

Contoh-contoh di atas merupakan beberapa contoh tentang aplikasi graf dalam sistem model yang nyata. Dalam setiap persoalan, graf memberikan sebuah struktur model tentang sistem yang kita pelajari, menjelaskan interaksi dan hubungan antara berbagai komponen dalam sistem. Sedangkan dalam berbagai persoalan, masalah yang sering muncul dalam pelaksanaannya adalah mendapatkan sebuah penyusunan yang memenuhi semua permintaan, dan optimal menurut beberapa kriteria seperti harga, pengeluaran atau penampilan.

Masalah dasar yang sering muncul pada Matematika Diskret yaitu :

1. Masalah eksistensi

Apakah sedikitnya ada satu penyusunan dalam tipe khusus ?

2. Masalah perhitungan

Berapa banyak penyusunan dari tipe khusus yang ada ?

3. Masalah optimisasi

Diperoleh dengan memilih bentuk dari semua penyusunan yang mungkin untuk tipe yang pasti dan terbaik menurut beberapa kriteria.

Kita dapat mengilustrasikan masalah-masalah ini ke dalam contoh berikut :

Contoh 1.5 :

Masalah Alokasi :

Pada permasalahan pengalokasian frekuensi pengangkutan ke stasiun pengirim, dimisalkan ada m saluran (frekuensi) yang mungkin digunakan oleh n stasiun pengirim. Stasiun yang dialokasikan dekat dengan stasiun yang lain dan tidak dapat menggunakan saluran yang sama tanpa menyebabkan percampuran. Jadi, diberikan dua stasiun yang dapat atau tidak dapat dinyatakan bahwa kedua stasiun itu menggunakan saluran yang sama. Sejumlah persoalan terjadi.

Masalah Eksistensi :

Apakah mungkin untuk mengalokasikan sebuah saluran pada setiap gardu di mana untuk dua stasiun yang berbeda saluran harus mempunyai saluran yang berbeda? Jika ya, bagaimana cara mendapatkan alokasi tersebut ?

Masalah Perhitungan :

Berapa banyak alokasi yang sesuai ?

Masalah Optimasi :

Berapa jumlah saluran minimum yang memenuhi kondisi alokasi ?

Bagaimana kita dapat memodelkan situasi ini ? Sebuah model graf dapat dikembangkan sebagai berikut. Setiap stasiun dihubungkan oleh simpul dan 2 simpul dihubungkan oleh 1 busur jika dan hanya jika stasiun yang berhubungan tidak menggunakan saluran yang sama.

Sebagai contoh, dimisalkan ada 5 stasiun dan informasi yang ada dinyatakan dalam hubungan matriks berikut.

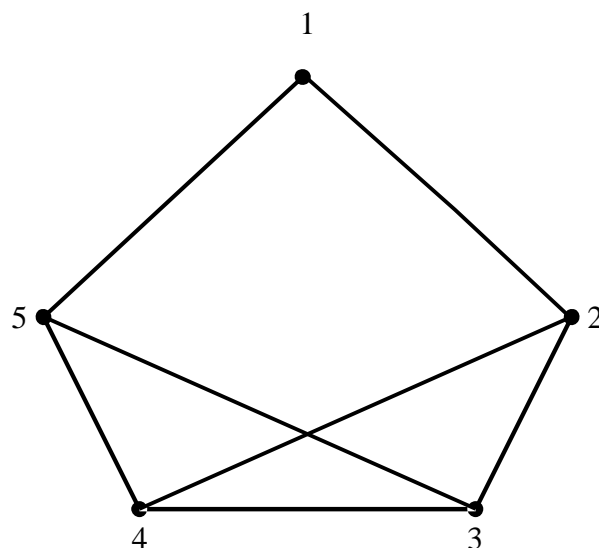
	1	2	3	4	5
1	-	1	0	0	1
2	1	-	1	1	0
3	0	1	-	1	1
4	0	1	1	-	1
5	1	0	1	1	-

Tabel 1.1

1 menunjukkan adanya hubungan (Gardu tidak bisa diberikan pada channel yang sama) dan

0 menunjukkan tidak ada hubungan.

Dari informasi yang ada, dapat dibuat model graf seperti di bawah ini.

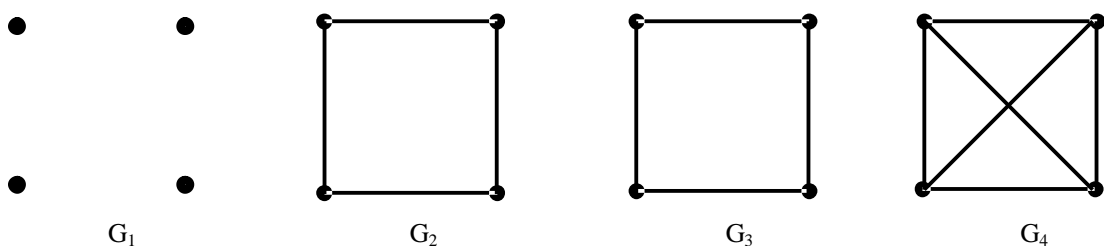


Gambar 1.8

Penggambaran matriks konflik yang ada ke dalam bentuk graf tentu saja tidak menyelesaikan masalah. Tetapi, aspek visual dari model graf tersebut

memberikan beberapa pandangan. Sebagai contoh, pembuatan segitiga ke dalam bentuk graf, menunjukkan bahwa kita membutuhkan sedikitnya tiga saluran yang berbeda. Dapatkah kita membuat alokasi, jika kita hanya mempunyai tiga saluran? Bagaimana kita menyelesaikan masalah eksistensi jika kita hanya punya m saluran? Sebuah alokasi mungkin terjadi hanya jika kita dapat mempartisi simpul dalam graf menjadi m himpunan di mana tidak ada dua simpul dalam himpunan yang sama terhubung oleh sebuah busur. Hal inilah yang membawa kita ke konsep pewarnaan.

Sebuah graf dikatakan Graf k -colourable jika simpul-simpul dalam graf dapat diwarnai dengan syarat 2 simpul yang *adjacent* (berdampingan) diwarnai berbeda. Sebagai contoh Graf G_i , $i = 1, 2, 3, 4, \dots$ yang disajikan ke dalam Gambar 1.8 mempunyai i -pewarnaan.



Gambar 1.9

Sebuah *Combinatorial Design* merupakan cara memilih himpunan bagian dari suatu himpunan berhingga jika dan hanya jika beberapa kondisi khusus terpenuhi. Kondisi khusus ini disebut dengan mengeliminasi bias.

Contoh 1.6 :

Sebuah percobaan yang dilakukan untuk menguji efek samping dari 5 jenis obat terhadap 5 subyek.

Dimisalkan obat-obat yang ada diberi label 1,2,3,4,5 dan subyeknya diberi nama A,B,C,D,E.

Kemungkinan 1 : A B C D E

1 2 3 4 5

(Subyek A diberi obat berlabel 1, subyek B diberi obat berlabel 2, dan seterusnya.)

Apa yang salah dengan kemungkinan 1 ?

Beberapa subyek mungkin alergi terhadap obat tertentu sehingga hasilnya akan bias.

Kemungkinan 2 : Memberi setiap subyek setiap jenis obat, 5 hari berturut-turut.

S U B Y E K	HARI					
		Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat
A	1	2	3	4	5	
B	1	2	3	4	5	
C	1	2	3	4	5	
D	1	2	3	4	5	
E	1	2	3	4	5	

Tabel 1.2

Apakah solusi ini benar ? Hasilnya dapat mengakibatkan bias, karena :

- (i) Hari-hari tertentu, obat diberikan (Tiap hari sama obat)
- (ii) Efek dari obat pertama dapat mempengaruhi efek obat terakhir

Bagaimana cara menghilangkan bias ?

Untuk menghilangkan bias, tidak ada 2 subyek yang mendapatkan jenis obat yang sama pada hari yang sama. Jadi muncul tepat 1 kali pada setiap baris dan kolom.

S U B Y E K	HARI					
		Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat
A	1	2	3	4	5	
B	2	3	4	5	1	
C	3	4	5	1	2	
D	4	5	1	2	3	
E	5	1	2	3	4	

Tabel 1.3

Inilah solusi yang terbaik. Sejumlah persoalan akan timbul, seperti :

1. Apakah solusinya tunggal ?
2. Apa yang terjadi, jika kita hanya punya 4 subyek ?

Bentuk matriks yang diberikan di atas dapat disebut dengan istilah *Latin Square*. *Latin square* didefinisikan sebagai suatu bentuk matriks di mana antara satu baris dan satu kolom tidak ada yang sel yang sama.