

Aula introdutória – Métodos Numéricos

Cálculo Numérico

Bóris Marin

UFABC

Apresentação e Burocracia

Apresentação e informações gerais

- ementa
- programa
- bibliografia
- avaliação
- contato

Introdução aos Métodos Numéricos

Capacitar o aluno a:

- 1) estudar os métodos numéricos teóricos e implementar computacionalmente estes métodos para solução de problemas;
- 2) perceber a importância da estimativa e do controle do erro em uma aproximação numérica;
- 3) reconhecer as vantagens e desvantagens de cada método numérico estudado.

Programa tentativo

25/9	Apresentação, Motivação via exemplos computacionais
27/9	Introdução matemática e computacional
2/10	Introdução matemática e computacional
4/10	Aritmética de Ponto Flutuante, efeitos numéricos, propagação de erros
9/10	Solução de equações em uma variável: Dicotomia, Iterações, Convergência
11/1	Solução de equações em uma variável: Newton, Secante, Critérios de Parada
16/1	Aplicações e Discussão do Primeiro EP
18/1	Sistemas Lineares: Métodos exatos (Gauss/LU, Cramer)
23/1	Sistemas Lineares - Condicionamento, Erro. Aplicações
25/1	Sistemas Lineares: Métodos iterativos (Jacobi, Gauss-Seidel)
30/1	Aplicações e Discussão do Segundo EP
1/11	Interpolação Polinomial: Introdução, Newton, Lagrange
6/11	Interpolação Polinomial: por partes (linear, splines); erros
8/11	Mais Aplicações de Sistemas lineares
13/1	Ajuste de Funções: Regressão Linear, Mínimos Quadrados
15/11	feriado
20/11	feriado
22/11	Ajuste de Funções: Modelagem Matemática via MQ
27/11	Aplicações e discussão do Terceiro EP
29/11	Diferenciação, Quadratura: Fórmulas de Newton-Cotes
4/12	Quadratura: Newton-Cotes Compostas, Adaptativas, Gaussiana
6/12	Problemas de Valor Inicial em EDOs: introdução, Euler (Taylor)
11/12	PVI em EDOs: Métodos de Runge-Kutta
13/12	Aplicações e discussão Quarto EP
18/12	(repõe 15/11) PVI em EDOs: Erros, estabilidade
20/12	(repõe 20/11) Discussão EPs para Rec

Trabalhos

- Quatro trabalhos teórico/computacionais, cobrindo os temas:
 - Zeros de Funções Reais
 - Resolução de Sistemas Lineares
 - Ajuste de Curvas / Interpolação Polinomial
 - Quadratura / Solução de EDOs
- Os trabalhos consistirão em uma lista de atividades, que devem ser entregues em forma de relatório, **incluindo todo código utilizado**, até uma data predeterminada.
- Resolução em grupo, com **no máximo** três alunos.
- Aulas específicas para discussão de cada exercício (antes da data de entrega); avaliação da participação de cada estudante.

Conceitos

- A cada trabalho será atribuída uma nota de zero a dez. O conceito final será calculado a partir da média aritmética destas notas, convertido segundo:

8,5	└	10	A
7	└	8,5	B
5	└	7	C
4	└	5	D
0	└	4	F

- Ao aluno que não atingir a frequência mínima, ou não entregar **pelo menos dois dos trabalhos**, será atribuído o conceito *O*.

Prova Substitutiva / Recuperação

- Não haverá prova substitutiva nem exame de recuperação. O aluno que ficar com conceito D ou F terá um prazo estendido para entregar os trabalhos até o início do quadrimestre subsequente.

Sugerida

- Franco, N. B. **Cálculo numérico**. São Paulo: Prentice Hall, 2006.
- Burden, R. L. **Faires, J. D. Análise numérica**. São Paulo: Pioneira, 2003.

Complementar

- Otto, S.; Denier J. P. **An Introduction to Programming and Numerical Methods in MATLAB**. London: Springer-Verlag, 2005.
- Stoer, J.; Bulirsch, R. **Introduction to Numerical Analysis**. New York: Springer-Verlag, 2002.

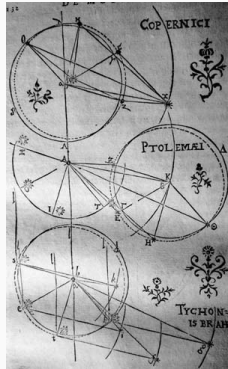
Quem sou eu e como me encontrar

- **plantão:** Sextas-Feiras, das 17h as 19h, Sala 271 - Delta
- **email:** boris.marin@ufabc.edu.br (pode demorar!)
- **exceto nas semanas de entrega de trabalhos!**

Quem são vocês?

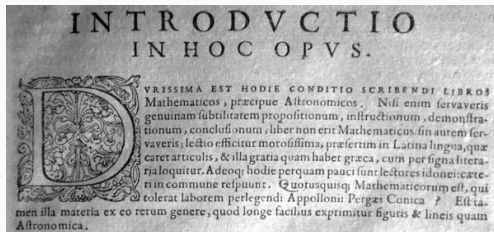


Cálculo Numérico – Motivações



Johannes Kepler; *Astronomia Nova* (1609)

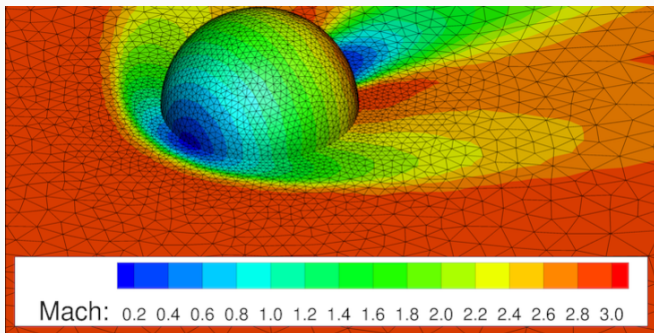
- Resultados de 10 anos de investigações sobre a órbita de marte
- Um dos clássicos da Astronomia: ajudou a estabelecer
 - heliocentrismo
 - órbitas elípticas



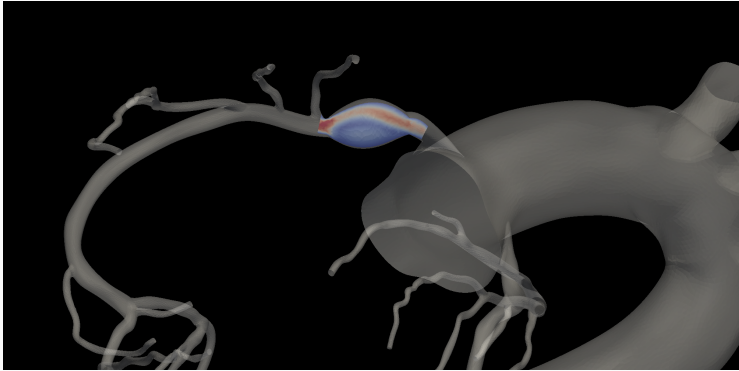
- É deduzida a *Equação de Kepler*, associada a determinar a posição de um astro em função do tempo, que **não tem solução de forma fechada**:
but I believe myself unable to solve it, and whoever shows the way would be for me a great Apollonius
— Kepler (1609)
- Em seu *Epitome Astronomiae Copernicanae* (1617), Kepler propôs um método numérico para resolvê-las
- Faremos o mesmo no primeiro exercício!

富嶽三十六景 神奈川沖
浪裏





- Equações de Navier-Stokes: inúmeras aplicações práticas, mas ainda não “bem compreendidas” matematicamente:
 - têm sempre solução em 3d?
 - estas soluções são “bem comportadas”?
- #ficaadica: Prêmio de 1 milhão de dólares para a prova de existência e suavidade!



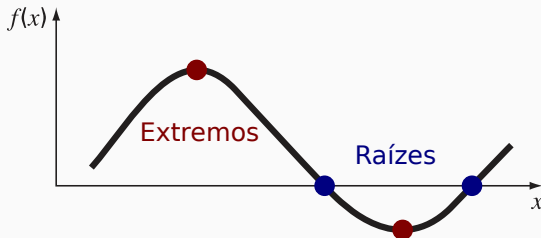
- Simulação do sistema vascular de um paciente:
<https://www.youtube.com/watch?v=Y-gqQXegJvY&feature=youtu.be&t=112>



- Ariane 5: Auto-destruição segundos após o lançamento (1996)
- 10 anos de desenvolvimento, 7 bilhões de dólares
- Carregando quatro satélites científicos
- **Erro numérico** (overflow. . .) no computador de controle causou desligamento do sistema de navegação

Abstraindo: Aplicações Comuns de Métodos Numéricos

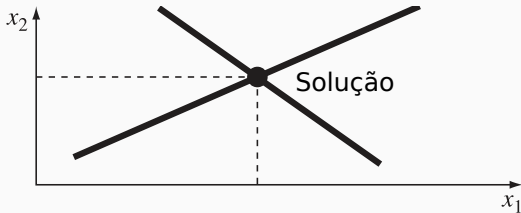
Zeros e Otimização



- Raízes: encontrar pontos tais que $f(x) = 0$
- Extremos: encontrar pontos tais que $f'(x) = 0$

Abstraindo: Aplicações Comuns de Métodos Numéricos

Sistemas de Equações Lineares



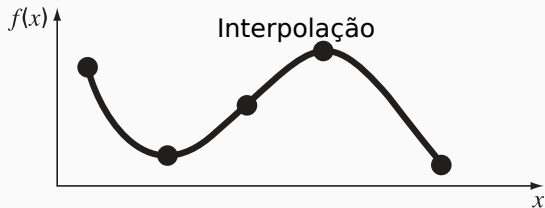
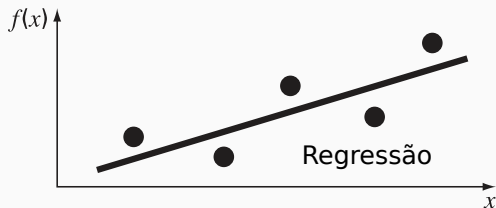
- Dados a_i, b_i , resolver para x_i

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2$$

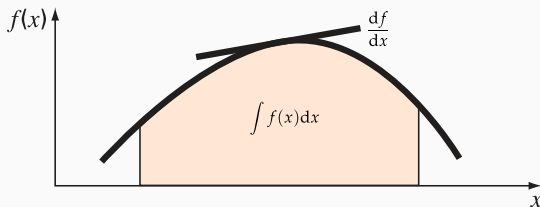
Abstraindo: Aplicações Comuns de Métodos Numéricos

Ajuste de Curvas



Abstraindo: Aplicações Comuns de Métodos Numéricos

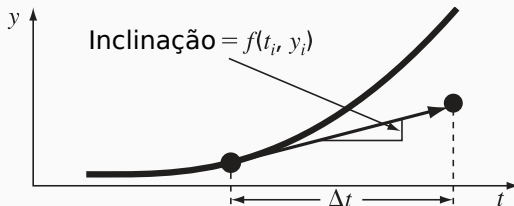
Integração Numérica (Quadratura)



- Encontrar áreas sob curvas

Abstraindo: Aplicações Comuns de Métodos Numéricos

Equações diferenciais



- Dado

$$\frac{dy}{dt} \approx \frac{\Delta y}{\Delta t} = f(x, y),$$

encontrar y como função de t .

- Arrume um computador
- Familiarize-se com uma linguagem de programação / ferramentas que ter permitam (**facilmente!**):
 - criar uma lista x_i de 100 números equiespaçados entre 0 e 2π
 - calcular o seno de cada um desses números
 - fazer um gráfico do pares $(x_i, \sin x_i)$
- Apesar de você poder fazer tudo isso numa planilha, elas não são a ferramenta mais adequada para o tipo de algoritmos que estudaremos.
- (o mesmo vale para lápis e papel!)

**Demonstrações: Desenvolvendo a intuição
/ programação científica**

Passando para o interpretador

`http://localhost:8888`