Examen BLANC
Université de Montpellier
HAT203X - 2021-2022

Autorisé: A4 aide-mémoire; calculatrice, outil connecté: Non
Toutes les réponses doivent être justifiées
Barême sur 20 - 2 points par question

---

1. On considère le phénomène ondulatoire décrit par $x(t) = \sin(\pi t) + \cos(3\pi t)$. Quelles sont les valeurs prises par la suite $x_{n\in\mathbb{N}} = x(t_n)$ en $t_0 = 0\,\text{s}$, $t_1 = 1\,\text{s}$, $t_2 = 2\,\text{s}$ et $t_3 = 3\,\text{s}$.

2. Que valent $x_{n\in\mathbb{N}^*} = x_{n-1} + 1,\ x_0 = 0$ et $y_{n\in\mathbb{N}^*} = 2y_{n-1},\ y_0 = 1$ en $n = 100$.

3. Quelle est la limite de la suite $y_0 = 0,\ y_n = \sqrt{y_{n-1} + 2}$ pour $n > 0$. Illustrer graphiquement la convergence vers la limite à l'intersection de deux fonctions.

4. Calculer en utilisant la linéarité de l'intégration, et en appliquant les techniques de changement de variables et d'intégration par parties:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left(2x\sin(x) + 3x^2\cos(x^3)\right)\, dx$$

5. Résoudre $6y'(t) + 6ty(t) - 12t = 0,\ y(0) = 0$.

6. Est-ce que les plans de $\mathbb{R}^3$, $P_1 : x + y + z = 1$ et $P_2 : x + y + 2z = 1$ sont parallèles ? Sinon, décrire la droite de leur intersection sous formes cartésiènne et paramétrique.

7. Trouver l'intersection entre la surface $z = 1 - (x^2 + y^2)$ et le plan passant par le point $A = (1, 1, 0)$ et normal au vecteur $\vec{n} = (0, 0, 1)$.

8. Montrer que $f(x, y) = 2(x-1)^2 + \frac{1}{2}(y-1)^2$ a un minimum en $(x, y) = (1, 1)$.

9. Calculer les dérivées partielles premières et secondes de $f(x, y) = \cos(x^2 y)$.

10. En utilisant l'integration en coordonnées cylindriques, calculer le volume d'un cylindre de rayon $R = 1\ m$ et de hauteur $H = 10\ m$.
Le cylindre a ses deux extrémités ouverts, quel est le débit en $m^3\ s^{-1}$ d'un écoulement d'eau de $10\ cm\ s^{-1}$ passant dans ce cylindre.

Université de Montpellier
HAT203X - 2021-2022

Autorisé: A4 aide-mémoire; calculatrice, outil connecté: Non
Toutes les réponses doivent être justifiées
Barême sur 20 - 2 points par question

---

1. On considère le phénomène ondulatoire décrit par $x(t) = \sin(\frac{\pi}{2}t) + \cos(\pi t)$. Quelles sont les valeurs prises par la suite $x_{n\in\mathbb{N}} = x(t_n)$ en $t_0 = 0\,\mathrm{s}$, $t_1 = 1\,\mathrm{s}$, $t_2 = 2\,\mathrm{s}$ et $t_3 = 3\,\mathrm{s}$.

2. Que valent $x_{n\in\mathbb{N}^*} = x_{n-1} - 1,\ x_0 = 100$ et $y_{n\in\mathbb{N}^*} = \frac{1}{2}y_{n-1},\ y_0 = 1$ en $n = 100$.

3. Quelle est la limite de la suite $y_0 = 2$, $y_n = \sqrt{2y_{n-1} + 3}$ pour $n > 0$. Illustrer graphiquement la convergence vers la limite à l'intersection de deux fonctions.

4. Calculer en utilisant la linéarité de l'intégration, et en appliquant les techniques de changement de variables et d'intégration par parties:

$$\int_{-\pi}^{\pi} (3x\cos(x) - 3x^2\sin(x^3))\ dx$$

5. Résoudre $-10y'(t) - 10ty(t) + 20t = 0,\ y(0) = 0$.

6. Est-ce que les plans de $\mathbb{R}^3$, $P_1 : x + y + z = 0$ et $P_2 : x + y - 2z = 1$ sont parallèles ? Sinon, décrire la droite de leur intersection sous formes cartésiènne et paramétrique.

7. Trouver l'intersection entre le plan passant par les points $A = (1, 1, 0)$, $B = (1, -1, 0)$ et $C = (-1, -1, 0)$ et la surface $z = x^2 + y^2$. Que représente cette intersection pour la fonction $f(x, y) = x^2 + y^2$? Justifier.

8. Montrer que $f(x, y) = (x + 1)^2 + (y - 1)^2$ a un minimum en $(x, y) = (-1, 1)$.

9. Calculer les dérivées partielles premières et secondes de $f(x, y) = \cos(-x^3y)$. Commencer par simplifier en utilisant la parité de la fonction.

10. En utilisant l'integration en coordonnées sphériques, calculer le volume d'une boule de rayon $R = 1\ km$ (en considérant l'approximation $\pi \sim 3$).
La boule est constituée de 2 matériaux ayant comme masse volumique $\rho_1 = 10$ tonnes$/m^3$ pour $0 \leqslant r \leqslant 0.5\ km$ et $\rho_2 = 1$ tonnes$/m^3$ pour $0.5\ km < r \leqslant 1\ km$. Quel est le poids approximatif de la boule ? Détailler le calcul.

Université de Montpellier
HAT203X - seconde chance - 2021-2022

Autorisé: A4 aide-mémoire; calculatrice, outil connecté: Non
Toutes les réponses doivent être justifiées
Barême sur 20 - 2 points par question

1. On considère le phénomène ondulatoire décrit par $x(t) = \cos(\frac{\pi}{2}t) - \sin(\frac{\pi}{2}t)$. Quelles sont les valeurs prises par la suite $x_{n\in\mathbb{N}} = x(t_n)$ en $t_0 = 0\,\mathrm{s}$, $t_1 = 1\,\mathrm{s}$, $t_2 = 2\,\mathrm{s}$ et $t_3 = 3\,\mathrm{s}$.

2. Que valent $x_{n\in\mathbb{N}^*} = x_{n-1} - 2,\ x_0 = 0$ et $y_{n\in\mathbb{N}^*} = -2y_{n-1},\ y_0 = 1$ en $n = 100$.

3. Quelle est la limite de la suite $y_0 = 0,\ y_n = \sqrt{y_{n-1} + 2}$ pour $n > 0$. Illustrer graphiquement la convergence vers la limite à l'intersection de deux fonctions.

4. Calculer en utilisant la linéarité de l'intégration, et en appliquant les techniques de changement de variables et d'intégration par parties:

$$\int_{-\pi}^{\pi} (3x\sin(x) + 4x^3\cos(x^4))\ dx$$

5. Résoudre $-y'(t) - ty(t) + 2t = 0,\ y(0) = 0$.

6. Est-ce que les plans de $\mathbb{R}^3$, $P_1 : x - y + z = 1$ et $P_2 : x + y + z = 1$ sont parallèles ? Sinon, décrire la droite de leur intersection sous formes cartésiènne et paramétrique.

7. Trouver l'intersection entre le plan passant par les points $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 1, 0)$ et $C = (1, -1, 0)$ et la surface $z = 8 - (2x^2 + 2y^2)$.

8. Montrer que $f(x, y) = (x - 10)^2 + (y + 20)^2$ a un minimum en $(x, y) = (10, -20)$.

9. Calculer les dérivées partielles premières et secondes de $f(x, y) = \cos(x^3)y$.

10. En utilisant, respectivement, l'integration en coordonnées cylindriques et sphériques en 3 dimension, retrouver le volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur H et d'une boule de rayon R. Quelle est la hauteur du cylindre ayant le même rayon et volume qu'une boule de $1m^3$. Détailler les calculs.