

कार्य और समय



कार्य और समय

यह एक बहुत महत्वपूर्ण विषय है। इस विषय के प्रश्न सभी एण्टीट्यूड परीक्षाओं में पूछे जाते हैं।

यदि आपको कार्य, समय और कार्यक्षमता के बारे में सामान्य समझ है,

तो इसी आधार पर आप समय, दूरी और गति के सवालों को हल कर सकते हैं।

इसमें गति कार्यक्षमता (वह दर जिस पर कार्य किया जाता है) के समतुल्य होती है।

दूरी जोकि किए गए कार्य के समतुल्य होती है।

दूरी तय करने में लगा समय कार्य को करने में लगे समय के समतुल्य होता है।

$$\text{कार्यक्षमता} \times \text{समय} = \text{कार्य}$$

महत्वपूर्ण अवधारणाएँ:

- I. यदि A कोई कार्य n दिनों में कर सकता है, तो A का एक दिन का कार्य $= 1/n$
- II. यदि A का एक दिन का कार्य $= 1/n$, तो A कार्य को n दिनों में समाप्त कर सकता है।
- III. यदि A, B से x गुना अधिक कुशल है, तो A समान कार्य को करने में B द्वारा लिए गए समय का $1/x$ गुना समय लेगा।
- IV. यदि A और B की कार्यक्षमताओं का अनुपात क्रमशः $a:b$ है, तो कार्य को पूरा करने में A और B द्वारा लिए गए समय का अनुपात क्रमशः $b:a$ होगा।
- V. यदि कार्य को पूरा करने में A और B द्वारा लिए गए समय का अनुपात क्रमशः $a:b$ है, तो A और B की कार्यक्षमताओं में अनुपात $b:a$ होगा।
- VI. A और B कार्य के किसी भाग को क्रमशः a और b दिनों में पूरा करते हैं, तो एकसाथ कार्य करते हुए, वे कार्य को पूरा करने में $\left(\frac{ab}{a+b}\right)$ दिन लेंगे और वे एक दिन में कार्य का $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ भाग पूरा करेंगे।

कार्य और समय पर प्रश्न कार्यक्षमताओं के निम्नलिखित प्रकार पर आधारित हो सकते हैं।

1. सभी व्यक्तियों की कार्यक्षमताएँ समान हैं

उदाहरण: मजदूरों का एक समूह किसी कार्य को 48 दिनों में कर सकता है। जब 5 मजदूर काम छोड़ देते हैं, तो कार्य को पूरा करने में 56 दिनों का समय लगता है। कार्य को पूरा करने में वास्तव में कितने मजदूरों ने काम किया था?

नोट – यहाँ पर सभी मजदूरों की कार्यक्षमताएँ समान हैं।

ऐसे प्रश्नों को कैसे हल करें: इस तरह के प्रश्न निम्नलिखित अवधारणा से हल किए जा सकते हैं।

$$\frac{M_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{M_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$$

जहाँ,

M = पुरुषों की संख्या

D = दिनों की संख्या

H = प्रति दिन कार्य घंटों की संख्या

W = कुल कार्य

2. सभी व्यक्तियों के प्रत्येक प्रकार (समूह) की कार्यक्षमताएँ समान हैं।

उदाहरण 1: 20 पुरुष अथवा 24 महिलाएँ एक कार्य को 24 दिनों में कर सकते हैं। यदि 30 पुरुष और 12 महिलाएँ कार्य को करें, तो वे इसी कार्य को कितने दिनों में पूरा करेंगे?

उदाहरण 2: चार लड़के और तीन लड़कियाँ एक कार्य को 8 दिनों में कर सकते हैं। पांच लड़के और छह लड़कियाँ इसी कार्य को 5 दिनों में कर सकते हैं। एक लड़का अकेले इस कार्य को कितने दिनों में कर सकता है?

उदाहरण 3: 6 पुरुष और 8 महिलाएँ एक कार्य को 10 दिनों में कर सकते हैं। 8 पुरुष और 6 महिलाएँ इसी कार्य को 8 दिनों में कर सकते हैं, 15 पुरुष और 20 महिलाओं द्वारा इसी कार्य को करने में लगने वाला समय ज्ञात कीजिए?

नोट: उपरोक्त सभी उदाहरणों में सभी प्रकार के व्यक्तियों की कार्यक्षमताएँ समान हैं अर्थात् सभी पुरुषों की कार्यक्षमता समान होती है, सभी महिलाओं की कार्यक्षमता समान होती है और सभी लड़कों की कार्यक्षमता समान होती है।

ऐसे प्रश्नों को किस प्रकार हल करें: ऐसे प्रश्नों में, सबसे पहले 1 पुरुष, 1 महिला और 1 लड़के (जोकि सभी मौजूद हैं) की कार्यक्षमताओं के बीच संबंध ज्ञात करते हैं।

उदाहरण के लिए, यदि आपको इस प्रकार के संबंध मिलते हैं कि 1 आदमी की कार्यक्षमता = $\frac{4}{3}$ महिलाओं की कार्यक्षमता = 3 लड़कों की कार्यक्षमता, तो अन्य प्रकार के व्यक्तियों की कार्यक्षमताओं को किसी एक प्रकार के व्यक्ति की कार्यक्षमता में बदल लें (उदाहरण के लिए, सभी पुरुषों और सभी महिलाओं की कार्यक्षमताओं को लड़कों की कार्यक्षमता के संदर्भ में बदल लें)

अब निम्नलिखित अवधारणा से इसे हल कीजिए:

$$\frac{M_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{M_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$$

3. सभी व्यक्तियों की कार्यक्षमताएँ भिन्न हैं।

इस प्रकार में, विभिन्न व्यक्तियों की कार्यक्षमताएँ भिन्न होती हैं।

इस प्रकार के प्रश्नों को 2 भिन्न तरीकों से हल किया जा सकता है।

विधि 1 – प्रति दिन का कार्य

हम इस अवधारणा को निम्नलिखित उदाहरण की मदद से समझेंगे।

उदाहरण: यदि A कार्य को 'x' दिनों में समाप्त करता है और B इसी कार्य को 'y' दिनों में समाप्त करता है, जब वे साथ में कार्य करते हैं, तो कार्य को पूरा करने में लगने वाला समय ज्ञात कीजिए।

हल: A किसी कार्य को 'x' दिनों में समाप्त करता है, इसलिए 1 दिन में A द्वारा किया गया कार्य = $1/x$

B कार्य को 'y' दिनों में समाप्त करता है, इसलिए, 1 दिन में B द्वारा किया गया कार्य = $1/y$

A और B द्वारा 1 दिन में किया गया कार्य = $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

माना कि वे कार्य को D दिनों में पूरा करेंगे, तब

कार्यक्षमता × समय = कार्य

$(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \times D = 1$ (इस स्थिति में, कुल कार्य = 1)

इसलिए, $D = \frac{1}{(\frac{1}{x} + \frac{1}{y})} = \frac{xy}{x+y}$

विधि 2 : कार्यक्षमता विधि

इस विधि में, गणना को सरल बनाने के लिए, हम कुल कार्य की कल्पना करते हैं जोकि प्रत्येक व्यक्ति द्वारा कार्य को पूरा करने में लगने वाले दिनों की संख्या के लघुतम समापतव के बराबर होता है।

हम इस अवधारणा को इस उदाहरण की मदद से समझेंगे।

उदाहरण: यदि A एक कार्य को 6 दिनों में करता है और B इसी कार्य को 8 दिनों में करता है, तो दोनों मिलकर कार्य को कितने दिनों में पूरा करेंगे?

हल: माना कि कुल कार्य = 24 (6 और 8 का लघुतम समापतव)

	A		B		A + B
कार्य को पूरा करने में लगा समय	6	:	8		
		↓			
कार्यक्षमता	24/6	:	24/8		
	= 4	:	3		4 + 3 = 7

A और B की कुल कार्यक्षमता = A की कार्यक्षमता + B की कार्यक्षमता = 3 + 4 = 7

$$\text{अतः, अभीष्ट समय} = \frac{\text{कुल कार्य}}{\text{कार्यक्षमता}} = \frac{24}{7} \text{ दिन}$$

कार्य और पारिश्रमिक:

कार्य और पारिश्रमिक प्रश्न में,

पारिश्रमिक किए कार्य की मात्रा के (न कि कार्यक्षमता के) अनुक्रमानुपाती होती है।

नोट: यदि सभी व्यक्ति समान समयावधि के लिए कार्य करें, तो आप पारिश्रमिक को उनकी कार्यक्षमता के अनुक्रमानुपाती मान सकते हैं।

उदाहरण: एक कार्य किया जाना है। A और B कार्य को अलग-अलग क्रमशः 12 और 16 दिनों में पूरा कर सकते हैं। यदि दोनों मिलकर कार्य को करें, जिसकी लागत 8400 रुपए है, तो B को दिया गया पारिश्रमिक है

हल: इस स्थिति में, A और B की कार्यक्षमताओं में अनुपात = $16 : 12 = 4 : 3$

$$\text{तब B को भुगतान की गई धनराशि} = \frac{3}{(3+4)} \times 8400 = 3600 \text{ रुपए}$$

उदाहरण: एक कार्य 8400 रुपए में पूरा किया जाना है। A और B इस कार्य को क्रमशः 12 और 16 दिनों में पूरा कर सकते हैं। यदि A 3 दिन कार्य करता है और शेष कार्य B द्वारा पूरा किया जाना है, तो B को दी गई धनराशि ज्ञात कीजिए।

हल: माना कुल कार्य = 48 (12 और 16 का लघुतम समापतव) और B का x दिनों का कार्य

	A		B
कार्य को पूरा करने में लगा समय	12	:	16
	↓		
कार्यक्षमता	48/12	:	48/16
	= 4	:	3
वह समयावधि जिसमें वे कार्य करते हैं	3		x

	4 × 3 +		3x

प्रश्न के अनुसार,

$$12 + 3x = 48$$

$$\Rightarrow 3x = 48 - 12 = 36$$

$$\Rightarrow x = \frac{36}{3} = 12$$

$$\text{अतः B को दी गई धनराशि} = \frac{3x}{48} \times 8400 = \frac{3 \times 12}{48} \times 8400 = 4800 \text{ रुपए}$$

Time and Work

This is the very important chapter. Question of this topic is asked in all aptitude exams.

If you know the basic correlation between time, work and efficiency.

Analogy between problems on time and work to time, distance and speed:

Speed is equivalent to **Efficiency** (rate at which work is done)

Distance travelled is equivalent to **work done**.

Time to travel distance is equivalent to **time** to do work.

Efficiency × Time =

Important Concepts:

- I. If A can do a piece of work in n days, then A's 1 day's work = $\frac{1}{n}$
- II. If A's 1 day's work = $\frac{1}{n}$, then A can finish the work in n days.
- III. If A is x times as good a workman as B, then he will take $(\frac{1}{x})$ of the time taken by B to do the same work.
- IV. Ratio of efficiencies of A and B is $a : b$, then ratio of time taken by A and B to finish the work will be $b : a$.
- V. Ratio of time taken by A and B to finish the work is $a : b$, then ratio of efficiencies of A and B will be $b : a$.
- VI. A and B can do a piece of work in ' a ' days and ' b ' days respectively, then working together, they will take $(\frac{ab}{a+b})$ days to finish the work and in one day, they will finish $(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})^{\text{th}}$ part of work.

Questions of Time and Work chapter are based on following types of efficiencies

1. Efficiencies of all persons are same.

Ex: A group of labors can do a piece of work in 48 days. When 5 of the labors left the work, it took 56 days to complete the work. How many labors actually worked on the job to complete it?

Note: In this case efficiencies of all labors are same.

How to solve such questions: Such questions are solved by the following concept

$$\frac{M_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{M_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$$

Where,

M = Number of men
D = Number of days
H = Number of hours per day
W = Amount of work

2. Efficiencies of each type (group) of all persons are same.

Ex 1: 20 men or 24 women can complete a piece of work in 24 days. If 30 men and 12 women undertake the work, then they can complete the same work in :

Ex 2: Four boys and three girls can finish a task in 8 days. Five boys and six girls can finish the same task in 5 days. In how many days a boy alone can finish the same task?

Ex 3: 6 men and 8 women can do a piece of work in 10 days. 8 men and 6 women can do the same work in 8 days, the time taken by 15 men and 20 women in doing the same work is

Note: In above cases efficiencies of all each types of persons are same i.e. efficiency of all men is same, efficiency of all women is same and efficiency of all boys is same.

How to solve such questions: In such questions, first of find the relation between efficiencies of 1 man, 1 woman and 1 boys (Which all are present).

For example if you get the relation like: Efficiency of 1 man = Efficiency of $\frac{4}{3}$ woman = Efficiency of 3 boys, then

Convert the efficiency of other types of person in any one of them (For example convert the all efficiencies of all man and woman in efficiency of boys)

Now solve by following concept:

$$\frac{M_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{M_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$$

3. Efficiencies of all persons are different.

In this type, efficiency of different persons is different.

Questions of this type can be solved by 2 different approaches.

Approach 1:- Per day's work:

We will understand this concept by following example.

Ex: If A can complete the work in 'x' days and B can complete the same work in 'y' days, when they work together, the time taken to complete the work is given below.

Sol: A can complete the work in 'x' days. So in one day, he will do $\frac{1}{x}$ of the work.

B can complete the work in 'y' days. So in one day, he will do $\frac{1}{y}$ of the work

Total work done by A and B in one day = $[(\frac{1}{x}) + (\frac{1}{y})]$

Let they will complete the work in D days, then

Efficiency \times Time = Work

$$\left[\left(\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{y}\right)\right] \times D = 1 \text{ (In this case, total work = 1)}$$

$$\therefore D = \frac{1}{\left[\left(\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{y}\right)\right]} = \frac{xy}{x+y}$$

Approach 2:- Efficiency Method

In this method, to make the calculation simpler we assume the total amount of work = Multiple of LCM of the number of days in which individuals complete the work.

We will understand this concept by following example.

Ex: If A can do a work in 6 days and B can do the same work in 8 days, then they together can complete the work?

Sol: Let the total work = 24 (LCM of 6 and 8)

	A		B		A + B
Time taken to complete the work	6	:	8		
		↓			
Efficiency	24/6	:	24/8		
	= 4	:	3		4 + 3 = 7

Efficiency of A and B together = Efficiency of A + Efficiency of B = 3 + 4 = 7

Hence, the required time = $\frac{\text{Total work}}{\text{Efficiency}} = \frac{24}{7}$ days.

Work and Wages:

In work and wages question,

Wage is directly proportional to the amount of the work done (Not efficiency).

Note: If all the persons work for same period of time, then you can take

Wage is directly proportional to the efficiency.

Ex: A Work is to be done for. A and B can do a work separately in 12 days and 16 days respectively. If both together complete a work, which cost Rs. 8400, then the amount paid to B is

Sol: In this case ratio of efficiencies of A and B = 16 : 12 = 4 : 3

Then the amount paid to B = $\frac{3}{(3+4)} \times 8400 = \text{Rs.} 3600$

Ex: A Work is to be done for Rs. 4800. A and B can do that work separately in 12 days and 16 days respectively. If a work for 3 days and the remaining work is completed by B, then the amount paid to B is

Sol: Let the total work = 48 (LCM of 12 and 16) and B worked for x days

	A		B
Time taken to complete the work	12	:	16
		↓	
Efficiency	48/12	:	48/16
	= 4	:	3
Time period for which they work	3		x
	<hr/>		
	4 × 3	+	3x

According to question,

$$12 + 3x = 48$$

$$\Rightarrow 3x = 48 - 12 = 36$$

$$\Rightarrow x = \frac{36}{3} = 12$$

$$\text{Hence, the amount paid to B} = \frac{3x}{48} \times 8400 = \frac{3 \times 12}{48} \times 8400 = \text{Rs.4800}$$