terdistribusi normal




distribusi normal dengan mean $\mu_{\bar{x}} = \mu$ dan deviasi standard $\sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n}$, jika populasinya tak terhingga, atau $\sigma_{\bar{x}} = (\sigma/\sqrt{n})(\sqrt{N - n})/(N - 1)$, jika populasinya terhingga berukuran *N*. Teorema ini diilustrasikan pada Gambar 7.4.

**Gambar 7.4**
Ilustrasi teorema limit pusat




**Contoh 7.4**

- Lima ratus cetakan logam memiliki berat rata-rata 5,02 N dan deviasi standard 0,30 N. Probabilitas bahwa suatu sampel acak terdiri dari 100 cetakan yang dipilih akan mempunyai berat total antara 496 sampai 500 N dapat ditentukan dengan sebagai berikut:

  Distribusi mean sampling persoalan di atas memiliki mean dan deviasi standard:

  $$\mu_{\bar{x}} = \mu = 5{,}02 \text{ N}$$

  $$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{0{,}3}{\sqrt{100}}\sqrt{\frac{500-100}{500-1}} = 0{,}027$$

  Jika seratus sampel cetakan memiliki berat total 496 sampai 500 N maka meannya adalah 4,96 sampai 5,00 N. Dengan mengingat kembali konsep-konsep distribusi normal yang telah dibahas, probabilitas mean tersebut dapat dicari dengan menggunakan tabel distribusi normal standard di mana skor $z$ ($z$ *score*)nya didefinisikan sebagai:

$$z_{\bar{x}} = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}}$$

Maka:

$P(4,96 \leq \overline{X} \leq 5,00)$    5,00 - 5,02

$$= P\left(\frac{4,96 - 5,02}{0,027} \leq Z_{\bar{x}} \leq \frac{5,00 - 5,02}{0,027}\right)$$

$$= P(-2,22 \leq Z_{\bar{x}} \leq -0,74)$$

$$= \Phi(-0,74) - \Phi(-2,22)$$

$$= 0,2296 - 0,0132 = 0,2164 = 21,64\%$$

---

## 7.3 Distribusi Proporsi Sampling

### 7.3.1 Definisi

*Distribusi proporsi sampling* adalah distribusi proporsi-proporsi dari seluruh sampel acak berukuran $n$ yang mungkin yang dipilih dari sebuah populasi.

### 7.3.2 Mean dan Deviasi Standard dari Distribusi Proporsi Sampling

Jika dalam sebuah populasi probabilitas terjadinya suatu peristiwa (probabilitas sukses) adalah $\pi$ sementara probabilitas gagalnya adalah $\theta = 1 - \pi$ maka mean dan standard deviasi dari distribusi proporsi samplingnya adalah:

- Jika sampling dilakukan tanpa pergantian dari suatu populasi terhingga yang berukuran $N$:

$$\mu_P = \pi \tag{7.5}$$

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{\pi\theta}{n}}\sqrt{\frac{N - n}{N - 1}} = \sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}}\sqrt{\frac{N - n}{N - 1}} \tag{7.6}$$

- Jika sampling dilakukan dengan pergantian atau populasinya tak terhingga, maka:

$$\mu_P = \pi \tag{7.7}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\pi\theta}{n}} = \sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}} \tag{7.8}$$

di mana:

$\mu_P$ = mean dari distribusi proporsi sampling
$\sigma_P$ = deviasi standard dari distribusi proporsi sampling
$N$ = ukuran populasi
$n$ = ukuran sampel

Perlu diperhatikan bahwa proporsi adalah variabel diskrit yang populasinya mengikuti distribusi binomial. Jika nilai $n$ besar ($n > 30$), distribusi proporsi sampling mendekati suatu distribusi normal. Untuk mengubah suatu nilai proporsi ke dalam skor $z$ guna menentukan probabilitas suatu interval proporsi tertentu dengan menggunakan tabel distribusi normal kumulatif, diperlukan faktor koreksi $(1/(2n))$ terhadap nilai proporsi tersebut.

**Contoh 7.5**

- Divisi pengendalian mutu pabrik perkakas mesin mencatat bahwa 2% dari mata bor yang diproduksi mengalami cacat. Jika dalam pengiriman satu batch produk terdiri dari 400 mata bor, tentukan probabilitas banyaknya mata bor yang cacat 3% atau lebih.

Distribusi proporsi sampling persoalan di atas memiliki mean dan deviasi standard

$$\mu_P = \pi = 0{,}02$$

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} = \sqrt{\frac{0{,}02(1-0{,}02)}{400}} = 0{,}007$$

Faktor koreksi variabel diskrit = $1/(2n)$= 1/800 = 0,00125
Proporsi (3%) setelah dikoreksi, $P$ = 0,03 − 0,00125 = 0,02875
Maka probabilitas mata bor yang cacat dengan proporsi lebih dari 3% adalah:

$$P(P > 0{,}02875) = 1 - P(P \le 0{,}02875)$$
$$= 1 - P\left(Z_P \le \frac{0{,}02875 - 0{,}02}{0{,}007}\right)$$
$$= 1 - P(Z_P \le 1{,}25) = 1 - \Phi(1{,}25)$$
$$= 1 - 0{,}08944 = 0{,}1056 = 10{,}56\%$$

## 7.4 Distribusi Perbedaan dan Penjumlahan dari Sampling

Misalkan terdapat dua populasi. Untuk setiap sampel berukuran $n_1$ dari populasi pertama dihitung sebuah statistik $S_1$. Hal ini akan menghasilkan sebuah distribusi sampling dari statistik $S_1$ yang memiliki mean $\mu_{S_1}$ dan deviasi standard $\sigma_{S_1}$. Demikian pula halnya dengan populasi kedua, untuk setiap sampel berukuran $n_2$ dihitung statistik $S_2$ yang akan menghasilkan sebuah distribusi sampling dari statistik $S_2$ yang memiliki mean $\mu_{S_2}$ dan deviasi standard $\sigma_{S_2}$. Maka dari seluruh kombinasi yang mungkin dari sampel-sampel yang berasal dari dua populasi ini, dapat diperoleh distribusi perbedaan dan penjumlahan sampling. Jika $n_1$ dan $n_2$ besar ($n_1, n_2 > 30$) maka distribusi perbedaan dan penjumlahan mean atau proporsi sampling mendekati distribusi normal.

### 7.4.1 Distribusi Perbedaan dari Sampling

*Distribusi perbedaan dari sampling* $S_1 - S_2$ memiliki mean dan deviasi standard sebagai berikut:

$$\mu_{S_1-S_2} = \mu_{S_1} - \mu_{S_2} \tag{7.9}$$

$$\sigma_{S_1-S_2} = \sqrt{\sigma^2_{S_1} + \sigma^2_{S_2}} \tag{7.10}$$

Dengan syarat bahwa sampel yang dipilih tidak saling terikat (saling bebas).

### 7.4.2 Distribusi Penjumlahan dari Sampling

*Distribusi penjumlahan dari sampling* $S_1 + S_2$ memiliki mean dan deviasi standard sebagai berikut:

$$\mu_{S_1+S_2} = \mu_{S_1} + \mu_{S_2} \tag{7.11}$$

$$\sigma_{S_1+S_2} = \sqrt{\sigma^2_{S_1} + \sigma^2_{S_2}} \tag{7.12}$$

Dengan syarat bahwa sampel yang dipilih tidak saling terikat (saling bebas).

**Contoh 7.6**

- Lampu bohlam produksi perusahaan *A* memiliki daya tahan pakai rata-rata 1400 jam dan deviasi standard 200 jam, sementara yang diproduksi perusahaan *B* memiliki daya tahan pakai rata-rata 1200 jam dengan deviasi standard 100 jam. Jika dari masing-masing produk dipilih 125 bohlam sebagai sampel yang diuji, maka probabilitas bahwa bohlam produksi *A* memiliki daya tahan pakai sekurang-kurangnya 160 jam lebih lama dibandingkan bohlam produksi *B* dapat ditentukan sebagai berikut.

Statistik yang dibicarakan dalam persoalan ini adalah mean dari daya tahan pakai bohlam *A* dan *B* ( $\bar{x}_A$ dan $\bar{x}_B$ ) yang akan ditentukan perbedaannya ( $\bar{x}_A - \bar{x}_B$). Maka mean dari distribusi perbedaan sampling daya tahan pakai bohlam *A* dan *B*:

$$\mu_{x_A-x_B} = \mu_{x_A} - \mu_{x_B} = \mu_{x_A} - \mu_{x_B} = 1400 - 1200 = 200$$

Deviasi standardnya adalah:

$$\sigma_{\bar{x}_A-\bar{x}_B} = \sqrt{\sigma^2_{\bar{x}_A} + \sigma^2_{\bar{x}_B}} = \sqrt{\frac{\sigma^2_{x_A}}{n_A} + \frac{\sigma^2_{x_B}}{n_B}} = \sqrt{\frac{(100)^2}{125} + \frac{(200)^2}{125}} = 20$$

Skor $z$ untuk perbedaan mean adalah:

$$Z_{\bar{x}_A-\bar{x}_B} = \frac{(\bar{x}_A - \bar{x}_B) - (\mu_{\bar{x}_A-\bar{x}_B})}{\sigma_{\bar{x}_A-\bar{x}_B}} = \frac{(\bar{x}_A - \bar{x}_B) - 200}{20}$$

Skor $z$ untuk perbedaan mean 160 jam adalah:

$$Z_{\bar{x}_A-\bar{x}_B} = \frac{(\bar{x}_A - \bar{x}_B) - 200}{20} = \frac{160 - 200}{20} = -2$$

Jadi probabilitas yang akan ditentukan adalah:

$$P((\bar{x}_A - \bar{x}_B) > 160) = P(Z_{\bar{x}_A-\bar{x}_B} > -2) = 1 - P(Z_{\bar{x}_A-\bar{x}_B} < -2)$$
$$= 1 - 0{,}0228 = 0{,}9772 = 97{,}72\%$$

# 8 Estimasi

## Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, pembaca diharapkan mampu:

- ❑ Menjelaskan konsep-konsep dasar yang mendukung estimasi rata-rata populasi, persentase dan varians
- ❑ Menghitung estimate-estimate (*estimates*) rata-rata populasi pada tingkat kepercayaan (*level of confidence*) berbeda-beda jika deviasi standard populasi tidak diketahui ataupun jika diketahui
- ❑ Menghitung estimate-estimate persentase populasi pada tingkat kepercayaan yang berbeda-beda
- ❑ Menghitung estimate-estimate varians populasi pada tingkat kepercayaan yang berbeda-beda
- ❑ Menentukan ukuran sampel dalam mengestimasi mean dan proporsi populasi dengan tingkat kesalahan estimasi yang dikehendaki

## Pokok Bahasan:

**8.1** Pengertian dan Konsep Dasar Estimasi

**8.2** Estimasi Mean Populasi

**8.3** Estimasi Persentase Populasi

**8.4** Estimasi Varians Populasi

**8.5** Penentuan Ukuran Sampel

**8.6** Soal-soal Latihan

## 8.1 Pengertian dan Konsep Dasar

Pada bab terdahulu telah dijelaskan pengertian bahwa tahap statistik inferensial adalah proses untuk sampai pada sebuah kesimpulan mengenai parameter populasi yang tidak diketahui berdasarkan pada statistik suatu sampel. Pada beberapa modul terakhir kita telah juga membahas mengenai konsep probabilitas dan sampling yang mendasari proses estimasi ini. Jadi dalam bab ini akan dijelaskan bagaimana konsep-konsep statistik inferensial memungkinkan kita untuk menggunakan data sampel untuk mengestimasi nilai dari suatu mean, persentase, atau varians populasi yang tidak diketahui.

### 8.1.1 Estimate, Estimator dan Estimasi

#### 8.1.1.1 Estimate

*Estimate* (hasil estimasi) adalah sebuah nilai spesifik atau kuantitas dari suatu statistik seperti nilai mean sampel, persentase sampel, atau varians sampel.

#### 8.1.1.2 Estimator

*Estimator* adalah setiap statistik (mean sampel, persentase sampel, varians sampel, dan lain-lain) yang digunakan untuk mengestimasi sebuah parameter. Jadi, mean sampel ($\bar{x}$) adalah estimator bagi mean populasi ($\mu_x$), persentase sampel ($p$) adalah estimator bagi persentase populasi ($\pi$) dan varians sampel ($s^2$) adalah estimator bagi varians populasi ($\sigma_x^2$).

Terdapat beberapa jenis estimator, meliputi estimator tak-bias (*unbiased estimator*), estimator konsisten (*consistent estimator*), estimator terbaik (*best estimator*), dan estimator yang mencukupi (*sufficient estimator*). Di antara estimator-estimator tersebut, estimator tak-bias dan estimator terbaik merupakan jenis estimator yang penting untuk dikaji pada tahap dasar.

*Estimator tak-bias* adalah sebuah estimator yang menghasilkan suatu distribusi sampling (*sampling distribution*) yang memiliki mean yang sama dengan parameter populasi yang akan diestimasi. Secara matematik dinyatakan bahwa jika sebuah estimator $\hat{\theta}$ adalah estimator tak-bias dari parameter $\theta$ maka $E(\hat{\theta}) = \theta$ untuk seluruh nilai $\theta$ yang mungkin. Jika $\hat{\theta}$ bukan estimator tak-bias, maka perbedaan $E(\hat{\theta}) - \theta$ disebut sebagai *bias* dari $\hat{\theta}$. Prinsip dasar yang harus diikuti dalam melakukan estimasi adalah di antara beberapa estimator dari parameter populasi yang dikaji kita harus bisa memilih estimator yang tidak bias.

Sedangkan *estimator terbaik* (*best estimator*) adalah estimator yang memenuhi syarat-syarat sebagai suatu estimator tak-bias dan juga memiliki varians yang terkecil (*minimum variance unbiased estimator/MVUE*). Gambar 8.1 mengilustrasikan konsep-konsep yang telah diuraikan.

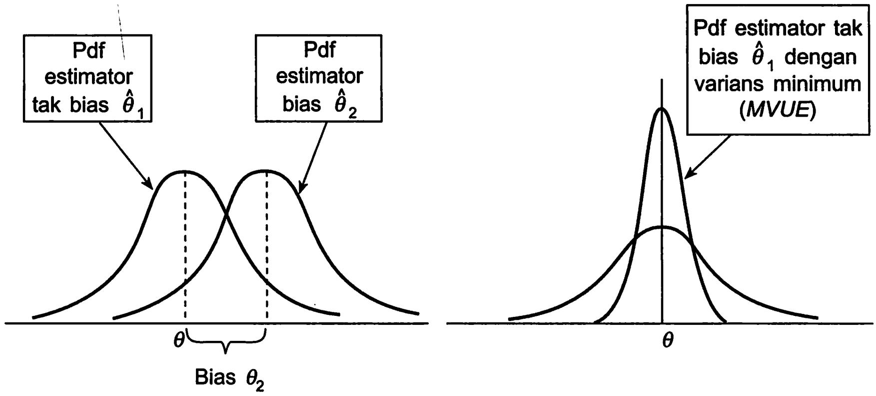
#### 8.1.1.3 Estimasi

*Estimasi* adalah keseluruhan proses yang menggunakan sebuah estimator untuk menghasilkan sebuah estimate dari suatu parameter. Terdapat dua jenis estimasi, yaitu:

- **Estimasi Titik**

  Sebuah estimate titik (*point estimate*) dari sebuah parameter $\theta$ adalah suatu angka tunggal yang dapat dianggap sebagai nilai yang masuk akal bagi $\theta$.

**Gambar 8.1**
Pdf estimator tak-bias dan estimator terbaik




Estimate titik diperoleh dengan memilih statistik yang tepat dan menghitung nilainya dari data sampel. Statistik yang dipilih disebut sebagai estimator titik (*point estimator*) dan proses mengestimasi dengan suatu angka tunggal disebut sebagai *estimasi titik* (*point estimation*).

- **Estimasi Interval**

  Sebuah estimate interval (*interval estimate*) dari sebuah parameter $\theta$ adalah suatu sebaran nilai-nilai yang digunakan untuk mengestimasi $\theta$. Proses mengestimasi dengan suatu sebaran nilai-nilai ini disebut estimasi interval (*interval estimation*).

**Contoh 8.1**

- Pabrik ban "Stonebridge" ingin mengestimasi penjualan rata-rata per hari. Sebuah sampel harian yang dikumpulkan menghasilkan rata-rata senilai $800. Dalam hal ini telah dilakukan estimasi titik (*point estimation*), dengan menggunakan estimator berupa statistik mean sampel ($\bar{x}$) untuk mengestimasi parameter mean populasi ($\mu_x$) dan nilai sampel $800 sebagai estimate-estimate dari nilai populasi.

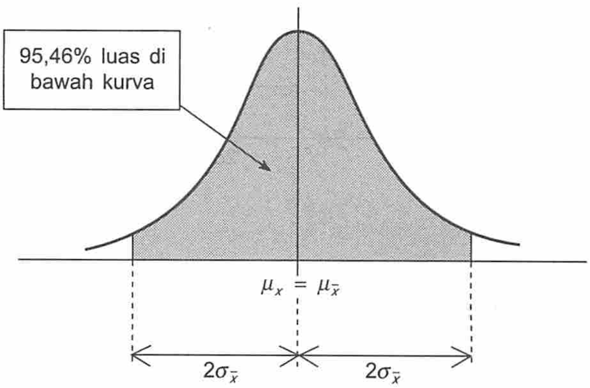
## 8.1.2 Konsep Dasar Estimasi Interval Mean Populasi

Dalam prakteknya, hanya satu sampel dari populasi yang diambil dan kemudian statistik sampel tersebut (mean, varians, dll) dihitung serta sebuah estimate terhadap parameter populasi ditentukan. Jadi, untuk mengestimasi parameter populasi harus diketahui sesuatu hal mengenai hubungannya dengan mean-mean sampel.

### 8.1.2.1 Distribusi Sampling

Tinjauan ulang sejenak terhadap konsep distribusi mean-mean sampling (*sampling distribution of the means*) memberikan dasar teoritis bagi estimasi interval dari mean populasi. Apabila ukuran sampel cukup besar maka distribusi mean-mean samplingnya akan mendekati distribusi normal/Gaussian. Sebagaimana telah dibahas sebelumnya dan juga ditunjukkan oleh Gambar 8-2, mean dari distribusi mean-mean samplingnya akan sama dengan mean dari populasinya. Sebagai tambahan, dalam kisaran dua error standard ($2\sigma_{\bar{x}}$) dari mean distribusi mean-mean sampling itu tercakup 95,46 persen mean-mean sampel yang mungkin. Dari uraian tersebut dapat dipahami bahwa seandainya mungkin dilakukan pengambilan 1000 sampel yang ukurannya sama dari suatu populasi, maka sekitar 954 mean-mean sampel itu akan berada dalam kisaran 2 error standard pada kedua sisi dari mean populasi.

**Gambar 8.2** Distribusi sampling normal (Gaussian)




### 8.1.2.2 Pertimbangan Lebar Interval

Dengan kembali meninjau Gambar 8.2, jika 95,4 persen dari seluruh nilai mean sampel yang mungkin berada dalam kisaran 2 error standard ($2\sigma_{\bar{x}}$) dari mean populasi maka jelaslah bahwa mean populasi ($\mu_x$) akan bernilai pada kisaran 2 error standard ($2\sigma_{\bar{x}}$) dari 95,4 persen nilai mean-mean yang mungkin.

Sebagai ilustrasi penggunaan prinsip di atas perhatikan Gambar 8.3. Andaikan kita bisa mendapatkan 1000 sampel yang mungkin dan memperoleh 1000 mean sampel, tiga di antaranya ditunjukkan pada gambar. Sebagai tambahan, mean populasi akan diestimasi sebagai berada pada jarak 2 error standard dari nilai mean sampel. Dengan kriteria $\bar{x} \pm 2\sigma_{\bar{x}}$ tersebut, setiap interval mungkin memuat atau tidak memuat nilai mean populasi. Misalkan pada gambar interval yang dibentuk menggunakan $\bar{x}_1$ dan $\bar{x}_2$ memuat $\mu_x$, sementara interval yang dibentuk dengan menggunakan $\bar{x}_3$ tidak dapat memuat $\mu_x$. Namun dapat dipahami bahwa dari seluruh interval $\bar{x} \pm 2\sigma_{\bar{x}}$ yang mungkin dibentuk, $\mu$ akan termuat dalam 95,4 persen darinya.

Jika prinsip di atas digeneralisasi, kita dapat menerapkan berbagai estimate interval untuk berbagai situasi. Jika distribusi samplingnya normal, maka estimate interval untuk mean populasi $\mu_x$ dapat dibentuk dengan cara berikut:

$$\bar{x} - z\sigma_{\bar{x}} < \mu_x < \bar{x} + z\sigma_{\bar{x}} \tag{8.1}$$

di mana:

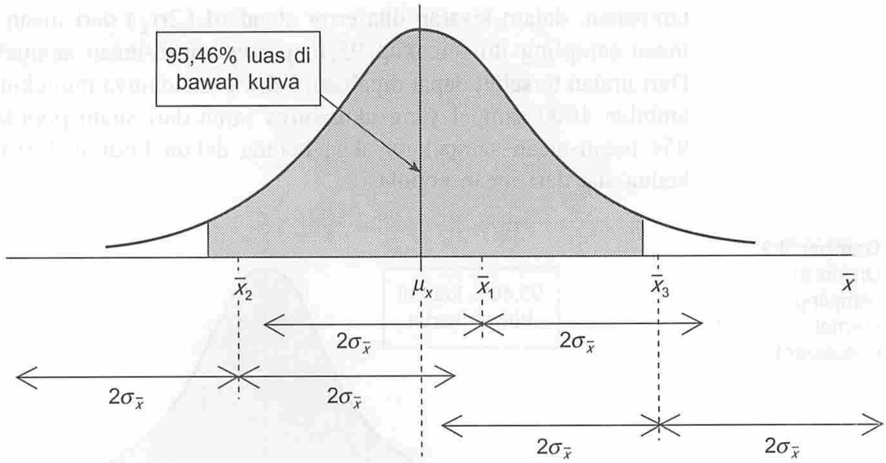
$\mu_x$ = mean populasi

$\sigma_{\bar{x}}$ = error standard dari mean

$z$ = nilai skor $z$ yang ditentukan dengan probabilitas estimate interval

### 8.1.2.3 Tingkat Kepercayaan

Dalam estimasi secara statistik selalu ditetapkan suatu tingkat kepercayaan (*level of confidence* atau *confidence coefficient*) terhadap estimate-estimate interval yang




**Gambar 8.3** Pertimbangan lebar interval estimasi

dibuat. Jadi, *tingkat kepercayaan* adalah probabilitas bahwa parameter populasi yang diduga akan termuat dalam interval estimate. Jadi, *interval-interval kepercayaan* (*confidence intervals*) adalah estimate-estimate interval berdasarkan pada tingkat kepercayaan tertentu dan batas atas serta batas bawah interval itu disebut *batas-batas kepercayaan* (*confidence limits*).

Dalam prakteknya tingkat kepercayaan ditetapkan sebelum estimasi dilakukan. Jadi, dengan menetapkan tingkat kepercayaan sebesar 90 persen artinya seseorang yang melakukan estimasi tersebut ingin agar 90 persen yakin bahwa mean populasi akan termuat dalam interval yang diperoleh. Masalahnya kemudian adalah menentukan berapa nilai $z$ yang akan digunakan dalam rumus (8-1), untuk membentuk estimate interval yang akan memuat mean populasi sebanyak 90 persen dari keseluruhan estimate interval yang dapat dibuat. Dengan prinsip bahwa berlaku kurva distribusi normal pada distribusi sampling maka nilai $z$ tersebut dapat diperoleh dengan tabel skor $z$ untuk nilai $z$ yang meliputi 45 persen daerah masing-masing pada separuh kurva distribusi normal.

Tingkat kepercayaan yang umumnya digunakan untuk estimasi interval terlihat dalam tabel berikut ini.

| Tingkat Kepercayaan | skor $z$ | Bentuk umum estimate interval |
|---|---|---|
| 90 % | 1,645 | $\bar{x} - 1{,}645\sigma_{\bar{x}} < \mu_x < \bar{x} + 1{,}645\sigma_{\bar{x}}$ |
| 95 % | 1,960 | $\bar{x} - 1{,}960\sigma_{\bar{x}} < \mu_x < \bar{x} + 1{,}960\sigma_{\bar{x}}$ |
| 99 % | 2,575 | $\bar{x} - 2{,}575\sigma_{\bar{x}} < \mu_x < \bar{x} + 2{,}575\sigma_{\bar{x}}$ |

## 8.2 Estimasi Mean Populasi

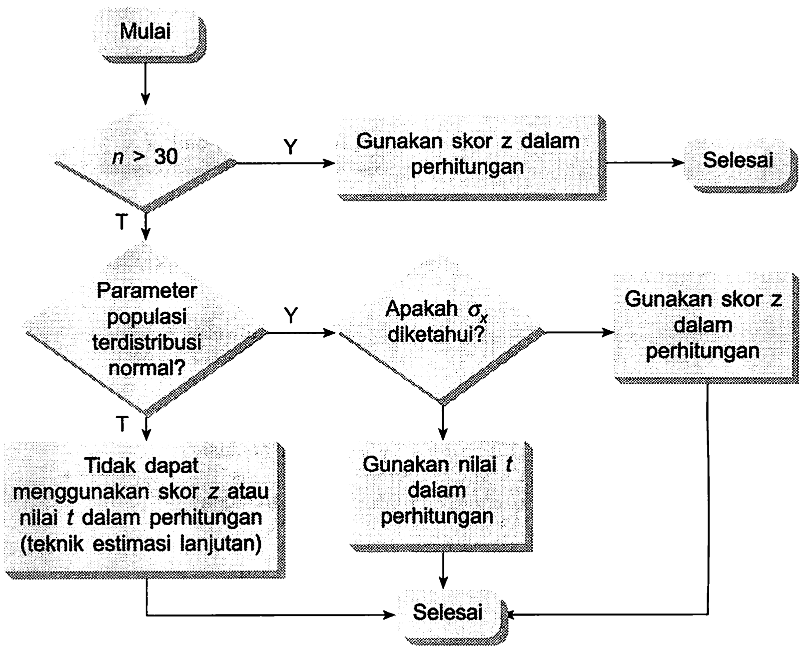
Dalam melakukan estimasi terhadap mean populasi dengan menggunakan data yang diperoleh dari sampel terdapat beberapa hal yang terlebih dahulu harus diperhatikan yaitu:

1. Ukuran sampel (apakah besar $n > 30$ atau kecil $n < 30$)
2. Informasi tentang distribusi populasinya (apakah distribusi normal atau tidak)

3. Deviasi standard populasinya (diketahui atau tidak)
4. Pemilihan jenis distribusi yang menjadi dasar estimasi

Gambar 8.4 menunjukkan prosedur umum dalam melakukan estimasi.

**Gambar 8.4** Prosedur umum estimasi mean populasi




### 8.2.1 Mengestimasi Mean Jika Deviasi Standard Diketahui dan Jumlah Data/Ukuran Sampel Lebih dari 30 (n > 30)

Jika deviasi standard populasi ($\sigma_x$) diketahui dan ukuran sampel ($n$) lebih dari 30, kita dapat secara langsung menghitung error standard dari mean sebagai berikut:

❑ Jika anggota populasinya tak terhingga:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \tag{8.2}$$

❑ Jika anggota populasinya terhingga sejumlah $N$:

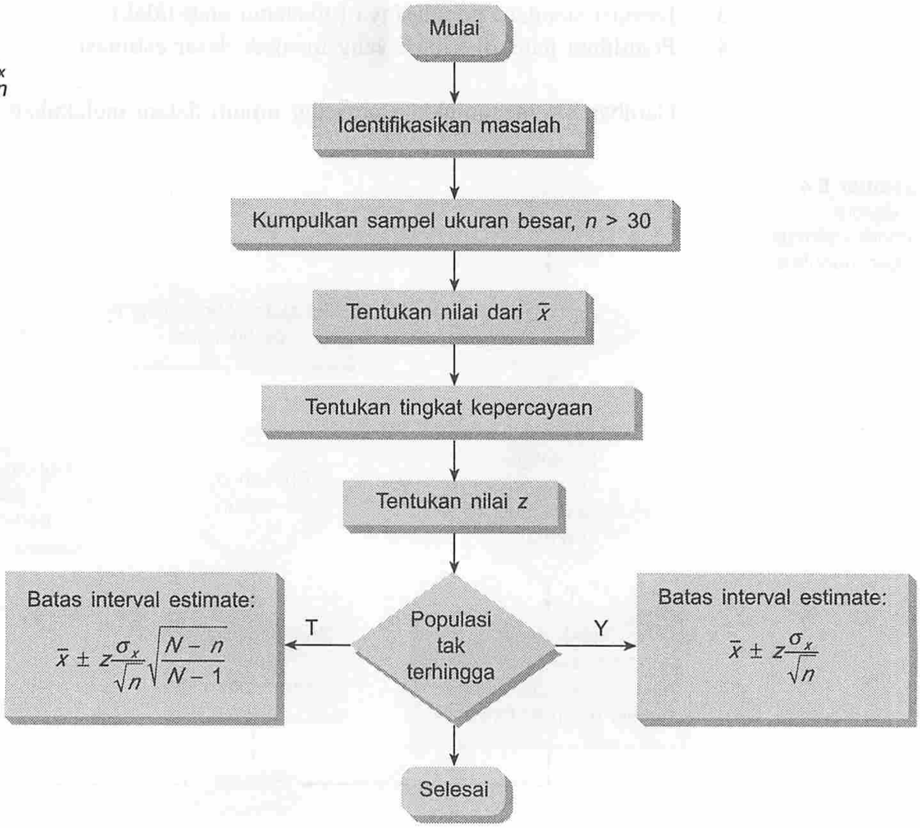
$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \tag{8.3}$$

Selanjutnya estimate interval mean populasi dapat dibentuk dengan cara sebagai berikut:

$$\bar{x} - z\sigma_{\bar{x}} < \mu_x < \bar{x} + z\sigma_{\bar{x}} \tag{8.4}$$

Secara umum prosedur estimasinya dapat digambarkan dalam diagram alir pada Gambar 8.5

**Gambar 8.5**
Prosedur estimasi jika $\sigma_x$ diketahui dan $n > 30$




**Contoh 8.2**

❑ Seorang manajer di perusahaan kertas "Papirus" ingin mengestimasi waktu rata-rata yang dibutuhkan oleh sebuah mesin baru untuk memproduksi satu rim kertas. Suatu sampel acak sejumlah 36 rim menunjukkan bahwa rata-rata waktu yang dibutuhkan adalah 1,5 menit untuk setiap rimnya. Informasi dari perusahaan pembuat mesin menyatakan bahwa deviasi standard dari waktu produksi adalah 0,30 menit dan manajer itu mengasumsikan hal yang sama dalam estimasinya. Maka estimate interval dengan tingkat kepercayaan 95 persen dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\bar{x} = 1{,}5 \ ; \ \sigma_x = 0{,}30 \ ; \ n = 36 \ ; \ \text{tingkat kepercayaan} = 95\%$$

Error standard-nya:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}30}{\sqrt{36}} = 0{,}05$$

Dengan tingkat kepercayaan 95%, nilai $z = 1{,}96$. Jadi estimate interval dari nilai waktu rata-rata sesungguhnya adalah:

$\bar{x} - z\sigma_{\bar{x}} < \mu_x < \bar{x} + z\sigma_{\bar{x}}$

$1{,}5 - (1{,}96)(0{,}05) < \mu_x < 1{,}5 + (1{,}96)(0{,}05)$

$1{,}402 < \mu_x < 1{,}598$

Dengan kata lain, sang manajer mengestimasi dengan tingkat keyakinan 95 persen bahwa waktu rata-rata untuk memproduksi 1 rim kertas dengan mesin yang baru tersebut adalah antara 1,402 menit sampai 1,598 menit.

---

**Contoh 8.3**

- Perusahaan dagang pipa "Terus Mengalir" menerima pengiriman 100 batang pipa, dan petugas pemeriksa dari bagian kendali mutu ingin mengestimasi diameter rata-rata pipa tersebut untuk mengetahui apakah pipa-pipa tersebut memenuhi standard minimum. Petugas pemeriksa tersebut mengambil 50 pipa sebagai sampel dan diperoleh dari sampel itu rata-rata diameter adalah 2,55 inci. Dari data pengiriman selama ini deviasi standard diameter pipa yang diterima adalah 0,07 inci. Maka estimate interval dengan tingkat kepercayaan 99 persen dapat ditentukan sebagai berikut:

$\bar{x} = 2{,}55$ ; $\sigma_x = 0{,}07$ ; $n = 50$ ; $N = 100$ ; tingkat kepercayaan = 99%

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{0{,}07}{\sqrt{50}}\sqrt{\frac{100-50}{100-1}} = 0{,}007$$

Dengan tingkat kepercayaan 99%, nilai $z = 2{,}575$. Jadi estimate interval dari nilai diameter rata-rata sesungguhnya adalah:

$\bar{x} - z\sigma_{\bar{x}} < \mu_x < \bar{x} + z\sigma_{\bar{x}}$

$2{,}55 - (2{,}575)(0{,}007) < \mu_x < 2{,}55 + (2{,}575)(0{,}007)$

$2{,}532 < \mu_x < 2{,}568$

Dengan kata lain, petugas pemeriksa tersebut mengestimasi dengan tingkat keyakinan 99 persen bahwa diameter rata-rata pipa yang diperiksa adalah antara 2,532 inci sampai 2,568 inci.

---

### 8.2.2 Mengestimasi Mean Jika Deviasi Standard Tidak Diketahui dan Jumlah Data/Ukuran Sampel Lebih dari 30 ($n$ > 30)

Dalam kebanyakan situasi, bukan hanya mean populasi, deviasi standard populasi pun tidak diketahui. Jadi deviasi standard populasi harus diestimasi juga bersama-sama dengan mean populasinya. Hal tersebut dilakukan dengan prosedur yang dibahas di bawah ini.

Estimator deviasi standard populasi adalah deviasi standard sampel:

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n-1}} \tag{8.5}$$

Error standard dapat diestimasi sebagai berikut:

- Jika anggota populasi tak terhingga:

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \tag{8.6}$$

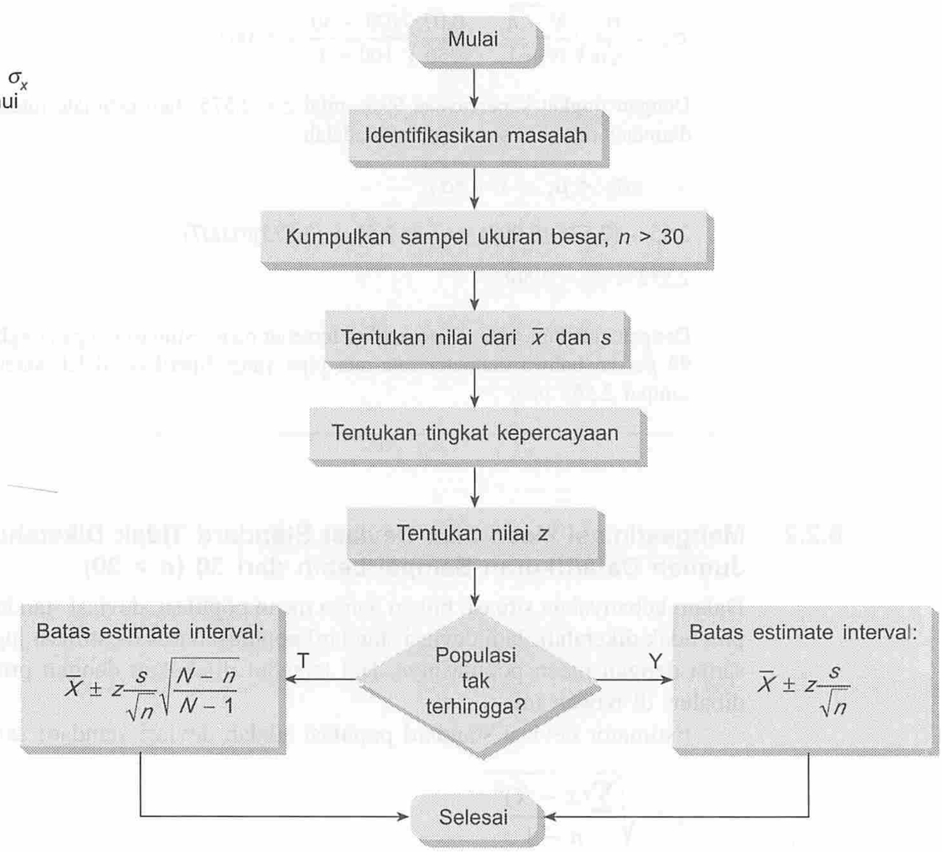
- Jika anggota populasi terhingga sejumlah $N$:

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \tag{8.7}$$

Selanjutnya estimate interval dari mean populasi dapat dibentuk dengan cara sebagai berikut:

$$\bar{x} - z\hat{\sigma}_{\bar{x}} < \mu_x < \bar{x} + z\hat{\sigma}_{\bar{x}} \tag{8.8}$$

Tanda (^) di atas simbol error standard menunjukkan bahwa nilainya adalah suatu nilai estimasi. Secara umum prosedur estimasinya dapat digambarkan dalam diagram alir pada Gambar 8.6.




**Gambar 8.6** Prosedur estimasi jika $\sigma_x$ tidak diketahui dan $n > 30$

**Contoh 8.4**

- Data pengujian kekuatan tarik dari 40 sampel jenis logam adalah sebagai berikut:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 923 | 1051 | 1090 | 1141 | 1162 | 1196 | 1225 | 1264 | 1302 | 1368 |
| 924 | 1051 | 1094 | 1146 | 1163 | 1197 | 1231 | 1270 | 1303 | 1393 |
| 931 | 1055 | 1095 | 1146 | 1170 | 1200 | 1233 | 1273 | 1312 | 1399 |
| 939 | 1055 | 1106 | 1150 | 1171 | 1205 | 1233 | 1273 | 1314 | 1406 |

Maka estimasi rata-rata kekuatan tarik sesungguhnya (populasi) dari logam tersebut dapat dihitung dengan tingkat kepercayaan 90 persen, yaitu:

$$\bar{x} = \frac{923 + 924 + 931 + \ldots + 1399 + 1406}{40} = 1179$$

$$s = \sqrt{\frac{(923-1179)^2 + (924-1179)^2 + \ldots + (1399-1179)^2 + (1406-1179)^2}{40-1}} = 128$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{128}{\sqrt{40}} = 20{,}24$$

Dengan tingkat kepercayaan 90%, nilai z = 1,645. Jadi estimate interval dari kekuatan rata-rata sesungguhnya adalah:

$$x - z\hat{\sigma}_{\bar{x}} < \mu < \bar{x} + z\hat{\sigma}_{\bar{x}}$$

$$1179 - (1{,}645)(20{,}24) < \mu < 1179 + (1{,}645)(20{,}24)$$

$$1145{,}705 < \mu < 1212{,}295$$

### 8.2.3 Mengestimasi Mean dengan Ukuran Sampel Kurang dari 30 ($n$ < 30)

Estimasi mean populasi dengan besar sampel lebih dari 30 dengan prosedur yang telah diuraikan di atas bisa dilakukan karena distribusi sampling yang terbentuk berupa distribusi normal (Gaussian), tanpa tergantung pada bentuk distribusi populasi sebenarnya (lihat kembali Bab 7 mengenai teorema limit pusat).

Apabila sampel yang digunakan berukuran kecil ($n < 30$) maka estimasi dengan prosedur di atas tidak bisa dipakai. Secara teoritis (lihat kembali Gambar 8.4), estimasi memang masih dimungkinkan dengan menggunakan distribusi normal $z$ jika distribusi populasinya bisa dipastikan terdistribusi normal dan deviasi standard populasi telah diketahui. Namun, untuk kebanyakan situasi, hal ini sulit sekali dipenuhi. Jika distribusi populasinya bisa dipastikan normal namun deviasi standard populasi tidak diketahui maka distribusi mean sampling akan mengikuti *distribusi-t* (sering juga disebut distribusi *student-t*). Sementara jika populasinya tidak bisa dipastikan terdistribusi normal maka baik distribusi $z$ maupun distribusi $t$ tidak bisa digunakan.

#### 8.2.3.1 Karakteristik Distribusi-*t*

Jika $\bar{X}$ adalah mean dari sampel acak dengan ukuran $n$ dari suatu distribusi normal dengan mean $\mu_x$, maka variabel acak:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_x}{S/\sqrt{n}} \tag{8.9}$$

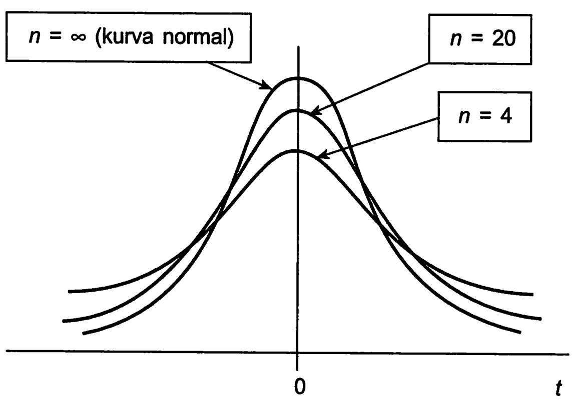
akan mempunyai sebuah distribusi probabilitas yang disebut distribusi-$t$ dengan derajat kebebasan (*degree of freedom/df*) $v = n - 1$.

Dengan demikian sebuah distribusi-$t$ adalah distribusi dengan sebuah parameter derajat kebebasan $n$. Distribusi ini memiliki sifat-sifat berikut:

1. Distribusi ini serupa dengan distribusi normal $z$ dengan mean nol dan simetris (berbentuk lonceng/bell shape) terhadap mean.
2. Bentuk distribusinya tergantung pada ukuran sampel. Jadi distribusi-$t$ sesungguhnya adalah suatu keluarga (kumpulan) distribusi, dan ada perbedaan satu dengan lainnya yang tergantung pada ukuran sampel.
3. Pada ukuran sampel yang kecil, keruncingan bentuk distribusi-$t$ kurang dibandingkan distribusi $z$, namun dengan meningkatnya ukuran sampel dan mendekati 30, bentuk distribusi-$t$ semakin mendekati bentuk distribusi normal $z$. (Jadi jika $n > 30$, dapat digunakan nilai $z$).

Gambar 8.7 mengilustrasikan pengaruh ukuran sampel terhadap bentuk dari distribusi-$t$.

**Gambar 8.7** Pengaruh ukuran sampel terhadap bentuk distribusi-$t$




### 8.2.3.2 Notasi $t_{\alpha,n}$

Notasi $t_{\alpha,n}$ digunakan untuk menyatakan nilai kritis $t$ (*t critical value*). Nilai kritis $t$ merupakan nilai numerik pada sumbu $t$ di mana luas daerah dibawah kurva distribusi-$t$ dengan derajat kebebasan $n$ disebelah kanan $t_{\alpha, n}$ adalah $\alpha$. Gambar 8.8 mengilustrasikan notasi $t_{\alpha, n}$ dengan luas daerah di bawah kurva distribusi-$t$.

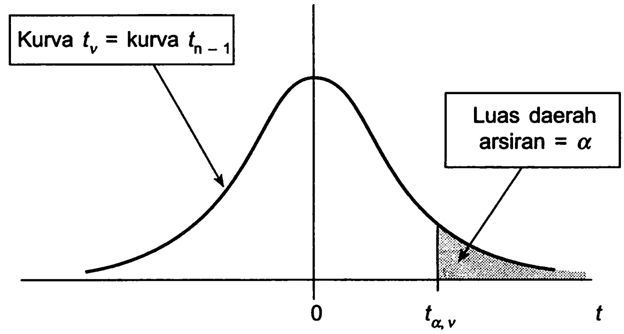
### 8.2.3.3 Tabel Distribusi-$t$

Tabel-tabel yang berkaitan dengan distribusi-$t$ sering disajikan dalam dua format. Format yang pertama disebut sebagai tabel nilai kritis $t$ dan format yang kedua adalah tabel luas ujung kurva $t$ (*t curve tail areas*). Kedua jenis tabel tersebut disajikan pada Tabel 8.1 dan 8.2.

### 8.2.3.4 Mengestimasi Mean Jika Sampel Berukuran Kecil ($n < 30$) dan Deviasi Standard Tidak Diketahui

Jika deviasi standard populasi tidak diketahui dan ukuran sampel kecil ($n < 30$),

**Gambar 8.8**
Definisi dari notasi $t_{\alpha, n}$




estimate interval dari mean populasinya berbentuk:

$$\bar{x} - t_{\alpha/2, v}\, \sigma_{\bar{x}} < \mu_x < \bar{x} + t_{\alpha/2, v}\, \sigma_{\bar{x}} \qquad (8.10)$$

di mana:

$t_{\alpha/2, v}$ = nilai kritis $t$ yang tergantung pada tingkat kepercayaan dan derajat kebebasan
$\alpha$ = 1 – tingkat kepercayaan (sering disebut *chance of error*)
$v$ = derajat kebebasan (*df*) = $n - 1$

Dengan menggabungkan pengertian sebelumnya untuk sampel besar ($n > 30$) dan sampel kecil ($n < 30$), dapat dibentuk suatu diagram alir yang menunjukkan prosedur umum untuk estimasi interval mean populasi dengan deviasi standard yang tidak diketahui.

**Contoh 8.5**

- Pengukuran temperatur ruang pemanas 5 buah oven sejenis, yang dilakukan setelah beberapa waktu lamanya pemanasan dilakukan sampai bacaan temperatur stabil (sesuai kondisi operasi yang ditetapkan), menunjukkan nilai sebagai berikut (dalam derajat celsius): 101, 88, 94, 96, dan 103. Maka estimasi temperatur rata-rata ruang pemanas sesungguhnya (populasi) dari oven jenis tersebut dapat diestimasi dengan tingkat kepercayaan 95 persen sebagai berikut:

$$\bar{x} = \frac{101 + 88 + 94 + 96 + 103}{5} = 96{,}4$$

$$s = \sqrt{\frac{(101-96{,}4)^2+(88-96{,}4)^2+(94-96{,}4)^2+(96-96{,}4)^2+(103-96{,}4)^2}{5-1}} = 5{,}94$$

$\alpha = 1 - 95\% = 5\% = 0{,}05$

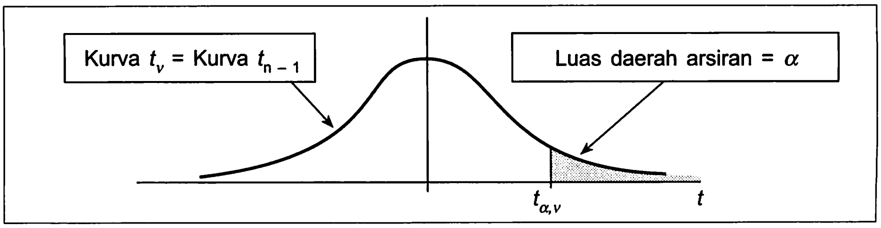
Derajat kebebasan (df), $v = n - 1 = 5 - 1 = 4$
Dari tabel 8.1: = $t_{0,025,\,4}$ = 2,766
Estimate interval mean populasi:

$$\bar{x} - t_{0,025,\,4}\hat{\sigma}_{\bar{x}} < \mu_x < \bar{x} + t_{0,025,\,4}\hat{\sigma}_{\bar{x}}$$

$$96{,}4 - (2{,}766)(2{,}66) < \mu_x < 96{,}4 + (2{,}766)(2{,}66)$$

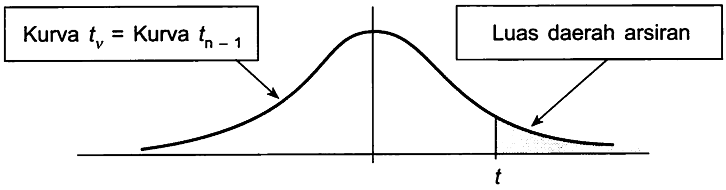
$$89{,}02 < \mu_x < 103{,}78$$

**Tabel 8.1**
Distribusi-*t*:
Nilai kritis-$t_{\alpha,\,n}$



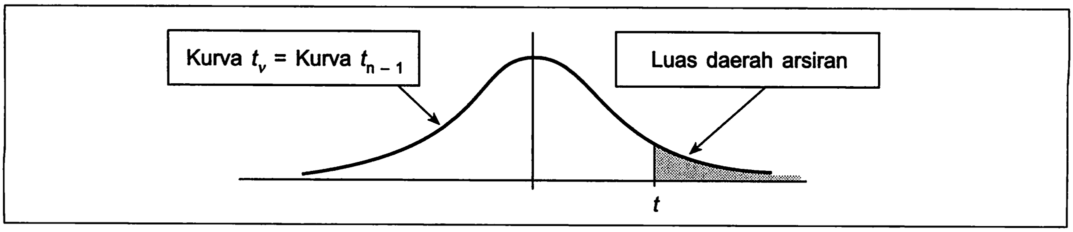

| $v$ | $\alpha$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,1 | 0,05 | 0,025 | 0,01 | 0,005 | 0,001 | 0,0005 |
| 1 | 3,078 | 6,314 | 12,706 | 31,821 | 63,656 | 318,289 | 636,578 |
| 2 | 1,886 | 2,920 | 4,303 | 6,965 | 9,925 | 22,328 | 31,600 |
| 3 | 1,638 | 2,353 | 3,182 | 4,541 | 5,841 | 10,214 | 12,924 |
| 4 | 1,533 | 2,132 | 2,776 | 3,747 | 4,604 | 7,173 | 8,610 |
| 5 | 1,476 | 2,015 | 2,571 | 3,365 | 4,032 | 5,894 | 6,869 |
| 6 | 1,440 | 1,943 | 2,447 | 3,143 | 3,707 | 5,208 | 5,959 |
| 7 | 1,415 | 1,895 | 2,365 | 2,998 | 3,499 | 4,785 | 5,408 |
| 8 | 1,397 | 1,860 | 2,306 | 2,896 | 3,355 | 4,501 | 5,041 |
| 9 | 1,383 | 1,833 | 2,262 | 2,821 | 3,250 | 4,297 | 4,781 |
| 10 | 1,372 | 1,812 | 2,228 | 2,764 | 3,169 | 4,144 | 4,587 |
| 11 | 1,363 | 1,796 | 2,201 | 2,718 | 3,106 | 4,025 | 4,437 |
| 12 | 1,356 | 1,782 | 2,179 | 2,681 | 3,055 | 3,930 | 4,318 |
| 13 | 1,350 | 1,771 | 2,160 | 2,650 | 3,012 | 3,852 | 4,221 |
| 14 | 1,345 | 1,761 | 2,145 | 2,624 | 2,977 | 3,787 | 4,140 |
| 15 | 1,341 | 1,753 | 2,131 | 2,602 | 2,947 | 3,733 | 4,073 |
| 16 | 1,337 | 1,746 | 2,120 | 2,583 | 2,921 | 3,686 | 4,015 |
| 17 | 1,333 | 1,740 | 2,110 | 2,567 | 2,898 | 3,646 | 3,965 |
| 18 | 1,330 | 1,734 | 2,101 | 2,552 | 2,878 | 3,610 | 3,922 |
| 19 | 1,328 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 | 3,579 | 3,883 |
| 20 | 1,325 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 | 3,552 | 3,850 |
| 21 | 1,323 | 1,721 | 2,080 | 2,518 | 2,831 | 3,527 | 3,819 |
| 22 | 1,321 | 1,717 | 2,074 | 2,508 | 2,819 | 3,505 | 3,792 |
| 23 | 1,319 | 1,714 | 2,069 | 2,500 | 2,807 | 3,485 | 3,768 |
| 24 | 1,318 | 1,711 | 2,064 | 2,492 | 2,797 | 3,467 | 3,745 |
| 25 | 1,316 | 1,708 | 2,060 | 2,485 | 2,787 | 3,450 | 3,725 |
| 26 | 1,315 | 1,706 | 2,056 | 2,479 | 2,779 | 3,435 | 3,707 |
| 27 | 1,314 | 1,703 | 2,052 | 2,473 | 2,771 | 3,421 | 3,689 |
| 28 | 1,313 | 1,701 | 2,048 | 2,467 | 2,763 | 3,408 | 3,674 |
| 29 | 1,311 | 1,699 | 2,045 | 2,462 | 2,756 | 3,396 | 3,660 |
| 30 | 1,310 | 1,697 | 2,042 | 2,457 | 2,750 | 3,385 | 3,646 |
| 40 | 1,303 | 1,684 | 2,021 | 2,423 | 2,704 | 3,307 | 3,551 |
| 50 | 1,299 | 1,676 | 2,009 | 2,403 | 2,678 | 3,261 | 3,496 |
| 100 | 1,290 | 1,660 | 1,984 | 2,364 | 2,626 | 3,174 | 3,390 |
| 120 | 1,289 | 1,658 | 1,980 | 2,358 | 2,617 | 3,160 | 3,373 |
| ∞ | 1,282 | 1,645 | 1,960 | 2,326 | 2,576 | 3,090 | 3,291 |

**Tabel 8.2** Distribusi-*t*: Luas ujung kurva *t* (*t curve tail areas*)



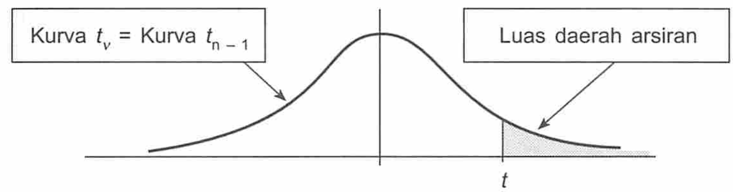

| ***t*** | ***v*** | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 0 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 |
| 0,1 | 0,4683 | 0,4647 | 0,4633 | 0,4626 | 0,4621 | 0,4618 | 0,4616 | 0,4614 | 0,4613 | 0,4612 |
| 0,2 | 0,4372 | 0,4300 | 0,4271 | 0,4256 | 0,4247 | 0,4240 | 0,4236 | 0,4232 | 0,4230 | 0,4227 |
| 0,3 | 0,4072 | 0,3962 | 0,3919 | 0,3896 | 0,3881 | 0,3871 | 0,3864 | 0,3859 | 0,3855 | 0,3852 |
| 0,4 | 0,3789 | 0,3639 | 0,3580 | 0,3548 | 0,3528 | 0,3515 | 0,3505 | 0,3498 | 0,3492 | 0,3488 |
| 0,5 | 0,3524 | 0,3333 | 0,3257 | 0,3217 | 0,3191 | 0,3174 | 0,3162 | 0,3153 | 0,3145 | 0,3139 |
| 0,6 | 0,3280 | 0,3047 | 0,2954 | 0,2904 | 0,2873 | 0,2852 | 0,2837 | 0,2826 | 0,2817 | 0,2809 |
| 0,7 | 0,3056 | 0,2782 | 0,2672 | 0,2613 | 0,2576 | 0,2551 | 0,2533 | 0,2519 | 0,2508 | 0,2499 |
| 0,8 | 0,2852 | 0,2538 | 0,2411 | 0,2343 | 0,2300 | 0,2271 | 0,2250 | 0,2234 | 0,2222 | 0,2212 |
| 0,9 | 0,2667 | 0,2316 | 0,2172 | 0,2095 | 0,2047 | 0,2014 | 0,1990 | 0,1972 | 0,1958 | 0,1946 |
| 1 | 0,2500 | 0,2113 | 0,1955 | 0,1870 | 0,1816 | 0,1780 | 0,1753 | 0,1733 | 0,1717 | 0,1704 |
| 1,1 | 0,2349 | 0,1930 | 0,1758 | 0,1665 | 0,1607 | 0,1567 | 0,1539 | 0,1517 | 0,1499 | 0,1486 |
| 1,2 | 0,2211 | 0,1765 | 0,1581 | 0,1482 | 0,1419 | 0,1377 | 0,1346 | 0,1322 | 0,1304 | 0,1289 |
| 1,3 | 0,2087 | 0,1616 | 0,1422 | 0,1317 | 0,1252 | 0,1207 | 0,1174 | 0,1149 | 0,1130 | 0,1114 |
| 1,4 | 0,1974 | 0,1482 | 0,1280 | 0,1171 | 0,1102 | 0,1055 | 0,1021 | 0,0995 | 0,0975 | 0,0959 |
| 1,5 | 0,1872 | 0,1362 | 0,1153 | 0,1040 | 0,0970 | 0,0921 | 0,0886 | 0,0860 | 0,0839 | 0,0823 |
| 1,6 | 0,1778 | 0,1254 | 0,1040 | 0,0924 | 0,0852 | 0,0804 | 0,0768 | 0,0741 | 0,0720 | 0,0703 |
| 1,7 | 0,1693 | 0,1156 | 0,0938 | 0,0822 | 0,0749 | 0,0700 | 0,0665 | 0,0638 | 0,0617 | 0,0600 |
| 1,8 | 0,1614 | 0,1068 | 0,0848 | 0,0731 | 0,0659 | 0,0610 | 0,0574 | 0,0548 | 0,0527 | 0,0510 |
| 1,9 | 0,1542 | 0,0989 | 0,0768 | 0,0651 | 0,0579 | 0,0531 | 0,0496 | 0,0470 | 0,0449 | 0,0433 |
| 2 | 0,1476 | 0,0918 | 0,0697 | 0,0581 | 0,0510 | 0,0462 | 0,0428 | 0,0403 | 0,0383 | 0,0367 |
| 2,1 | 0,1415 | 0,0853 | 0,0633 | 0,0518 | 0,0449 | 0,0402 | 0,0369 | 0,0345 | 0,0326 | 0,0310 |
| 2,2 | 0,1358 | 0,0794 | 0,0576 | 0,0463 | 0,0395 | 0,0351 | 0,0319 | 0,0295 | 0,0277 | 0,0262 |
| 2,3 | 0,1305 | 0,0741 | 0,0525 | 0,0415 | 0,0349 | 0,0306 | 0,0275 | 0,0252 | 0,0235 | 0,0221 |
| 2,4 | 0,1257 | 0,0692 | 0,0479 | 0,0372 | 0,0308 | 0,0266 | 0,0237 | 0,0216 | 0,0199 | 0,0187 |
| 2,5 | 0,1211 | 0,0648 | 0,0439 | 0,0334 | 0,0272 | 0,0233 | 0,0205 | 0,0185 | 0,0169 | 0,0157 |
| 2,6 | 0,1169 | 0,0608 | 0,0402 | 0,0300 | 0,0241 | 0,0203 | 0,0177 | 0,0158 | 0,0144 | 0,0132 |
| 2,7 | 0,1129 | 0,0571 | 0,0369 | 0,0270 | 0,0214 | 0,0178 | 0,0153 | 0,0135 | 0,0122 | 0,0112 |
| 2,8 | 0,1092 | 0,0537 | 0,0339 | 0,0244 | 0,0190 | 0,0156 | 0,0133 | 0,0116 | 0,0104 | 0,0094 |
| 2,9 | 0,1057 | 0,0506 | 0,0313 | 0,0221 | 0,0169 | 0,0137 | 0,0115 | 0,0099 | 0,0088 | 0,0079 |
| 3 | 0,1024 | 0,0477 | 0,0288 | 0,0200 | 0,0150 | 0,0120 | 0,0100 | 0,0085 | 0,0075 | 0,0067 |
| 3,2 | 0,0964 | 0,0427 | 0,0247 | 0,0165 | 0,0120 | 0,0093 | 0,0075 | 0,0063 | 0,0054 | 0,0047 |
| 3,5 | 0,0886 | 0,0364 | 0,0197 | 0,0124 | 0,0086 | 0,0064 | 0,0050 | 0,0040 | 0,0034 | 0,0029 |
| 4 | 0,0780 | 0,0286 | 0,0140 | 0,0081 | 0,0052 | 0,0036 | 0,0026 | 0,0020 | 0,0016 | 0,0013 |

**Tabel 8.2** Distribusi-*t*: Luas ujung kurva *t* (*t curve tail areas*)




| *t* | *v* | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 0 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 |
| 0,1 | 0,4611 | 0,4610 | 0,4609 | 0,4609 | 0,4608 | 0,4608 | 0,4608 | 0,4607 | 0,4607 | 0,4607 |
| 0,2 | 0,4226 | 0,4224 | 0,4223 | 0,4222 | 0,4221 | 0,4220 | 0,4219 | 0,4219 | 0,4218 | 0,4218 |
| 0,3 | 0,3849 | 0,3847 | 0,3845 | 0,3843 | 0,3841 | 0,3840 | 0,3839 | 0,3838 | 0,3837 | 0,3836 |
| 0,4 | 0,3484 | 0,3481 | 0,3478 | 0,3476 | 0,3474 | 0,3472 | 0,3471 | 0,3469 | 0,3468 | 0,3467 |
| 0,5 | 0,3135 | 0,3131 | 0,3127 | 0,3124 | 0,3122 | 0,3119 | 0,3117 | 0,3116 | 0,3114 | 0,3113 |
| 0,6 | 0,2803 | 0,2798 | 0,2794 | 0,2790 | 0,2787 | 0,2785 | 0,2782 | 0,2780 | 0,2778 | 0,2776 |
| 0,7 | 0,2492 | 0,2486 | 0,2481 | 0,2477 | 0,2473 | 0,2470 | 0,2467 | 0,2464 | 0,2462 | 0,2460 |
| 0,8 | 0,2203 | 0,2196 | 0,2190 | 0,2185 | 0,2181 | 0,2177 | 0,2174 | 0,2171 | 0,2168 | 0,2166 |
| 0,9 | 0,1937 | 0,1929 | 0,1922 | 0,1917 | 0,1912 | 0,1907 | 0,1903 | 0,1900 | 0,1897 | 0,1894 |
| 1 | 0,1694 | 0,1685 | 0,1678 | 0,1671 | 0,1666 | 0,1661 | 0,1657 | 0,1653 | 0,1649 | 0,1646 |
| 1,1 | 0,1474 | 0,1465 | 0,1456 | 0,1449 | 0,1443 | 0,1438 | 0,1433 | 0,1429 | 0,1425 | 0,1422 |
| 1,2 | 0,1277 | 0,1266 | 0,1258 | 0,1250 | 0,1244 | 0,1238 | 0,1233 | 0,1228 | 0,1224 | 0,1221 |
| 1,3 | 0,1101 | 0,1090 | 0,1081 | 0,1073 | 0,1066 | 0,1060 | 0,1055 | 0,1050 | 0,1046 | 0,1042 |
| 1,4 | 0,0945 | 0,0934 | 0,0925 | 0,0916 | 0,0909 | 0,0903 | 0,0897 | 0,0893 | 0,0888 | 0,0884 |
| 1,5 | 0,0809 | 0,0797 | 0,0788 | 0,0779 | 0,0772 | 0,0765 | 0,0760 | 0,0755 | 0,0750 | 0,0746 |
| 1,6 | 0,0690 | 0,0678 | 0,0668 | 0,0660 | 0,0652 | 0,0646 | 0,0640 | 0,0635 | 0,0630 | 0,0626 |
| 1,7 | 0,0586 | 0,0574 | 0,0565 | 0,0556 | 0,0549 | 0,0542 | 0,0537 | 0,0532 | 0,0527 | 0,0523 |
| 1,8 | 0,0497 | 0,0485 | 0,0475 | 0,0467 | 0,0460 | 0,0454 | 0,0448 | 0,0443 | 0,0439 | 0,0435 |
| 1,9 | 0,0420 | 0,0409 | 0,0399 | 0,0391 | 0,0384 | 0,0378 | 0,0373 | 0,0368 | 0,0364 | 0,0360 |
| 2 | 0,0354 | 0,0343 | 0,0334 | 0,0326 | 0,0320 | 0,0314 | 0,0309 | 0,0304 | 0,0300 | 0,0296 |
| 2,1 | 0,0298 | 0,0288 | 0,0279 | 0,0272 | 0,0265 | 0,0260 | 0,0255 | 0,0250 | 0,0247 | 0,0243 |
| 2,2 | 0,0250 | 0,0241 | 0,0232 | 0,0226 | 0,0219 | 0,0214 | 0,0210 | 0,0206 | 0,0202 | 0,0199 |
| 2,3 | 0,0210 | 0,0201 | 0,0193 | 0,0187 | 0,0181 | 0,0176 | 0,0172 | 0,0168 | 0,0165 | 0,0162 |
| 2,4 | 0,0176 | 0,0168 | 0,0160 | 0,0154 | 0,0149 | 0,0145 | 0,0141 | 0,0137 | 0,0134 | 0,0131 |
| 2,5 | 0,0148 | 0,0140 | 0,0133 | 0,0127 | 0,0123 | 0,0118 | 0,0115 | 0,0112 | 0,0109 | 0,0106 |
| 2,6 | 0,0123 | 0,0116 | 0,0110 | 0,0105 | 0,0100 | 0,0097 | 0,0093 | 0,0090 | 0,0088 | 0,0086 |
| 2,7 | 0,0103 | 0,0097 | 0,0091 | 0,0086 | 0,0082 | 0,0079 | 0,0076 | 0,0073 | 0,0071 | 0,0069 |
| 2,8 | 0,0086 | 0,0080 | 0,0075 | 0,0071 | 0,0067 | 0,0064 | 0,0062 | 0,0059 | 0,0057 | 0,0055 |
| 2,9 | 0,0072 | 0,0067 | 0,0062 | 0,0058 | 0,0055 | 0,0052 | 0,0050 | 0,0048 | 0,0046 | 0,0044 |
| 3 | 0,0060 | 0,0055 | 0,0051 | 0,0048 | 0,0045 | 0,0042 | 0,0040 | 0,0038 | 0,0037 | 0,0035 |
| 3,2 | 0,0042 | 0,0038 | 0,0035 | 0,0032 | 0,0030 | 0,0028 | 0,0026 | 0,0025 | 0,0024 | 0,0022 |
| 3,5 | 0,0025 | 0,0022 | 0,0020 | 0,0018 | 0,0016 | 0,0015 | 0,0014 | 0,0013 | 0,0012 | 0,0011 |
| 4 | 0,0010 | 0,0009 | 0,0008 | 0,0007 | 0,0006 | 0,0005 | 0,0005 | 0,0004 | 0,0004 | 0,0004 |

**Tabel 8.2** Distribusi-*t*: Luas ujung kurva *t* (*t curve tail areas*)




| *t* | *v* | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 30 | 40 | 60 | 120 | ∞(=z) |
| 0 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 |
| 0,1 | 0,4606 | 0,4606 | 0,4606 | 0,4606 | 0,4606 | 0,4605 | 0,4604 | 0,4603 | 0,4603 | 0,4602 |
| 0,2 | 0,4217 | 0,4217 | 0,4216 | 0,4216 | 0,4215 | 0,4214 | 0,4212 | 0,4211 | 0,4209 | 0,4207 |
| 0,3 | 0,3836 | 0,3835 | 0,3834 | 0,3834 | 0,3833 | 0,3831 | 0,3829 | 0,3826 | 0,3823 | 0,3821 |
| 0,4 | 0,3466 | 0,3465 | 0,3464 | 0,3463 | 0,3463 | 0,3460 | 0,3456 | 0,3453 | 0,3449 | 0,3446 |
| 0,5 | 0,3111 | 0,3110 | 0,3109 | 0,3108 | 0,3107 | 0,3104 | 0,3099 | 0,3095 | 0,3090 | 0,3085 |
| 0,6 | 0,2775 | 0,2773 | 0,2772 | 0,2771 | 0,2770 | 0,2765 | 0,2759 | 0,2754 | 0,2748 | 0,2743 |
| 0,7 | 0,2458 | 0,2456 | 0,2455 | 0,2453 | 0,2452 | 0,2447 | 0,2440 | 0,2433 | 0,2426 | 0,2420 |
| 0,8 | 0,2163 | 0,2161 | 0,2159 | 0,2158 | 0,2156 | 0,2150 | 0,2142 | 0,2134 | 0,2126 | 0,2119 |
| 0,9 | 0,1892 | 0,1889 | 0,1887 | 0,1885 | 0,1884 | 0,1876 | 0,1868 | 0,1859 | 0,1850 | 0,1841 |
| 1 | 0,1643 | 0,1641 | 0,1639 | 0,1636 | 0,1634 | 0,1627 | 0,1617 | 0,1607 | 0,1597 | 0,1587 |
| 1,1 | 0,1419 | 0,1416 | 0,1414 | 0,1411 | 0,1409 | 0,1400 | 0,1390 | 0,1379 | 0,1368 | 0,1357 |
| 1,2 | 0,1218 | 0,1215 | 0,1212 | 0,1209 | 0,1207 | 0,1198 | 0,1186 | 0,1174 | 0,1163 | 0,1151 |
| 1,3 | 0,1038 | 0,1035 | 0,1032 | 0,1030 | 0,1027 | 0,1018 | 0,1005 | 0,0993 | 0,0980 | 0,0968 |
| 1,4 | 0,0881 | 0,0877 | 0,0874 | 0,0872 | 0,0869 | 0,0859 | 0,0846 | 0,0833 | 0,0820 | 0,0808 |
| 1,5 | 0,0742 | 0,0739 | 0,0736 | 0,0733 | 0,0731 | 0,0720 | 0,0707 | 0,0694 | 0,0681 | 0,0668 |
| 1,6 | 0,0623 | 0,0619 | 0,0616 | 0,0613 | 0,0611 | 0,0600 | 0,0587 | 0,0574 | 0,0561 | 0,0548 |
| 1,7 | 0,0519 | 0,0516 | 0,0513 | 0,0510 | 0,0508 | 0,0497 | 0,0484 | 0,0472 | 0,0459 | 0,0446 |
| 1,8 | 0,0431 | 0,0428 | 0,0425 | 0,0422 | 0,0420 | 0,0410 | 0,0397 | 0,0384 | 0,0372 | 0,0359 |
| 1,9 | 0,0356 | 0,0353 | 0,0350 | 0,0348 | 0,0345 | 0,0335 | 0,0323 | 0,0311 | 0,0299 | 0,0287 |
| 2 | 0,0293 | 0,0290 | 0,0287 | 0,0285 | 0,0282 | 0,0273 | 0,0262 | 0,0250 | 0,0239 | 0,0228 |
| 2,1 | 0,0240 | 0,0237 | 0,0234 | 0,0232 | 0,0230 | 0,0221 | 0,0210 | 0,0200 | 0,0189 | 0,0179 |
| 2,2 | 0,0196 | 0,0193 | 0,0191 | 0,0188 | 0,0186 | 0,0178 | 0,0168 | 0,0158 | 0,0149 | 0,0139 |
| 2,3 | 0,0159 | 0,0157 | 0,0154 | 0,0152 | 0,0150 | 0,0143 | 0,0134 | 0,0125 | 0,0116 | 0,0107 |
| 2,4 | 0,0129 | 0,0126 | 0,0124 | 0,0123 | 0,0121 | 0,0114 | 0,0106 | 0,0098 | 0,0090 | 0,0082 |
| 2,5 | 0,0104 | 0,0102 | 0,0100 | 0,0098 | 0,0097 | 0,0091 | 0,0083 | 0,0076 | 0,0069 | 0,0062 |
| 2,6 | 0,0084 | 0,0082 | 0,0080 | 0,0079 | 0,0077 | 0,0072 | 0,0065 | 0,0059 | 0,0052 | 0,0047 |
| 2,7 | 0,0067 | 0,0065 | 0,0064 | 0,0063 | 0,0061 | 0,0056 | 0,0051 | 0,0045 | 0,0040 | 0,0035 |
| 2,8 | 0,0054 | 0,0052 | 0,0051 | 0,0050 | 0,0049 | 0,0044 | 0,0039 | 0,0034 | 0,0030 | 0,0026 |
| 2,9 | 0,0043 | 0,0042 | 0,0040 | 0,0039 | 0,0038 | 0,0035 | 0,0030 | 0,0026 | 0,0022 | 0,0019 |
| 3 | 0,0034 | 0,0033 | 0,0032 | 0,0031 | 0,0030 | 0,0027 | 0,0023 | 0,0020 | 0,0016 | 0,0013 |
| 3,2 | 0,0022 | 0,0021 | 0,0020 | 0,0019 | 0,0019 | 0,0016 | 0,0013 | 0,0011 | 0,0009 | 0,0007 |
| 3,5 | 0,0011 | 0,0010 | 0,0010 | 0,0009 | 0,0009 | 0,0007 | 0,0006 | 0,0004 | 0,0003 | 0,0002 |
| 4 | 0,0003 | 0,0003 | 0,0003 | 0,0003 | 0,0002 | 0,0002 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0000 |

## 8.3 Estimasi Proporsi Populasi

Dalam estimasi proporsi sampel biasanya digunakan statistik persentase sampel $p$, sebagai estimate untuk parameter persentase populasi $\pi$. Dalam bagian ini hanya dibicarakan sampel ukuran besar dengan kriteria *np* (perkalian ukuran sampel dengan persentase sampel) ≥ 500 karena dengan terpenuhinya kriteria tersebut distribusi samplingnya membentuk distribusi normal. Untuk sampel kecil diperlukan perlakuan matematik yang kompleks, yang di luar cakupan pembahasan dari buku teks dasar ini.

Error standard dapat diestimasi sebagai berikut:

- Jika anggota populasi tak terhingga:

$$\hat{\sigma}_p = \sqrt{\frac{p(100 - p)}{n}} \tag{8.11}$$

- Jika anggota populasi terhingga sejumlah $N$:

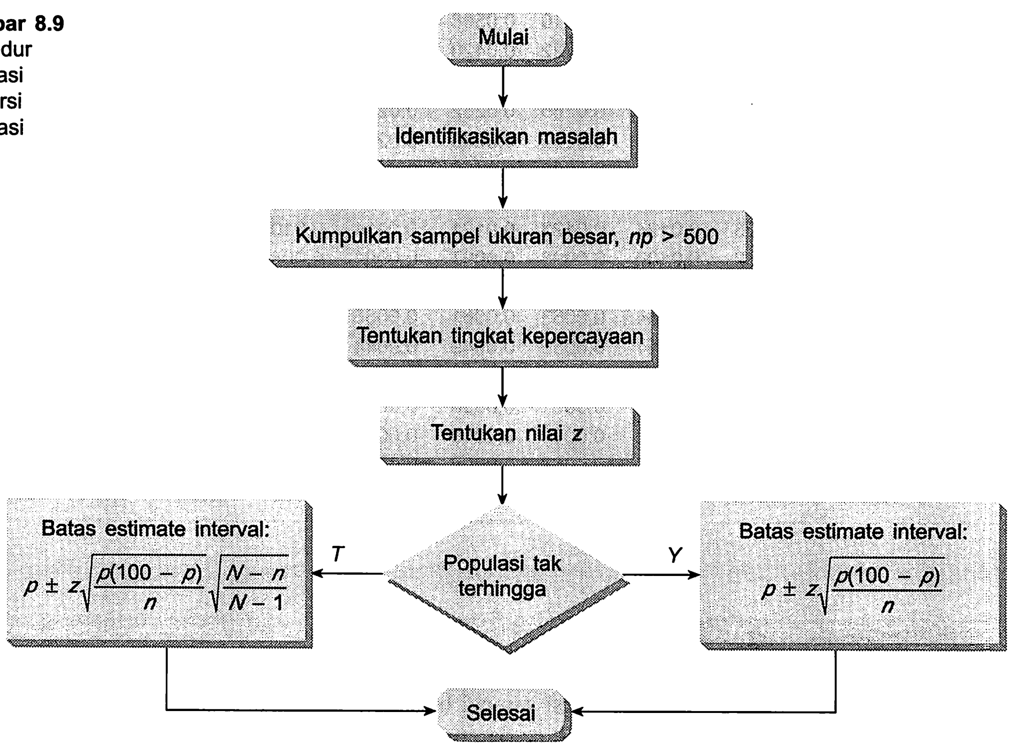
$$\hat{\sigma}_p = \sqrt{\frac{p(100 - p)}{n}} \sqrt{\frac{N - n}{N - 1}} \tag{8.12}$$

Selanjutnya estimate interval persentase populasi dapat dibentuk sebagai:

$$p - z\hat{\sigma}_p < \pi < p + z\hat{\sigma}_p \tag{8.13}$$

Secara umum prosedur estimasinya dapat digambarkan dalam diagram alir pada Gambar 8.9.

**Gambar 8.9** Prosedur estimasi proporsi populasi



**Contoh 8.6**

- Suatu jajak pendapat terhadap konsumen merupakan salah satu contoh pemakaian estimasi interval persentase populasi. Misalkan suatu jajak pendapat pada 1200 orang pemilik kendaraan, menunjukkan bahwa 532 orang di antaranya memilih menggunakan minyak pelumas lokal, sementara sisanya menggunakan minyak pelumas import. Maka dengan tingkat keyakinan 95% persentase populasi pemakai minyak pelumas lokal dapat diestimasi sebagai berikut:

  $n = 1200$ ; $p = 532/1200 = 44{,}33\%$ ; tingkat kepercayaan = 95%

  $$\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{p(100 - p)}{n}} = \sqrt{\frac{44{,}33(100 - 44{,}33)}{1200}} = 1{,}43$$

  Dengan tingkat kepercayaan 95%, nilai $z$ adalah 1,96, sehingga estimate intervalnya adalah:

  $$p - z\hat{\sigma}_p < \pi < p + z\hat{\sigma}_p$$

  $$44{,}33 - 1{,}96(1{,}43) < \pi < 44{,}33 + 1{,}96(1{,}43)$$

  $$41{,}53 < \pi < 47{,}13$$

  Jadi dari populasi pemilik kendaraan diperkirakan pemakai minyak pelumas lokal antara 41,53 sampai 47,13 persen.

## 8.4 Estimasi Varians Populasi

*Estimasi varians populasi* sangat diperlukan untuk mengetahui sejauh mana sebaran nilai parameter sehingga dapat dijadikan untuk mengambil langkah-langkah dalam mengendalikannya. Hal ini penting karena pada banyak situasi, misalnya yang berkaitan dengan suatu tingkat kualitas produksi, diinginkan agar bukan hanya rata-rata nilai parameternya yang memenuhi suatu persyaratan tetapi juga konsistensi dari nilai tersebut harus bisa terjamin.

### 8.4.1 Distribusi Chi-Kuadrat pada Estimasi Varians

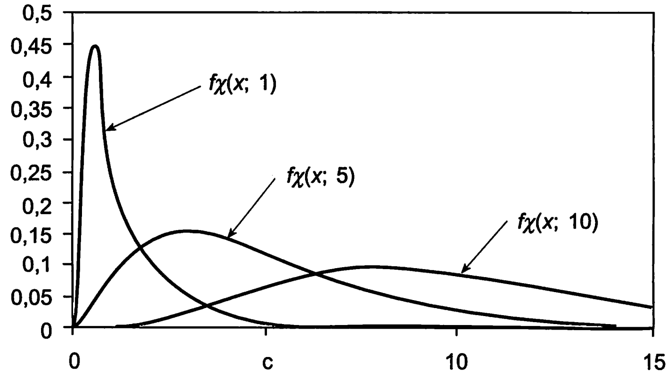
#### 8.4.1.1 Karakteristik Distribusi Chi-Kuadrat

Pada Sub-bab 6.4 telah diperkenalkan distribusi chi-kuadrat ($\chi^2$) yang merupakan suatu distribusi probabilitas kontinu dengan satu parameter yaitu derajat kebebasan ($\nu$). Sebagaimana yang ditunjukkan oleh Gambar 8.10, perlu diingat kembali bahwa distribusi ini memiliki sifat sebagai berikut:

1. Seluruh nilainya positif
2. Tidak simetris
3. Bentuk distribusi tergantung pada derajat kebebasannya
4. Mean dari distribusi $\chi^2$ adalah derajat kebebasannya ($\nu$)

Untuk mengestimasi varians populasi ($\sigma^2$) digunakan varians dari sampel ($s^2$) berukuran $n$. Jika populasinya terdistribusi secara normal, distribusi varians samplingnya akan membentuk distribusi chi-kuadrat (*chi-square distribution*) jika

Gambar 8.10
Distribusi $\chi^2$




dinyatakan dalam variabel acak $(vs^2)/\sigma^2 = ((n-1)s^2)/\sigma^2$.

Secara matematik dinyatakan bahwa jika $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ sampel acak dari sebuah distribusi normal dengan mean $\mu$ dan varians $\sigma^2$ maka variabel acak:

$$\frac{vS^2}{\sigma^2} = \frac{(n-1)\,S^2}{\sigma^2} = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2} \tag{8.14}$$

akan memiliki sebuah distribusi probabilitas chi-kuadrat dengan derajat kebebasan/df, $v = n - 1$.

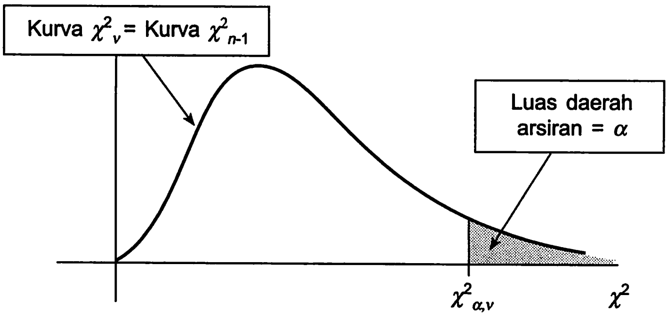
### 8.4.1.2 Notasi $\chi^2_{\alpha,v}$

Notasi $\chi^2_{\alpha,v}$ digunakan untuk menyatakan nilai kritis $\chi^2$ ($\chi^2$ *critical value*). Nilai kritis $\chi^2$ merupakan nilai numerik pada sumbu $\chi^2$ di mana luas daerah di bawah kurva distribusi-$\chi^2$ dengan derajat kebebasan $v$ di sebelah kanan $\chi^2_{\alpha,v}$ adalah $\alpha$. Gambar 8.11 mengilustrasikan notasi $\chi^2_{\alpha,v}$ dengan luas daerah di bawah kurva distribusi-$\chi^2$.

### 8.4.1.3 Tabel Distribusi $\chi^2$

Tabel distribusi $\chi^2$ yang berkaitan dengan estimasi varians sering disajikan dalam format tabel nilai kritis $\chi^2$ ($\chi^2$ *critical value*). Tabel tersebut disajikan pada Tabel 8.3.

Gambar 8.11
Definisi dari notasi $\chi^2_{\alpha,v}$



### 8.4.2 Interval Estimasi Varians

Estimate interval varians populasi berbentuk:

$$\frac{\nu s^2}{\chi^2_{\alpha/2,\,\nu}} < \sigma_x^2 < \frac{\nu s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,\nu}} \tag{8.15}$$

di mana:

$\chi^2_{\alpha/2,\,\nu}$ = nilai kritis $\chi^2$ yang tergantung tingkat kepercayaan dan derajat kebebasan
$\alpha$ = 1 – tingkat kepercayaan (sering disebut *chance of error*)
$n$ = derajat kebebasan (df) = $n - 1$

**Contoh 8.7**

- Suatu mesin pengisi gandum ke dalam kemasan dirancang untuk bekerja mengisi gandum ke dalam kotak rata-rata sebanyak 25 kg. Suatu pemeriksaan terhadap 15 kotak menunjukkan bahwa deviasi standard pengisian gandum itu adalah 0,0894 kg. Maka dengan tingkat kepercayaan 95% deviasi standard populasi dapat diestimasi sebagai berikut:

  $s = 0{,}0894 \rightarrow s^2 = 0{,}008$ ; $n = 15$ ; n $= n - 1 = 14$;

  Tingkat kepercayaan = 95% → a = 1 – 0.95 = 0,05
  Estimate interval variansnya adalah:

$$\frac{(15-1)s^2}{\chi^2_{0,05/2,14}} < \sigma_x^2 < \frac{(15-1)s^2}{\chi^2_{1-0,05/2,14}}$$

$$\frac{14s^2}{\chi^2_{0,025,14}} < \sigma_x^2 < \frac{14s^2}{\chi^2_{0,975,14}}$$

Dengan menggunakan Tabel 8.3 diperoleh:

$$\frac{(14)(0{,}008)}{26{,}1} < \sigma_x^2 < \frac{(14)(0{,}008)}{5{,}63}$$

$$0{,}0043 < \sigma_x^2 < 0{,}0199$$

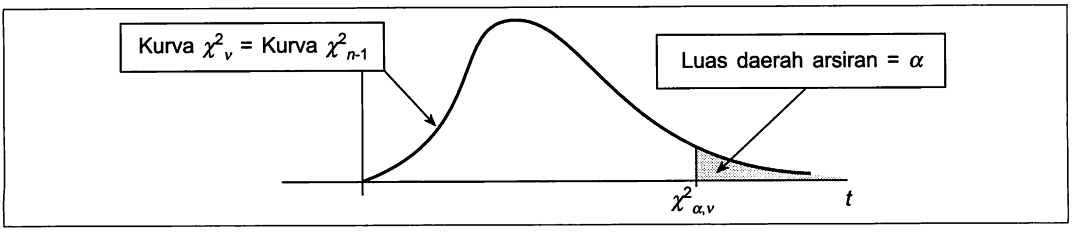
$$\sqrt{0{,}0043} < \sigma_x < \sqrt{0{,}0199}$$

$$0{,}066 < \sigma_x < 0{,}141$$

## 8.5 Penentuan Ukuran Sampel

Tingkat keakuratan dari sebuah estimate seringkali harus ditentukan sebelum pengambilan sampel dilakukan. Misalnya, dalam memeriksa dimensi komponen mesin yang diproduksi dalam sebuah lot biasanya telah ditetapkan bahwa dimensi komponen tersebut tidak boleh terlalu banyak menyimpang agar nantinya dapat digunakan dan berfungsi baik. Dalam hal ini, petugas pemeriksa mengambil

**Tabel 8.3** Distribusi-$\chi^2$: Luas ujung kurva (*curve tail areas*)




| $t$ | $\alpha$ | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,995 | 0,990 | 0,975 | 0,950 | 0,900 | 0,100 | 0,050 | 0,025 | 0,010 | 0,005 |
| 1 | 0,000 | 0,000 | 0,001 | 0,004 | 0,016 | 2,706 | 3,841 | 5,024 | 6,635 | 7,879 |
| 2 | 0,010 | 0,020 | 0,051 | 0,103 | 0,211 | 4,605 | 5,991 | 7,378 | 9,210 | 10,597 |
| 3 | 0,072 | 0,115 | 0,216 | 0,352 | 0,584 | 6,251 | 7,815 | 9,348 | 11,345 | 12,838 |
| 4 | 0,207 | 0,297 | 0,484 | 0,711 | 1,064 | 7,779 | 9,488 | 11,143 | 13,277 | 14,860 |
| 5 | 0,412 | 0,554 | 0,831 | 1,145 | 1,610 | 9,236 | 11,070 | 12,832 | 15,086 | 16,750 |
| 6 | 0,676 | 0,872 | 1,237 | 1,635 | 2,204 | 10,645 | 12,592 | 14,449 | 16,812 | 18,548 |
| 7 | 0,989 | 1,239 | 1,690 | 2,167 | 2,833 | 12,017 | 14,067 | 16,013 | 18,475 | 20,278 |
| 8 | 1,344 | 1,647 | 2,180 | 2,733 | 3,490 | 13,362 | 15,507 | 17,535 | 20,090 | 21,955 |
| 9 | 1,735 | 2,088 | 2,700 | 3,325 | 4,168 | 14,684 | 16,919 | 19,023 | 21,666 | 23,589 |
| 10 | 2,156 | 2,558 | 3,247 | 3,940 | 4,865 | 15,987 | 18,307 | 20,483 | 23,209 | 25,188 |
| 11 | 2,603 | 3,053 | 3,816 | 4,575 | 5,578 | 17,275 | 19,675 | 21,920 | 24,725 | 26,757 |
| 12 | 3,074 | 3,571 | 4,404 | 5,226 | 6,304 | 18,549 | 21,026 | 23,337 | 26,217 | 28,300 |
| 13 | 3,565 | 4,107 | 5,009 | 5,892 | 7,041 | 19,812 | 22,362 | 24,736 | 27,688 | 29,819 |
| 14 | 4,075 | 4,660 | 5,629 | 6,571 | 7,790 | 21,064 | 23,685 | 26,119 | 29,141 | 31,319 |
| 15 | 4,601 | 5,229 | 6,262 | 7,261 | 8,547 | 22,307 | 24,996 | 27,488 | 30,578 | 32,801 |
| 16 | 5,142 | 5,812 | 6,908 | 7,962 | 9,312 | 23,542 | 26,296 | 28,845 | 32,000 | 34,267 |
| 17 | 5,697 | 6,408 | 7,564 | 8,672 | 10,085 | 24,769 | 27,587 | 30,191 | 33,409 | 35,718 |
| 18 | 6,265 | 7,015 | 8,231 | 9,390 | 10,865 | 25,989 | 28,869 | 31,526 | 34,805 | 37,156 |
| 19 | 6,844 | 7,633 | 8,907 | 10,117 | 11,651 | 27,204 | 30,144 | 32,852 | 36,191 | 38,582 |
| 20 | 7,434 | 8,260 | 9,591 | 10,851 | 12,443 | 28,412 | 31,410 | 34,170 | 37,566 | 39,997 |
| 21 | 8,034 | 8,897 | 10,283 | 11,591 | 13,240 | 29,615 | 32,671 | 35,479 | 38,932 | 41,401 |
| 22 | 8,643 | 9,542 | 10,982 | 12,338 | 14,041 | 30,813 | 33,924 | 36,781 | 40,289 | 42,796 |
| 23 | 9,260 | 10,196 | 11,689 | 13,091 | 14,848 | 32,007 | 35,172 | 38,076 | 41,638 | 44,181 |
| 24 | 9,886 | 10,856 | 12,401 | 13,848 | 15,659 | 33,196 | 36,415 | 39,364 | 42,980 | 45,558 |
| 25 | 10,520 | 11,524 | 13,120 | 14,611 | 16,473 | 34,382 | 37,652 | 40,646 | 44,314 | 46,928 |
| 26 | 11,160 | 12,198 | 13,844 | 15,379 | 17,292 | 35,563 | 38,885 | 41,923 | 45,642 | 48,290 |
| 27 | 11,808 | 12,878 | 14,573 | 16,151 | 18,114 | 36,741 | 40,113 | 43,195 | 46,963 | 49,645 |
| 28 | 12,461 | 13,565 | 15,308 | 16,928 | 18,939 | 37,916 | 41,337 | 44,461 | 48,278 | 50,994 |
| 29 | 13,121 | 14,256 | 16,047 | 17,708 | 19,768 | 39,087 | 42,557 | 45,722 | 49,588 | 52,335 |
| 30 | 13,787 | 14,953 | 16,791 | 18,493 | 20,599 | 40,256 | 43,773 | 46,979 | 50,892 | 53,672 |
| 32 | 15,134 | 16,362 | 18,291 | 20,072 | 22,271 | 42,585 | 46,194 | 49,480 | 53,486 | 56,328 |
| 34 | 16,501 | 17,789 | 19,806 | 21,664 | 23,952 | 44,903 | 48,602 | 51,966 | 56,061 | 58,964 |
| 36 | 17,887 | 19,233 | 21,336 | 23,269 | 25,643 | 47,212 | 50,998 | 54,437 | 58,619 | 61,581 |
| 38 | 19,289 | 20,691 | 22,878 | 24,884 | 27,343 | 49,513 | 53,384 | 56,895 | 61,162 | 64,181 |
| 40 | 20,707 | 22,164 | 24,433 | 26,509 | 29,051 | 51,805 | 55,758 | 59,342 | 63,691 | 66,766 |

sampel komponen dari lot tersebut, namun tentunya dia menghendaki agar dengan jumlah sampel yang diambilnya itu estimate intervalnya memiliki kesalahan pengambilan sampel (*sampling error*) yang sekecil mungkin.

Kita dapat mengendalikan kesalahan pengambilan sampel (*sampling error*) dengan memilih sampel yang ukurannya cukup memadai. Perlu diingat kembali bahwa kesalahan sampling timbul karena tidak seluruh anggota populasi diambil datanya. Selalu ada sejumlah informasi mengenai populasi yang hilang pada sampel. Jadi jika diinginkan suatu tingkat keakuratan yang tinggi, maka harus ditentukan ukuran sampel yang memadai untuk memberikan informasi dalam tingkat keakuratan yang diinginkan.

### 8.5.1 Penentuan Ukuran Sampel untuk Mengestimasi Mean Populasi

Proses estimasi mean populasi secara umum dapat diformulasikan sebagai berikut: "Suatu sampel berukuran $n$ diambil datanya. Rata-rata dan deviasi standard data kemudian dihitung. Dengan mengambil tingkat keyakinan tertentu maka diestimasi interval mean dari populasi". Dengan membalik prinsip di atas maka dapat disusun suatu prosedur untuk menentukan ukuran sampel dalam mengestimasi mean populasi dengan tingkat kesalahan estimasi yang telah ditentukan terlebih dahulu.

Dari pembahasan sebelumnya telah dijelaskan bahwa bentuk umum dari batas-batas kepercayaan (*confidence limits*) dalam estimate interval (*interval estimate*) mean populasi dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$\text{Batas kepercayaan} = \bar{x} \pm z\sigma_{\bar{x}} = \bar{x} \pm E \qquad (8.16)$$

di mana:
$\bar{x}$ = mean sampel
$E$ = $z\sigma_{\bar{x}}$ = kesalahan estimate (*error of estimate*)

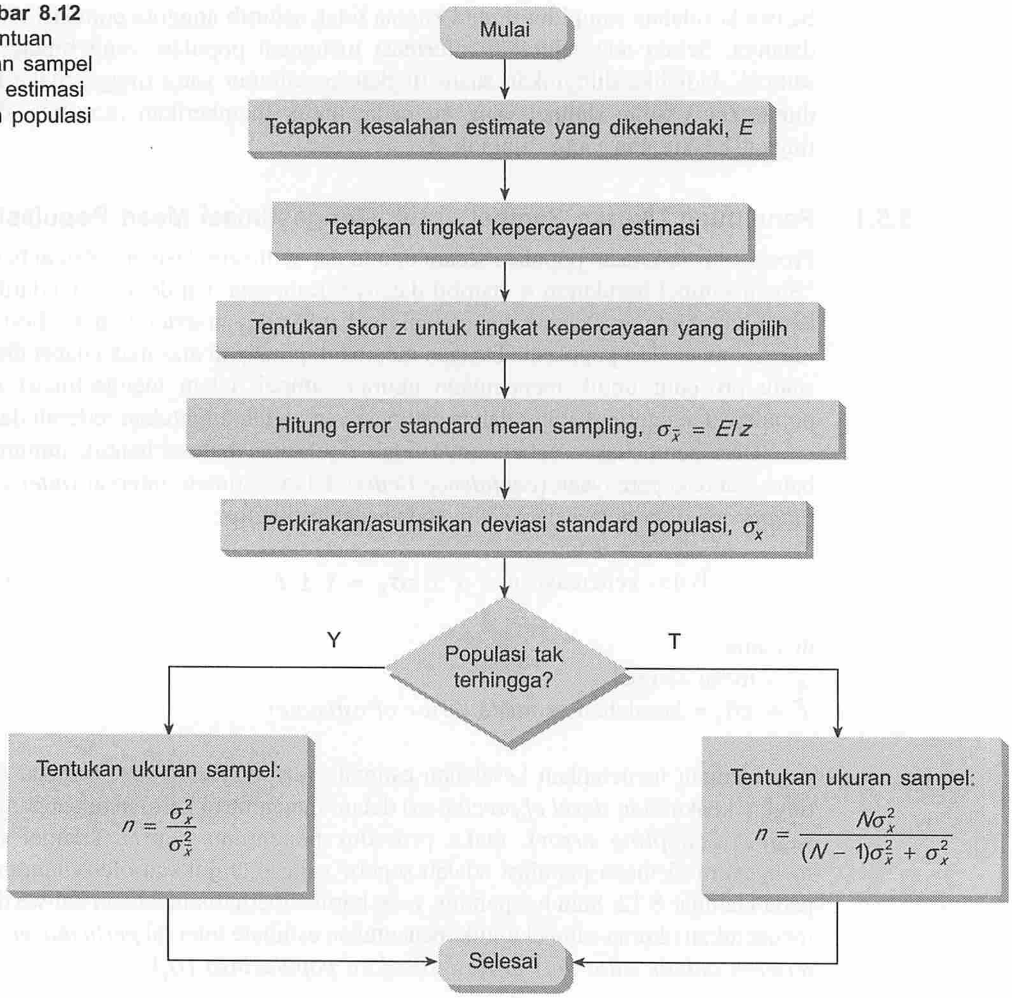
Dengan menetapkan kesalahan estimate (*error of estimate*) sebagai acuan tingkat keakuratan (*level of precission*) dalam mengontrol kesalahan pengambilan sampel (*sampling error*), maka prosedur penentuan ukuran sampel untuk mengestimasi mean populasi adalah seperti yang ditunjukkan oleh diagram alir pada Gambar 8.12. Satu hal penting yang harus diperhatikan adalah bahwa dalam menentukan ukuran sampel untuk menentukan estimate interval *perlu diasumsikan terlebih dahulu nilai dari deviasi standard populasinya ($\sigma_x$).*

**Contoh 8.8**

❑ Pipa-pipa yang digunakan untuk pengeboran minyak (*drilling pipe*) akan diuji tarik di laboratorium untuk menentukan kekuatan/tegangan tariknya (N/cm$^2$). Dari pengalaman selama ini pada pipa yang serupa diketahui bahwa deviasi standard kekuatan/tegangan tariknya adalah 300 N/cm$^2$. Jika dari pengujian ini diinginkan tingkat keakuratan/kesalahan estimate tidak melewati ±75 N/cm$^2$ dengan tingkat kepercayaan 95% maka ukuran sampel dapat ditentukan dengan mengikuti prosedur yang ditunjukkan diagram alir pada Gambar 8.12 sebagai berikut:

- Tingkat keakuratan/kesalahan estimate yang dikehendaki, $E = 75$
- Tingkat kepercayaan estimasi = 95%
- Skor $z$ untuk tingkat kepercayaan 95%, $z = 1{,}960$
- Error standard dari mean sampling, $\sigma_{\bar{x}} = \dfrac{E}{z} = \dfrac{75}{1{,}960} = 38{,}265$
- Asumsi deviasi standard populasi, $\sigma_x = 300$

**Gambar 8.12** Penentuan ukuran sampel pada estimasi mean populasi




- Ukuran sampel yang digunakan, $n = \dfrac{\sigma_x^2}{\sigma_{\bar{x}}^2} = \dfrac{300^2}{38{,}265^2} = 61{,}47$
- Jadi ukuran sampel (banyaknya sampel) yang digunakan adalah $n = 62$

### 8.5.2 Penentuan Ukuran Sampel untuk Mengestimasi Proporsi Populasi

Dalam estimate proporsi bentuk umum dari batas-batas kepercayaan (*confidence limits*) dalam estimate interval (*interval estimate*) proporsi populasi dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$\text{Batas kepercayaan} = p \pm z\sigma_p = p \pm E \qquad (8.17)$$

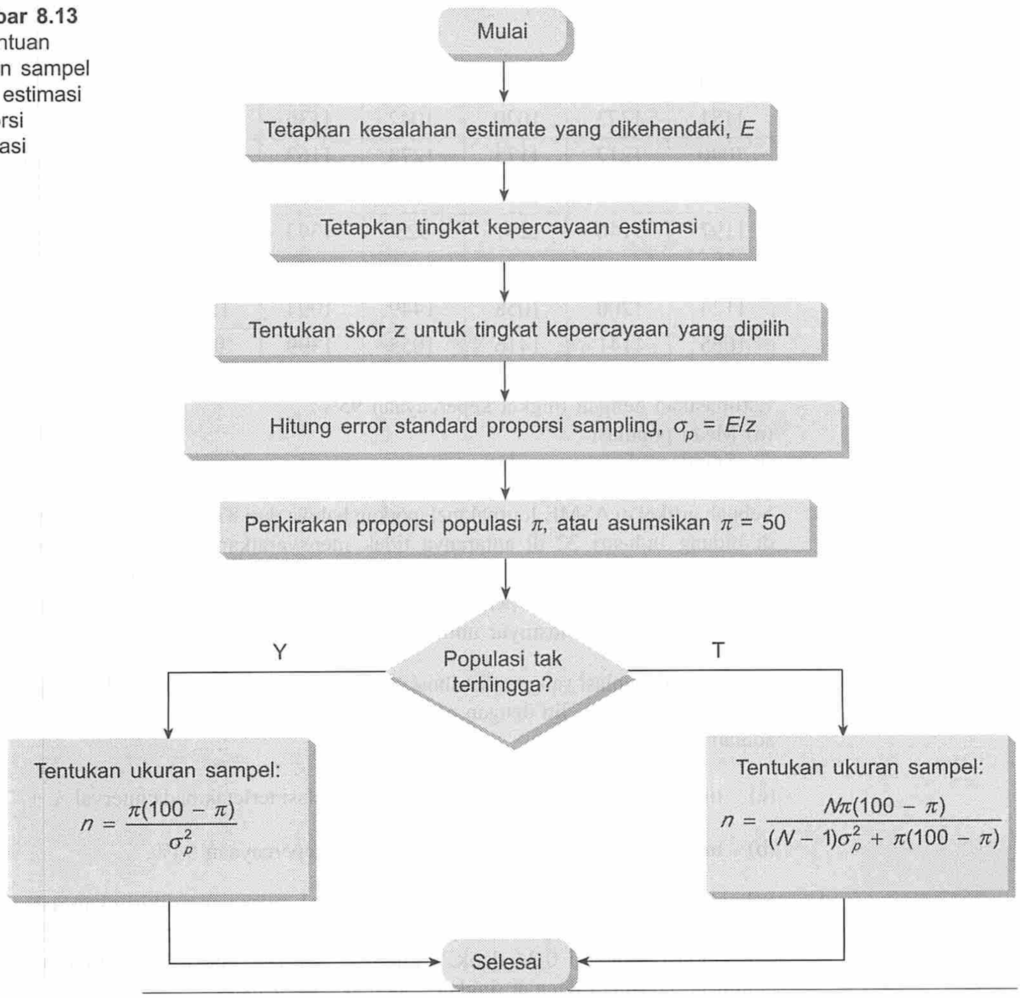
di mana:
$p$ = proporsi sampel (dalam persentase)
$E = z\sigma_p$ = kesalahan estimate (*error of estimate*)

Maka prosedur penentuan ukuran sampel untuk mengestimasi proporsi populasi adalah seperti yang ditunjukkan oleh diagram alir pada Gambar 8.13. Satu hal penting yang harus diperhatikan adalah bahwa dalam menentukan ukuran sampel *perlu diperkirakan terlebih dahulu nilai dari proporsi populasi ($\pi$). Jika perkiraan tersebut sulit dilakukan, maka proporsi populasi diasumsikan bernilai $\pi = 50$.*

## Contoh 8.9

- Fakultas Teknik Universitas Indonesia ingin memperkirakan persentase mahasiswa yang berminat untuk mengikuti pelatihan keterampilan di bidang teknologi informasi. Unit pelaksana teknis yang akan melaksanakan pelatihan tersebut menginginkan agar perkiraan tersebut berada dalam kisaran ± 5% dari nilai sesungguhnya. Estimasi akan dilakukan dengan tingkat kepercayaan 95%. Maka besarnya ukuran sampel dapat ditentukan dengan mengikuti prosedur yang ditunjukkan diagram alir pada Gambar 8.13 sebagai berikut:

**Gambar 8.13** Penentuan ukuran sampel pada estimasi proporsi populasi



- Tingkat keakuratan/kesalahan estimate yang dikehendaki, $E = 5$
- Tingkat kepercayaan estimasi = 95%
- Skor $z$ untuk tingkat kepercayaan 95%, $z = 1{,}960$
- Error standard dari mean sampling, $\sigma_p = \dfrac{E}{z} = \dfrac{5}{1{,}960} = 2{,}55$
- Karena perkiraan persentase populasi tidak diketahui sebelumnya, asumsikan $\pi = 50$
- Ukuran sampel yang digunakan, $n = \dfrac{\pi(100 - \pi)}{\sigma_p^2} = \dfrac{50(50)}{2{,}55^2} = 385$
- Jadi ukuran sampel (banyaknya sampel) yang digunakan adalah $n = 385$ mahasiswa.

## 8.6 Soal-soal Latihan

**1.** Data eksperimen yang diperoleh dari pengukuran 64 sampel menunjukkan nilai-nilai sebagai berikut:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1110 | 1192 | 1196 | 1406 | 1161 | 1492 | 1170 | 1258 |
| 1181 | 1273 | 1020 | 1042 | 1136 | 1233 | 1158 | 1233 |
| 1040 | 1217 | 1175 | 1273 | 1163 | 1235 | 931 | 1270 |
| 1185 | 1051 | 1218 | 1303 | 1055 | 1081 | 1162 | 1333 |
| 1197 | 1146 | 1231 | 923 | 1393 | 1302 | 1249 | 1368 |
| 1095 | 1051 | 1250 | 1021 | 1152 | 1482 | 1028 | 1341 |
| 1124 | 1200 | 1058 | 1449 | 1094 | 1254 | 1160 | 1141 |
| 1065 | 1141 | 1416 | 1055 | 1399 | 924 | 1361 | 1216 |

Estimasikan dengan tingkat kepercayaan 95%:
(a) Mean populasi
(b) Standard deviasi populasi

**2.** Sebuah artikel di ASME Journal melaporkan bahwa dari 871 perusahaan yang bergerak di bidang industri 22 di antaranya tidak mensyaratkan insinyur yang bekerja di perusahaan tersebut memiliki sertifikasi insinyur profesional. Dengan tingkat kepercayaan 90% tentukan persentase populasi dari perusahaan yang mensyaratkan diperlukan sertifikat insinyur untuk bisa diterima bekerja.

**3.** Jika sebuah populasi yang terdistribusi normal dengan deviasi standard $\sigma$ yang nilainya diketahui sedang diteliti dengan mengambil sampel berukuran $n$ yang nilai meannya adalah $\bar{x}$, tentukanlah:

(a) tingkat kepercayaan untuk nilai mean populasi terletak pada interval $\bar{x} \pm \dfrac{2{,}81\sigma}{\sqrt{n}}$

(b) nilai skor $z$ yang menghasilkan tingkat kepercayaan 94%.

**4.** Sebuah sampel acak yang terdiri dari 110 sinyal radar yang dikirimkan dari daerah tertentu menghasilkan pantulan radar balik dalam jangka waktu rata-rata 0,81 detik dan deviasi standard 0,34 detik. Hitunglah estimate interval dari rata-rata waktu pantul populasinya dengan tingkat kepercayaan 99%.

# 9 Uji Hipotesis Sampel Tunggal

## Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, pembaca diharapkan mampu:

- Menjelaskan langkah-langkah yang diperlukan dalam prosedur umum uji hipotesis
- Menghitung uji hipotesis sampel tunggal dari mean
- Menghitung uji hipotesis sampel tunggal dari persentase
- Menghitung uji hipotesis sampel tunggal dari varians

## Pokok Bahasan:

## 9.1 Prosedur Umum Uji Hipotesis

### 9.1.1 Pengantar

Dalam upaya menarik kesimpulan dan mengambil keputusan, sering kali ada gunanya menetapkan asumsi-asumsi atau perkiraan-perkiraan mengenai populasi. Asumsi-asumsi seperti itu (yang mungkin salah atau mungkin juga benar) disebut sebagai *hipotesis statistik*. Secara umum, suatu hipotesis statistik merupakan pernyataan mengenai distribusi probabilitas populasi. Hipotesis ini perlu diuji untuk kemudian diterima atau ditolak. Berkaitan dengan hal tersebut, perlu dicegah terjadinya dua jenis kesalahan (error) dalam uji hipotesis, yaitu:

- Kesalahan jenis pertama (*type-1 error*) adalah bila "menolak suatu hipotesis yang seharusnya diterima".
- Kesalahan jenis kedua (*type-2 error*) adalah bila "menerima suatu hipotesis yang seharusnya ditolak".

Untuk mencegah hal tersebut maka uji hipotesis dilakukan dengan mengikuti prosedur umum yang dibahas berikut ini.

### 9.1.2 Prosedur Uji Hipotesis

Terdapat tujuh langkah dalam prosedur pengujian. Dalam pembahasan selanjutnya untuk masing-masing jenis pengujian hipotesis, ketujuh langkah ini digunakan berulang-ulang.

#### 9.1.2.1 Pernyataan Hipotesis Nol dan Hipotesis Alternatif

Langkah pertama adalah menyatakan dengan spesifik nilai-nilai parameter yang diasumsikan sebelum sampling dilakukan.

Hipotesis nol ($H_0$) adalah asumsi yang akan diuji. Hipotesis nol dinyatakan dalam hubungan sama dengan. Jadi hipotesis nol menyatakan bahwa suatu parameter (mean, persentase, varians, dll) bernilai sama dengan nilai tertentu.

Hipotesis alternatif ($H_1$) adalah segala hipotesis yang berbeda dari hipotesis nol. Hipotesis alternatif merupakan kumpulan hipotesis yang diterima dengan menolak hipotesis nol. Pemilihan hipotesis alternatif ini tergantung pada sifat dari masalah yang dihadapi.

**Contoh 9.1**

- Dalam suatu prosedur pengujian hipotesis mengenai mean dari suatu populasi, pernyataan-pernyataan mengenai hipotesis nol sebagai "mean populasi sama dengan 100" dan hipotesis alternatif sebagai "mean populasi bukan 100" secara umum dinotasikan:

  $H_0 : \mu = 100$
  $H_1 : \mu \neq 100; \mu > 100; \mu < 100; \mu = 120$

#### 9.1.2.2 Pemilihan Tingkat Kepentingan (*Level of Significance*), $\alpha$

*Tingkat kepentingan* (*level of significance*) menyatakan suatu tingkat resiko melakukan kesalahan dengan menolak hipotesis nol. Dengan kata lain, tingkat kepentingan menunjukkan probabilitas maksimum yang ditetapkan untuk mengambil risiko terjadinya kesalahan jenis pertama. Dalam prakteknya, tingkat kepentingan yang biasa digunakan adalah 0,05 atau 0,01. Jadi, dengan mengatakan bahwa hipotesis telah ditolak dengan tingkat kepentingan 0,05 artinya keputusan itu bisa salah dengan probabilitas 0,05.

#### 9.1.2.3 Penentuan Distribusi Pengujian yang Digunakan

Sebagaimana halnya dalam masalah estimasi yang dibahas pada Bab 8, pada pengujian hipotesis juga digunakan distribusi-distribusi probabilitas teoritis, meliputi distribusi normal standard ($z$), distribusi $t$, dan distribusi *chi-kuadrat.*

#### 9.1.2.4 Pendefinisian Daerah-daerah Penolakan (Kritis)

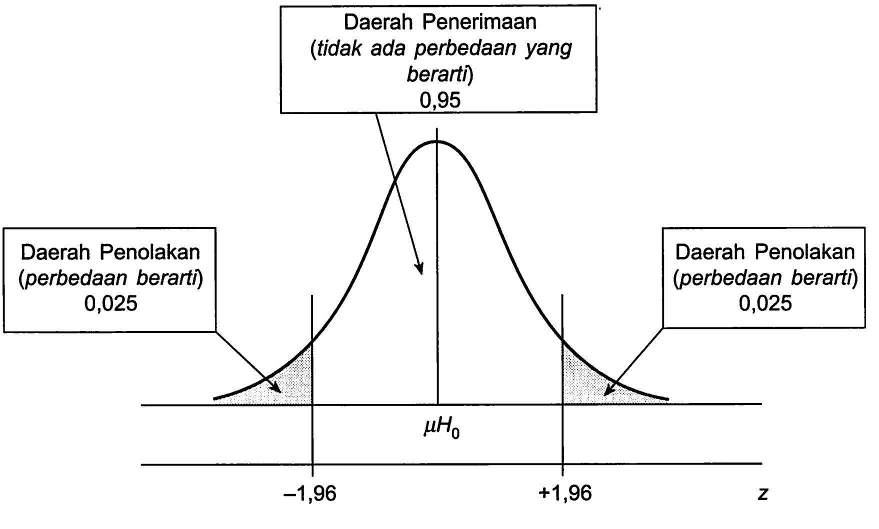
*Daerah penolakan* (atau *daerah kritis*) adalah bagian daerah dari distribusi sampling yang dianggap tidak mungkin memuat suatu statistik sampel jika hipotesis nol ($H_0$) benar. Sedangkan daerah selebihnya disebut sebagai *daerah penerimaan.*

Setelah tingkat kepentingan dinyatakan dan distribusi pengujian yang cocok dipilih, dalam langkah ini perlu ditetapkan batas-batas daerah penolakan dari distribusi sampling tersebut yang dinyatakan dalam satuan standard. Misalnya dalam hipotesis mengenai mean populasi, jika perbedaan antara mean sampel $\bar{x}$ dengan mean populasi yang diasumsikan dalam hipotesis nol $\mu_{H_0}$ memiliki nilai yang berada di dalam daerah penolakan (disebut juga memiliki perbedaan yang berarti/*significant difference*), maka hipotesis nol ditolak. Gambar 9.1 yang menunjukkan daerah penerimaan dan penolakan untuk tingkat kepentingan 0,05.

#### 9.1.2.5 Pernyataan Aturan Keputusan (*Decision Rule*)

Suatu aturan keputusan adalah pernyataan formal mengenai kesimpulan yang tepat yang akan dicapai mengenai hipotesis nol berdasarkan hasil-hasil sampel. Format umum dari sebuah aturan keputusan adalah:

**Gambar 9.1** Daerah Penerimaan dan Penolakan



"Tolak $H_0$ jika perbedaan yang telah distandardkan, misalnya antara $\bar{x}$ dan $\mu_{H_0}$, berada di dalam daerah penolakan. Jika sebaliknya terima $H_0$".

#### 9.1.2.6 Perhitungan pada Data Sampel dan Perhitungan Rasio Uji

Setelah aturan-aturan dasar ditentukan untuk melaksanakan pengujian, langkah berikutnya adalah menganalisis data aktual. Sebuah sampel dikumpulkan, statistik sampel dihitung, dan asumsi parameter dilakukan (hipotesis nol). Kemudian suatu rasio uji (*RU*) dihitung, yang kemudian dijadikan sebagai dasar dalam menentukan apakah hipotesis akan diterima atau ditolak. *Rasio uji* (*RU*) ini adalah perbedaan antara statistik dan parameter asumsi yang dinyatakan dalam hipotesis nol yang telah distandardkan.

#### 9.1.2.7 Pengambilan Keputusan secara Statistik

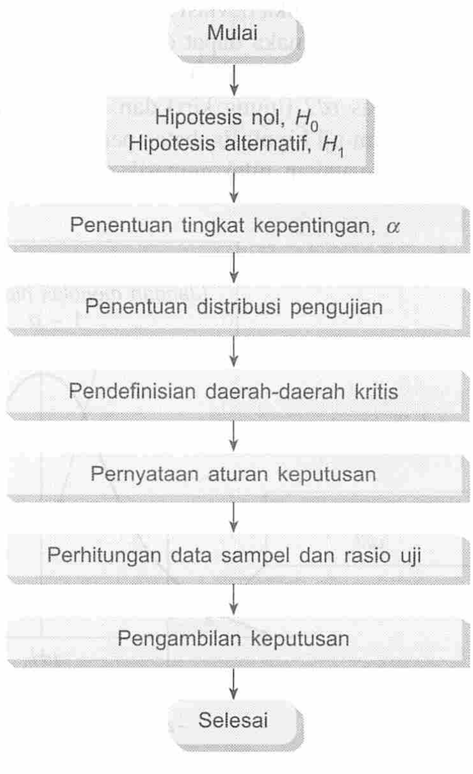
Jika nilai rasio uji berada di daerah penolakan maka hipotesis nol ditolak.

Prosedur pengujian hipotesis yang diuraikan di atas dapat digambarkan dengan diagram alir seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 9.2.

## 9.2 Uji Hipotesis Mean dengan Sampel Tunggal

Uji hipotesis yang pertama akan dibahas adalah uji hipotesis mengenai mean populasi. Pengujian hipotesis ini dibedakan atas dua jenis pengujian yaitu:

**Gambar 9.2** Diagram alir prosedur umum uji hipotesis



- Uji Dua-Ujung (*two-tailed test*)
- Uji Satu-Ujung (*one-tailed test*)

Pada kedua jenis uji tersebut masing-masing dapat dilakukan dengan dua kondisi yaitu dengan nilai deviasi standard populasi yang diketahui atau tidak diketahui.

### 9.2.1 Uji Dua-Ujung

Uji dua-ujung (*two-tailed* test) adalah uji hipotesis yang menolak hipotesis nol jika statistik sampel secara signifikan lebih tinggi atau lebih rendah daripada nilai parameter populasi yang diasumsikan. Dalam hal ini hipotesis nol dan hipotesis alternatifnya masing-masing adalah:

$H_0$ : $\mu$ = nilai yang diasumsikan
$H_1$ : $\mu \neq$ nilai yang diasumsikan

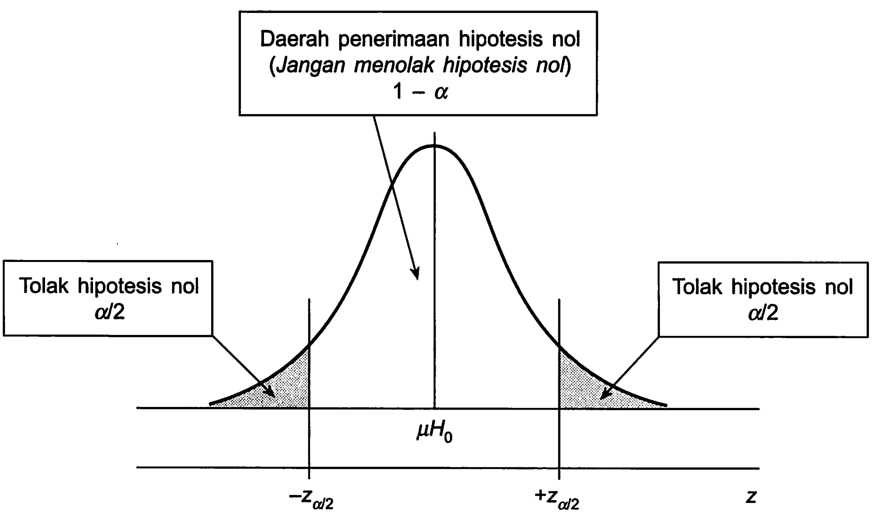
Dengan uji dua-ujung ini maka terdapat dua daerah penolakan. Sebagai contoh, untuk populasi yang terdistribusi normal daerah-daerah penolakan tersebut seperti yang ditunjukkan pada Gambar 9.3. Karena hipotesis nol akan ditolak jika nilai sampelnya terlalu tinggi atau terlalu rendah, maka jumlah total risiko kesalahan dalam menolak hipotesis nol (disebut juga dengan *tingkat kepentingan*) sebesar $\alpha$ akan terdistribusi secara sama pada kedua-ujung kurva distribusi. Jadi luas pada setiap daerah penolakan adalah $\alpha/2$.

#### 9.2.1.1 Uji Dua-Ujung dengan Deviasi Standard Populasi Diketahui

Jika $n > 30$ atau jika deviasi standard populasi diketahui dan populasi terdistribusi secara normal, maka dapat digunakan tabel distribusi normal standard (tabel $z$). Batas-batas daerah penolakan ditentukan dengan nilai $z$ yang bersesuaian dengan probabilitas $\alpha/2$ (ujung kiri) dan 1-$\alpha/2$ (ujung kanan).

Dalam uji hipotesis, batas penolakan biasanya dinyatakan dengan notasi $z_\alpha$, yang menyatakan nilai numerik pada sumbu $z$ di mana luas daerah di bawah

**Gambar 9.3** Daerah penerimaan dan penolakan uji dua-ujung dengan populasi terdistribusi normal



kurva normal standard di sebelah kanan $z_\alpha$ adalah $\alpha$. Sebagai contoh, untuk $\alpha$ = 0,05, daerah penolakan di setiap ujung adalah $\alpha/2$ = 0,05/2 = 0,025. Dengan melihat pada tabel distribusi normal standard (tabel $z$), dapat ditentukan bahwa nilai $z_{0,025}$ yang membatasi luas di bawah kurva di sebelah kanannya sebesar 0,025 (dengan kata lain, luas di bawah kurva di sebelah kirinya sebesar 0,975) adalah 1,960. Jadi dinotasikan $z_{0,025}$ = 1,960. Maka seperti ditunjukkan pada Gambar 9.3, batas-batas daerah penolakan untuk tingkat kepentingan $\alpha$ = 0,05 pada uji dua-ujung ini adalah $-z_{0,025} = -1{,}96$ dan $+\ z_{0,025} = +1{,}96$.

Maka secara umum aturan pengambilan keputusan pada uji dua-ujung adalah:

"Tolak $H_0$ dan terima $H_1$ jika $RU_z < -z_{\alpha/2}$ atau $RU_z > +\ z_{\alpha/2}$. Jika tidak demikian maka terima $H_0$."

Sedangkan rasio uji ($RU$) untuk uji hipotesis dari mean populasi adalah:

$$RU_z = \frac{\bar{x} - \mu_{H_0}}{\sigma_{\bar{x}}} \tag{9.1}$$

di mana:

$\bar{x}$ = mean sampel

$\mu_{H_0}$ = mean asumsi yang dinyatakan pada hipotesis nol

$\sigma_{\bar{x}}$ = error standard distribusi sampling

## Contoh 9.2

- Manajer pemasaran sebuah produk aditif bahan bakar mengatakan bahwa jumlah rata-rata produk aditif yang terjual adalah 1500 botol. Seorang karyawan di pabrik ingin menguji pernyataan manajer pemasaran itu dengan mengambil sampel selama 36 hari. Dia mendapati bahwa jumlah penjualan rata-ratanya adalah 1450 botol. Dari catatan yang ada, deviasi standard penjualan adalah 120 botol. Dengan menggunakan tingkat kepentingan $\alpha$ = 0.01, apakah kesimpulan yang bisa ditarik oleh karyawan tersebut? Uji hipotesis yang dilakukan adalah dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Hipotesis

   $H_0 : \mu = 1500$

   $H_1 : \mu \neq 1500$

2. $\alpha$ = 0.01

3. $n = 36 > 30 \rightarrow$ digunakan distribusi $z$

4. Batas-batas daerah penolakan uji dua-ujung (*two-tailed*):

   $\alpha = 0{,}01 \rightarrow \alpha/2 = 0{,}005 \rightarrow \pm\ z_{0,005}$

   Dari tabel distribusi normal batas yang bersesuaian adalah $\pm z_{0,005} = \pm\ 2{,}575$

5. Aturan keputusan:

   Tolak $H_0$ dan terima $H_1$ jika $RU_z < -2{,}575$ atau $RU_z > +2{,}575$. Jika tidak demikian terima $H_0$

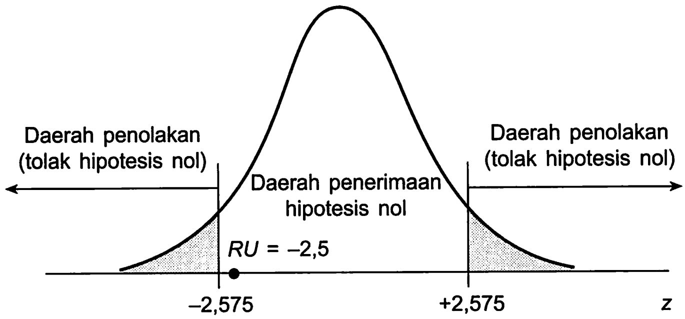
6. Rasio Uji:

   $$RU_z = \frac{\bar{x} - \mu_{H_0}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu_{H_0}}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{1450 - 1500}{120/\sqrt{36}} = -2{,}5$$

7. Pengambilan keputusan:

Karena $RU_z$ berada di antara ± 2,575, maka $H_0$ diterima. Ini berarti klaim sang manajer pemasaran dapat diterima (tidak bisa ditolak) dengan resiko kesalahan (tingkat kepentingan) 0,01. Hal ini ditunjukkan oleh Gambar 9.4.

**Gambar 9.4** Daerah penerimaan dan penolakan Contoh 9.2




#### 9.2.1.1 Uji Dua-Ujung dengan Deviasi Standard Populasi Tidak Diketahui

Pada kenyataannya, deviasi standard populasi jarang diketahui. Oleh karena itu uji hipotesis dengan deviasi standard populasi yang tidak diketahui dilakukan dengan memperhatikan aspek-aspek berikut:

1. Distribusi sampling hanya dapat diasumsikan mendekati bentuk normal (Gaussian) jika ukuran sampel $n > 30$.
2. Dalam perhitungan rasio uji ($RU_z$) digunakan error standard estimasi, $\hat{\sigma}_{\bar{x}} = s/\sqrt{n}$ di mana $s$ = deviasi standard sampel.

Selebihnya prosedur dan langkah yang dilakukan sama seperti uji dua-ujung dengan deviasi standard yang diketahui.

### 9.2.2 Uji Satu-Ujung

Dalam uji satu-ujung (*one-tailed test*) hanya ada satu daerah penolakan, dan hipotesis nol ditolak hanya jika nilai statistik sampel berada dalam daerah ini. Jika daerah penolakan ini berada di ujung kanan distribusi *sampling*, maka uji hipotesisnya disebut *uji ujung-kanan* (*right-tailed test*), sedangkan jika berada di ujung kiri, disebut *uji ujung-kiri* (*left-tailed test*).

#### 9.2.2.1 Uji Satu-Ujung dengan Deviasi Standard Populasi Diketahui

Dalam hal ini hipotesis nol dan hipotesis alternatifnya adalah:

$H_0$ : $\mu$ = nilai yang diasumsikan
$H_1$ : $\mu$ > nilai yang diasumsikan → uji ujung-kanan atau
$H_1$ : $\mu$ < nilai yang diasumsikan → uji ujung-kiri

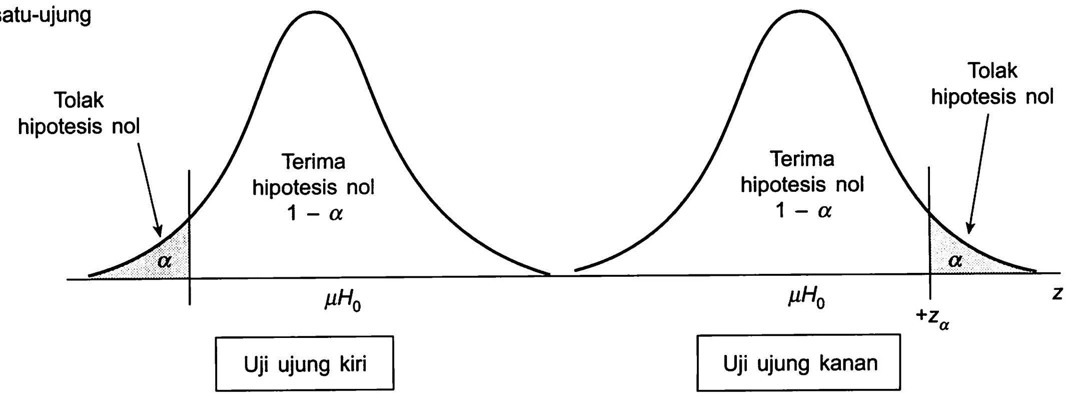
Sedangkan aturan pengambilan keputusan uji hipotesis ini adalah:

- Untuk uji ujung-kiri:
  "Tolak $H_0$ dan terima $H_I$ jika $RU_z < -z_\alpha$. Jika tidak demikian terima $H_0$."

- Untuk uji ujung-kanan:
  "Tolak $H_0$ dan terima $H_1$ jika $RU_z > +z_\alpha$. Jika tidak demikian terima $H_0$."

Daerah penolakan untuk uji satu-ujung ini ditunjukkan oleh Gambar 9.5

**Gambar 9.5** Daerah penolakan dan penerimaan uji satu-ujung




#### 9.2.2.2 Uji Satu-Ujung dengan Deviasi Standard Populasi Tidak Diketahui

Prosedur pengujian hipotesis satu-ujung dengan deviasi standard populasi yang tidak diketahui sama dengan prosedur pengujian dengan deviasi standard yang diketahui, dengan memperhatikan aspek-aspek pengujian yang telah dibahas sebelumnya, yaitu:

1. Distribusi sampling hanya dapat diasumsikan mendekati bentuk normal (Gaussian) jika ukuran sampel $n > 30$.
2. Dalam perhitungan rasio uji ($RU_z$) digunakan error standard estimasi, $\hat{\sigma}_{\bar{x}} = s/\sqrt{n}$, di mana $s$ = deviasi standard sampel.

**Contoh 9.3**

- Pemilik sebuah usaha tambang batu granit mengatakan bahwa rata-rata per hari dapat ditambang 4500 kg batu granit dari lahan tambang milik perusahaannya. Seorang calon investor mencurigai angka tersebut sengaja dibesar-besarkan untuk menarik minat investor baru. Kemudian ia mengambil sampel selama 40 hari dan mendapati bahwa rata-rata per hari batu granit yang dapat ditambang adalah 4460 kg dengan deviasi standard 250 kg. Terbuktikah kecurigaan calon investor tersebut?

  Perlu dipahami bahwa uji hipotesis yang harus dilakukan adalah uji satu-ujung untuk mengetahui apakah rata-rata yang sesungguhnya kurang dari rata-rata yang diasumsikan. Untuk uji hipotesis tersebut dilakukanlah langkah-langkah berikut:

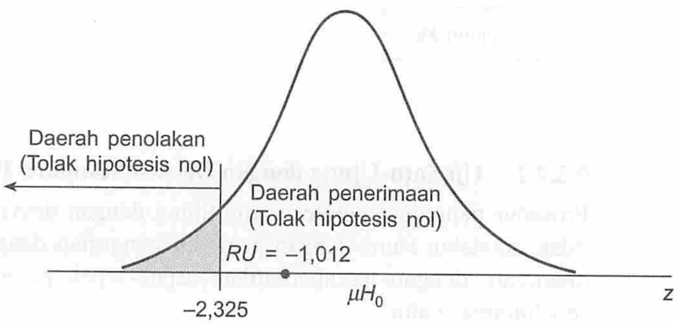
  1. Hipotesis
     $H_0 : \mu = 4500$
     $H_1 : \mu < 4500$

2. $\alpha$ = 0,01 (misalnya dipilih tingkat kepentingan 1%)
3. $n = 40 > 30 \rightarrow$ digunakan distribusi $z$
4. Batas daerah penolakan uji ujung-kiri:
   $\alpha = 0{,}01 \rightarrow -z_{0,01}$
   Dari tabel distribusi normal batas yang bersesuaian adalah $-z_{0,01} = -2{,}325$
5. Aturan keputusan:
   Tolak $H_0$ dan terima $H_1$ jika $RU_z < -2{,}325$. Jika tidak demikian terima $H_0$
6. Rasio Uji:

$$RU_z = \frac{\bar{x} - \mu_{H_0}}{\hat{\sigma}_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu_{H_0}}{s/\sqrt{n}} = \frac{4460 - 4500}{250/\sqrt{40}} = -1{,}012$$

7. Pengambilan keputusan
   Karena $RU_z > -2{,}325$, maka $H_0$ diterima. Ini berarti klaim pemilik tambang dapat diterima (tidak bisa ditolak) dengan risiko kesalahan (tingkat kepentingan) 0,01. Untuk jelasnya, lihat Gambar 9.6.

**Gambar 9.6** Daerah penerimaan dan penolakan Contoh 9.3




## 9.3 Uji Hipotesis Persentase dengan Sampel Tunggal

Uji hipotesis atas persentase dilakukan sesuai dengan prosedur umum uji hipotesis yang telah diuraikan sebelumnya. Perbedaannya dengan uji hipotesis atas mean hanya terletak pada perhitungan rasio uji (*RU*) yang dihitung sebagai berikut:

$$RU_z = \frac{p - \pi_{H_0}}{\sigma_P} \tag{9.2}$$

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{\pi_{H_0}(100 - \pi_{H_0})}{n}} \tag{9.3}$$

di mana:

$p$ = persentase sampel

$\pi_{H_0}$ = nilai hipotesis dari persentase populasi

### Contoh 9.4

- Editor "Jurnal Teknologi" dalam suatu seminar mengatakan hanya 25 persen dari mahasiswa fakultas teknik yang membaca jurnal tersebut setiap edisi terbitan. Suatu sampel acak 200 mahasiswa menunjukkan 45 mahasiswa membaca jurnal tersebut setiap edisi terbitannya. Pada tingkat $\alpha = 0{,}05$ kebenaran pernyataan editor tersebut dapat diuji sebagai berikut:

1. Hipotesis
   $H_0 : \pi = 25$
   $H_1 : \pi \neq 25$
2. $\alpha = 0.05$
3. $n = 200 > 30 \rightarrow$ digunakan distribusi $z$
4. Batas-batas daerah penolakan uji dua-ujung
   $\alpha = 0{,}05 \rightarrow \alpha/2 = 0{,}025 \rightarrow \pm z_{0{,}025}$
   Dari tabel distribusi normal batas yang bersesuaian adalah $\pm z_{0{,}025} = \pm 1{,}96$
5. Aturan keputusan:
   Tolak $H_0$ dan terima $H_1$ jika $RU_z < -1{,}96$ atau $RU_z > +1{,}96$. Jika tidak demikian terima $H_0$.
6. Rasio Uji:

$$TR = \frac{p - \pi_{H_0}}{\sigma_p} = \frac{p - \pi_{H_0}}{\sqrt{\frac{\pi_{H_0}(100 - \pi_{H_0})}{n}}} = \frac{(45/200) - 25}{\sqrt{\frac{(25)(100 - 25)}{200}}} = -0{,}81$$

7. Karena $RU_z$ berada di antara $\pm$ 1,96, maka $H_0$ diterima. Ini berarti klaim editor dapat diterima dengan risiko kesalahan 5 persen.

## 9.4 Uji Hipotesis Varians dengan Sampel Tunggal

Uji hipotesis atas varians dilakukan sesuai dengan prosedur umum uji hipotesis yang telah diuraikan sebelumnya. Hal yang perlu diperhatikan adalah distribusi yang digunakan adalah distribusi chi-kuadrat dan perhitungan rasio ujimua ($RU_{\chi^2}$) adalah sebagai berikut:

$$RU_{\chi^2} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \tag{9.4}$$

di mana:
$s^2$ = varians sampel
$\sigma^2$ = varians populasi

### Contoh 9.5

- Sebuah perusahaan farmasi membuat tablet untuk untuk mengobati suatu jenis penyakit tertentu, dan proses pembuatan obat tersebut dianggap di luar kontrol jika deviasi standard dari berat tablet yang dihasilkan melebihi 0,0125 miligram. Suatu sampel acak yang terdiri dari 20 tablet diperiksa dalam pemeriksaan periodik dan diperoleh deviasi standard 0,019 miligram. Dengan risiko kesalahan 5 persen, tentukan apakah produksi tablet tersebut sudah di luar kontrol? Uji hipotesis dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Hipotesis
   $H_0 : \sigma = 0{,}0125$
   $H_1 : \sigma > 0{,}0125$
2. $\alpha = 0.05$
3. uji varians → digunakan distribusi chi-kuadrat:
   derajat kebebasan (*df*), $v = n - 1 = 20 - 1 = 19$
4. Batas-batas daerah penolakan uji satu-ujung (*right-tailed test*)

   $\alpha = 0{,}05$ ; n = 19 → $\chi^2_{19,\,0.05}$

   Dari tabel chi-kuadrat, batas yang bersesuaian adalah = 30,1
5. Aturan keputusan:
   Tolak $H_0$ dan terima $H_1$ jika $RU_{\chi^2} > 30{,}1$. Jika tidak demikian terima $H_0$.
6. Rasio uji:

$$RU_{\chi^2} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} = \frac{(20-1)(0{,}0190)^2}{(0{,}0125)^2} = 43{,}9$$

7. Karena $RU_{\chi^2} > 30{,}1$, maka $H_0$ ditolak.
   Hal ini berarti bahwa proses produksi berjalan di luar kontrol dan harus segera diperbaiki.

## 9.5 Nilai *P* pada Uji Hipotesis

### 9.5.1 Pertimbangan Penggunaan Nilai *P*

Dari uraian yang telah dibahas sebelumnya secara umum dapat dikatakan bahwa cara dalam menyampaikan suatu hasil uji hipotesis adalah dengan menyebutkan ditolak atau diterimanya sebuah hipotesis nol pada suatu tingkat kepentingan (*level of significance*) tertentu yang ditetapkan sebelumnya. Pertimbangan yang lebih mendalam terhadap cara penyampaian seperti ini menunjukkan bahwa untuk suatu keadaan tertentu hal tersebut kurang mencukupi, karena penyampaian seperti itu tidak memberikan informasi apakah nilai rasio uji (*RU*) yang dihitung jatuh pada daerah penerimaan atau penolakan yang berbeda cukup berarti dengan nilai-nilai batas antara daerah penerimaan dan penolakan. Sehingga untuk nilai rasio uji yang berada di sekitar nilai-nilai batas tersebut, pemilihan tingkat kepentingan yang berbeda akan dapat memberikan kesimpulan yang berbeda tentang ditolak atau diterimanya sebuah hipotesis nol. Sebagai contoh, kita perhatikan Contoh 9.6.

Untuk lebih memberikan informasi mengenai kekuatan bukti dalam menolak atau menerima sebuah hipotesis nol dan memungkinkan setiap pengambil keputusan menarik kesimpulan pada tingkat kepentingan tertentu yang dipilihnya, dalam sebuah uji hipotesis sering digunakan sebuah ***nilai P***.

**Contoh 9.6**

- Misalkan suatu uji hipotesis mean dengan sampel tunggal memiliki hipotesis nol dan alternatif sebagai berikut:

  $H_0 : \mu = 1,5$
  $H_1 : \mu > 1,5$

  Uji hipotesis yang akan dilakukan adalah uji ujung-kanan. Misalkan pula ukuran sampelnya memungkinkan untuk mengasumsikan distribusi samplingnya berbentuk normal. Maka, daerah penolakan hipotesis nol berada di sebelah kanan nilai batas $z_\alpha$ yang tergantung pada tingkat kepentingan yang dipilih. Seandainya perhitungan rasio uji menghasilkan nilai $RU_z = 2,10$ maka kesimpulan untuk menolak atau menerima hipotesis nol akan tergantung pada tingkat kepentingan yang dipilih, seperti ditunjukkan pada tabel berikut.

| Tingkat Kepentingan ($\alpha$) | Daerah Penolakan Hipotesis Nol | Kesimpulan Uji Hipotesis |
|---|---|---|
| 0,05 | $RU_z \geq 1,645$ | Menolak Hipotesis nol |
| 0,025 | $RU_z \geq 1,960$ | Menolak Hipotesis nol |
| 0,01 | $RU_z \geq 2,325$ | Menerima Hipotesis nol |
| 0,005 | $RU_z \geq 2,575$ | Menerima Hipotesis nol |

Dari tabel dapat dipahami bahwa untuk tingkat kepentingan yang relatif lebih besar ($\alpha = 0,05$ dan 0,025) nilai batas $z_\alpha$ berada tidak terlalu ke ujung kanan dari kurva distribusi sehingga nilai rasio uji terpisah cukup jauh di sebelah kanannya dan hipotesis nolnya dapat dipastikan ditolak. Sedangkan untuk tingkat kepentingan yang relatif lebih kecil ($\alpha = 0,01$ dan 0,005), nilai batas $z_\alpha$ membesar dan berada makin ke ujung kanan dari kurva distribusi sehingga melampaui nilai rasio rasio uji dan membuat rasio uji berada pada daerah penerimaan hipotesis nol.

### 9.5.2 Definisi Nilai *P*

Suatu *nilai P* didefinisikan sebagai sebuah tingkat kepentingan yang teramati (*observed significance level*) yang merupakan nilai tingkat kepentingan terkecil di mana hipotesis nol akan ditolak apabila suatu prosedur pengujian hipotesis tertentu digunakan pada data sampel. Dengan demikian, nilai $P$ diperoleh dengan cara menentukan nilai tingkat kepentingan yang bersesuaian dengan nilai rasio uji hasil perhitungan.

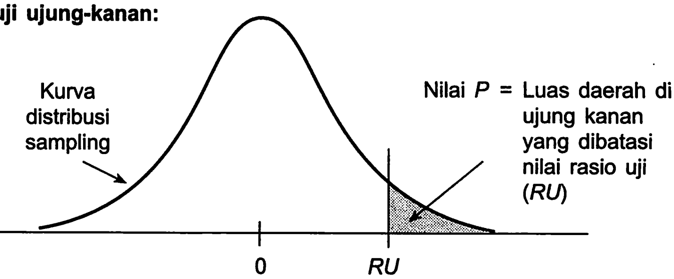
Setelah nilai $P$ diperoleh, maka penarikan kesimpulan dalam uji hipotesis dilakukan dengan cara membandingkan nilai $P$ tersebut dengan tingkat kepentingan $\alpha$ yang telah ditentukan sebelumnya dengan kriteria sebagai berikut:

- Jika nilai $P \leq \alpha$ maka hipotesis nol ditolak pada tingkat kepentingan $\alpha$
- Jika nilai $P > \alpha$ maka hipotesis nol diterima pada tingkat kepentingan $\alpha$

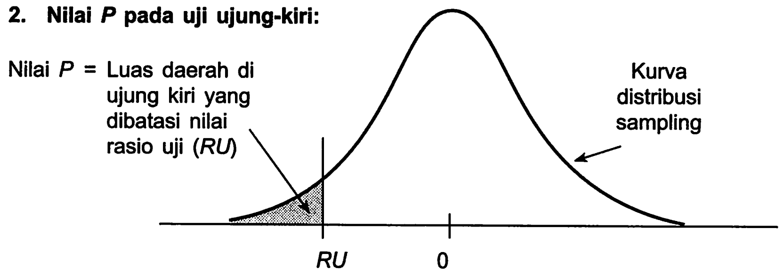
Secara ilustratif penentuan nilai $P$ ditunjukkan oleh Gambar 9.7 untuk uji dua-ujung dan uji satu-ujung.

**Gambar 9.7**
Penentuan
Nilai *P*

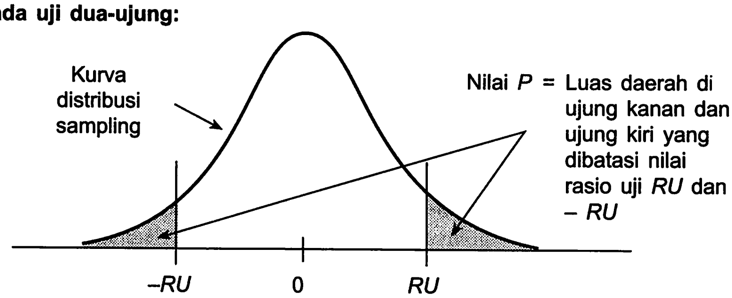
**1. Nilai *P* pada uji ujung-kanan:**




**2. Nilai *P* pada uji ujung-kiri:**




**3. Nilai *P* pada uji dua-ujung:**




***Contoh 9.7***

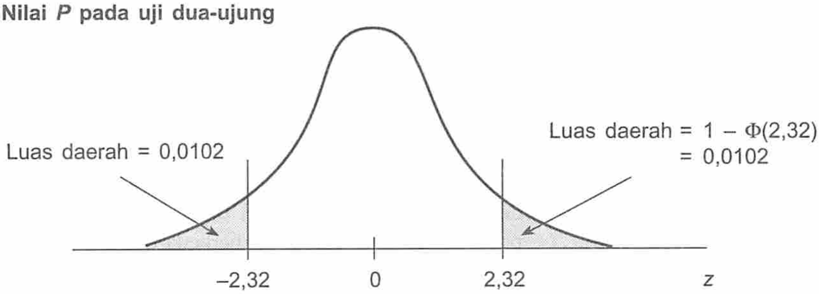
- Ketebalan yang diinginkan dari *wafer* silikon yang digunakan untuk membuat sejenis *integrated circuit* (IC) adalah 245 mm. Suatu sampel yang terdiri dari 50 wafer silikon diperiksa ketebalannya masing-masing dan diperoleh rata-rata ketebalan sampel tersebut adalah 246,18 mm serta deviasi standardnya 3,60 mm. Dengan tingkat kepentingan 0,01, apakah data yang diperoleh ini menunjukkan bahwa rata-rata ketebalan populasinya berbeda dengan ketebalan yang diinginkan?
- Uji hipotesis menggunakan niliai *P* dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Hipotesis
   $H_0 : \mu = 245$
   $H_1 : \mu \neq 245$
2. $\alpha = 0.01$
3. $n = 50 > 30 \rightarrow$ digunakan distribusi $z$
4. Aturan keputusan:
   Tolak $H_0$ dan terima $H_1$ jika nilai $P \leq \alpha$. Jika tidak demikian (nilai $P > \alpha$) terima $H_0$.
5. Rasio uji:

$$RU_z = \frac{\bar{x} - \mu_{H_0}}{\hat{\sigma}_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu_{H_0}}{s/\sqrt{n}} = \frac{246{,}18 - 245}{3{,}60/\sqrt{50}} = 2{,}32$$

6. Penentuan nilai $P$:
Karena uji hipotesisnya adalah uji dua-ujung, maka nilai $P$ adalah jumlah luas di ujung kanan dan kiri yang dibatasi oleh $z = \pm RU_z$, dan dinotasikan sebagai:
Nilai $P = 2\,(1 - \Phi(2{,}32)) = 0{,}0204$

**Nilai *P* pada uji dua-ujung**




7. Pengambilan keputusan
Karena nilai $P > \alpha$ $(0{,}0204 > 0{,}01)$ maka $H_0$ diterima. Ini berarti ketebalan rata-rata populasi tidak berbeda dengan ketebalan yang diinginkan.

## 9.6 Soal-soal Latihan

1. Perusahaan pemborong pemasangan lampu penerangan jalan sedang mempertimbangkan pembelian baut-baut untuk proyek barunya. Pertimbangannya adalah kekuatan baut harus mampu menyangga tiang lampu berdiri tegak dalam kondisi tegangan normal. Namun untuk meminimalkan kerusakan seandainya tiang tersebut tertabrak kendaraan, baut-baut itu harus patah pada tegangan benturan (*impact stress*) yang telah ditentukan. Dari perhitungan, diinginkan kemampuan baut adalah 5000 N dengan deviasi standard 800. Dengan menggunakan risiko kesalahan 10% dan mengambil sampel sebanyak 36 baut, jelaskan bagaimana cara menentukan pengambilan keputusan dari uji hipotesis yang akan dilakukan.

2. Sejenis minyak aditif dikatakan oleh pembuatnya mampu mengurangi pemakaian bahan bakar mobil. Misalkan 13 mobil yang dipilih secara acak diperiksa dengan memberikan 10 liter bahan bakar dan aditifnya. Ternyata rata-rata jarak tempuh sampai bahan bakar habis adalah 68 km, sedangkan pabrik minyak aditif telah mengklaim bahwa dengan menggunakan aditif itu, jarak tempuhnya akan mencapai 75 km. Jika deviasi standardnya 15 km, apakah kesimpulan yang dapat ditarik mengenai klaim perusahaan tersebut?

3. Sebuah pembangkit frekuensi radio harus dapat menjaga lebar pita frekuensi (*bandwidth*) yang telah diset. Pemasok pembangkit frekuensi itu mengatakan bahwa deviasi standard dari output frekuensi adalah 5 satuan standard. Data diambil secara acak sebanyak 17 kali dari jenis pembangkit frekuensi tersebut dan didapati bahwa variansnya adalah 33. Kesimpulan apa yang bisa diambil mengenai variabilitas dari pembangkit frekuensi radio tersebut?

4. Tiga puluh lima buah pengencang kuningan (*brass fasteners*) diuji rusak (*failure test*) dan tegangan rusaknya dicatat. Perhitungan deviasi standardnya menghasilkan nilai 3,5 kN. Apakah dengan ini cukup bukti untuk menyatakan bahwa klaim perusahaan pembuat yang menyatakan deviasi standardnya 3 kN adalah salah?

# 10 Uji Hipotesis Sampel-Ganda

## Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, pembaca diharapkan mampu:

- ❑ Menjelaskan tujuan uji hipotesis sampel-ganda pada varians, mean, dan persentase
- ❑ Memahami prosedur uji hipotesis sampel-ganda pada varians, mean, dan persentase
- ❑ Melakukan perhitungan yang diperlukan dan menarik keputusan statistik yang tepat dalam kasus yang menggunakan uji hipotesis sampel-ganda

## Pokok Bahasan:

**10.1** Uji Hipotesis Varians dengan Sampel-Ganda

**10.2** Uji Hipotesis Mean dengan Sampel-Ganda

**10.3** Uji Hipotesis Persentase dengan Sampel-Ganda

**10.4** Soal-soal Latihan

## 10.1 Uji Hipotesis Varians dengan Sampel-Ganda

### 10.1.1 Pengantar

Banyak persoalan keteknikan seringkali ingin mengetahui apakah suatu karakteristik yang diamati dari dua populasi serupa atau berbeda. Misalnya seorang ahli pompa ingin mengetahui apakah kapasitas dan tinggi tekan sebuah pompa minyak yang diuji dengan posisi instalasi pipa vertikal sama dengan hasil pengujian secara horizontal, atau apakah motor penggerak fan yang digunakan pada menara pendingin (*cooling tower*) yang dibuat oleh perusahaan A lebih berdaya tahan lama dibandingkan dengan buatan perusahaan B untuk spesifikasi teknis yang sama, dll. Dalam hal ini perlu dilakukan *uji hipotesis sampel-ganda.*

Satu hal penting yang harus diperhatikan adalah bahwa pengujian hipotesis sampel-ganda ini bukan untuk mengestimasi nilai-nilai mutlak dari parameter-parameter yang ditinjau, melainkan untuk mengetahui nilai relatif dari parameter-parameter tersebut. Jadi tujuan dari uji hipotesis sampel-ganda adalah untuk menggunakan data dari dua sampel yang diperoleh dari dua populasi dan mengetahui apakah ada perbedaan yang secara statistik cukup berarti (*significant*) antara parameter-parameter dari kedua populasi tersebut.

Untuk memperoleh hasil yang berguna, uji hipotesis sampel-ganda harus memenuhi asumsi sebagai berikut:

- Data di kedua populasi yang diambil sebagai sampel harus terdistribusi normal.
- Sumber data pada populasi pertama harus independen terhadap sumber data di populasi kedua (*independent sample*).

### 10.1.2 Prosedur Uji Dua Varians

Dalam uji dua varians ini, varians sampel ($s^2$) digunakan untuk mengambil kesimpulan mengenai varians populasi ($\sigma^2$). Jadi dalam uji ini diambil sampel acak dari dua populasi, dihitung varians data dari masing-masing sampel, dan hasilnya digunakan sebagai dasar untuk membandingkan varians populasi.

Prosedur dalam pengujian dua varians ini juga mengikuti langkah-langkah yang sama seperti pengujian sampel tunggal, yaitu sebagai berikut:

**1. Pernyataan Hipotesis Nol dan Hipotesis Alternatif**

Dalam uji dua varians hipotesis nolnya adalah tidak ada perbedaan variabilitas pada kedua populasi. Sedangkan hipotesis alternatifnya adalah terdapat perbedaan berarti antara varians-varians kedua populasi. Jadi:

$$
\begin{aligned}
H_0 &: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\
H_1 &: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \\
&\quad\ \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \\
&\quad\ \sigma_1^2 < \sigma_2^2
\end{aligned}
$$

**2. Pemilihan Tingkat Kepentingan (*Level of Significance*), $\alpha$**

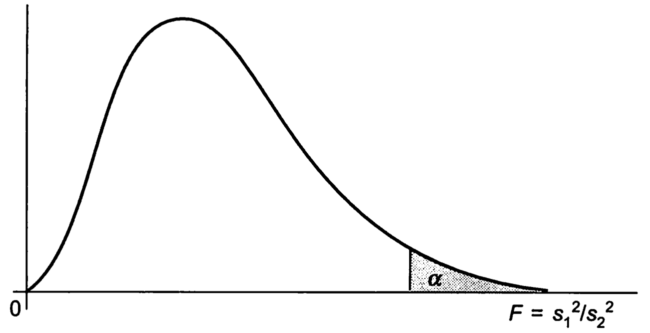
**3. Penentuan Distribusi Pengujian yang Digunakan**

Dalam uji dua varians ini yang digunakan adalah distribusi $F$ yang merupakan suatu distribusi sampling dengan sifat-sifat sebagai berikut:

- Distribusi $F$ adalah distribusi sampling untuk variabel $s_1^2/s_2^2$ (rasio varians sampel).
- Seluruh nilai $F > 0$.
- Tidak simetris.
- Terdapat perbedaan bentuk distribusi yang tergantung pada jumlah sampelnya serta banyaknya pengamatan dalam sampel-sampel tersebut.

Gambar 10.1 menunjukkan bentuk umum distribusi $F$.

**Gambar 10.1**
Bentuk umum distribusi $F$




Nilai-nilai dari dari distribusi $F$ telah disajikan dalam Tabel 10.1 dalam bentuk $F_{\alpha, df_1, df_2}$, yang dapat ditentukan dengan mengetahui tiga hal berikut:

- Tingkat kepentingan (*level of significance*), $\alpha$
- Derajat kebebasan (*degree of freedom*) untuk sampel yang digunakan sebagai pembilang dalam rasio uji $s_1^2/s_2^2 \rightarrow (df_1 = v_1 = n_1 - 1)$
- Derajat kebebasan (*degree of freedom*) untuk sampel yang digunakan sebagai penyebut dalam rasio uji $s_1^2/s_2^2 \rightarrow (df_2 = v_2 = n_2 - 1)$

Sampel dengan varians yang terbesar dinyatakan sebagai sampel 1, dan selalu dijadikan sebagai pembilang dalam rasio uji.

Jika hipotesis alternatif adalah $H_1$: $s_1^2 \neq s_2^2$, maka dilakukan uji dua-ujung. Jika hendak dilakukan uji satu-ujung maka yang paling mudah dilakukan adalah menyatakan hipotesis alternatif sebagai $H_1$: $s_1^2 > s_2^2$.

**4. Pendefinisian Daerah-daerah Penolakan atau Kritis**

**5. Pernyataan Aturan Keputusan (*Decision Rule*)**

**6. Perhitungan Rasio Uji (*RU*)**

Rumus yang digunakan untuk menghitung rasio uji (nilai $F$) adalah:

$$RU_F = F_{test} = \frac{s_1^2}{s_2^2} \tag{10.1}$$

### 7. Pengambilan Keputusan secara Statistik

Jika nilai rasio uji berada di daerah penerimaan maka hipotesis nol diterima, sedangkan jika berada di daerah penolakan maka hipotesis nol ditolak.

**Contoh 10.1**

- Untuk mengetahui pengaruh pemberian bahan peredam suara pada suatu kompartemen kendaraan dengan dua jenis bahan yang berbeda A dan B, dilakukan suatu eksperimen pengukuran pengurangan kebisingan dengan menggunakan detektor bunyi. Tujuan eksperimen ini adalah ingin mengetahui apakah ada perbedaan variabilitas yang berarti dari kedua bahan tersebut dalam hal kemampuan meredam kebisingan mengingat harga kedua bahan tersebut sangat berbeda jauh. Diasumsikan bahwa masing-masing bahan akan menghasilkan suatu peredaman kebisingan yang mengikuti distribusi normal. Untuk menguji hal tersebut, bahan A dipasangkan pada 8 kompartemen sedangkan bahan B dipasangkan pada 9 kompartemen mobil-mobil yang sejenis. Setelah diuji ternyata bahan A memberikan pengurangan kebisingan sebesar 41, 43, 60, 56, 85, 79, 51, 49 (dB) sedangkan bahan B memberikan pengurangan kebisingan sebesar 73, 67, 83, 70, 66, 68, 92, 76, 59 (dB). Dengan menggunakan uji dua varians apakah kesimpulan yang bisa diambil ?

Untuk melakukan uji hipotesis, mula-mula dilakukan perhitungan deskriptif terhadap masing-masing sampel, yang menghasilkan:

Sampel bahan A:

$$\overline{x_1} = \frac{\sum x}{n} = 58 \quad \text{dan} \quad s_1^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n - 1} = 260{,}29$$

Sampel bahan B:

$$\overline{x_2} = \frac{\sum x}{n} = 72{,}7 \quad \text{dan} \quad s_2^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n - 1} = 98$$

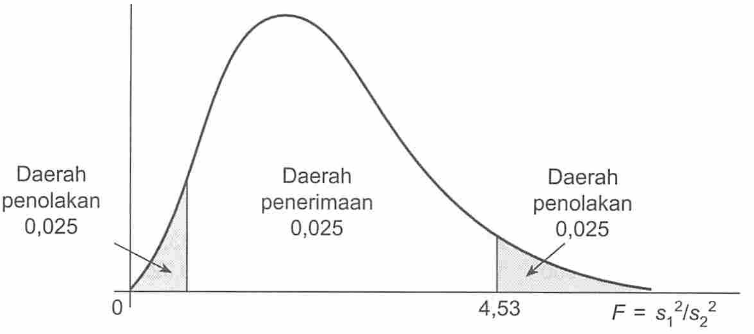
Uji hipotesis dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Hipotesis: $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$
2. $\alpha = 0{,}05$
3. Pengujian mempergunakan distribusi $F$
   Karena varians dari sampel $A$ lebih besar dari pada sampel $B$, maka $n_1 = n_A = 8$ dan $n_2 = n_B = 9$. Maka derajat kebebasan (*df*) untuk pembilang adalah $df_1 = v_1 = n_1 - 1 = 7$ dan derajat kebebasan untuk penyebut adalah $df_2 = v_2 = n_2 - 1 = 8$.
4. Batas-batas daerah penolakan (kritis) $\rightarrow$ uji dua-ujung
   $\alpha = 0{,}05 \rightarrow \alpha/2 = 0{,}025$ (gunakan Tabel $F$ untuk $\alpha = 0{,}025$). Dari Tabel 10.1 untuk $\alpha = 0{,}025$, $df_1$ (pembilang) $= v_1 = 7$ dan $df_2$ (penyebut) $= v_2 = 8$ batas kritis adalah $F_{0.025,\,7,\,8} = 4{,}53$
5. Aturan keputusan:
   Tolak $H_0$ dan terima $H_1$ jika $RU_F > 4{,}53$. Jika tidak demikian terima $H_0$
6. Rasio Uji:

$$RU_F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{260{,}29}{98} = 2{,}656$$

7. Pengambilan Keputusan:
   Karena $RU_F < 4{,}53$ maka $H_0$: $s_1^2 = s_2^2$ diterima. Hal ini berarti tidak terdapat perbedaan yang signifikan terhadap variabilitas hasil dari kedua eksperimen tersebut.

**Gambar 10.2** Daerah penerimaan dan penolakan Contoh 10.1




- Seandainya diinginkan melakukan uji satu-ujung, maka hipotesis alternatifnya menjadi:

1. Hipotesis: $H_1$: $s_1^2 > s_2^2$
4. Batas-batas daerah penolakan (kritis) → uji satu-ujung
   $\alpha = 0{,}05$ (gunakan tabel $F$ untuk $\alpha = 0{,}05$). Dari Tabel 10.1 untuk $\alpha = 0{,}05$, $df_1$ (pembilang) = $v_1 = 7$ dan $df_2$ (penyebut) = $v_2 = 8$ batas kritis adalah $F_{0{,}05,\,7,\,8} = 3{,}50$
5. Aturan keputusan:
   Tolak $H_0$ dan terima $H_1$ jika $RU_F > 3{,}50$. Jika tidak demikian terima $H_0$
7. Pengambilan keputusan:
   Karena $RU_F < 3{,}50$ maka $H_0$: $s_1^2 = s_2^2$diterima

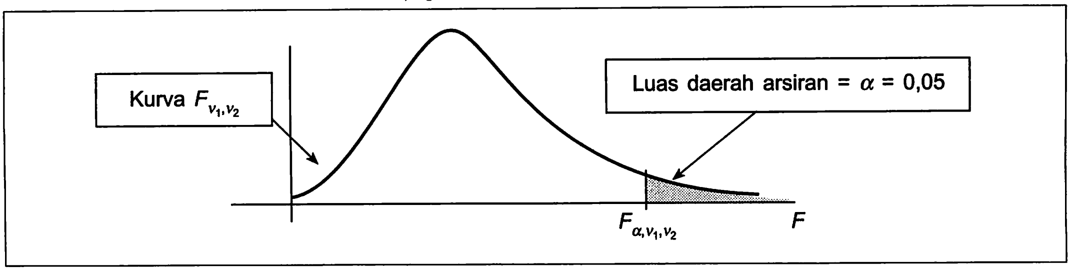
## 10.2 Uji Hipotesis Mean dengan Sampel-Ganda

### 10.2.1 Klasifikasi

Dalam uji hipotesis mean dengan sampel-ganda, asumsi bahwa kedua populasi terdistribusi secara normal tetap digunakan. Namun demikian, prosedur uji hipotesisnya dapat mengikuti tahapan yang berbeda yang tergantung pada kondisi sampelnya. Secara umum ada 4 prosedur untuk uji ini yaitu:

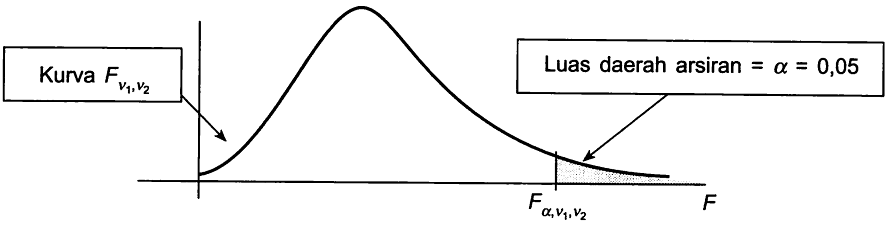
- Uji $t$-pasangan untuk populasi yang saling tergantung (*dependent population*).
- Uji $z$ untuk populasi yang independen dan jika varians-varians populasi diketahui atau jika kedua sampel ukurannya lebih dari 30.
- Uji $t$ sampel ukuran kecil untuk populasi yang independen jika uji $F$-nya menunjukkan $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$.
- Uji $t$ sampel ukuran kecil untuk populasi yang independen jika uji $F$-nya menunjukkan $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$.

**Tabel 10.1** Distribusi-*F*: Nilai kritis-$F_{0,05,\ v_1,\ v_2}$



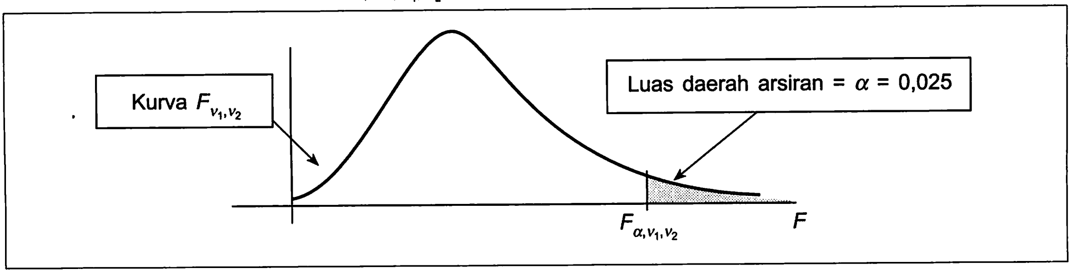

| $v_2$ | $v_1$ | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 161,44 | 199,49 | 215,70 | 224,58 | 230,16 | 233,98 | 236,76 | 238,88 | 240,54 | 241,88 |
| 2 | 18,513 | 19,000 | 19,164 | 19,247 | 19,296 | 19,329 | 19,353 | 19,371 | 19,385 | 19,396 |
| 3 | 10,128 | 9,552 | 9,277 | 9,117 | 9,013 | 8,941 | 8,887 | 8,845 | 8,812 | 8,785 |
| 4 | 7,709 | 6,944 | 6,591 | 6,388 | 6,256 | 6,163 | 6,094 | 6,041 | 5,999 | 5,964 |
| 5 | 6,608 | 5,786 | 5,409 | 5,192 | 5,050 | 4,950 | 4,876 | 4,818 | 4,772 | 4,735 |
| 6 | 5,987 | 5,143 | 4,757 | 4,534 | 4,387 | 4,284 | 4,207 | 4,147 | 4,099 | 4,060 |
| 7 | 5,591 | 4,737 | 4,347 | 4,120 | 3,972 | 3,866 | 3,787 | 3,726 | 3,677 | 3,637 |
| 8 | 5,318 | 4,459 | 4,066 | 3,838 | 3,688 | 3,581 | 3,500 | 3,438 | 3,388 | 3,347 |
| 9 | 5,117 | 4,256 | 3,863 | 3,633 | 3,482 | 3,374 | 3,293 | 3,230 | 3,179 | 3,137 |
| 10 | 4,965 | 4,103 | 3,708 | 3,478 | 3,326 | 3,217 | 3,135 | 3,072 | 3,020 | 2,978 |
| 11 | 4,844 | 3,982 | 3,587 | 3,357 | 3,204 | 3,095 | 3,012 | 2,948 | 2,896 | 2,854 |
| 12 | 4,747 | 3,885 | 3,490 | 3,259 | 3,106 | 2,996 | 2,913 | 2,849 | 2,796 | 2,753 |
| 13 | 4,667 | 3,806 | 3,411 | 3,179 | 3,025 | 2,915 | 2,832 | 2,767 | 2,714 | 2,671 |
| 14 | 4,600 | 3,739 | 3,344 | 3,112 | 2,958 | 2,848 | 2,764 | 2,699 | 2,646 | 2,602 |
| 15 | 4,543 | 3,682 | 3,287 | 3,056 | 2,901 | 2,790 | 2,707 | 2,641 | 2,588 | 2,544 |
| 16 | 4,494 | 3,634 | 3,239 | 3,007 | 2,852 | 2,741 | 2,657 | 2,591 | 2,538 | 2,494 |
| 17 | 4,451 | 3,592 | 3,197 | 2,965 | 2,810 | 2,699 | 2,614 | 2,548 | 2,494 | 2,450 |
| 18 | 4,414 | 3,555 | 3,160 | 2,928 | 2,773 | 2,661 | 2,577 | 2,510 | 2,456 | 2,412 |
| 19 | 4,381 | 3,522 | 3,127 | 2,895 | 2,740 | 2,628 | 2,544 | 2,477 | 2,423 | 2,378 |
| 20 | 4,351 | 3,493 | 3,098 | 2,866 | 2,711 | 2,599 | 2,514 | 2,447 | 2,393 | 2,348 |
| 21 | 4,325 | 3,467 | 3,072 | 2,840 | 2,685 | 2,573 | 2,488 | 2,420 | 2,366 | 2,321 |
| 22 | 4,301 | 3,443 | 3,049 | 2,817 | 2,661 | 2,549 | 2,464 | 2,397 | 2,342 | 2,297 |
| 23 | 4,279 | 3,422 | 3,028 | 2,796 | 2,640 | 2,528 | 2,442 | 2,375 | 2,320 | 2,275 |
| 24 | 4,260 | 3,403 | 3,009 | 2,776 | 2,621 | 2,508 | 2,423 | 2,355 | 2,300 | 2,255 |
| 25 | 4,242 | 3,385 | 2,991 | 2,759 | 2,603 | 2,490 | 2,405 | 2,337 | 2,282 | 2,236 |
| 26 | 4,225 | 3,369 | 2,975 | 2,743 | 2,587 | 2,474 | 2,388 | 2,321 | 2,265 | 2,220 |
| 27 | 4,210 | 3,354 | 2,960 | 2,728 | 2,572 | 2,459 | 2,373 | 2,305 | 2,250 | 2,204 |
| 28 | 4,196 | 3,340 | 2,947 | 2,714 | 2,558 | 2,445 | 2,359 | 2,291 | 2,236 | 2,190 |
| 29 | 4,183 | 3,328 | 2,934 | 2,701 | 2,545 | 2,432 | 2,346 | 2,278 | 2,223 | 2,177 |
| 30 | 4,171 | 3,316 | 2,922 | 2,690 | 2,534 | 2,421 | 2,334 | 2,266 | 2,211 | 2,165 |
| 40 | 4,085 | 3,232 | 2,839 | 2,606 | 2,449 | 2,336 | 2,249 | 2,180 | 2,124 | 2,077 |
| 60 | 4,001 | 3,150 | 2,758 | 2,525 | 2,368 | 2,254 | 2,167 | 2,097 | 2,040 | 1,993 |
| 120 | 3,920 | 3,072 | 2,680 | 2,447 | 2,290 | 2,175 | 2,087 | 2,016 | 1,959 | 1,910 |
| ∞ | | | | | | | | | | |

**Tabel 10.1** Distribusi-$F$: Nilai kritis-$F_{0,05,\ \nu_1,\ \nu_2}$



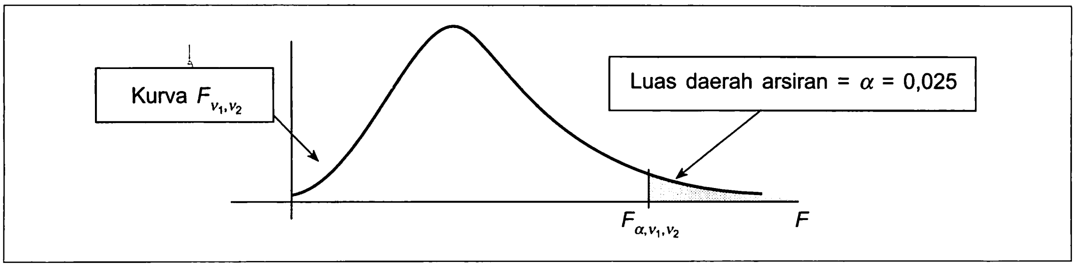

| $\nu_2$ | $\nu_1$ | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 25 | 30 | 40 | 60 | 120 |
| 1 | 243,90 | 245,36 | 246,46 | 247,32 | 248,01 | 249,26 | 250,09 | 251,14 | 252,19 | 253,25 |
| 2 | 19,412 | 19,424 | 19,433 | 19,440 | 19,446 | 19,456 | 19,463 | 19,471 | 19,479 | 19,487 |
| 3 | 8,745 | 8,715 | 8,692 | 8,675 | 8,660 | 8,634 | 8,617 | 8,594 | 8,572 | 8,549 |
| 4 | 5,912 | 5,873 | 5,844 | 5,821 | 5,803 | 5,769 | 5,746 | 5,717 | 5,688 | 5,658 |
| 5 | 4,678 | 4,636 | 4,604 | 4,579 | 4,558 | 4,521 | 4,496 | 4,464 | 4,431 | 4,398 |
| 6 | 4,000 | 3,956 | 3,922 | 3,896 | 3,874 | 3,835 | 3,808 | 3,774 | 3,740 | 3,705 |
| 7 | 3,575 | 3,529 | 3,494 | 3,467 | 3,445 | 3,404 | 3,376 | 3,340 | 3,304 | 3,267 |
| 8 | 3,284 | 3,237 | 3,202 | 3,173 | 3,150 | 3,108 | 3,079 | 3,043 | 3,005 | 2,967 |
| 9 | 3,073 | 3,025 | 2,989 | 2,960 | 2,936 | 2,893 | 2,864 | 2,826 | 2,787 | 2,748 |
| 10 | 2,913 | 2,865 | 2,828 | 2,798 | 2,774 | 2,730 | 2,700 | 2,661 | 2,621 | 2,580 |
| 11 | 2,788 | 2,739 | 2,701 | 2,671 | 2,646 | 2,601 | 2,570 | 2,531 | 2,490 | 2,448 |
| 12 | 2,687 | 2,637 | 2,599 | 2,568 | 2,544 | 2,498 | 2,466 | 2,426 | 2,384 | 2,341 |
| 13 | 2,604 | 2,554 | 2,515 | 2,484 | 2,459 | 2,412 | 2,380 | 2,339 | 2,297 | 2,252 |
| 14 | 2,534 | 2,484 | 2,445 | 2,413 | 2,388 | 2,341 | 2,308 | 2,266 | 2,223 | 2,178 |
| 15 | 2,475 | 2,424 | 2,385 | 2,353 | 2,328 | 2,280 | 2,247 | 2,204 | 2,160 | 2,114 |
| 16 | 2,425 | 2,373 | 2,333 | 2,302 | 2,276 | 2,227 | 2,194 | 2,151 | 2,106 | 2,059 |
| 17 | 2,381 | 2,329 | 2,289 | 2,257 | 2,230 | 2,181 | 2,148 | 2,104 | 2,058 | 2,011 |
| 18 | 2,342 | 2,290 | 2,250 | 2,217 | 2,191 | 2,141 | 2,107 | 2,063 | 2,017 | 1,968 |
| 19 | 2,308 | 2,256 | 2,215 | 2,182 | 2,155 | 2,106 | 2,071 | 2,026 | 1,980 | 1,930 |
| 20 | 2,278 | 2,225 | 2,184 | 2,151 | 2,124 | 2,074 | 2,039 | 1,994 | 1,946 | 1,896 |
| 21 | 2,250 | 2,197 | 2,156 | 2,123 | 2,096 | 2,045 | 2,010 | 1,965 | 1,916 | 1,866 |
| 22 | 2,226 | 2,173 | 2,131 | 2,098 | 2,071 | 2,020 | 1,984 | 1,938 | 1,889 | 1,838 |
| 23 | 2,204 | 2,150 | 2,109 | 2,075 | 2,048 | 1,996 | 1,961 | 1,914 | 1,865 | 1,813 |
| 24 | 2,183 | 2,130 | 2,088 | 2,054 | 2,027 | 1,975 | 1,939 | 1,892 | 1,842 | 1,790 |
| 25 | 2,165 | 2,111 | 2,069 | 2,035 | 2,007 | 1,955 | 1,919 | 1,872 | 1,822 | 1,768 |
| 26 | 2,148 | 2,094 | 2,052 | 2,018 | 1,990 | 1,938 | 1,901 | 1,853 | 1,803 | 1,749 |
| 27 | 2,132 | 2,078 | 2,036 | 2,002 | 1,974 | 1,921 | 1,884 | 1,836 | 1,785 | 1,731 |
| 28 | 2,118 | 2,064 | 2,021 | 1,987 | 1,959 | 1,906 | 1,869 | 1,820 | 1,769 | 1,714 |
| 29 | 2,104 | 2,050 | 2,007 | 1,973 | 1,945 | 1,891 | 1,854 | 1,806 | 1,754 | 1,698 |
| 30 | 2,092 | 2,037 | 1,995 | 1,960 | 1,932 | 1,878 | 1,841 | 1,792 | 1,740 | 1,683 |
| 40 | 2,003 | 1,948 | 1,904 | 1,868 | 1,839 | 1,783 | 1,744 | 1,693 | 1,637 | 1,577 |
| 60 | 1,917 | 1,860 | 1,815 | 1,778 | 1,748 | 1,690 | 1,649 | 1,594 | 1,534 | 1,467 |
| 120 | 1,834 | 1,775 | 1,728 | 1,690 | 1,659 | 1,598 | 1,554 | 1,495 | 1,429 | 1,352 |
| $\infty$ | | | | | | | | | | |

**Tabel 10.1** Distribusi-$F$: Nilai kritis-$F_{0,025,\ \nu_1,\ \nu_2}$



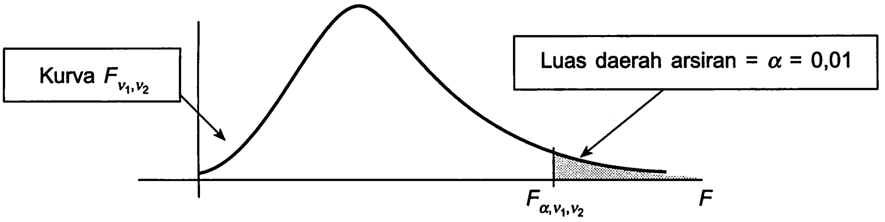

| $\nu_2$ | $\nu_1$ | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 647,79 | 799,48 | 864,15 | 899,59 | 921,83 | 937,11 | 948,20 | 956,64 | 963,27 | 968,63 |
| 2 | 38,506 | 39,000 | 39,166 | 39,248 | 39,298 | 39,331 | 39,356 | 39,373 | 39,387 | 39,398 |
| 3 | 17,443 | 16,044 | 15,439 | 15,101 | 14,885 | 14,735 | 14,624 | 14,540 | 14,473 | 14,419 |
| 4 | 12,218 | 10,649 | 9,979 | 9,604 | 9,364 | 9,197 | 9,074 | 8,980 | 8,905 | 8,844 |
| 5 | 10,007 | 8,434 | 7,764 | 7,388 | 7,146 | 6,978 | 6,853 | 6,757 | 6,681 | 6,619 |
| 6 | 8,813 | 7,260 | 6,599 | 6,227 | 5,988 | 5,820 | 5,695 | 5,600 | 5,523 | 5,461 |
| 7 | 8,073 | 6,542 | 5,890 | 5,523 | 5,285 | 5,119 | 4,995 | 4,899 | 4,823 | 4,761 |
| 8 | 7,571 | 6,059 | 5,416 | 5,053 | 4,817 | 4,652 | 4,529 | 4,433 | 4,357 | 4,295 |
| 9 | 7,209 | 5,715 | 5,078 | 4,718 | 4,484 | 4,320 | 4,197 | 4,102 | 4,026 | 3,964 |
| 10 | 6,937 | 5,456 | 4,826 | 4,468 | 4,236 | 4,072 | 3,950 | 3,855 | 3,779 | 3,717 |
| 11 | 6,724 | 5,256 | 4,630 | 4,275 | 4,044 | 3,881 | 3,759 | 3,664 | 3,588 | 3,526 |
| 12 | 6,554 | 5,096 | 4,474 | 4,121 | 3,891 | 3,728 | 3,607 | 3,512 | 3,436 | 3,374 |
| 13 | 6,414 | 4,965 | 4,347 | 3,996 | 3,767 | 3,604 | 3,483 | 3,388 | 3,312 | 3,250 |
| 14 | 6,298 | 4,857 | 4,242 | 3,892 | 3,663 | 3,501 | 3,380 | 3,285 | 3,209 | 3,147 |
| 15 | 6,200 | 4,765 | 4,153 | 3,804 | 3,576 | 3,415 | 3,293 | 3,199 | 3,123 | 3,060 |
| 16 | 6,115 | 4,687 | 4,077 | 3,729 | 3,502 | 3,341 | 3,219 | 3,125 | 3,049 | 2,986 |
| 17 | 6,042 | 4,619 | 4,011 | 3,665 | 3,438 | 3,277 | 3,156 | 3,061 | 2,985 | 2,922 |
| 18 | 5,978 | 4,560 | 3,954 | 3,608 | 3,382 | 3,221 | 3,100 | 3,005 | 2,929 | 2,866 |
| 19 | 5,922 | 4,508 | 3,903 | 3,559 | 3,333 | 3,172 | 3,051 | 2,956 | 2,880 | 2,817 |
| 20 | 5,871 | 4,461 | 3,859 | 3,515 | 3,289 | 3,128 | 3,007 | 2,913 | 2,837 | 2,774 |
| 21 | 5,827 | 4,420 | 3,819 | 3,475 | 3,250 | 3,090 | 2,969 | 2,874 | 2,798 | 2,735 |
| 22 | 5,786 | 4,383 | 3,783 | 3,440 | 3,215 | 3,055 | 2,934 | 2,839 | 2,763 | 2,700 |
| 23 | 5,750 | 4,349 | 3,750 | 3,408 | 3,183 | 3,023 | 2,902 | 2,808 | 2,731 | 2,668 |
| 24 | 5,717 | 4,319 | 3,721 | 3,379 | 3,155 | 2,995 | 2,874 | 2,779 | 2,703 | 2,640 |
| 25 | 5,686 | 4,291 | 3,694 | 3,353 | 3,129 | 2,969 | 2,848 | 2,753 | 2,677 | 2,613 |
| 26 | 5,659 | 4,265 | 3,670 | 3,329 | 3,105 | 2,945 | 2,824 | 2,729 | 2,653 | 2,590 |
| 27 | 5,633 | 4,242 | 3,647 | 3,307 | 3,083 | 2,923 | 2,802 | 2,707 | 2,631 | 2,568 |
| 28 | 5,610 | 4,221 | 3,626 | 3,286 | 3,063 | 2,903 | 2,782 | 2,687 | 2,611 | 2,547 |
| 29 | 5,588 | 4,201 | 3,607 | 3,267 | 3,044 | 2,884 | 2,763 | 2,669 | 2,592 | 2,529 |
| 30 | 5,568 | 4,182 | 3,589 | 3,250 | 3,026 | 2,867 | 2,746 | 2,651 | 2,575 | 2,511 |
| 40 | 5,424 | 4,051 | 3,463 | 3,126 | 2,904 | 2,744 | 2,624 | 2,529 | 2,452 | 2,388 |
| 60 | 5,286 | 3,925 | 3,343 | 3,008 | 2,786 | 2,627 | 2,507 | 2,412 | 2,334 | 2,270 |
| 120 | 5,152 | 3,805 | 3,227 | 2,894 | 2,674 | 2,515 | 2,395 | 2,299 | 2,222 | 2,157 |
| ∞ | | | | | | | | | | |

**Tabel 10.1** Distribusi-$F$: Nilai kritis-$F_{0,025,\ v_1,\ v_2}$



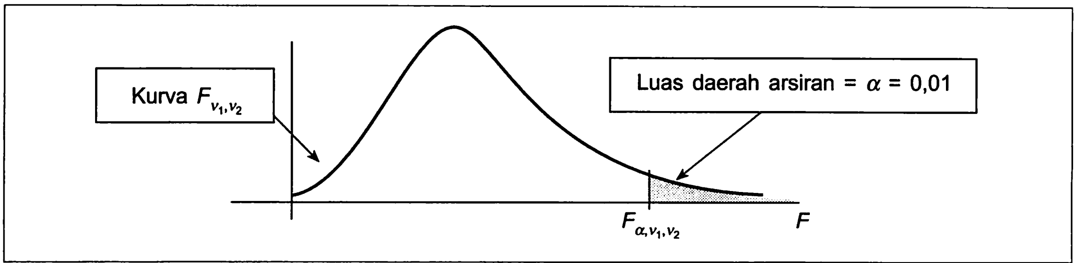

| $v_2$ | $v_1$ | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 25 | 30 | 40 | 60 | 120 |
| 1 | 976,72 | 982,54 | 986,91 | 990,34 | 993,08 | 998,08 | 1001,4 | 1005,5 | 1009,7 | 14,036 |
| 2 | 39,415 | 39,427 | 39,436 | 39,442 | 39,448 | 39,458 | 39,465 | 39,473 | 39,481 | 39,489 |
| 3 | 14,337 | 14,277 | 14,232 | 14,196 | 14,167 | 14,115 | 14,081 | 14,036 | 13,992 | 13,947 |
| 4 | 8,751 | 8,684 | 8,633 | 8,592 | 8,560 | 8,501 | 8,461 | 8,411 | 8,360 | 8,309 |
| 5 | 6,525 | 6,456 | 6,403 | 6,362 | 6,329 | 6,268 | 6,227 | 6,175 | 6,123 | 6,069 |
| 6 | 5,366 | 5,297 | 5,244 | 5,202 | 5,168 | 5,107 | 5,065 | 5,012 | 4,959 | 4,904 |
| 7 | 4,666 | 4,596 | 4,543 | 4,501 | 4,467 | 4,405 | 4,362 | 4,309 | 4,254 | 4,199 |
| 8 | 4,200 | 4,130 | 4,076 | 4,034 | 3,999 | 3,937 | 3,894 | 3,840 | 3,784 | 3,728 |
| 9 | 3,868 | 3,798 | 3,744 | 3,701 | 3,667 | 3,604 | 3,560 | 3,505 | 3,449 | 3,392 |
| 10 | 3,621 | 3,550 | 3,496 | 3,453 | 3,419 | 3,355 | 3,311 | 3,255 | 3,198 | 3,140 |
| 11 | 3,430 | 3,359 | 3,304 | 3,261 | 3,226 | 3,162 | 3,118 | 3,061 | 3,004 | 2,944 |
| 12 | 3,277 | 3,206 | 3,152 | 3,108 | 3,073 | 3,008 | 2,963 | 2,906 | 2,848 | 2,787 |
| 13 | 3,153 | 3,082 | 3,027 | 2,983 | 2,948 | 2,882 | 2,837 | 2,780 | 2,720 | 2,659 |
| 14 | 3,050 | 2,979 | 2,923 | 2,879 | 2,844 | 2,778 | 2,732 | 2,674 | 2,614 | 2,552 |
| 15 | 2,963 | 2,891 | 2,836 | 2,792 | 2,756 | 2,689 | 2,644 | 2,585 | 2,524 | 2,461 |
| 16 | 2,889 | 2,817 | 2,761 | 2,717 | 2,681 | 2,614 | 2,568 | 2,509 | 2,447 | 2,383 |
| 17 | 2,825 | 2,753 | 2,697 | 2,652 | 2,616 | 2,548 | 2,502 | 2,442 | 2,380 | 2,315 |
| 18 | 2,769 | 2,696 | 2,640 | 2,596 | 2,559 | 2,491 | 2,445 | 2,384 | 2,321 | 2,256 |
| 19 | 2,720 | 2,647 | 2,591 | 2,546 | 2,509 | 2,441 | 2,394 | 2,333 | 2,270 | 2,203 |
| 20 | 2,676 | 2,603 | 2,547 | 2,501 | 2,464 | 2,396 | 2,349 | 2,287 | 2,223 | 2,156 |
| 21 | 2,637 | 2,564 | 2,507 | 2,462 | 2,425 | 2,356 | 2,308 | 2,246 | 2,182 | 2,114 |
| 22 | 2,602 | 2,528 | 2,472 | 2,426 | 2,389 | 2,320 | 2,272 | 2,210 | 2,145 | 2,076 |
| 23 | 2,570 | 2,497 | 2,440 | 2,394 | 2,357 | 2,287 | 2,239 | 2,176 | 2,111 | 2,041 |
| 24 | 2,541 | 2,468 | 2,411 | 2,365 | 2,327 | 2,257 | 2,209 | 2,146 | 2,080 | 2,010 |
| 25 | 2,515 | 2,441 | 2,384 | 2,338 | 2,300 | 2,230 | 2,182 | 2,118 | 2,052 | 1,981 |
| 26 | 2,491 | 2,417 | 2,360 | 2,314 | 2,276 | 2,205 | 2,157 | 2,093 | 2,026 | 1,954 |
| 27 | 2,469 | 2,395 | 2,337 | 2,291 | 2,253 | 2,183 | 2,133 | 2,069 | 2,002 | 1,930 |
| 28 | 2,448 | 2,374 | 2,317 | 2,270 | 2,232 | 2,161 | 2,112 | 2,048 | 1,980 | 1,907 |
| 29 | 2,430 | 2,355 | 2,298 | 2,251 | 2,213 | 2,142 | 2,092 | 2,028 | 1,959 | 1,886 |
| 30 | 2,412 | 2,338 | 2,280 | 2,233 | 2,195 | 2,124 | 2,074 | 2,009 | 1,940 | 1,866 |
| 40 | 2,288 | 2,213 | 2,154 | 2,107 | 2,068 | 1,994 | 1,943 | 1,875 | 1,803 | 1,724 |
| 60 | 2,169 | 2,093 | 2,033 | 1,985 | 1,944 | 1,869 | 1,815 | 1,744 | 1,667 | 1,581 |
| 120 | 2,055 | 1,977 | 1,916 | 1,866 | 1,825 | 1,746 | 1,690 | 1,614 | 1,530 | 1,433 |
| ∞ | | | | | | | | | | |

**Tabel 10.1** Distribusi-$F$: Nilai kritis-$F_{0,01,\ \nu_1,\ \nu_2}$




| $\nu_2$ | $\nu_1$ | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 4052 | 4999 | 5403 | 5624 | 5763 | 5858 | 5928 | 5980 | 6022 | 60555 |
| 2 | 98,502 | 99,000 | 99,164 | 99,251 | 99,302 | 99,331 | 99,357 | 99,375 | 99,390 | 99,397 |
| 3 | 34,116 | 30,816 | 29,457 | 28,710 | 28,237 | 27,911 | 27,671 | 27,489 | 27,345 | 27,228 |
| 4 | 21,198 | 18,000 | 16,694 | 15,977 | 15,522 | 15,207 | 14,976 | 14,799 | 14,659 | 14,546 |
| 5 | 16,258 | 13,274 | 12,060 | 11,392 | 10,967 | 10,672 | 10,456 | 10,289 | 10,158 | 10,051 |
| 6 | 13,745 | 10,925 | 9,780 | 9,148 | 8,746 | 8,466 | 8,260 | 8,102 | 7,976 | 7,874 |
| 7 | 12,246 | 9,547 | 8,451 | 7,847 | 7,460 | 7,191 | 6,993 | 6,840 | 6,719 | 6,620 |
| 8 | 11,259 | 8,649 | 7,591 | 7,006 | 6,632 | 6,371 | 6,178 | 6,029 | 5,911 | 5,814 |
| 9 | 10,562 | 8,022 | 6,992 | 6,422 | 6,057 | 5,802 | 5,613 | 5,467 | 5,351 | 5,257 |
| 10 | 10,044 | 7,559 | 6,552 | 5,994 | 5,636 | 5,386 | 5,200 | 5,057 | 4,942 | 4,849 |
| 11 | 9,646 | 7,206 | 6,217 | 5,668 | 5,316 | 5,069 | 4,886 | 4,744 | 4,632 | 4,539 |
| 12 | 9,330 | 6,927 | 5,953 | 5,412 | 5,064 | 4,821 | 4,640 | 4,499 | 4,388 | 4,296 |
| 13 | 9,074 | 6,701 | 5,739 | 5,205 | 4,862 | 4,620 | 4,441 | 4,302 | 4,191 | 4,100 |
| 14 | 8,862 | 6,515 | 5,564 | 5,035 | 4,695 | 4,456 | 4,278 | 4,140 | 4,030 | 3,939 |
| 15 | 8,683 | 6,359 | 5,417 | 4,893 | 4,556 | 4,318 | 4,142 | 4,004 | 3,895 | 3,805 |
| 16 | 8,531 | 6,226 | 5,292 | 4,773 | 4,437 | 4,202 | 4,026 | 3,890 | 3,780 | 3,691 |
| 17 | 8,400 | 6,112 | 5,185 | 4,669 | 4,336 | 4,101 | 3,927 | 3,791 | 3,682 | 3,593 |
| 18 | 8,285 | 6,013 | 5,092 | 4,579 | 4,248 | 4,015 | 3,841 | 3,705 | 3,597 | 3,508 |
| 19 | 8,185 | 5,926 | 5,010 | 4,500 | 4,171 | 3,939 | 3,765 | 3,631 | 3,523 | 3,434 |
| 20 | 8,096 | 5,849 | 4,938 | 4,431 | 4,103 | 3,871 | 3,699 | 3,564 | 3,457 | 3,368 |
| 21 | 8,017 | 5,780 | 4,874 | 4,369 | 4,042 | 3,812 | 3,640 | 3,506 | 3,398 | 3,310 |
| 22 | 7,945 | 5,719 | 4,817 | 4,313 | 3,988 | 3,758 | 3,587 | 3,453 | 3,346 | 3,258 |
| 23 | 7,881 | 5,664 | 4,765 | 4,264 | 3,939 | 3,710 | 3,539 | 3,406 | 3,299 | 3,211 |
| 24 | 7,823 | 5,614 | 4,718 | 4,218 | 3,895 | 3,667 | 3,496 | 3,363 | 3,256 | 3,168 |
| 25 | 7,770 | 5,568 | 4,675 | 4,177 | 3,855 | 3,627 | 3,457 | 3,324 | 3,217 | 3,129 |
| 26 | 7,721 | 5,526 | 4,637 | 4,140 | 3,818 | 3,591 | 3,421 | 3,288 | 3,182 | 3,094 |
| 27 | 7,677 | 5,488 | 4,601 | 4,106 | 3,785 | 3,558 | 3,388 | 3,256 | 3,149 | 3,062 |
| 28 | 7,636 | 5,453 | 4,568 | 4,074 | 3,754 | 3,528 | 3,358 | 3,226 | 3,120 | 3,032 |
| 29 | 7,598 | 5,420 | 4,538 | 4,045 | 3,725 | 3,499 | 3,330 | 3,198 | 3,092 | 3,005 |
| 30 | 7,562 | 5,390 | 4,510 | 4,018 | 3,699 | 3,473 | 3,305 | 3,173 | 3,067 | 2,979 |
| 40 | 7,314 | 5,178 | 4,313 | 3,828 | 3,514 | 3,291 | 3,124 | 2,993 | 2,888 | 2,801 |
| 60 | 7,077 | 4,977 | 4,126 | 3,649 | 3,339 | 3,119 | 2,953 | 2,823 | 2,718 | 2,632 |
| 120 | 6,851 | 4,787 | 3,949 | 3,480 | 3,174 | 2,956 | 2,792 | 2,663 | 2,559 | 2,472 |
| $\infty$ | | | | | | | | | | |

**Tabel 10.1** Distribusi-$F$: Nilai kritis-$F_{0{,}01,\ \nu_1,\ \nu_2}$




| $\nu_2$ | $\nu_1$ | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 25 | 30 | 40 | 60 | 120 |
| 1 | 6106,682 | 6143,004 | 6170,012 | 6191,432 | 6208,662 | 6239,861 | 6260,350 | 6286,427 | 6312,970 | 6339,513 |
| 2 | 99,419 | 99,426 | 99,437 | 99,444 | 99,448 | 99,459 | 99,466 | 99,477 | 99,484 | 99,491 |
| 3 | 27,052 | 26,924 | 26,826 | 26,751 | 26,690 | 26,579 | 26,504 | 26,411 | 26,316 | 26,221 |
| 4 | 14,374 | 14,249 | 14,154 | 14,079 | 14,019 | 13,911 | 13,838 | 13,745 | 13,652 | 13,558 |
| 5 | 9,888 | 9,770 | 9,680 | 9,609 | 9,553 | 9,449 | 9,379 | 9,291 | 9,202 | 9,112 |
| 6 | 7,718 | 7,605 | 7,519 | 7,451 | 7,396 | 7,296 | 7,229 | 7,143 | 7,057 | 6,969 |
| 7 | 6,469 | 6,359 | 6,275 | 6,209 | 6,155 | 6,058 | 5,992 | 5,908 | 5,824 | 5,737 |
| 8 | 5,667 | 5,559 | 5,477 | 5,412 | 5,359 | 5,263 | 5,198 | 5,116 | 5,032 | 4,946 |
| 9 | 5,111 | 5,005 | 4,924 | 4,860 | 4,808 | 4,713 | 4,649 | 4,567 | 4,483 | 4,398 |
| 10 | 4,706 | 4,601 | 4,520 | 4,457 | 4,405 | 4,311 | 4,247 | 4,165 | 4,082 | 3,996 |
| 11 | 4,397 | 4,293 | 4,213 | 4,150 | 4,099 | 4,005 | 3,941 | 3,860 | 3,776 | 3,690 |
| 12 | 4,155 | 4,052 | 3,972 | 3,910 | 3,858 | 3,765 | 3,701 | 3,619 | 3,535 | 3,449 |
| 13 | 3,960 | 3,857 | 3,778 | 3,716 | 3,665 | 3,571 | 3,507 | 3,425 | 3,341 | 3,255 |
| 14 | 3,800 | 3,698 | 3,619 | 3,556 | 3,505 | 3,412 | 3,348 | 3,266 | 3,181 | 3,094 |
| 15 | 3,666 | 3,564 | 3,485 | 3,423 | 3,372 | 3,278 | 3,214 | 3,132 | 3,047 | 2,959 |
| 16 | 3,553 | 3,451 | 3,372 | 3,310 | 3,259 | 3,165 | 3,101 | 3,018 | 2,933 | 2,845 |
| 17 | 3,455 | 3,353 | 3,275 | 3,212 | 3,162 | 3,068 | 3,003 | 2,920 | 2,835 | 2,746 |
| 18 | 3,371 | 3,269 | 3,190 | 3,128 | 3,077 | 2,983 | 2,919 | 2,835 | 2,749 | 2,660 |
| 19 | 3,297 | 3,195 | 3,116 | 3,054 | 3,003 | 2,909 | 2,844 | 2,761 | 2,674 | 2,584 |
| 20 | 3,231 | 3,130 | 3,051 | 2,989 | 2,938 | 2,843 | 2,778 | 2,695 | 2,608 | 2,517 |
| 21 | 3,173 | 3,072 | 2,993 | 2,931 | 2,880 | 2,785 | 2,720 | 2,636 | 2,548 | 2,457 |
| 22 | 3,121 | 3,019 | 2,941 | 2,879 | 2,827 | 2,733 | 2,667 | 2,583 | 2,495 | 2,403 |
| 23 | 3,074 | 2,973 | 2,894 | 2,832 | 2,780 | 2,686 | 2,620 | 2,536 | 2,447 | 2,354 |
| 24 | 3,032 | 2,930 | 2,852 | 2,789 | 2,738 | 2,643 | 2,577 | 2,492 | 2,403 | 2,310 |
| 25 | 2,993 | 2,892 | 2,813 | 2,751 | 2,699 | 2,604 | 2,538 | 2,453 | 2,364 | 2,270 |
| 26 | 2,958 | 2,857 | 2,778 | 2,715 | 2,664 | 2,569 | 2,503 | 2,417 | 2,327 | 2,233 |
| 27 | 2,926 | 2,824 | 2,746 | 2,683 | 2,632 | 2,536 | 2,470 | 2,384 | 2,294 | 2,198 |
| 28 | 2,896 | 2,795 | 2,716 | 2,653 | 2,602 | 2,506 | 2,440 | 2,354 | 2,263 | 2,167 |
| 29 | 2,868 | 2,767 | 2,689 | 2,626 | 2,574 | 2,478 | 2,412 | 2,325 | 2,234 | 2,138 |
| 30 | 2,843 | 2,742 | 2,663 | 2,600 | 2,549 | 2,453 | 2,386 | 2,299 | 2,208 | 2,111 |
| 40 | 2,665 | 2,563 | 2,484 | 2,421 | 2,369 | 2,271 | 2,203 | 2,114 | 2,019 | 1,917 |
| 60 | 2,496 | 2,394 | 2,315 | 2,251 | 2,198 | 2,098 | 2,028 | 1,936 | 1,836 | 1,726 |
| 120 | 2,336 | 2,234 | 2,154 | 2,089 | 2,035 | 1,932 | 1,860 | 1,763 | 1,656 | 1,533 |
| ∞ | | | | | | | | | | |

### 10.2.2 Uji *t*-Pasangan untuk Populasi Saling Tergantung

Populasi yang saling tergantung (*dependent population*) dapat dicontohkan dengan suatu kelompok yang ditinjau sifatnya sebelum dan sesudah mendapatkan perlakuan terhadap sifat yang ditinjau tersebut. Misalkan populasi nilai ujian matematika pelajar di suatu kelas yang diteliti sebelum dan sesudah mengikuti pelajaran tambahan merupakan populasi yang saling tergantung.

Uji $t$-pasangan untuk sampel-sampel yang saling tergantung mengikuti prosedur yang sama dengan uji hipotesis sampel tunggal pada rata-rata yang menggunakan distribusi $t$. Namun dalam hal ini, uji $t$ tersebut diterapkan pada perbedaan antara nilai-nilai pasangan. Perbedaan-perbedaan ini membentuk himpunan tunggal pengamatan yang diuji dengan prosedur yang biasa.

**1. Pernyataan Hipotesis Nol dan Hipotesis Alternatif**

Dalam uji ini hipotesis nolnya adalah rata-rata perbedaan adalah nol. Sedangkan hipotesis alternatifnya adalah terdapat nilai rata-rata perbedaan. Jadi:

$H_0 : \mu_d = 0$

$H_1 : \mu_d \neq 0 \rightarrow$ uji dua-ujung

$\mu_d > 0 \rightarrow$ uji satu-ujung

**2. Pemilihan Tingkat Kepentingan (*Level of Significance*), $\alpha$**

**3. Penentuan Distribusi Pengujian yang Digunakan**

Sesuai namanya, dalam uji ini yang digunakan adalah distribusi $t$.

**4. Pendefinisian Daerah-daerah Penolakan atau Kritis**

Dalam menggunakan distribusi $t$ pada pengujian ini, derajat kebebasan ($df$) ditentukan dengan rumusan $df = \nu = n - 1$, di mana $n$ adalah banyaknya pasangan data.

**5. Pernyataan Aturan Keputusan (*Decision Rule*)**

**6. Perhitungan Rasio Uji (*RU*)**

Rumus yang digunakan untuk menghitung rasio uji adalah:

$$RU_t = t_{test} = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}} \qquad (10.2)$$

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{n - 1}} \qquad (10.3)$$

di mana:

$d$ = perbedaan nilai pasangan data (sebelum dan sesudah diberi perlakuan)

**7. Pengambilan Keputusan secara Statistik**

Jika nilai rasio uji berada di daerah penerimaan maka hipotesis nol diterima, sedangkan jika berada di daerah penolakan maka hipotesis nol ditolak.

### Contoh 10.2

- Seorang insinyur informatika sedang mengevaluasi suatu program baru untuk menjalankan sebuah prosedur pengolahan basis data (*database*). Jika dengan program yang baru ini terdapat perbedaan penghematan waktu yang berarti daripada menggunakan program yang ada saat ini, dia akan merekomendasikan kepada perusahaan untuk menggunakan program baru tersebut. Suatu sampel yang terdiri dari 8 orang operator komputer diambil dan kemudian waktu ($x$) dalam jam yang diperlukan untuk menyelesaikan pengolahan data dicatat. Kedelapan operator yang sama dilatih untuk menggunakan program yang baru sampai mahir, kemudian waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan pekerjaan yang sama dicatat, seperti yang ditunjukkan pada Tabel. Kemudian dilakukan perhitungan sebagai berikut:

*Perhitungan:*

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{16}{8} = 2$$

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum(d - \bar{d})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{120}{8-1}} = \sqrt{17{,}143} = 4{,}14$$

| Operator | Program Baru ($x_1$) | Program Lama ($x_2$) | Perbedaan ($d = x_1 - x_2$) | $(d - \bar{d})$ | $(d - \bar{d})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Amir | 85 | 80 | 5 | 3 | 9 |
| Beni | 84 | 88 | –4 | -6 | 36 |
| Coki | 80 | 76 | 4 | 2 | 4 |
| Dedi | 93 | 90 | 3 | 1 | 1 |
| Emir | 83 | 74 | 9 | 7 | 49 |
| Fariz | 71 | 70 | 1 | –1 | 1 |
| Gani | 79 | 81 | –2 | –4 | 16 |
| Heru | 83 | 83 | 0 | –2 | 4 |
| | | Σ | 16 | 0 | 120 |

Uji hipotesis dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Hipotesis:
   $H_0 : \mu_d = 0 \rightarrow$ uji dua-ujung
   $H_1 : \mu_d \neq 0 \rightarrow$ uji dua-ujung
2. $\alpha = 0{,}05$
3. Menggunakan distribusi $t$
4. Batas-batas daerah penolakan/batas kritis uji dua-ujung : $\alpha = 0{,}05 \rightarrow \alpha/2 = 0{,}025$ dengan derajat kebebasan $df = v = n - 1 = 8 - 1 = 7$. Dari tabel $t$ untuk $\alpha = 0{,}025$; $df = v = 7$ didapat batas kritis adalah $t_{0{,}025,\ 7} = 2{,}365$.
5. Aturan keputusan:
   Tolak $H_0$ dan terima $H_1$ jika $RU_t < -2{,}365$ atau $RU_t > +2{,}365$. Jika tidak demikian terima $H_0$.

6. Rasio uji,

$$RU_t = t_{test} = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}} = \frac{2 - 0}{4{,}14 / \sqrt{8}} = \frac{2}{1{,}464} = 1{,}37$$

7. Pengambilan keputusan:
Karena $-2{,}365 < RU_t < +2{,}365$ maka $H_0 : \mu_d = 0$ diterima. Hal ini berarti rata-rata kecepatan pengolahan data dengan program baru tidak berbeda dengan program lama. Jadi insinyur informatika tersebut bisa merekomendasikan untuk tidak menggunakan program baru kepada perusahaannya.

---

### 10.2.3 Uji *z* untuk Populasi yang Independen

Suatu uji $z$ digunakan bila:

- Sampel diambil dari dua populasi yang independen dan terdistribusi normal
- Nilai-nilai deviasi standard populasi $\sigma_1$ dan $\sigma_2$ telah diketahui atau ukuran kedua sampel lebih dari 30 ($n > 30$)

Prosedur uji hipotesisnya adalah sebagai berikut:

1. **Pernyataan Hipotesis Nol dan Hipotesis Alternatif**
Dalam uji ini hipotesis nol dan hipotesis alternatifnya adalah:

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 &: \mu_1 \neq \mu_2 \rightarrow \text{uji dua-ujung} \\ &\quad \mu_1 > \mu_2 \rightarrow \text{uji satu-ujung} \\ &\quad \mu_1 < \mu_2 \rightarrow \text{uji satu-ujung} \end{aligned}$$

2. **Pemilihan Tingkat Kepentingan (*Level of Significance*), $\alpha$**

3. **Penentuan Distribusi Pengujian yang Digunakan**
Sesuai namanya, dalam uji ini yang digunakan adalah distribusi $z$

4. **Pendefinisian Daerah-daerah Penolakan atau Kritis**

5. **Pernyataan Aturan Keputusan (*Decision Rule*)**

6. **Perhitungan Rasio Uji (*UR*)**
Rumus yang digunakan untuk menghitung rasio uji adalah:

a. Jika $\sigma_1$ dan $\sigma_2$ telah diketahui,

$$RU_z = z_{test} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} \tag{10.4}$$

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \tag{10.5}$$

b. Jika $\sigma_1$ dan $\sigma_2$ tidak diketahui, tetapi ukuran kedua sampel lebih dari 30 ($n > 30$).

$$RU_z = z_{test} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\hat{\sigma}_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} \tag{10.6}$$

$$\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \tag{10.7}$$

**7. Pengambilan Keputusan secara Statistik**

**Contoh 10.3**

- Sebuah perusahaan telekomunikasi bergerak memutuskan untuk memasang sistem antena jenis baru di stasiun-stasiun relaynya untuk lebih meningkatkan kinerja aliran pembicaraan antar pelanggannya. Dua jenis sistem antena dari dua pemasok dianggap cukup memadai untuk penerapan yang diinginkan. Untuk menjamin pemasokan dan suku cadang, perusahaan telekomunikasi tersebut memutuskan untuk membeli sistem antena dari kedua pemasok tersebut dengan syarat tidak ada perbedaan yang berarti dalam hal daya tahan (umur pemakaian) dari sistem antena tersebut. Suatu sampel acak 35 sistem antena dari pemasok pertama dan 32 sistem antena dari pemasok kedua diuji. Rata-rata waktu kegagalan dari sistem antena pertama adalah 2800 hari dan dari antena B adalah 2750 hari. Informasi dari suatu sumber industri independen yang layak dipercaya mengindikasikan bahwa deviasi standard populasi untuk sistem antena pertama adalah 200 jam sedangkan untuk antena kedua adalah 180 jam. Dengan tingkat kepentingan 0,05 apakah ada perbedaan dalam daya tahan sistem antena tersebut?

Uji hipotesis dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Hipotesis:
   $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \rightarrow$ uji dua-ujung
   $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$
2. $\alpha = 0{,}05$
3. Menggunakan distribusi $z$
4. Batas-batas daerah penolakan/batas kritis uji dua-ujung: $\alpha = 0{,}05 \rightarrow \alpha/2 = 0{,}025$. Dari tabel $z$, batas-batas kritis adalah $z_{0,025} = \pm\ 1{,}96$
5. Aturan keputusan:
   Tolak $H_0$ dan terima $H_1$ jika $RU_z < -1{,}96$ atau $RU_z > +1{,}96$ Jika tidak demikian terima $H_0$.
6. Rasio uji:

$$\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{200^2}{35} + \frac{180^2}{32}} = 46{,}43$$

$$RU_z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}} = \frac{2800 - 2750}{46{,}43} = 1{,}08$$

7. Pengambilan keputusan:
   Karena $-1{,}96 < RU_z < +1{,}96$ maka $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ diterima. Hal ini berarti rata-rata daya tahan sistem antena pertama tidak berbeda dengan sistem antena kedua.

### Contoh 10.4

- Seorang pimpinan kamar dagang di kota A berpromosi untuk menarik investor baru di bidang industri di kotanya. Dia mengatakan bahwa upah buruh di daerah tersebut untuk suatu jenis pekerjaan lebih murah dibandingkan dengan daerah-daerah lainnya. Direktur sebuah perusahaan yang berniat berinvestasi namun agak skeptis dengan pernyataan itu ingin membuktikan kebenaran klaim tersebut dan bermaksud mengujinya. Suatu sampel random terdiri dari 60 pekerja di kota A diambil dan didapati bahwa upah rata-rata per harinya adalah 9,75 ribu rupiah dengan deviasi standard 2 ribu rupiah. Sebuah sampel random lainnya yang terdiri dari 50 pekerja dari daerah lainnya dipilih dan didapati bahwa upah rata-rata per harinya adalah 10,25 ribu rupiah dan deviasi standardnya 1,25 ribu. Dengan tingkat kepentingan 0,01 apakah direktur perusahaan tersebut akan berinvestasi di kota A?

  Uji hipotesis dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

  1. Hipotesis:
     $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \Rightarrow$ uji satu-ujung
     $H_1 : \mu_1 < \mu_2$
  2. $\alpha = 0{,}01$
  3. Menggunakan distribusi $z$
  4. Batas-batas daerah penolakan/batas kritis uji satu-ujung: $\alpha = 0{,}01$. Dari tabel $z$, batas-batas kritis adalah $z_{0,01} = -2{,}33$
  5. Aturan keputusan:
     Tolak $H_0$ dan terima $H_1$ jika $RU_z < -2{,}33$. Jika tidak demikian terima $H_0$.
  6. Rasio uji:

     $$\hat{\sigma}_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{2^2}{60} + \frac{1{,}25^2}{50}} = 0{,}313$$

     $$RU_z = z_{test} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\hat{\sigma}_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}} = \frac{9{,}75 - 10{,}25}{0{,}313} = -1{,}6$$
  7. Pengambilan keputusan:
     Karena $RU_z > -2{,}33$ maka $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ diterima. Hal ini menunjukkan bahwa upah buruh di kota A tidak lebih murah daripada di daerah lainnya. Direktur perusahaan itu tidak akan berinvestasi dengan hasil pengujian tersebut.

---

### 10.2.4 Uji *t* Sampel Ukuran Kecil untuk Populasi yang Independen Jika Uji *F*-nya Menunjukkan $\sigma_1^2 \neq \sigma^{22}$

Uji ini digunakan bila:

- Sampel diambil dari dua populasi yang independen dan terdistribusi normal
- Nilai-nilai deviasi standard populasi $\sigma_1$ dan $\sigma_2$ tidak diketahui
- Ukuran sampel $n_1$ atau $n_2$ kecil (< 30)
- Uji $F$ pada varians menunjukkan bahwa $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Prosedur uji hipotesisnya merupakan gabungan prosedur pengujian dua varians (Subbab 10.1.2) dan uji $t$ dengan ketentuan sebagai berikut:

a. Rasio uji:

$$RU_t = t_{test} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left(s_1^2/n_1\right) + \left(s_2^2/n_2\right)}} \tag{10.8}$$

b. Derajat kebebasan:
Derajat kebebasan yang digunakan adalah derajat kebebasan yang lebih kecil di antara dua sampel tersebut.

### Contoh 10.5

- Agen persewaan genset mengatakan kepada sebuah perusahaan yang berminat menyewa sejumlah unit genset bahwa rata-rata biaya sewa genset berdaya 10 kW sama saja di sektor A dan B di kota tersebut. Untuk menguji klaim tersebut, perusahaan tersebut memilih secara random sampel dari beberapa tempat persewaan genset di masing-masing sektor dan mendapatkan data sebagai berikut. Di sektor A, dengan 10 data, diperoleh rata-rata biaya sewa sebuah genset Rp. 595.000,- dan deviasi standardnya Rp. 62.000,-. Sedangkan di sektor B dengan 12 data diperoleh rata-rata biaya sewa sebuah genset Rp. 580.000,- dan deviasi standardnya Rp. 32.000,-. Apa yang bisa disimpulkan atas klaim tersebut dengan tingkat kepentingan 0,05?

  Uji hipotesis dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- Uji $F$ atas varians:

  1. Hipotesis
     $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \rightarrow$ uji dua-ujung
     $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \rightarrow$ uji dua-ujung
  2. $\alpha = 0{,}05$
  3. Karena varians dari sampel A lebih besar daripada sampel B, maka $n_1 = n_A = 10$ dan $n_2 = n_B = 12$. Maka derajat kebebasan ($df$) untuk pembilang adalah $df_1 = v_1 = n_1 - 1 = 9$ dan derajat kebebasan untuk penyebut adalah $df_2 = v_2 = n_2 - 1 = 11$.
  4. Batas-batas daerah penolakan/batas kritis uji dua-ujung: $\alpha = 0{,}05 \rightarrow \alpha/2 = 0{,}025$. Dari tabel $F$ untuk $\alpha = 0{,}025$; $df_1$ (pembilang) $= v_1 = 9$ dan $df_2$ (penyebut) $= v_2 = 11$ batas kritis adalah $F_{0{,}025,9,11} = 3{,}59$.
  5. Aturan keputusan:
     Tolak $H_0$ dan terima $H_1$ jika $RU_F > 3{,}59$. Jika tidak demikian terima $H_0$.
  6. Rasio uji:

     $$RU_F = F_{test} = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{62000^2}{32000^2} = 3{,}754$$

  7. Pengambilan keputusan:
     Karena $RU_F > 3{,}59$ maka $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_1^2$ ditolak. Hal ini berarti $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_1^2$ diterima.

- Uji $t$:

  1. Hipotesis:
     $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \rightarrow$ uji dua-ujung
     $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$
  2. $\alpha = 0{,}05$

3. Menggunakan distribusi $t$
4. Batas-batas daerah penolakan/batas kritis uji dua-ujung: $\alpha = 0{,}05 \rightarrow \alpha/2 = 0{,}025$. Derajat kebebasan $df = v = 10 - 1 = 9$ ($df$ yang lebih kecil dari dua sampel). Dari tabel $t$ untuk $\alpha = 0{,}025$; $df = v = 9$ didapat batas kritis adalah $t_{0.025,9} = 2{,}262$
5. Aturan keputusan:
Tolak $H_0$ dan terima $H_1$ jika $RU_t < -2{,}262$ atau $RU_t > +2{,}262$. Jika tidak demikian terima $H_0$.
6. Rasio uji:
$$RU = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left(s_1^2/n_1\right) + \left(s_2^2/n_2\right)}} = \frac{595000 - 580000}{\sqrt{\left(62000^2/10\right) + \left(32000^2/12\right)}}$$
7. Pengambilan keputusan:
Karena $-2{,}262 < RU_t < +2{,}262$ maka $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ diterima. Hal ini berarti klaim yang dikatakan oleh agen persewaan genset tersebut benar.

### 10.2.5 Uji *t* Sampel Ukuran Kecil untuk Populasi yang Independen Jika Uji *F* nya Menunjukkan $\sigma^1{}_2 = \sigma^2{}_2$

Uji ini digunakan bila:

- Sampel diambil dari dua populasi yang independen dan terdistribusi normal.
- Nilai-nilai deviasi standard populasi $\sigma_1$ dan $\sigma_2$ tidak diketahui.
- Ukuran sampel $n_1$ atau $n_2$ kecil (< 30).
- Uji $F$ pada varians menunjukkan bahwa $\sigma_1{}^2 = \sigma_2{}^2$.

Prosedur uji hipotesisnya merupakan gabungan prosedur pengujian dua varians (Subbab 10.1.2) dan uji $t$ dengan ketentuan sebagai berikut:

a. Rasio uji:

$$RU_t = t_{test} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\dfrac{s_1^2(n_1 - 1) + s_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}}\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}} \tag{10.9}$$

b. Derajat kebebasan:
Derajat kebebasan yang digunakan adalah:

$$df = v = n_1 + n_2 - 2 \tag{10.10}$$

**Contoh 10.6**

- Dengan mengulang Contoh 10.1, di mana uji $F$ pada varians menunjukkan bahwa $\sigma_1{}^2 = \sigma_2{}^2$, maka uji $t$ untuk mean-nya adalah sebagai berikut:
  1. Hipotesis:
  $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \rightarrow$ uji dua-ujung
  $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$
  2. $\alpha = 0.05$

3. Menggunakan distribusi $t$.

4. Batas-batas daerah penolakan/batas kritis uji dua-ujung $\alpha = 0{,}05 \rightarrow \alpha/2 = 0{,}025$. Derajat kebebasan $df = \nu = n_1 + n_2 - 2 = 8 + 9 - 2 = 15$. Dari tabel $t$ untuk $\alpha = 0{,}025$; $df = \nu = 15$ didapat batas kritis adalah $t_{0{,}025,15} = 2{,}131$.

5. Aturan keputusan:
Tolak $H_0$ dan terima $H_1$ jika $RU_t < -2{,}131$ atau $RU_t > +2{,}131$. Jika tidak demikian terima $H_0$.

6. Rasio Uji:

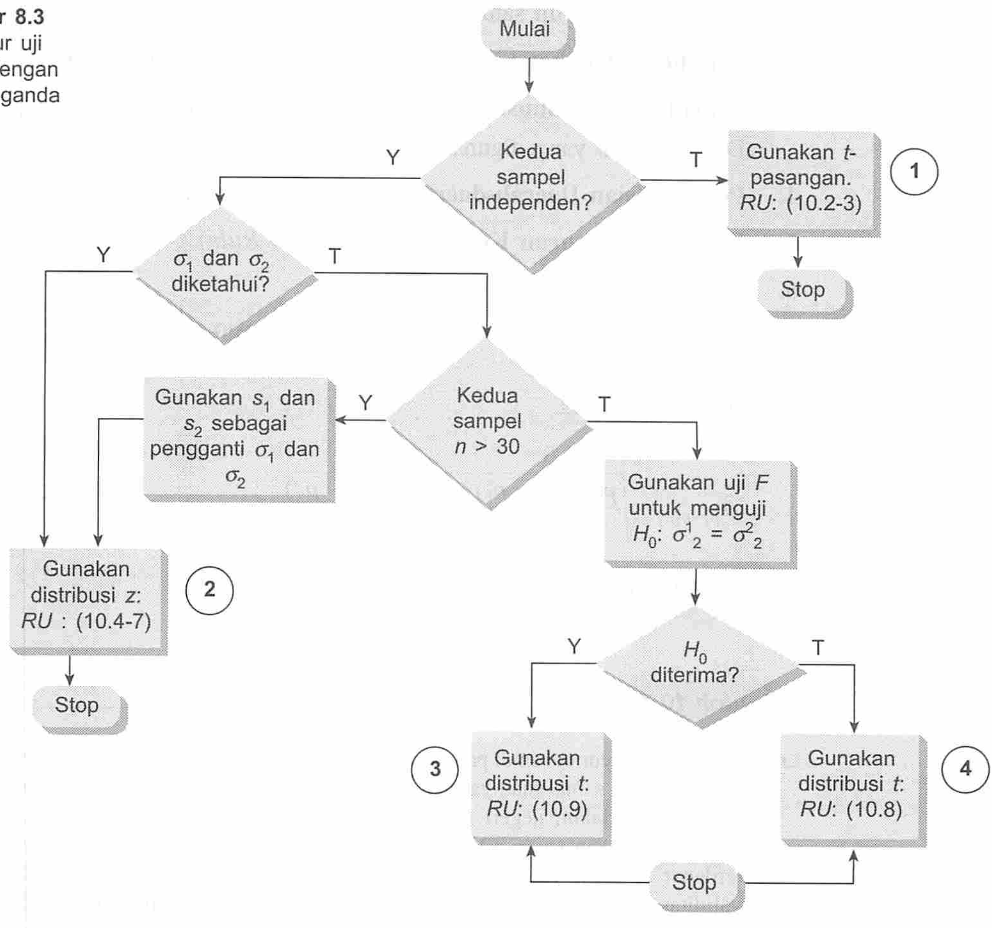
$$RU_t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2(n_1 - 1) + s_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}}\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{58 - 72{,}7}{\sqrt{\frac{260{,}29(7) + 98(8)}{15}}\sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{9}}}$$

7. Pengambilan keputusan:
Karena $RU_t < -2{,}131$ maka $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ ditolak. Ini berarti mean rata-rata dari kedua sampel tersebut tidak sama.

---

Gambar 8.3 menunjukkan diagram alir dari keempat prosedur pengujian yang diuraikan di atas.

**Gambar 8.3**
Prosedur uji mean dengan sampel-ganda



## 10.3 Uji Hipotesis Persentase dengan Sampel-Ganda

### 10.3.1 Pengantar

Tujuan dari uji hipotesis persentase dengan sampel-ganda adalah untuk mengetahui apakah terdapat perbedaan yang berarti secara statistik antara persentase dua populasi dengan menggunakan data sampel. Terdapat dua asumsi yang harus dipenuhi dalam melakukan uji ini:

- Kedua sampel diambil dari dua populasi yang saling independen.
- Sampel-sampel yang diambil dari masing-masing populasi harus berukuran cukup besar. Untuk masing-masing sampel $np \geq 500$ dan juga $n(100 - p) \geq 500$.

### 10.3.2 Prosedur Uji Dua Persentase

Prosedur dalam pengujian dua persentase ini juga mengikuti langkah-langkah yang sama seperti pengujian-pengujian lainnya sebagai berikut:

1. **Pernyataan Hipotesis Nol dan Hipotesis Alternatif**

   $H_0 : \pi_1 = \pi_2$

   $H_1 : \pi_1 \neq \pi_2 \rightarrow$ uji dua-ujung

   $\pi_1 > \pi_2 \rightarrow$ uji satu-ujung

   $\pi_1 < \pi_2 \rightarrow$ uji satu-ujung

2. **Pemilihan Tingkat Kepentingan (Level of Significance), $\alpha$**

3. **Penentuan Distribusi Pengujian yang Digunakan:**

   Dalam uji ini yang digunakan adalah distribusi $z$

4. **Pendefinisian Daerah-daerah Penolakan atau Kritis**

5. **Pernyataan Aturan Keputusan (*Decision Rule*)**

6. **Perhitungan Rasio Uji (*RU*)**

   Rumus yang digunakan untuk menghitung rasio uji adalah:

$$RU_z = \frac{p_1 - p_2}{\hat{\sigma}_{p_1 - p_2}} \quad (10.11)$$

$$\hat{\sigma}_{p_1 - p_2} = \sqrt{\frac{p_1(100 - p_1)}{n_1} + \frac{p_2(100 - p_2)}{n_2}} \quad (10.12)$$

7. **Pengambilan Keputusan secara Statistik**

**Contoh 10.7**

- Seorang insinyur mesin di pabrik perakitan pompa mengasumsikan bahwa baut buatan dalam negeri sama kuatnya dengan buatan luar negeri. Suatu sampel acak dari 36 baut buatan dalam negeri menunjukkan hanya 12 saja yang memenuhi kekuatan yang disyaratkan ($p_1$ = 12/36 = 33%), sedangkan dari 50 baut buatan luar negeri terdapat 18 baut yang memenuhi persyaratan ($p_2$ = 18/50 = 36%). Tentukanlah validitas asumsi insinyur mesin tersebut dengan tingkat kepentingan 0,05!

Uji hipotesis dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Hipotesis:
   $H_0 : \pi_1 = \pi_2 \rightarrow$ uji dua-ujung
   $H_1 : \pi_1 \neq \pi_2$
2. $\alpha = 0{,}05$
3. Menggunakan distribusi $z$
4. Batas-batas daerah penolakan/batas kritis uji dua-ujung: $\alpha = 0{,}05 \rightarrow \alpha/2 = 0{,}025$. Dari tabel $z$ batas-batas kritis adalah $z_{0{,}025} = \pm\ 1{,}96$
5. Aturan keputusan:
   Tolak $H_0$ dan terima $H_1$ jika $RU_z < -1{,}96$ atau $RU_z > +1{,}96$. Jika tidak demikian terima $H_0$.
6. Rasio uji:

$$RU = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\dfrac{p_1(100 - p_1)}{n_1} + \dfrac{p_2(100 - p_2)}{n_2}}}$$

$$= \frac{33 - 36}{\sqrt{\dfrac{33(100 - 33)}{36} + \dfrac{36(100 - 36)}{50}}} = -0{,}29$$

7. Pengambilan keputusan:
   Karena $-1{,}96 < RU_z < +1{,}96$ maka $H_0 : \pi_1 = \pi_2$ diterima. Hal ini berarti kekuatan baut buatan dalam negeri sama dengan buatan luar negeri.

## 10.4 Soal-soal Latihan

1. PT. Ball Bearing memproduksi bantalan-bantalan peluru yang digunakan pada traktor dan peralatan-peralatan lainnya. Dari suatu sampel acak yang terdiri dari 16 bantalan peluru yang diproduksi pada jam kerja shift siang, varians diameternya adalah 17,39 mm. Kemudian dari produksi pada jam kerja shift malam dipilih sampel acak sebanyak 13 dan diukur diameternya memiliki varians 12,83 mm. Dengan menggunakan uji hipotesis pada tingkat kepentingan 0,05 tentukan apakah varians populasi produksi shift siang dan shift malam sama?

2. Majalah Fortune mengeluarkan daftar "Perusahaan yang paling dikagumi di Amerika". Maka diambillah suatu sampel acak yang terdiri dari para eksekutif senior untuk memberikan nilai perangkat (rating) terhadap 10 perusahaan terbesar pada bidang industrinya berdasarkan atribut-atribut tertentu.

   Untuk industri komputer dan peralatan kantor, perusahaan dan nilai yang diperoleh adalah:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Hewlett Packard | 7,34 | Apple Computer | 6,96 |
| Sun Microsystem | 6,86 | Compaq Computer | 6,53 |
| IBM | 6,50 | NCR | 6,03 |
| Digital Equipment | 6,00 | Pitney Bowes | 5,82 |
| Unisys | 3,32 | Wang Labs | 3,17 |