<u>Module N°1</u> : <u>Hydraulique générale</u>

<u>Chapitres :</u>

1) **Généralités**
2) **Les besoins en eau**
3) **L'hydrostatique**
4) **Applications fondamentales de l'hydrostatique**
5) **Notion de viscosité**
6) **Hydrodynamique**
7) **Calcul des pertes de charge**
8) **Ecoulement à surface libre**
9) **Ecoulement dans les orifices, les ajutages et les déversoirs**

Généralités

I) Objet de l'hydraulique :

L'hydraulique est la science et la technique qui étudie l'eau sous l'aspect aussi bien statique que dynamique. Elle essai de décrire, analyser et expliquer un certain nombre de phénomènes ou propriétés à travers des lois connues de sciences exactes (mécanique, chimie, thermodynamique…).

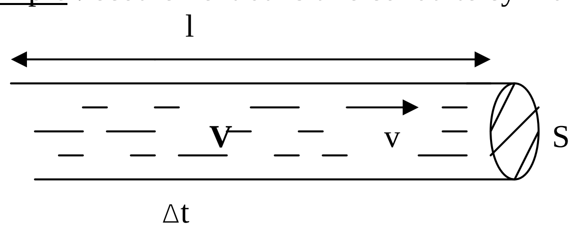
II) Paramètres régissant un besoin en eau :

Un besoin en eau qu'el qu'en soit la nature est exprimé par le biais de deux grandeurs : la quantité et la qualité.

- la quantité est exprimée par **le débit**.

Le débit est le volume s'écoulant par unité de temps ($Q = V/t$), il s'exprime en m^3/s.

Exemple : écoulement dans une conduite cylindrique



V = volume de l'eau

$Q = V/\Delta t = S \times l/\Delta t$ d'où $Q = v \times S$ (v est la vitesse de l'eau)

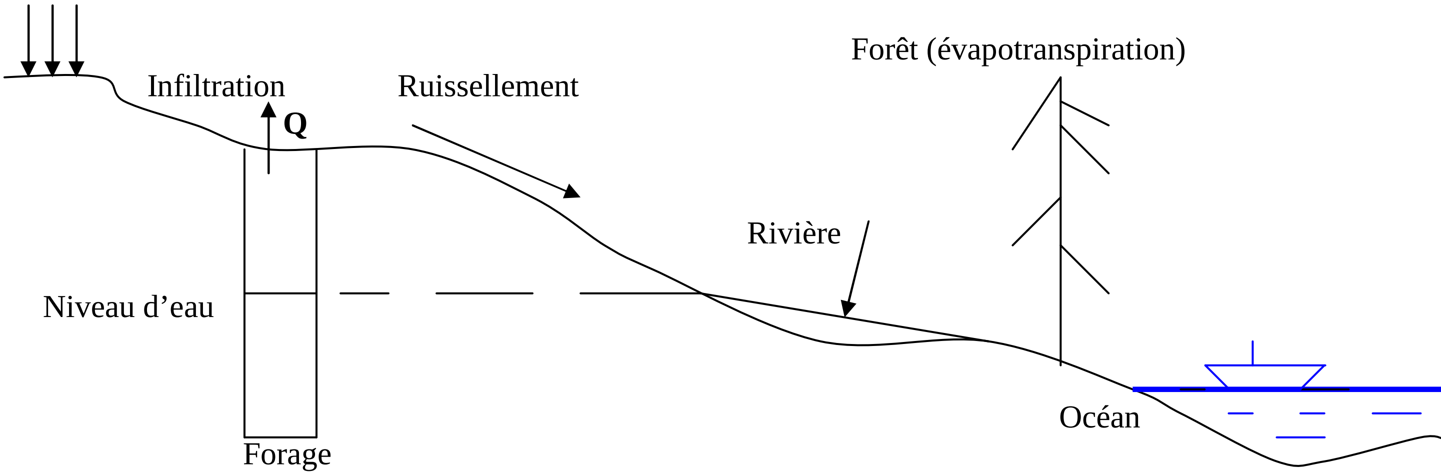
- la qualité de l'eau dépend de l'usage prévu.

- pour une eau destinée à la consommation humaine, beaucoup de critères chimiques et bactériologiques ont été imposés par l'OMS (organisation mondiale de la santé), à titre d'exemple, des concentrations maximales admissibles ont été fixées pour les ions majeurs (Ca^{2+}, Mg^{2+}, K^{+}, Na^{+}, Cl^{-}, CO_3^{2-}, HCO_3^{-}).

- pour une eau à usage industriel, on insiste souvent sur le fait qu'elle ne soit pas trop dure ($d = |Ca^{2+}| + |Mg^{2+}|$).

- pour l'usage agricole, chaque type de culture nécessite une certaine qualité d'eau. Pour la céréaliculture par exemple, on peut tolérer une eau titrant jusqu'à 2 g/l pour la totalité des sels dissous (Résidu sec)

III) Le cycle de l'eau dans la nature :

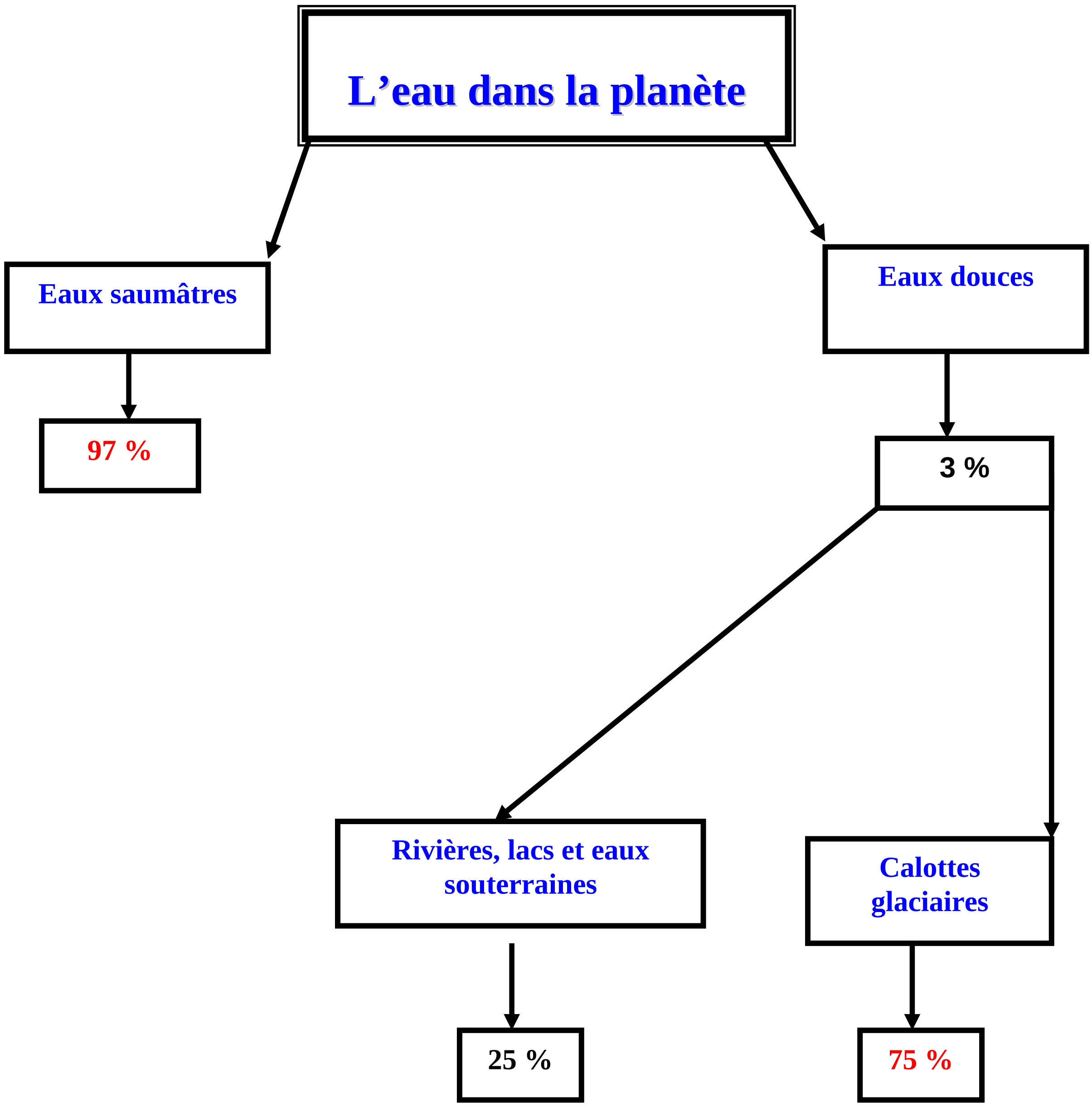


L'eau dans la nature obéit à un cycle qu'on peut décrire par l'équation bilan suivante :

$$\boxed{P = R + I + ET}$$

P = pluviométrie : quantité d'eau de pluie
R = ruissellement : c'est la partie d'eau qui s'écoule en surface tout en donnant naissance à des rivières. Le ruissellement est favorisé par un sol imperméable.
I = infiltration : c'est la partie qui s'infiltre dans le sous sol (lorsque le terrain est perméable) pour alimenter les nappes d'eau souterraines. Celles-ci sont captées ensuite par puits et forages.
ET = évapotranspiration : phénomène occasionnant l'évaporation de l'eau par le sol nu (fortes chaleurs) et par le couvert végétal (phénomène de photosynthèse) , (les plantes chlorophylliennes utilisent leur eau pour transformer l'énergie lumineuse émise par le soleil en énergie chimique).

IV) <u>répartition de l'eau dans la planète :</u>


L'eau dans la planète
Eaux saumâtres
97 %
Eaux douces
3 %
Rivières, lacs et eaux souterraines
25 %
Calottes glaciaires
75 %

V) Quelques grandeurs physiques relatives à l'eau. :

- symbole chimique : H_2o
- masse molaire : 18g
- température d'ébullition : 100°C
- température de fusion : 0°C
- masse volumique : 1g/cm^3 = 1000 Kg/m^3
- poids volumique : $\omega = \rho g = 10^4$ N/m^3
- densité : d=1 (on rappelle que la densité d'un liquide est la masse d'un certain volume de ce liquide rapporté au même volume d'eau)
- compressibilité : on définit la compressibilité volumique comme étant le rapport entre la variation de pression à la variation relative du volume (déformation) qu'elle provoque. K = dp/dv. Pour l'eau à 25°C, K = 20000 bars. Ce qui veut dire qu'une augmentation de pression de 1 bar entraîne une diminution de volume de 1/20 000 ce qui est négligeable, pour cette raison, on dit que l'eau est incompressible.

Les besoins en eau

I/- Introduction :

L'évaluation des besoins en eau constitue la première phase dans la conception d'un projet hydraulique. (Eau potable, irrigation, industrie). C'est à partir des besoins calculés qu'un dimensionnement des différents organes peut se faire (pompes, conduites, châteaux d'eau.. etc).

Les besoins sont variables dans le temps, il y a lieu de cerner cette évolution dans le temps.

II/-calcul des besoins :

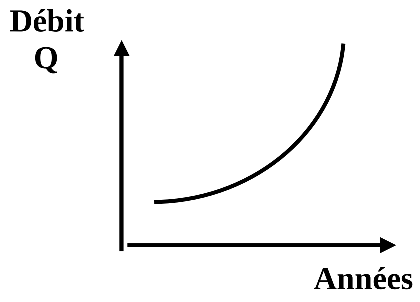
II-1- Eau potable :

Les besoins moyens en milieu urbain Marocain sont de l'ordre de 80 à 150 l/j/habitant (ville moyenne à grande ville). En milieu rural, ils sont de l'ordre de 30 à 40 l/j/habitant. A côté des besoins moyens, on définit les besoins de pointe. (Périodes de forte demande).En milieu urbain par exemple, on prend souvent un coefficient de pointe qui est de l'ordre de 1,5.
La population est donc la base des calculs, celle - ci varie dans le temps selon la loi suivante :

$$\boxed{P_n = P_o (1+i)^n}$$

Avec Pn = population à un horizon n.
i = Taux d'accroissement démographique (de l'ordre de 1 à 2% dans le contexte national Marocain).

Les besoins en eau potable varient donc d'une manière exponentielle.



On définit également les besoins à court terme, moyen terme et long terme. Le choix des horizons est arbitraire.

Ex : court terme =2007 ; moyen terme = 2015 ; Long terme = 2050

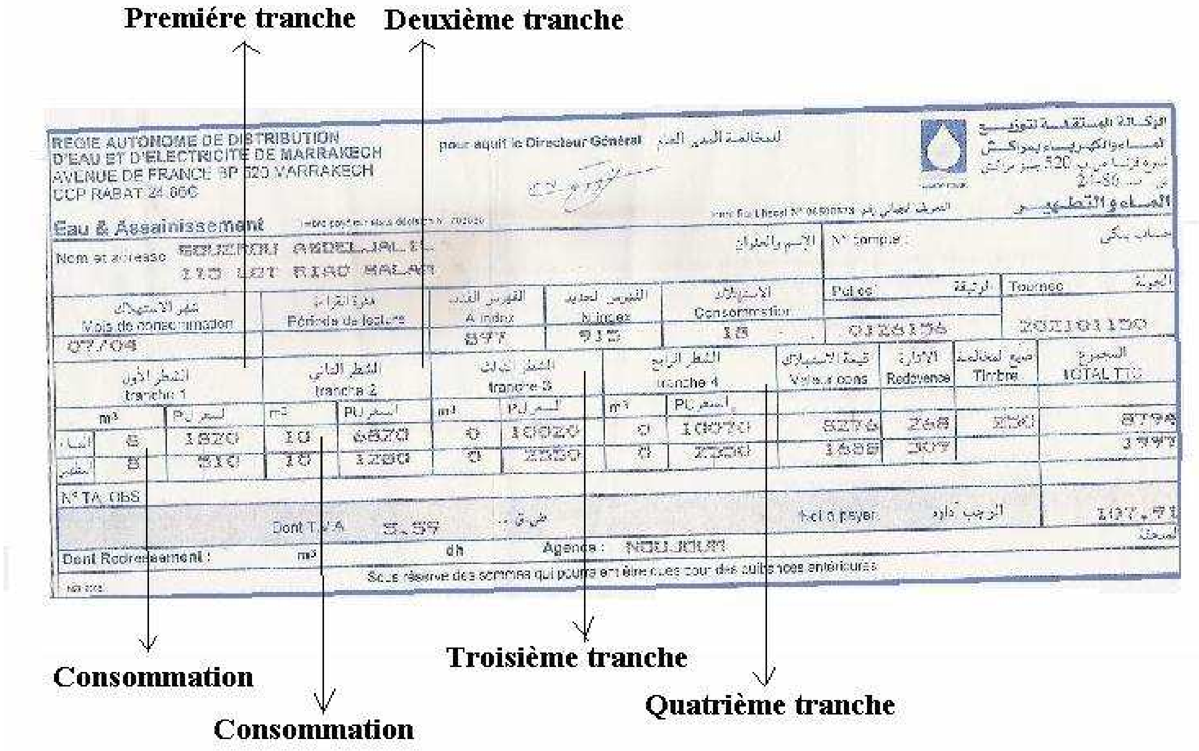
Dans la conception d'un projet d 'eau potable .Il faut fixer les paramètres suivants :

- L'année de référence (année où l'étude se fait)
- L'année de mise en service
- L'horizon de l'étude ou l'année de saturation.

La consommation d'eau est la partie où volume d'eau réellement utilisé, c'est un paramètre qu'il faut également cerner à partir de la production.
Le débit fictif continu est le débit qui serait théoriquement pompé d'une manière continue ($24^h/24^h$). Autrement dit, on transforme un débit instantané qui est pompé pendant une certaine durée (2^h, 4^h ou 8^h etc.) en un débit durable dans le temps.

Facture mensuelle de consommation en eau domestique

(RADEEMA - ville de Marrakech)



On définit aussi la notion du taux d'accès à l'eau potable : c'est le pourcentage de la population ayant accès à l'eau potable dans de bonnes conditions.

Dans un réseau d'eau potable on définit également le taux de raccordement ou de branchement au réseau. Comme son nom l'indique, c'est le pourcentage d'abonnés qui sont branchés sur le réseau.

Dans un projet, il peur y avoir plusieurs variantes en matière d'alimentation en eau. Dans de tels cas, il faut procéder à des comparaisons technico- économiques et faire des calculs concernant le prix de revient du mètre cube d'eau produit. La variante retenue doit minimiser ce prix de revient.

II -2 - **Irrigation :**

Les besoins d'irrigation dépendent essentiellement de deux facteurs :

- La nature des assolements (type de cultures)
- La superficie à irriguer

En fait, si on parle des consommations en eau, il faudrait ajouter un troisième facteur qui est la technique d'irrigation : (gravitaire, aspersion .etc.).

La faisabilité d'un périmètre irrigué est étroitement liée aux ressources en eau.

Il est donc fondamental de calculer les besoins (et surtout les besoins de pointe) et les confronter avec les ressources existantes. Ceci permet d'arrêter le programme des assolements et également les superficies à irriguer. De même que les projets d'eau potable, il faut calculer le prix de revient de l'eau. Notons aussi qu'un projet agricole doit être rentable, pour cela il faut prévoir dans les études de faisabilité les calculs économiques et notamment le T.R.I (taux de rentabilité interne).

Pour rentabiliser un projet d'irrigation il faut :

- Rationaliser l'usage de l'eau (choisir une technique adaptée: aspersion, goutte à goutte
- Opter pour des cultures à haute valeur ajoutée économique.
- Améliorer les rendements du périmètre moyennant une bonne gestion d'ensemble : l'eau, le sol, matériel agricole, engrais, etc.

II.3) Industrie :

Les besoins sont variables selon l'industrie considérée et le procédé de fabrication ou production envisagé (traitement de minerais, fabrication de papiers, …).
Toute usine doit intégrer dans son mécanisme de production les besoins en eau aussi bien sur le plan quantitatif que qualitatif.

Exemples :

- Une usine de textile dans le quartier industriel de Marrakech à un besoin en eau évalué à 32 m^3 /heure (9 l/s en fictif continue).

- Une mine polymétallique dans la région de Marrakech a un besoin en eau de l'ordre de 120 l/s pour le traitement du minerai.

Remarque :

On évoque souvent la notion de stress hydrique et notamment par les organismes internationaux (La Banque mondiale par exemple), on parle de stress hydrique lorsqu'on a une dotation en eau inférieure à 1000 m^3 / an / habitant.

Exercices

1/- Dans un puits, on pompe chaque jour un débit Q=15 l/s pendant 10 heures. Quel est le débit fictif continu ?

Réponse :

Le débit fictif continu correspond a un pompage 24 h/ 24h.

Q= 15 l/s, V (24 heures) = 15 x 10 x 3600 litres.

Ce volume est pompé pendant 24 heures donc $Q = \frac{15 \times 10 \times 3600}{24 \times 3600}$ (l/s)

Soit $Q = 15 \times \frac{10}{24}$

$$\boxed{Q = 6{,}25 \text{ l/s}}$$

2/- La production de l'ONEP en eau potable pour la ville de Chichaoua pendant l'année 1995 a été comme suit :

Production (m^3)	Consommation (m^3)	Nombre d'abonnés
276979	198940	1184

Sachant qu'un abonné représente un foyer de 6 personnes, calculer la consommation par habitant.

Réponse :

Le nombre d'habitants consommateurs est de 1184x6=7104 habitants. La consommation annuelle est de 198940 m^3 soit donc

$\frac{198940}{7104} = 28m^3$ /habitant (pendant 365 jour),

D'où la consommation (par litre/jour/habitant) qui est de $\frac{28}{365} \times 1000 =$

$$\boxed{77 \text{ Litres / jour/habitant}}$$

3/- En 1998, la population rurale de la Province de Chichaoua ayant accès à l'eau potable dans de bonnes conditions est de 26649, la population rurale totale est de 279975, calculer le taux d'accès à l'eau potable en milieu rural.

Réponse :

Le taux d'accès à l'eau potable est de $\frac{26649}{279975}$ = 9,5 %

4/- En milieu urbain Marocain (grande ville), la dotation en matière d'eau potable est en moyenne de l'ordre de 120 l/j/habitant. Une ville compte 50.000 habitant en 2007, calculer les besoins moyens et les besoins de pointe pour les années 2007, 2015, 2025,2050, on admet que l'accroissement démographique est de l'ordre de 1 % annuellement. On admet également un coefficient de pointe de 1,5.

On suppose que les besoins (120 l/j/habitant) restent constants au cours de la période étudiée.

<u>Réponses :</u>

En 2007, les besoins moyens sont de 50.000 x 120 l/j = 70 l/s.
Les besoins de pointe sont 70 x 1,5 = 105 l/s.

En l'an 2015, la population est $P = 50.000\,(1+0.01)^{8}$ = 54143 habitants

En 2025, $P = 50.000\,(1+0.01)^{18}$ = 59807 habitants

En 2050, $P = 50.000\,(1+0.01)^{43}$ = 76700 habitants

Les besoins seront donc comme suit :

Années	2007	2015	2025	2050
Besoins moyens (l/s)	70	75	83	107
Besoins de pointe (l/s)	105	113	125	161

5/- Le projet d'irrigation par système Pivots dans la plaine de la Bahira prévoit des besoins de pointe pour le blé qui sont de 0.5 l/s/ha. L'expérience a montré dans la région que la consommation en fictif continu est de 0.13 l/s/ha. Quels sont les besoins en eau d'un périmètre de 50 ha.

<u>Réponses</u> :

Les besoins de pointes sont de 50 x 0.5 = 25 l/s
Les besoins en fictif continu seront 50 x0.13 = 6.5 l/s

<u>Remarque</u> : Le débit équipé doit être de 25 l/s.

6) Il est prévu de construire un complexe hôtelier dans la région de Marrakech. Déterminer les besoins en eau touristiques en millions de m^3 /an et ce pour les horizons 2010, 2015, 2020, et 2030 à partir des données suivantes :

- capacité en nombre de lits : 5000
- dotation brute en litre/jour/lit : 300
- taux d'occupation en 2010 : 80%
- taux d'occupation en 2015 : 85%
- taux d'occupation en 2020 : 90%
- taux d'occupation en 2030 : 100%

Réponse :

Les besoins en totalité du complexe touristique sont : 5000 x 300 litre/jour, soit en fictif continu Q = 1500 m^3 /jour, soit Q = 0,55 Mm^3 /an. Les besoins étalés sur le temps seront donc comme suit :

Années	**Besoins en Mm^3 /an**
2010	**0,44**
2015	**0,47**
2020	**0,49**
2030	**0,55**

Problème

Le barrage Mrissa est destiné à l'alimentation en eau potable de la ville de Laârache et des centres ruraux limitrophes d'une part et l'irrigation d'un périmètre de 30.000 ha.

L'alimentation en eau de la ville de Larache et des Centres ruraux limitrophes est effectué à partir de la station de traitement située au pieds du barrage et de deux adductions : une dessert la ville de Larache et une autre dessert l'ensemble des centres ruraux. Les données fournies par les services de l'ONEP concernant la consommation en eau potable sont les suivants :

- Population urbaine : 750.000 habitants
- Population rurale : 25000 habitants
- Dotation population branchée : 150 l/j/habitant
- Dotation de la population non branchée : 75 l/j/habitant
- Dotation de la population rurale : 30 l/j/habitant
- Taux de branchement de la population urbaine : 60 %
- Rendement du réseau et de l'adduction de la ville de Larache : 80 %
- Rendement du réseau et de l'adduction de l'ensemble des centres ruraux : 60 %
- Rendement de la station de traitement : 75 %

1/- Calculer les besoins en eau potable de la ville de Larache et des centres ruraux au pied du barrage.

L'irrigation du périmètre de 30.000 ha à partir du barrage Mrissa s'effectue à partir d'une batterie de station de pompage le long de l'oued Loukkos à l'aval de ce barrage. Les données fournies par les services de l'Agriculture concernant le périmètre irrigué sont les suivantes :

Cultures	Surface cultivée (ha)	Dotation annuelle m^3/ha/an
Agrumes	6500	13200
Arboricultures	4000	4200
Vignes	1500	4600
Betterave	1500	7800
Canne à sucre	3500	3000
Fourrages	500	10200
Maraîchages	5000	6100
Céréales	7500	6500
T O T A L	30.000	-

2/- Calculer les besoins en eau d'irrigation au pied du barrage Mrissa sachant que l'efficience globale du réseau est égale à 60 %.

Réponses :

1/- Population urbaine = 750.000 habitants, 60 % sont branchés soit 450.000 habitants (dotation de 150 l/j/hab) $\boxed{Q1 = 782 \text{ l/s}}$

40 % non branchés soit 300.000 habitants (dotation de 75 l/j/hab) $\boxed{Q_2 = 260 \text{ l/s}}$

Q (Total de la ville) = $\boxed{1042 \text{ l/s}}$

Population rurale (25.000 habitants) ; dotation de 30 l/j/hab $\boxed{Q3 = 9 \text{ l/s}}$

Donc le débit total en matière d'eau potable est $\boxed{Q = 1051 \text{ l/s}}$

En fait les réseaux ont des rendements, et on doit donc calculer les débits à l'amont.

- Q (Larache city)= 1042 l/s – rendement = 80 %

Donc = $\frac{1042}{\text{Q amont}} = 0{,}8$ soit $\boxed{\text{O amont} = 1303 \text{ l/s}}$

- Q (rural) = 9 l/s – rendement = 60 %

Donc $\frac{9}{\text{Q amont}} = 0{,}6$ soit $\boxed{\text{Q amont} = 15 \text{ l/s}}$

Le débit à la sortie de la station de traitement doit donc être de

$\frac{1318}{\text{Q amont}} = 0{,}75$ $\boxed{\text{Q amont} = 1757 \text{ l/s}}$

C'est ce dernier débit qui doit entrer à la station de traitement pour couvrir les besoins moyens en eau potable.

2/- Les besoins en eau par assolement sont :

Cultures	Besoins (m3/s)
Agrumes	2.72
Arboricultures	0.53
Vignes	0.22
Betterave	0.37
Canne à sucre	0.33
Fourrages	0.16
Maraîchages	0.97
Céréales	1.54
T O T A L	**6.84**

Q (besoins) = 6.84 m3/s ; rendement = 60 % donc

$\frac{6.84}{Q\ amont} = 0.6$

$\boxed{Q\ amont = 11.4\ m3/s}$

Problème

L'étude de régularisation du Barrage Ait Hammou a permis au Stade du projet de déterminer la capacité du barrage. Pour une année donnée.

- La variation de la réserve est de +25 millions de m^3
- Le volume fourni à l'eau potable et à l'irrigation est de 55 Millions de m^3
- L'évaporation annuelle est de 5 Millions de m^3

1) Calculer le débit moyen annuel entrant au barrage (en m^3/s)

Les caractéristiques de la retenue du barrage Aït Hammou retenues dans le projet sont les suivantes :

- Capacité à la retenue normale : 110 millions de m^3
- Tranche morte : 7.5 millions de m^3
- La prise de la vidange de fond du barrage est calée à la côte 30 correspondant au volume de la retenue morte.

2) Calculer le débit d'équipement de la vidange de fond pour pouvoir vidanger la retenue pleine dans une durée maximale de 7 jours.

Réponses

1/ - ΔV (annuelle) = 25 Mm^3

- AEP (alimentation en eau potable) + irrigation = 55 Mm^3

- Evaporation = 5 Mm^3

Soit V (Mm3) le volume des apports annuels, on a

V - 55 – 5 = 25 d'où $\boxed{V = 85\ Mm^3/an}$

En fictif continu, ce débit est de $\boxed{2,6\ m3/s}$

2/- Lorsque la retenue sera pleine, le volume total à vidanger est de

V = 110 – 7,5 soit V = 102,5 Mm^3

Ce volume doit être vidangé pendant + 7 jours au maximum, il faut donc un débit d'équipement minimal qui soit de

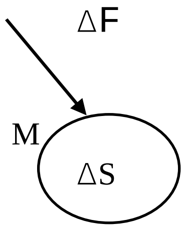
$\boxed{Q = 169,4\ m^3/s}$

L'hydrostatique

I) Introduction:

On appelle hydrostatique, l'étude des liquides au repos.

II) Notion de Pression:



Soit M un point d'une surface liquide, faisons entourer M d'un élément de surface ΔS, soit ΔF la force exercée par le liquide au point M, on appelle pression moyenne du liquide Pm au point M : $P_M = \Delta F / \Delta S$; P_M est définie rigoureusement par la relation $P_M = \lim_{\Delta S \to 0} \Delta F / \Delta S$.

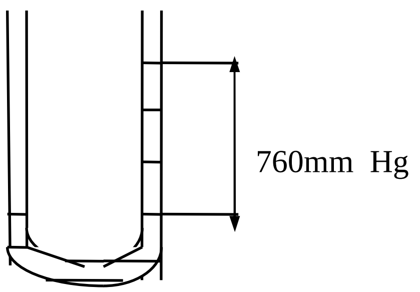
La force F est toujours dirigée suivant la normale intérieure vers la surface d'action.

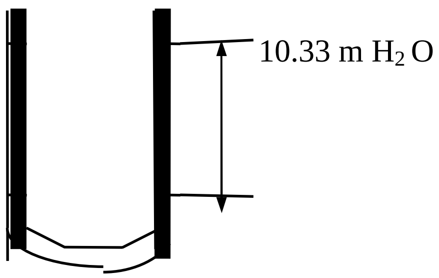
Unité de pression :

La pression est le rapport d'une force à une surface, dans le système international (U.S.I); elle s'exprime en N/m^2 = Pascal.

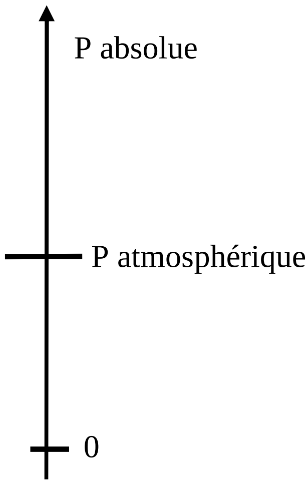
Autre unité le Bar; 1 bar $= 10^5$ Pa.

1 kg/ cm^2 = 1 atmosphère technique = 1 bar
1 atm -----> 760 mm Hg (mercure) -----> 10,33 m d'eau





Définitions :



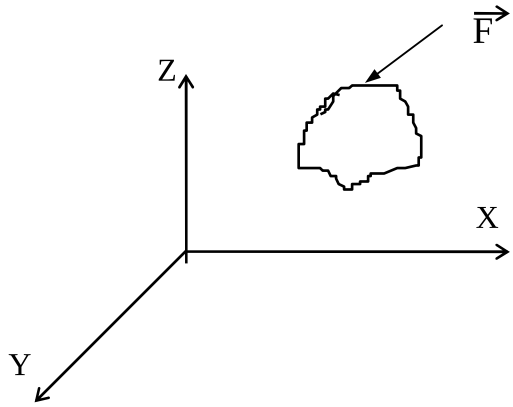
$$\boxed{P_{eff} = P\ absolue - P\ atmosphérique}$$

III) <u>Equation Fondamentale de l'Hydrostatique</u> :

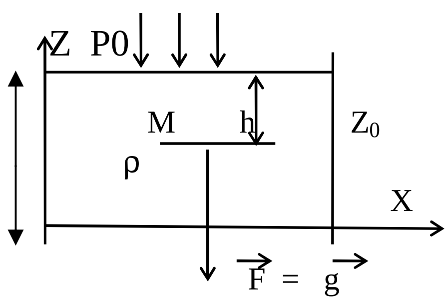
Posons $\vec{F}$ (X, Y, Z).
P (x, y, z).

L'équation fondamentale de l'hydrostatique s'écrit :

$$dp = \rho\,(Xdx + Ydy + Zdz)$$



<u>Exemple Pratique</u> : Récipient d'eau parallélépipédique



F(X, Y, Z); X = 0, Y = 0, Z = -g

donc : $dp = \rho\,(0 + 0 - gdz) = \varpi/g\,(0+0- g\,dz)$
$dp = -\varpi\,dz \Rightarrow dp / dz = -\varpi$
$\Rightarrow p = -\varpi\,z + cte$ or pour $Z=Z_0$, on a $p = p_0$
d'où $P = -\varpi\,z + P_0 + \varpi\,Z_0$
$\Rightarrow P = P_0 + \varpi\,(Z_0 - z)$ or $Z_0 - z = h$

D'où $\boxed{P = P_0 + \varpi\,h}$

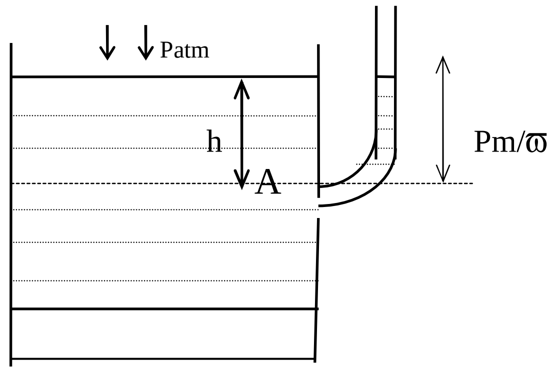
On appelle surface isobare, une surface d'égale pression. Pour h = cte on aura donc une surface isobare.

Exemple :

Soit un récipient parallélépipédique de hauteur h_0 = 1m contenant du mercure sur tout son volume, le poids volumique du mercure est de 13,5 tonnes/m^3, quelle est la pression effective au centre de gravité du récipient ?

$h = h_0/2 = 0.5$ m; $p - p_0 = \varpi h = 13{,}5 \times 0{,}5 = 6{,}75\ T/m^2 = 0{,}675$ atm

Remarque :



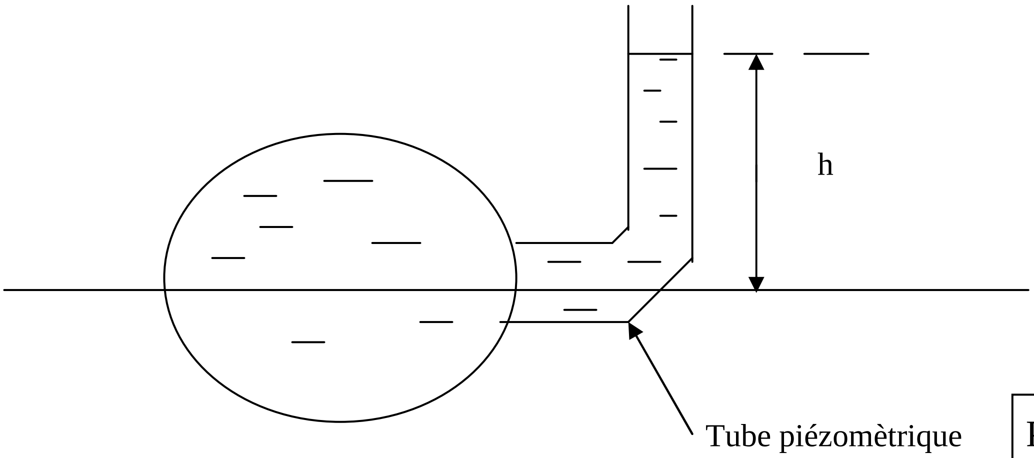
Soit un récipient ouvert rempli de liquide et exposé à l'air, au point A la pression manométrique est $Pm = \varpi h$.

Branchons sur le récipient au niveau du point A un mince tube de verre à bout ouvert; Le liquide monte dans le tube. Comme sur la surface libre dans le tube la pression est également atmosphérique, le liquide s'arrête au niveau de la surface libre du récipient. La hauteur $h = Pm/\varpi$ est appelée hauteur piézométrique et le tube qui permet de mesurer cette hauteur est piézomètre.

IV) Appareils de mesure de la pression Hydrostatique :

1 - Manomètre :

C'est un appareil qui donne la pression manométrique en un point donné.



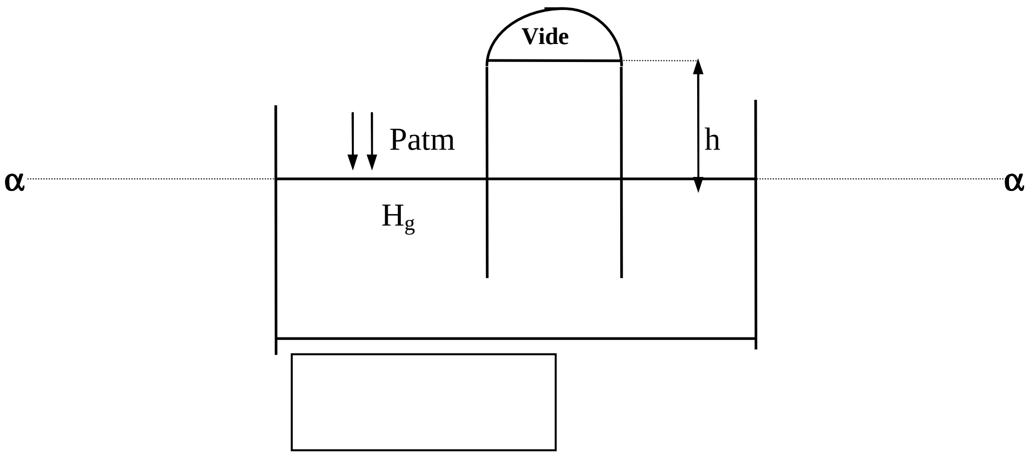
$$\boxed{P_A = P_0 + \varpi h}$$

Il suffit donc de lire la dénivellation h sur le tube piézométrique. Le liquide est généralement du mercure (densité, couleur notable).

<u>Manomètre</u>

1 - Baromètres :

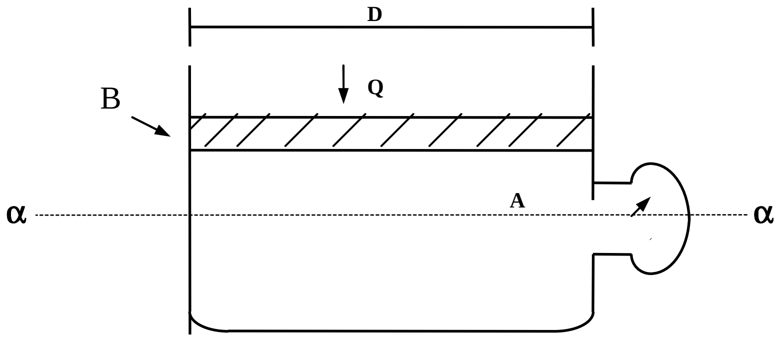
Ce sont des appareils qui mesurent uniquement la pression atmosphérique.



Patm $= 0 + \varpi_{Hg}$ $\Longrightarrow$ $\mathbf{Patm = \varpi_{Hg} \times h}$

Applications :

Ex1 :

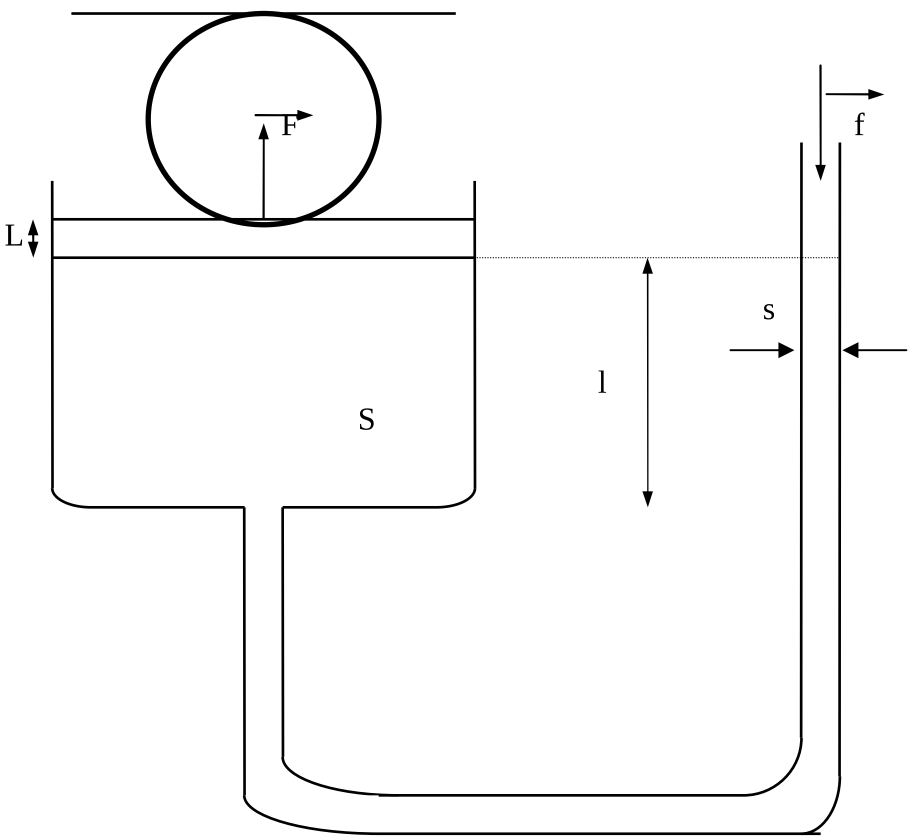


Réponse :

$P_A = P_B + \varpi h$ or $P_B = Q/S = Q/\pi D^2/4 = 4Q/\pi D^2$ d'où

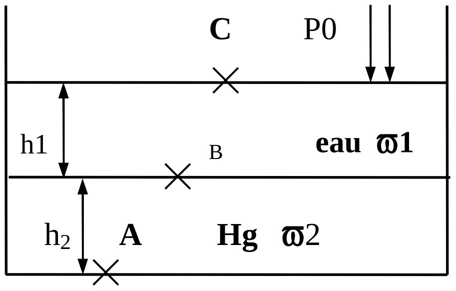
$$\boxed{P_A = 4Q/\pi D^2 + \varpi h}$$

Ex2 :



f = p s ; F = p S ; s l = S L (incompressibilité) f / F = s / S = l / L, Donc connaissant l, on connaîtra L.

Ex3 :



$\mathbf{P_A = P_B + \varpi_2 h_2}$

$\mathbf{P_B = P_0 + \varpi_1 h_1}$

$\Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{P_A - P_0 = \varpi_1 h_1 + \varpi_2 h_2}}$

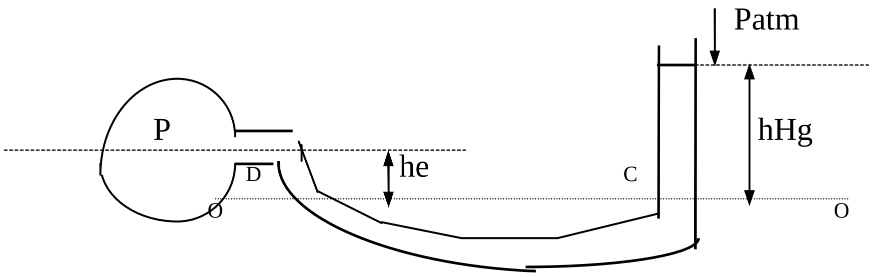
Pression effective au fond du réservoir

Ex4 :

Déterminer la pression manométrique dans un récipient avec eau, si la hauteur de la colonne de mercure dans le tube h_{HG} = 0.3m et la ligne de séparation entre le mercure et l'eau se trouve à 0,1 m plus bas que l'axe du récipient.

Réponse :

Par rapport à la ligne de séparation OO on peut écrire :



① P_c - Patm = ϖ_{Hg} hHg

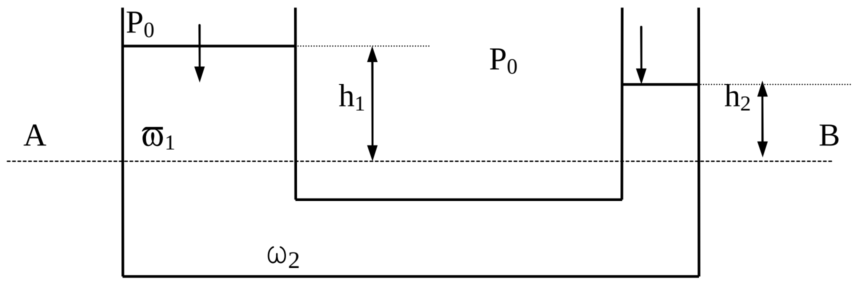
② P_c - P = ϖ_e he or ($P_c = P_d$) donc

P - Patm = ϖ_{Hg} hHg - ϖ_{H2O} he

A.N : P-**Patm = 3,95 T/m² = 0,395 atm.**

Ex5 :

Principe des vases communicants :



(PA = PB)

Par rapport à la ligne de séparation AB on peut écrire :

$$PB - P0 = \varpi_2 h_2$$
$$PA - P0 = \varpi_1 h_1$$

Donc $\boxed{\boldsymbol{\varpi_2 / \varpi_1 = h_1 / h_2}}$

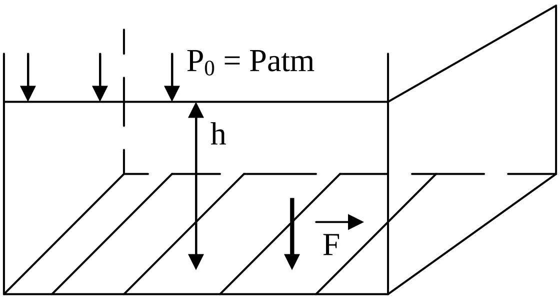
Si les pressions sur la surface libre sont égales, les hauteurs de 2 liquides différents au dessus du plan de séparation sont inversement proportionnelles à leurs masses volumiques. Si les vases sont remplis d'un même liquide homogène (on aura $h_1 = h_2$).

Ex : Convertir une hauteur de 7,5m d'eau en mètre d'huile. ϖ_{H2O} = 1 T/m³ ; ϖ_{Huile} = 0,8 T/m³

Rép. : 9,37 m

Applications fondamentales de l'hydrostatique

I) **Force de pression hydrostatique sur une surface plane horizontale**:

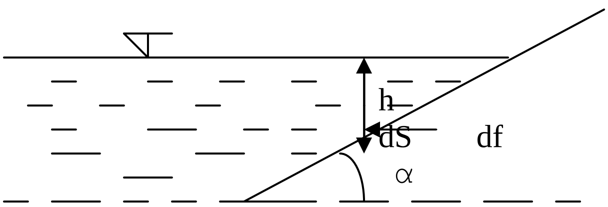


La pression manométrique au fond du réservoir est $P = \omega h$, la force de pression hydrostatique sera donc

$$\boxed{F = \omega \; S \, h}$$

C'est-à-dire que la force de pression sur un fond horizontal correspond au poids de la colonne de liquide à hauteur h au dessus de lui, remarquons au passage que la force F ne dépend pas de la forme du récipient

II) **Force de pression sur les surfaces planes à orientation arbitraire** :



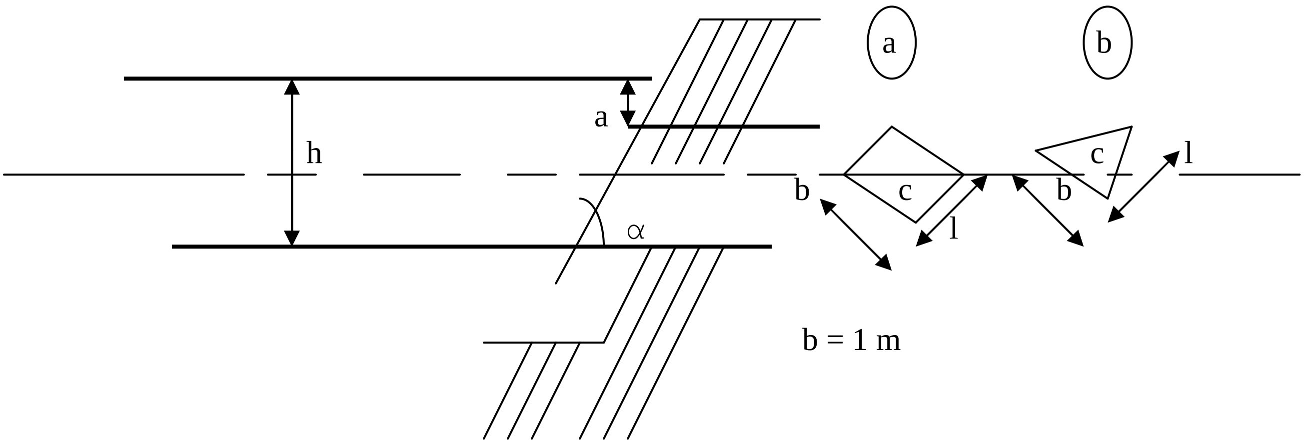
chaque point d'une surface inclinée en contact avec le liquide est soumis à une pression différente en fonction de la profondeur d'immersion , c'est pourquoi , pour déterminer la force résultante de pression sur une surface inclinée , il est impossible d'appliquer la formule précédente.

Soit une surface élémentaire dS située à une hauteur h , on a $df = \omega h dS$, d'où

$F = \int_S \omega h dS = \omega \int_S h dS$, or $\int_S h dS = h_G.S$ avec h_G = hauteur d'immersion du centre de gravité d'où

$$\boxed{\mathbf{F = \omega h_G S}}$$

Exercice :



Déterminer la force de pression sur une vanne de vidange de fond pour les deux cas :

a) la vanne est rectangulaire
b) la vanne est triangulaire, la profondeur d'immersion de son bord supérieur a = 0,8 m et de son bord inférieur h = 2m. Angle d'inclinaison α =60°

Solution :

a) déterminons la hauteur l de la vanne et de la surface mouillée S.

$l = h\text{-}a / \sin\alpha = 1{,}39$ m, $S = b.l = 1{,}39\ m^2$

$h_{G\,=}$ a+ (l/2) sinα = 1,4m

$F = 10^4 \times 1{,}39 \times 1{,}4$ soit $\boxed{F = 1{,}9.10^4\ N}$

b) déterminons la surface de la vanne triangulaire à la même hauteur l = 1,39 m ; S = ½ b.l = 0,7 m^2.

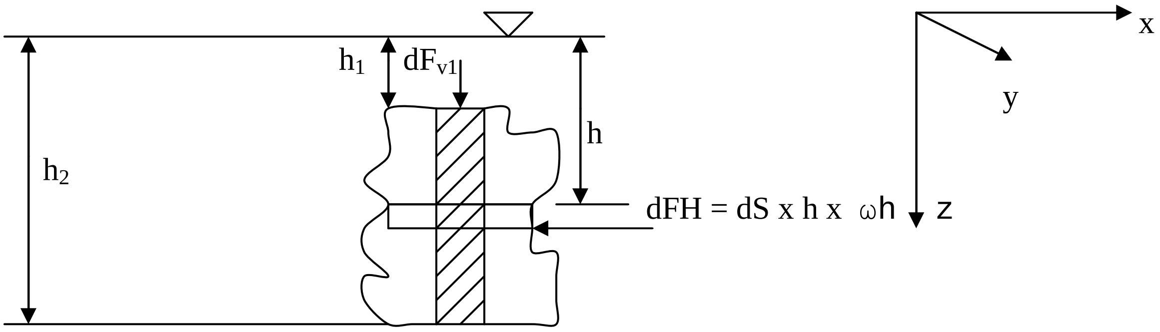
La profondeur d'immersion du centre de gravité est $h_G = a + 2/3\ l.\sin\alpha$ soit $h_G = 1{,}6$ m

$F = 10^4 \times 1{,}6 \times 0{,}7$ soit $\boxed{F = 1{,}1.10^4\ N}$

Définition :

On appelle centre de poussée, le point d'application de la force de pression, il est évident que sur une surface horizontale, le centre de poussée coïncide avec le centre de gravité.

III) Poussée d'Archimède :



Soit un corps complètement immergé dans un liquide de poids volumique ω , la pression qui s'exerce en différents points de ce corps n'est pas partout la même, elle dépend de la profondeur. Décomposons le volume de ce corps en parallélépipèdes élémentaires dont les génératrices sont parallèles aux axes ox, oy, oz.

Les forces horizontales dues aux pressions du liquide s'annulent entre elles, reste à exprimer les forces verticales.

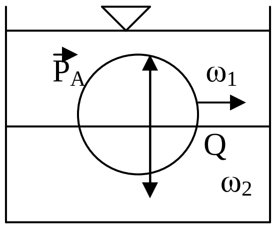
On a $I\ dFV_1\ I = ds \times h_1 \times \omega$; $I\ dfv_2\ I = dS \times h_2 \times \omega$

$dfv_2 > dfv_1$ (les deux forces sont de sens opposé), on a donc une résultante dFV dirigée vers le haut et ayant pour module $dFv_2 - dFV_1 = dS\ (h_2 - h_1) \times \omega$ d'où $dFV = Dv \times \omega$ soit

$\boxed{F_V = \omega \times V}$ **c'est la poussée d'Archimède**

Donc un corps solide plongé dans un liquide en équilibre supporte de la part du liquide une force verticale dirigée de bas en haut égal au poids du volume de liquide déplacé et appliquée au centre de gravité de ce volume.

Exercice :



Une sphère constituée par un métal de poids volumique ω est en équilibre à l'intérieur d'un mélange de deux liquides non miscibles de poids volumiques respectifs ω_1 et ω_2. Le volume de la sphère est également réparti entre les deux liquides, calculer ω en fonction de ω_1 et ω_2.

Réponse :

A l'équilibre, $Q = P_A$ or $P_A = P_{A1} + P_{A2}$ (liquide 1 et liquide 2)

$P_{A1} = V/2\ \omega_1$ et $P_{A2} = V/2\ \omega_2$ donc $P_A = V/2\ (\omega_1 + \omega_2)$, d'autre part , $Q = V.\ \omega$ d'où

$V/2\ (\omega_1 + \omega_2) = V.\ \omega$ soit $\boxed{\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2}$

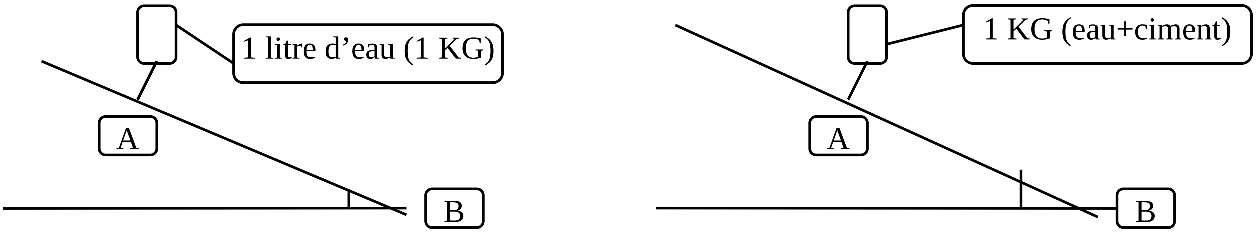
Définition : la profondeur d'enfoncement du point inférieur de la surface mouillée d'un corps est appelée tirant d'eau. Le tirant d'eau maximal d'un navire chargé est marqué par une ligne de flottaison rouge.

Ex : déterminer la masse volumique et la masse d'une barre aux dimensions b = 20 cm, h = 10 cm, l = 50 cm. Son tirant d'eau est y = 8 cm.

Réponses : $\delta = 0{,}8\ g/cm^3$, m = 8 Kg

Notion de Viscosité

I) Mise en évidence de la notion de viscosité :

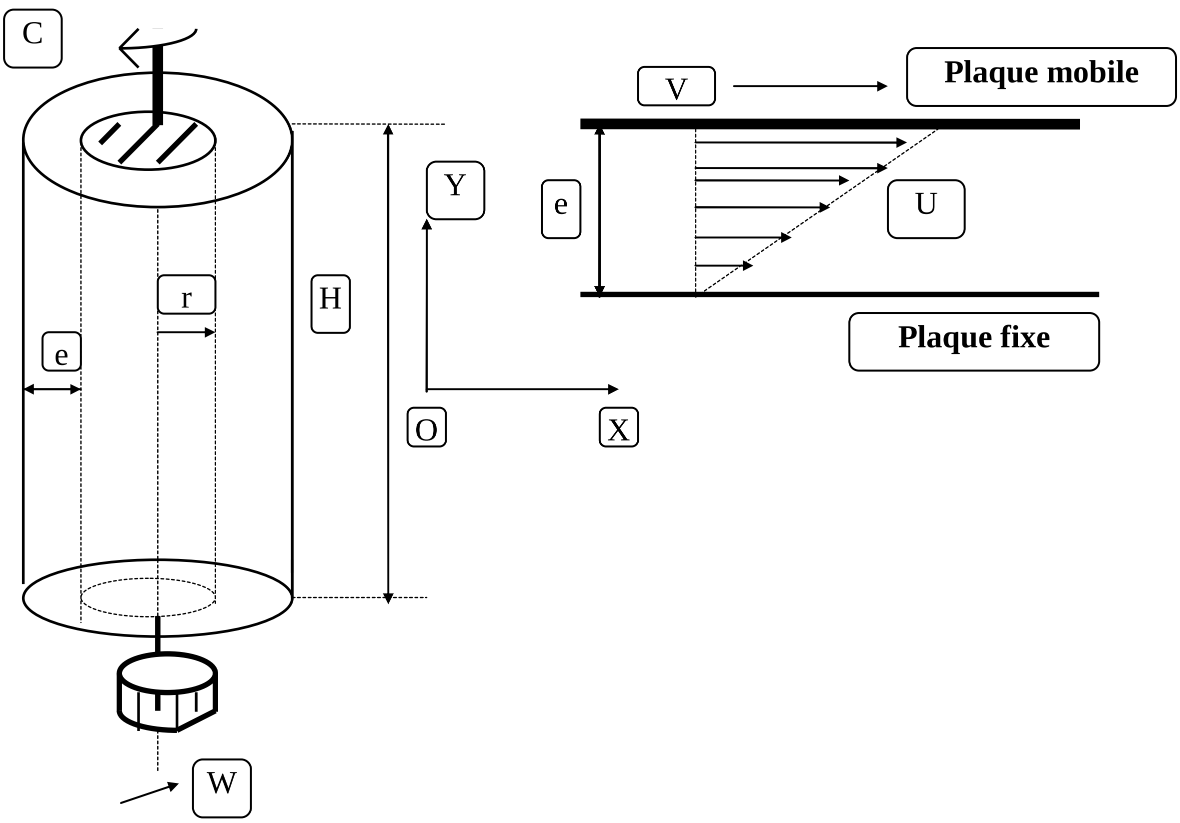


Prenons 1Kg d'eau (1litre d'eau dans une bouteille), soit un plan incliné sur lequel on verse cette eau en un certain point A, après un certain temps t_1 on va récupérer toutes les particules liquides au point B.

Faisons la même expérience avec 1Kg (eau + ciment) à la même température de l'eau (25°c par exemple), soit t_2 le temps pour récupérer les particules du mélange (eau+ciment), il est évident que $t_2 > t_1$.

Les liquides ont les propriétés de résister aux efforts tangentiels qui tendent à faire déplacer les couches du liquide les unes par rapport aux autres. Cette propriété s'appelle viscosité. La viscosité se manifeste par le fait qu'au déplacement des couches de liquide voisines naissent des forces de frottement internes entre les couches. Par suite du frottement, la couche plus rapide entraîne la couche de liquide plus lente et vice versa.

II) Expérience de couette :



Soit 2 cylindres coaxiaux de rayons peu différents dont l'espace intermédiaire est rempli de fluide, si on entraîne le cylindre extérieur avec un moteur et avec la vitesse angulaire constante ω,on constate que le cylindre intérieur a tendance à tourner dans le même sens. Pour le maintenir immobile, il faut donc lui appliquer un couple C de sens opposé, la distance entre les 2 cylindres étant petite devant leur rayon moyen r, on peut schématiser l'expérience en considérant un plan mobile P' se déplaçant parallèlement à un plan fixe P parallèle à ox, de surface $S=2\pi rh$ à la distance e et avec la vitesse linéaire $v = \omega r$.

Sur la plaque fixe P s'applique une force F parallèle à P, c'est une force de frottement due à la présence du fluide intermédiaire. Tant que ω reste inférieure à une valeur critique ωc; l'expérience montre que F est proportionnel à VS/e, on écrira donc :

$\boxed{F = \mu .(S.V)/e}$; μ est un facteur de proportionnalité qui ne dépend que du fluide et de la

Température. C'est ce qu'on appelle la viscosité dynamique du fluide.

La force par unité de surface est : $F/S = \Upsilon 0 = \mu .V/e$

V/e représente la vitesse par unité d'espacement**,** on peut donc poser:

$$\Upsilon_0 = \mu .du / dy$$

L'intérêt du viscosimètre de couette est le calcul de μ en effet : il faut que C soit égal au moment de la force de frottement soit $C = r S \Upsilon 0 = r S \mu .V/e$ or

$V = \omega r$, $S = 2 \pi r h$ donc : $C = r \times 2 \pi r h \times \mu \times \omega r/e$

$\Rightarrow C = (2 \pi r^3 h \mu \omega) / e$ d' où $\boxed{\mu = C e / 2 \pi r^3 h \omega}$

<u>Unité de la viscosité dynamique :</u>

Equation aux dimensions : $\mu = F e / V.S \Rightarrow [\mu] = MLT^{-2} L / L^2 L T^{-1}$
$[\mu] = (M L^{-1} T^{-1})$ kg/m/s dans le système international μ s'exprime en poiseuille, autre unité le poise; 1 poiseuille = 10 poises

<u>la viscosité cinématique :</u> $\upsilon = \mu / \rho$ ou μ**:** Viscosité .dynamique et ρ**:** masse volumique.

Donc la viscosité dynamique = viscosité cinématique x ρ **.**
Unité $[\upsilon] = M L^{-1} T^{-1} / M L^{-3} = L^2 T^{-1}$ (m²/s), autre unité **:** le Stokes avec

<u>1 m²/s = 10.^{4} Stokes.</u>

<u>Remarque :</u>

- Pour un fluide parfait $\mu = \upsilon = 0$; pour un liquide réel $\mu \# 0$

- Lorsque la température augmente, la viscosité cinématique de l'eau diminue d'une façon notable, elle peut être calculée à l'aide de la formule empirique de poiseuille (en stokes).

$$\boxed{\upsilon = 0{,}0178 / 1+0{,}0337t + 0{,}000221\ t^2} \;;\ t = \text{température en °C}$$

Les valeurs de la viscosité υ pour l'eau en fonction de la t° sont données par le tableau suivant :

T°c	Viscosité cinématique		T°c	Viscosité cinématique	
	10^{-6} m²/s	St		10^{-6} m²/s	St
0	1,78	0,0178	20	1,01	0,0101
5	1,52	0,0152	30	0,81	0,0081
10	1,31	0,0131	40	0,66	0,0066
12	1,24	0,0124	50	0,55	0,0055
15	1,14	0,0114			

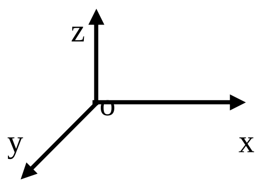
Généralités d'hydrodynamique

I/- **Introduction** :

L'objectif principal de l'hydrodynamique est de déterminer en un point donné la vitesse, la pression, le débit et leurs relations au cours de l'écoulement.

II/- **Définitions générales** :

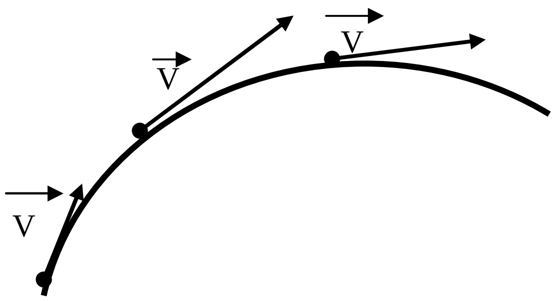
a) Ecoulement permanent :



C'est un écoulement où les caractéristiques d'une particule liquide ne dépendent que de la position du point M. donc V= f (x, y, z) ; Q= f (x, y, z) ; P = f (x, y, z).

Dans un écoulement permanent, les caractéristiques d'une particule liquide ne dépendent pas du temps. En contre partie un écoulement non permanent fait intervenir x, y, z et t.

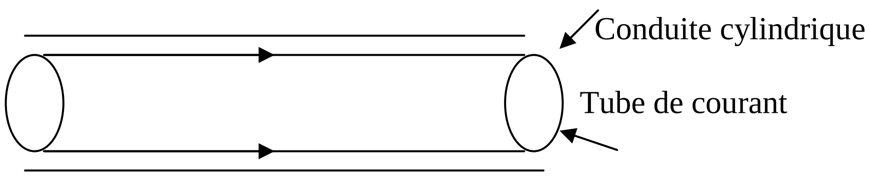
b) ligne de courant :



On appelle ligne de courant, une ligne qui a un instant donné est tangente en chacun de ses points au vecteur vitesse. Si l'écoulement est permanent, les lignes de courant et les trajectoires sont confondues.

c- Tube de courant :

On appelle tube de courant, l'ensemble des lignes de courant appuyées sur un contour fermé placé à l'intérieur de l'écoulement.



d- <u>Ecoulement laminaire</u> :

L'écoulement est dit laminaire si les particules liquides se déplacent suivant des filets parallèles et qui ne changent pas tout le long de l'écoulement.

e- <u>Ecoulement turbulent</u> :

L'écoulement est dit turbulent si au contraire, les particules liquides suivent des trajectoires non régulières et non rectilignes.

La distribution entre l'écoulement laminaire et l'écoulement turbulent est faite à l'aide d'une grandeur appelée : nombre de Reynolds (Re).

$$\boxed{Re = \frac{U.\,D}{\surd}} \qquad \boxed{Re = \frac{Q.\,D}{S.\,\surd}} \quad ;\ \left(U = \frac{Q}{S}\right)$$

U = Vitesse moyenne
D = Paramètre caractérisant l'ouverture de la section d'écoulement, c'est le diamètre pour une section circulaire.
√ = Viscosité cinématique du liquide
(Re est un nombre sans dimension)

- Si Re < 2000 : écoulement laminaire
- Si Re > 2000 : écoulement turbulent

f- <u>Ecoulement en charge</u> :

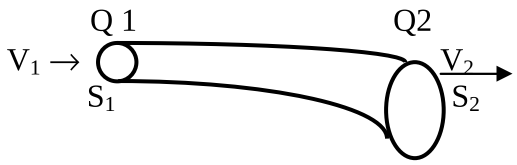
Un écoulement est dit en charge s'il n'y a pas de contact entre le liquide et l'atmosphère. C'est le cas des écoulements dans les conduites.

g- <u>Ecoulement à surface libre</u> :

Le liquide s'écoule en contact avec l'atmosphère, c'est le cas des écoulements dans les canaux découverts et dans les oueds.

h- <u>Equation de continuité</u> :

L'équation de continuité exprime que le liquide est continu, c'est à dire qu'il ne peut y avoir aucune partie du liquide ni apport extérieur, ni prélèvement de la nature. La masse se conserve au cours de l'écoulement.



$$Q_1 = Q_2 \text{ donc } V_1 S_1 = V_2 S_2$$

III/- Différentes formes d'énergie :

En hydrodynamique, l'énergie d'une certaine quantité de liquide, en écoulement est rapportée à l'unité de poids (force) du liquide qui s'écoule. C'est ce qu'on appelle la charge hydraulique H. Les dimensions sont celles d'une longueur (Kg.m/ Kg) $\rightarrow$ mètre.
Une particule liquide Q amenée d'une vitesse V, soumise à une pression P et située à une côte Z par rapport à un repère, possède par unité de poids 3 formes d'énergie.

a) Energie cinétique :

$Wc = \frac{1}{2} m\nu^2$; ν= Vitesse, or $m = \rho\nu$ avec ρ = masse volumique et ν = volume), donc

$Hc = \frac{Wc}{F}$ et $F = \rho g \nu$ d'où $\boxed{Hc = \frac{\nu^2}{2g}}$

b) Energie de pression :

$Wp = p \times \nu$ avec ν = volume et p = pression

$Hp = Wp / F = p \times \nu \times (1/\rho g \nu)$ donc $\boxed{H_p = \frac{P}{\varpi}}$ avec ϖ = poids volumique de l'eau

c) Enérgie de position ou énergie potentielle :

$Wz = f \times z \Rightarrow Hz = \frac{F \times z}{F}$ d'où $Hz = z$

z = position du liquide par rapport à un niveau de référence. La charge totale sera donc

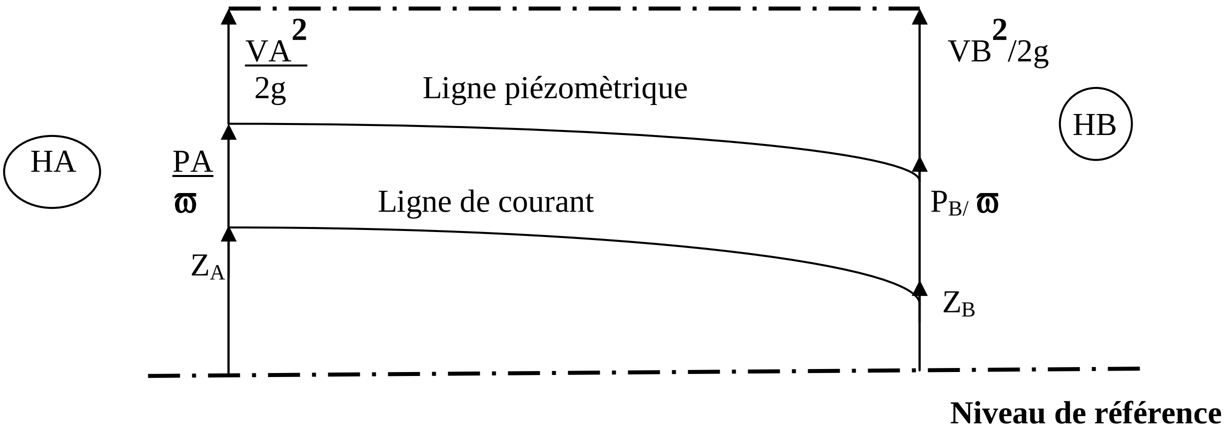
$$\boxed{H = z + \frac{P}{\varpi} + \frac{V^2}{2g}}$$

C'est la charge totale d'un filet liquide non visqueux en mouvement permanent sans l'action des seules forces de gravité

IV/- Théorènne de Bernoulli pour un liquide parfait (viscosité nulle) :

$$\boxed{H = z + \frac{P}{\varpi} + \frac{V^2}{2g} = Cte}$$

C'est à dire que la charge hydraulique se conserve
Au cours de l'écoulement.



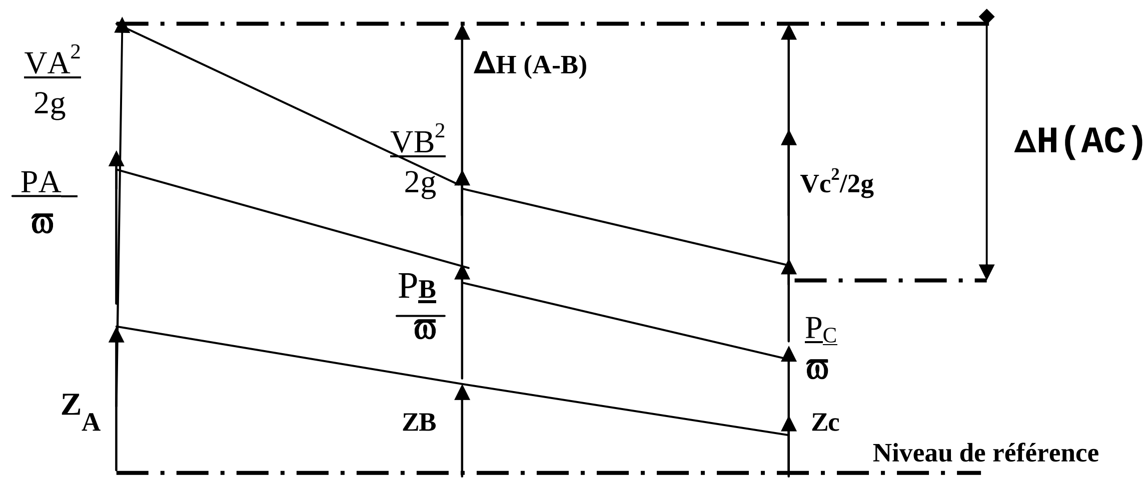
V) <u>**Théorème de Bernouilli pour un liquide réel**</u> **:**

$$H = Z + \frac{P}{\varpi} + \frac{V^2}{2g} + \Delta H = Cte$$

$$Z_1 + \frac{P1}{\varpi} + \frac{V_1^{\,2}}{2g} = Z_2 + \frac{P2}{\varpi} + \frac{V2^2}{2g} + \Delta H_{(1-2)}$$

ΔH 1-2 est appelé pertes de charges entre le point 1 et le point 2 (l'écoulement se faisant du point 1 vers le point 2).

<u>**Représentation graphique**</u>



L'équation de Bernoulli est souvent utilisée dans les différentes branches de l'Hydraulique, elle est la base des formules de calcul et permet de résoudre des problèmes pratiques importants. Pour y arriver, il faut choisir le niveau de référence d'une manière judicieuse et de même pour les deux points A et B : ceci permet concrètement de minimiser le nombre d'inconnues.

Si l'on introduit dans l'équation de Bernoulli deux inconnues, il faut également appliquer l'équation de continuité.

Pour transporter un débit Q sur une certaine distance, il faut déterminer les caractéristiques de la conduite par un calcul économique tenant compte de sa résistance mécanique, de la pression du fluide et des pertes de charges.

Calcul des pertes de charges

I) Introduction :

Les pertes de charge se composent de deux parties : les pertes de charges singulières ΔH_S et les pertes de charges linéaires ΔH_L.

Les pertes de charges totales sont : $\Delta H_T = \Delta H_L + \Delta H_S$.

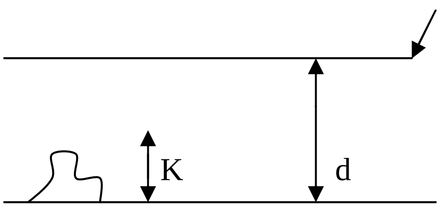
1/- Les pertes de charges linéaires/ :

Ce sont les pertes de charges qui s'effectuent le long d'une conduite dépourvue de singularités. L'expression générale des pertes de charges linéaires s'écrit :

$\boxed{\Delta H_L = \lambda \times 1/d \times v^2/2g}$: (Formule de Darcy-Weisbach) avec les désignations suivantes :

v = vitesse moyenne de l'écoulement ; g = accélération de la pesanteur ; d = diamètre de la conduite ; l = longueur de la conduite ; λ = coefficient des pertes de charges linéaires.

Le coefficient λ dépend de la nature de l'écoulement (laminaire ou turbulent) et de la rugosité des parois de la canalisation (K).



Conduite

K = rugosité absolue
ε = k/d (rugosité relative)

Parmi les formules empiriques proposées pour le calcul de λ en fonction de k, on cite la formule suivante :

$$\boxed{1/\sqrt{\lambda} = 1{,}74 + 2\log_{10}[d/2k]}$$

Rugosité uniforme équivalente pour quelques types de matériaux :

Nature	Rugosité (en mm)	Nature	Rugosité (en mm)
- Tube de verre - Tube en acier laminé neuf - Tube en acier laminé rouillé - Tube en acier laminé incrusté - Tube en acier soudé neuf	$\sim 10^{-4}$ $\sim 5. \sim 10^{-4}$ 0.15 à 0.25 1.5 à 3 0.03 à 0.1	- Tube en acier soudé rouillé - Tube en fer galvanisé - Tube de ciment lisse - Tube de ciment brut	0.4 0.15 à 0.20 0.3 à 0.8 jusqu'à 3

Pour un écoulement laminaire dans une conduite cylindrique $\boxed{\lambda = 64/R_e}$
Avec R_e = nombre de Reynolds.

Il est à noter qu'au fur et à mesure du temps, le coefficient de rugosité k varie ce qui influe sur les pertes de charges.

Pour un écoulement turbulent, les formules sont très nombreuses et très compliquées, la formule la plus utilisée est celle de coolbrook à savoir :

$\boxed{1/\sqrt{\lambda} = - 2\log_{10} [(\varepsilon/3,7\ D) + (2,5l/\ R_e\sqrt{\lambda})]}$ avec D = diamètre de la conduite
ε = rugosité absolue
R_e = nombre de Reynolds

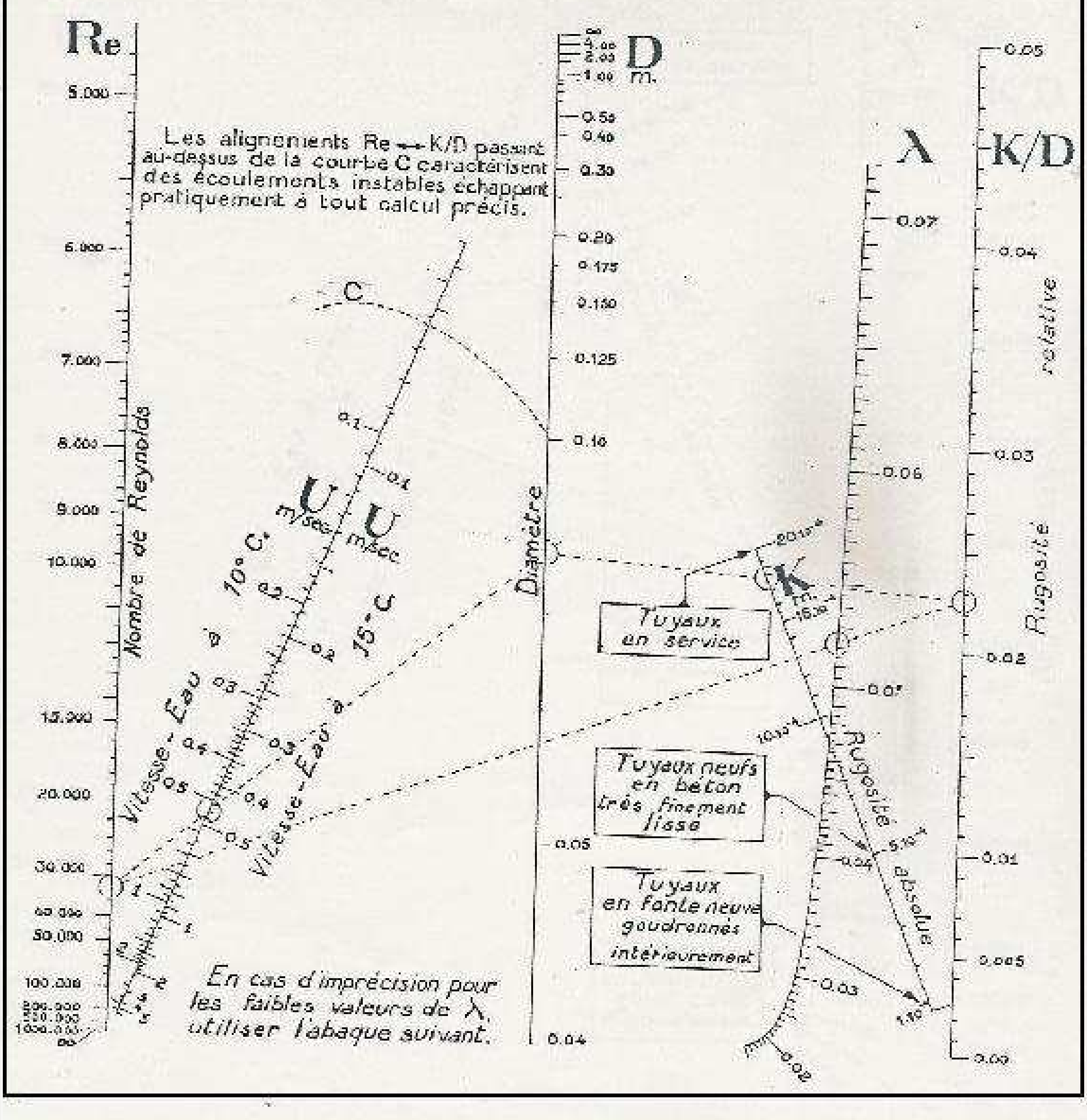
Cette équation est difficile à résoudre, en pratique on utilise un abaque : il suffit de connaître R_e et ε/D. (voir Graphiques)

Avec le développement de la micro informatique, et grâce au tableur excel, on peut calculer λ (outils ----- valeur cible) :

- entrer et afficher tous les paramètres intervenant dans la formule de coolbrook.
- Donner à λ une valeur arbitraire
- Calculer les deux membres de l'équation de coolbrook et afficher la différence de ces deux membres dans une cellule
- Aller dans le menu outils, valeur cible : pour la valeur à atteindre, il faut que la cellule contenant la différence des deux membres soit égale à 0, pour ce faire, la valeur cible à changer est la cellule correspondant à λ
- Une fois que toutes ces étapes sont validées, des itérations seront entreprises et la valeur exacte de λ sera affichée dans la cellule correspondante.

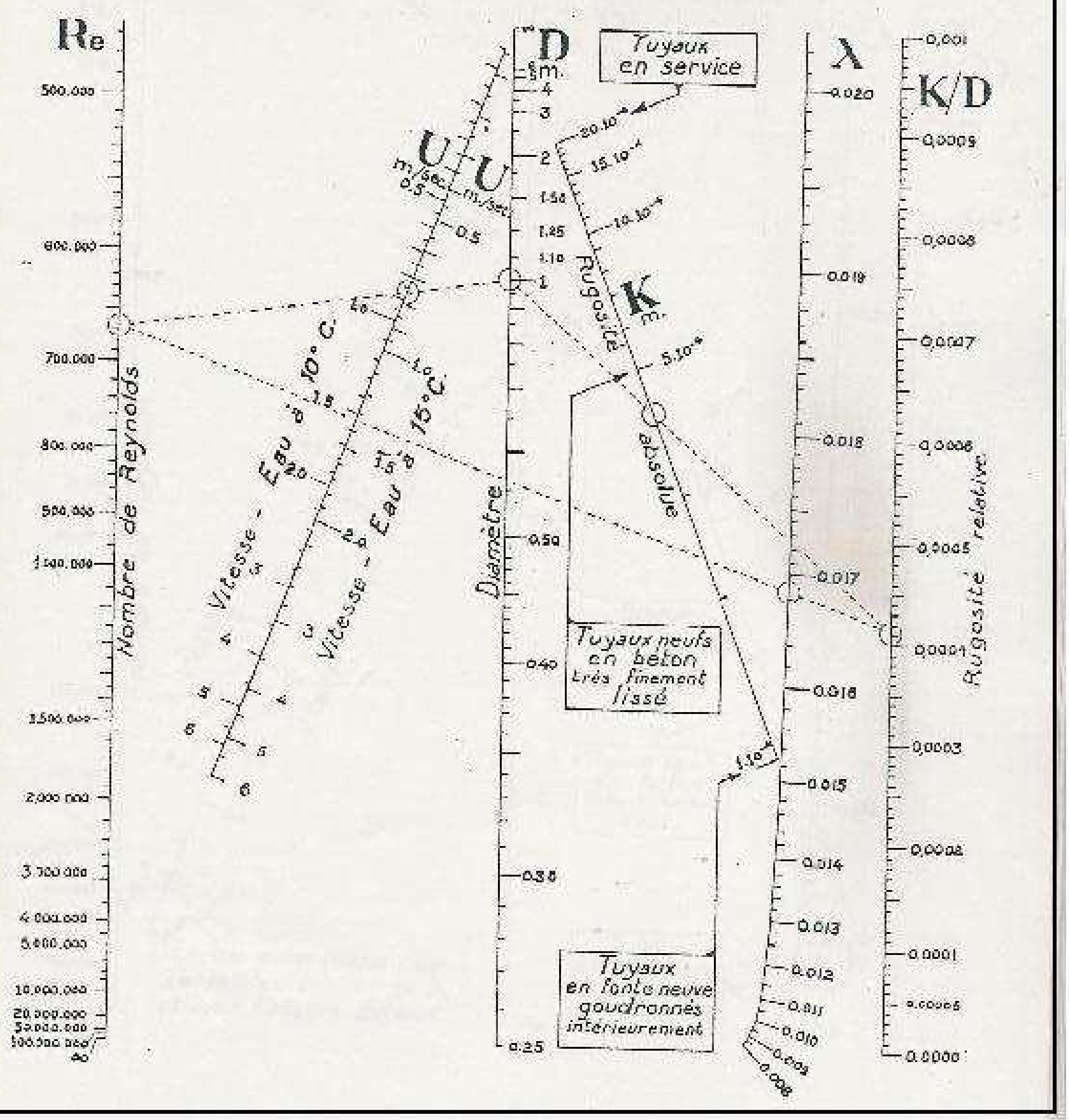
Calcul du coefficient des pertes de charges linéaires

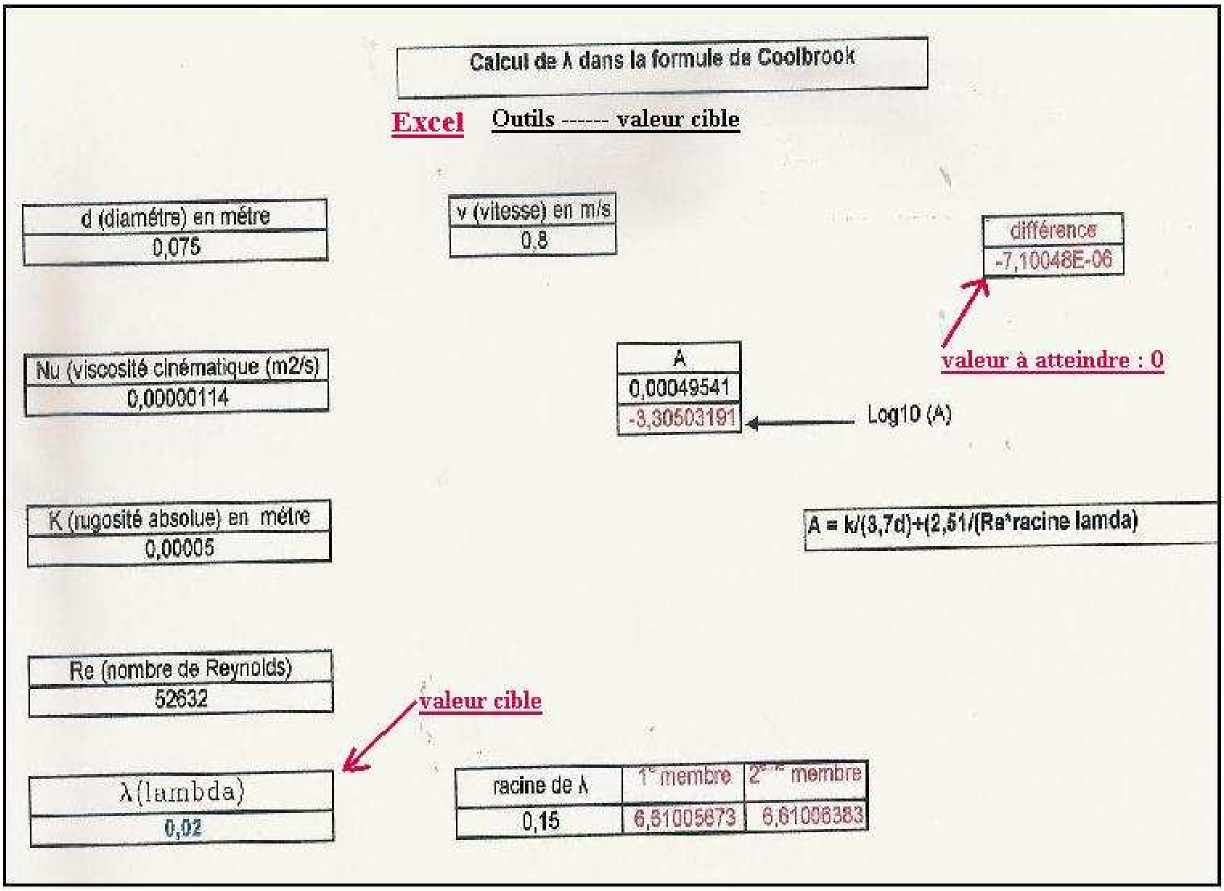
(Formule de Coolbrook)



Calcul du coefficient des pertes de charges linéaires

(Formule de Coolbrook)





Formule de Balsuius : (pour les conduites hydrauliquement lisses).

$$\boxed{\lambda = 0{,}316/ R_e^{1/4}}$$

Formule de Chezy :

$\boxed{v = C\sqrt{R_h \cdot j}}$ (1) avec v = vitesse ; j = perte de charge linéaire par unité de longueur $j = \Delta H_L /L$.

$$\boxed{R_h = \text{rayon hydraulique} = \frac{\text{Section mouillée}}{\text{Périmètre mouillé}}}$$

Ex : Pour une section circulaire totalement remplie. On a $S = \pi D^2/4$; $P = \pi D$

Soit $\boxed{R_h = D/4}$

C : est le coefficient de Chezy ; d'après Manning on a : $\boxed{C = 1/n \, R_h^{1/6}}$ (2)

n = est un nombre qui dépend de l'écoulement et de la nature de la conduite.

En combinant l'équation (1) et (2) on obtient $\boxed{v = 1/n \, R_h^{2/3} \times [\Delta H_L /L]^{1/2}}$

Soit :

$$\boxed{\Delta H_L = \frac{V^2 L}{1/n^2 \; R_h^{4/3}}}$$

Remarque : Dans la formule générale on a $\Delta H_L = \lambda \times 1/d \times v^2/2g$

Soit : $\boxed{\Delta H_L = 8\lambda L Q^2/\pi^2 D^5 g}$ on voit donc que les pertes de charge linéaire sont :

- Proportionnelles au carré du débit.
- Inversement proportionnelles à D^5.
- Proportionnelles à la longueur L.

Formule de Hazen Williams : (très utilisé dans les pays Anglo-Saxons)

$$\boxed{\Delta H_L = L \times 10{,}72/\,(CHW)^{1{,}85} \times Q^{1,85}/D^{4,87}}$$

Avec Q= débit en m³/s ; D = diamètre de la conduite en mètres ; L = longueur de la conduite.

CHW = Coefficient de Hazen Williams.

CHW = 100 pour la fonte.
CHW = 130 pour l'acier galvanisé.
CHW = 95 pour l'acier.

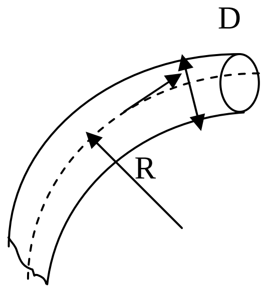
2) Les Pertes de Charges Singulières/ :

On appelle pertes de charges singulières celles qui sont occasionnées par les singularités (Coudes, vannes, clapets, branchement …etc), c'est à dire en dehors de longs alignements.

La formule générale des pertes de charges singulières s'écrit : $\boxed{\Delta H_S = k \times v^2/2g}$

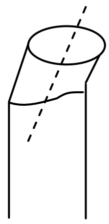
k est un coefficient sans dimension qui dépend de la forme et des dimensions de l'irrégularité.
v est la vitesse de l'eau.

Les cas de figures suivants donnent certaines valeurs de k :



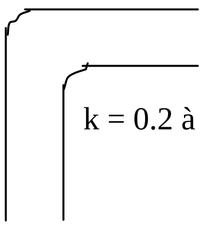
R/D	k
0.50	0.90
0.75	0.45
1	0.35
1.50	0.25
2.00	0.20

Coude arrondi



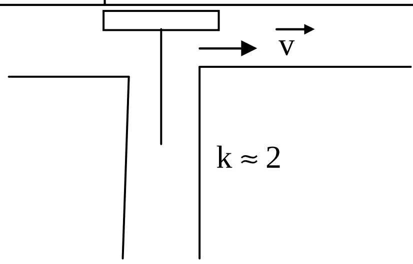
α	k
15°	0.1
30°	0.2
40°	0.5
60°	0.7
90°	1.3

Coude à angle vif

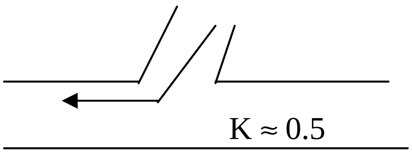


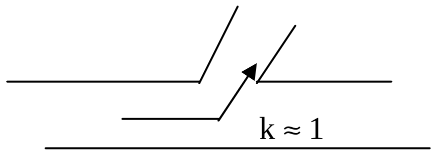
k = 0.2 à 0.3

Coude muni de directrices
(Angle droit)

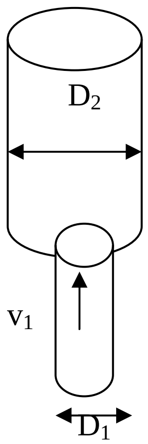


Soupape



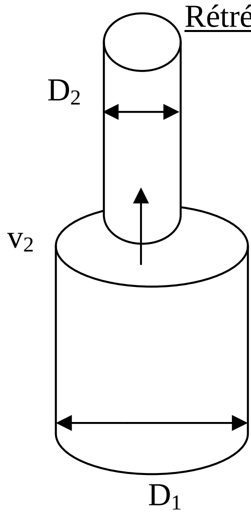


Elargissement brusque

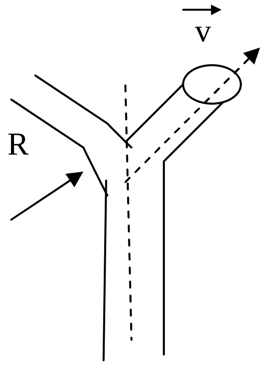


D_1/D_2	k
0 ,1	1
0.2	0.9
0.4	0.7
0.6	0.4
0.8	0.2

Rétrécissement

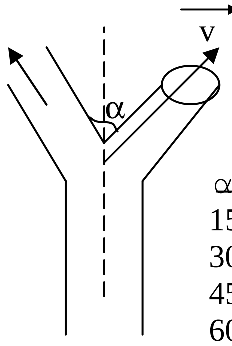


D_2/D_1	k
0.1	0.6
0.2	0.5
0,4	0.4
0,6	0.3
0,8	0.2



R/D	K
0,5	1,2
0,75	0,6
1	0,4
1,5	0,25
2	0,20

Bifurcation arrondie



α	k
15°	0,1
30°	0,3
45°	0,7
60°	1
90°	1,4

Bifurcation à angle vif

Exercices

Ex 1 : Déterminer les pertes de charges à l'arrivée de l'eau avec une vitesse v=0,7 m/s a partir d'une conduite en béton bien lisse de diamètre d= 0,075 m et de longueur l= 20 m. La viscosité cinématique de l'eau dans ces conditions est ν= 0.0131 stokes.

Réponses :

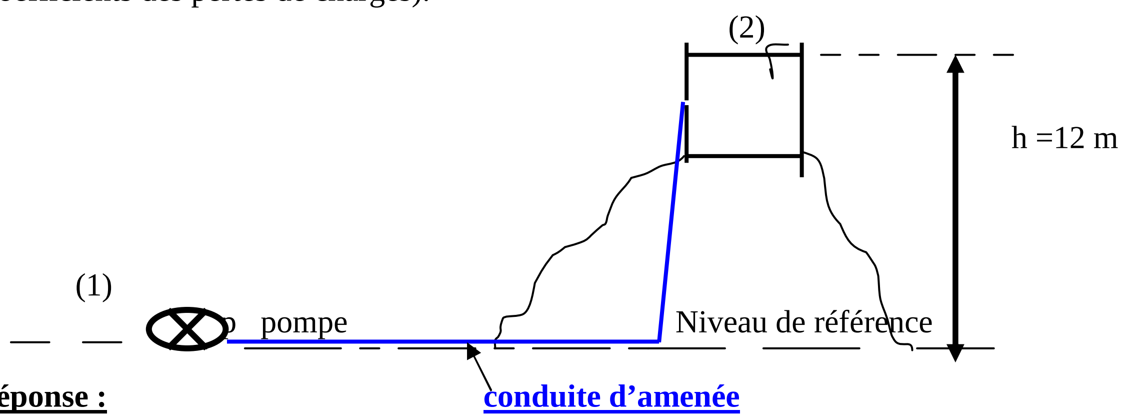
$$\Delta H_L = \lambda \times \frac{l}{d} \times \frac{v2}{2g}$$; l, d et v sont connus.

D'après la formule de Blasius, $\lambda = 0,316 / Re^{0,25}$ (écoulement hydrauliquement lisse)

Re = V x D /ט soit Re = 40076 d'où λ = 0,022 ; tout calcul fait,

On obtient $\boxed{\Delta H = 0,14 \text{ m}}$

Ex 2 : Déterminer la pression manométrique que doit fournir une pompe pour amener de l'eau en quantité Q = 15 l/s dans un château d'eau à la hauteur de 12 m par une tuyauterie de longueur l = 50 m. Diamètre des conduites ; d = 150 mm. Prendre λ= 0,03 et k= 0,2 (coefficients des pertes de charges).



Réponse :

Appliquons l'équation de Bernoulli entre les points 1 et 2

$$Z1 + \frac{P1}{\varpi} + \frac{V1^2}{2g} = z2 + \frac{P2}{\varpi} + \frac{V2^2}{2g} + \Delta H$$

On peut travailler avec des pressions manométriques : (P2 = 0).

Or $Z_1 = 0$; $Z_2 = 12$ m ; $V_2 = 0$. ; $Q = v.s = v.\frac{\pi d^2}{4}$ soit

$V = 4Q/\pi d^2$ A.N $V = 0{,}85$ m/s.

Donc $\frac{P1}{10^4} + \frac{(0{,}85)^2}{20} = 12 + \Delta H$

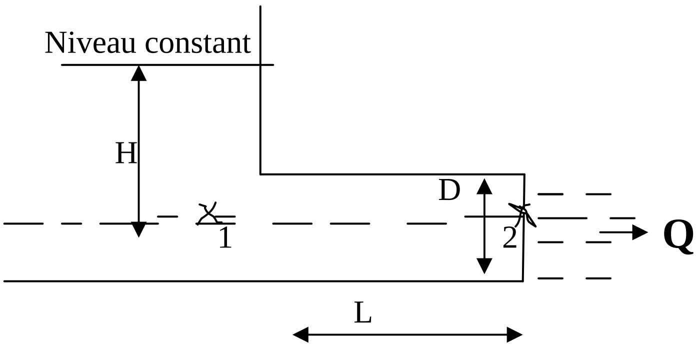
$\Delta H = \Delta HL + \Delta Hs.$

$\Delta HL = \lambda \times \frac{l}{d} \times \frac{v2}{2g}$ soit $\Delta HL = 0{,}36$ m

$\Delta Hs = k \times \frac{v2}{2g} = 0{,}007$ d'où $\Delta H_T = 0{,}37$ m

Donc $\frac{P}{104} + \frac{(0{,}85)^2}{20} = 12 + 0{,}37$; $P = 123340$ Pa $\Longrightarrow$ $\boxed{P = 1{,}23 \text{ bars.}}$

Ex 3 :



H= 10 m, n (acier) = 0,01, d= 80 cm ; L = 800 m ; K = 0,5 calculer le débit Q à la sortie de la conduite.

Réponse :

L'exercice en question peut être assimilé à un barrage où on veut calculer le débit au niveau de la vidange de fond.

Appliquons l'équation de Bernoulli entre les points 1 et 2.

On a $z_1 + \frac{P1}{\varpi} + \frac{v1^2}{2g} = z2 + \frac{P2}{\varpi} + \frac{v2^2}{2g} + \Delta H$

$Z_1 = z_2 = 0.$

$P_1 = P\,(Patm) + \varpi H$; $P_2 = Patm$; $v_1 = 0.$

Donc $H = \frac{V^2}{2g} + \Delta H$

$$\Delta H = \Delta H_L + \Delta Hs$$

Avec $\Delta H_L = \dfrac{L\, n^2\, v^2}{(Rh)\ 4/3}$ et $\Delta Hs = K\ \dfrac{v^2}{2g}$

D'où $\Delta H = \dfrac{v^2}{2g}\left[\dfrac{2g\ Ln^2}{(Rh)\ 4/3} + k\right]$ d'où

$H = \dfrac{v2}{2g} + \dfrac{v2}{2g}\left[\dfrac{2g\ Ln2}{(Rh)\ 4/3} + k\right]$ soit, $H = \dfrac{v2}{2g}\left[1+k+\dfrac{2g\ ln^2}{(Rh)\ 4/3}\right]$

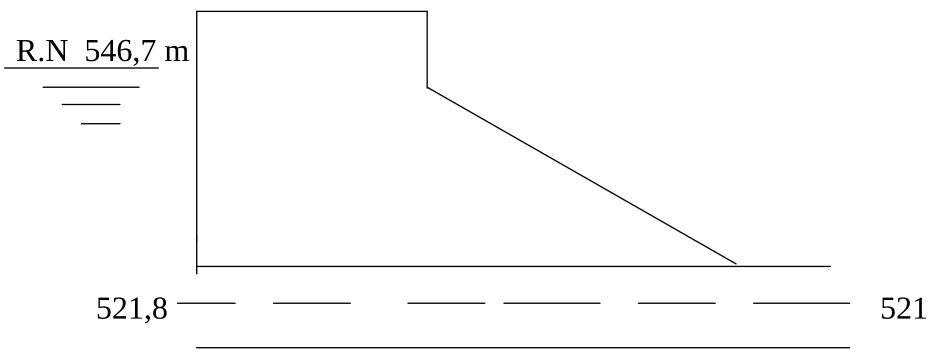
Avec $Rh = \dfrac{d}{4}$ donc $\boxed{V = \sqrt{\dfrac{2gH}{1+k+\dfrac{2g\ ln^2}{(d/4)4/3}}}}$

A.N $\boxed{V = 3{,}6\ m/s.}$

$Q = V.S = V.\pi d2/4 \Longrightarrow \boxed{Q = 1{,}8\ m^3/s}$

Exercice :

Calculer le débit évacué par la vidange de fond d'un barrage ainsi que la vitesse à la sortie pour un plan d'eau à la côte de retenue normale (546,7 m) en tenant compte des pertes de charge totale estimées à ($0.8\ V^2/2g$). Les caractéristiques de la vidange de fond sont indiquées sur la figure suivante.

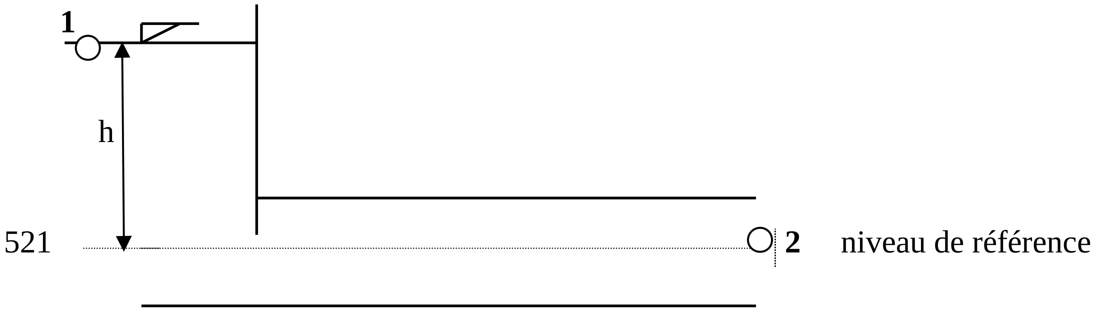


Conduite circulaire de diamètre ϕ 2000 mm

Coupe au droit de la vidange de fond

Réponse :

Côte de la retenue normale = 546,7m
Côte vidange de fond = 521 m d'où h = 25,7 m



Appliquons le théorème de bernouilli entre 1 et 2

$$h = \frac{V^2}{2g} + \Delta H \quad \text{or} \quad \Delta H = 0{,}8 \times \frac{V^2}{2g} \Rightarrow h = 1{,}8 \times \frac{V^2}{2g} \quad \text{d'où}$$

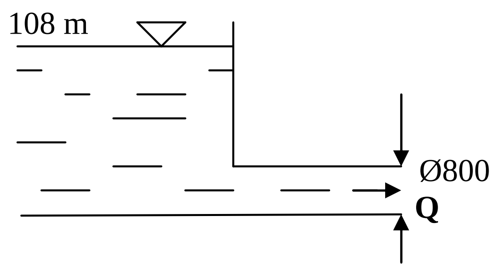
$$V = \sqrt{\frac{2gh}{1{,}8}} \Rightarrow \boxed{V = 16{,}8 \text{ m/s}}$$

$$Q = V.S = V.\frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow \boxed{Q = 52{,}7 \text{ m}^3/\text{s}}$$

Exercice

Un barrage collinaire dont la côte de retenue normale est 108 m, est muni d'une vidange de fond sous forme d'une conduite circulaire de diamètre 800 mm.

D'après le théorème de Bernoulli, le débit à la sortie de la vidange de fond est donné par la formule suivante : $\mathbf{Q = 2.01 \times (Z - Z_{vf})^{0,5} \times S}$.



- Q : débit à la sortie
- Z : Côte du plan d'eau
- ZV.F: Côte de la vidange de fond

- Calculer la côte de la vidange de fond sachant que le débit sortant à la côte de la retenue normale est de 5.68 m^3/s.

- Calculer la vitesse de la sortie de la vidange de fond.

<u>Réponse</u>

a) $Q = 2{,}01 \times (Z - Zv.f)^{0{,}5} \times S$

$Z = 108$ m ; $Q = 5{,}68\ m^3/s$; $S = \Pi\, d^2/4 = \dfrac{\Pi \times}{4} (800 \times 10^{-3})^2$

Soit S= 0,5 m2

Donc $5{,}68 = 2{,}01\,(108 - Zv.f)^{0{,}5} \times 0{,}5 \Rightarrow$

$(108 - Zv.f) = \dfrac{(5{,}68)^2}{(2{,}01 \times 0{,}5)^2} \Rightarrow Zv.f = 108 - \dfrac{(5{,}68)^2}{(2{,}01 \times 0{,}5)^2}$

Soit $\boxed{\mathbf{Zv.f = 76{,}05\ m}}$

$Q = VS \Rightarrow V = \dfrac{Q}{S} = \dfrac{5.68}{0{,}5} \Rightarrow \boxed{V = 11.4\ m/s}$

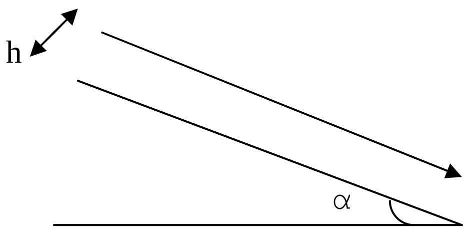
Ecoulement à surface libre

I) Définitions :

On appelle écoulement à surface libre, un écoulement qui se fait en contact avec l'atmosphère (l'écoulement dans les conduites est dit en charge). Le canal dans lequel se fait l'écoulement est dit prismatique si la largeur de son fond ne change pas en longueur, sinon, on parle d'un canal non prismatique. On considère également les écoulements uniformes et les écoulements non uniformes.

Un courant d'eau est dit uniforme si la profondeur d'eau, la section d'eau S, la vitesse V et la pente hydraulique restent constantes tout le long du canal. Dans le cas contraire, l'écoulement est dit non uniforme.

II) Ecoulement uniforme :



L'écoulement est uniforme dans les cas suivants :

- le débit Q dans le canal est constant
- le canal est prismatique (les sections d'eau invariables)
- la profondeur h du courant est constante
- la pente i = tg (α) est constante

II.1) Caractéristiques d'un écoulement uniforme :

La vitesse V est donnée par la formule de Chezy à savoir $V = c\sqrt{R.i}$

R = rayon hydraulique = section mouillée/périmètre mouillé, c est le coefficient de rugosité

Formule de Manning Strikler :

$C = 1/n\ R^{1/6}$ d'où $V = 1/n\ R^{2/3}\ I^{1/2}$ soit alors $\boxed{Q = KS\ R_h^{2/3}\ I^{1/2}}$

n est un coefficient qui dépend de la nature des parois.

Cette formule est très utilisée parce qu'elle est plus pratique, K est le coefficient de Manning Strikler et dont les valeurs se présentent comme suit :

- Béton lisse : k = 80
- Canal creusé dans un sol : K = 40 à 45
- Canal creusé dans le rocher : K = 25 à 50

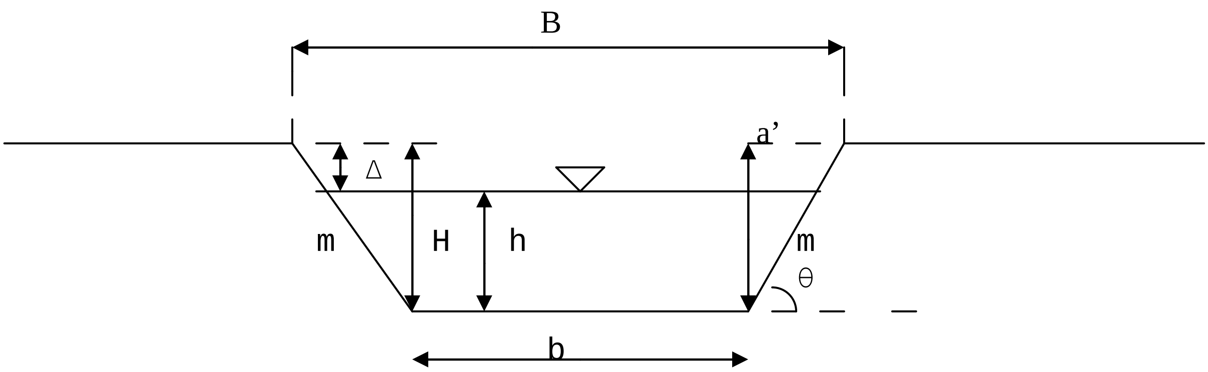
A l'heure actuelle, les canaux les plus utilisés ont une section trapézoïdale ou parabolique. En ce qui concerne la forme rectangulaire, on peut la considérer comme un cas particulier de la forme trapézoïdale.

On appelle débitance du canal le rapport $d = Q / \sqrt{i}$

Exemple de calcul : quel est le débit transitant dans un canal de forme trapézoïdale creusé dans un sol selon une pente de 2 %°. La section mouillée est de 1,2 m^2 , le périmètre mouillé est de 1,8 m.

Réponse :

Le rayon hydraulique est de 1,2/1,8 = 0,66
En adoptant K = 40, le débit sera $Q = 40 \times 1{,}2 \times (0{,}66)^{2/3} \times 0{,}001^{1/2}$ soit $\boxed{Q = 1094 \text{ l/s}}$



On utilise les désignations et les termes suivants :

- b est la profondeur du fond du canal
- h est la profondeur de remplissage du canal à l'écoulement uniforme de l'eau ou profondeur normale de remplissage
- $H = h+\Delta$ est la hauteur de la section transversale
- Δ = réserve d'eau dans la digue (revanche)
- θ = angle d'inclinaison des talus
- B = largeur du canal suivant la surface de l'eau
- $m = \text{Cotg}(\theta) = a/h$ est le coefficient d'écartement des talus, pour une section transversale rectangulaire, on a m = 0.

Section mouillée : $S = bh + mh^2 = h(b+mh)$
Périmètre mouillé : $P = b + 2h\sqrt{(1+m^2)}$

Rayon hydraulique $R_h = h(b+mh) / b+2h\sqrt{(1+m^2)}$

Exemple de calcul :

Déterminer Q et V dans un canal trapézoïdal si k = 40, i = 1%°, m = 1,25, b = 6 m, h = 2m.

$S = bh + mh^2 = 17\ m^2$, $P = P = b + 2h\sqrt{(1 + m^{2)}} = 12,4\ m$, $Rh = 1,37\ m$

$V = 40 \times 1,37^{2/3} \times 0,001^{1/2}$ = **1,47 m/s**, $Q = VS = 1,47 \times 17 =$ **25 m³ /s**

III) écoulement non uniforme :

Si les paramètres de l'écoulement (v, h, i) varient lentement et progressivement, on dit que l'écoulement est graduellement varié. Dans le cas contraire, l'écoulement est dit rapidement varié.

Enérgie spécifique :

C'est la quantité $\boxed{H_e = D + V^2/2g}$

D représente la profondeur de l'eau, v la vitesse de l'eau, $\boxed{H_e = D + Q^2/2g\ S^2}$

La courbe $H_e = f(D)$ s'appelle diagramme d'énergie spécifique.

Profondeur critique :

C'est la profondeur pour laquelle le débit Q s'écoule avec l'énergie spécifique minimum, soit

$dHe/dD = 0$, d'où $\boxed{1 - \mathbf{Q^2/gs^3\ .\ dS/dD = 0}}$ soit $\boxed{\mathbf{Q^2/gs^3\ .\ dS/dD = 1}}$

débit critique :

C'est le débit correspondant à la profondeur critique

Pente critique :

C'est la pente associée au débit et profondeur critiques.

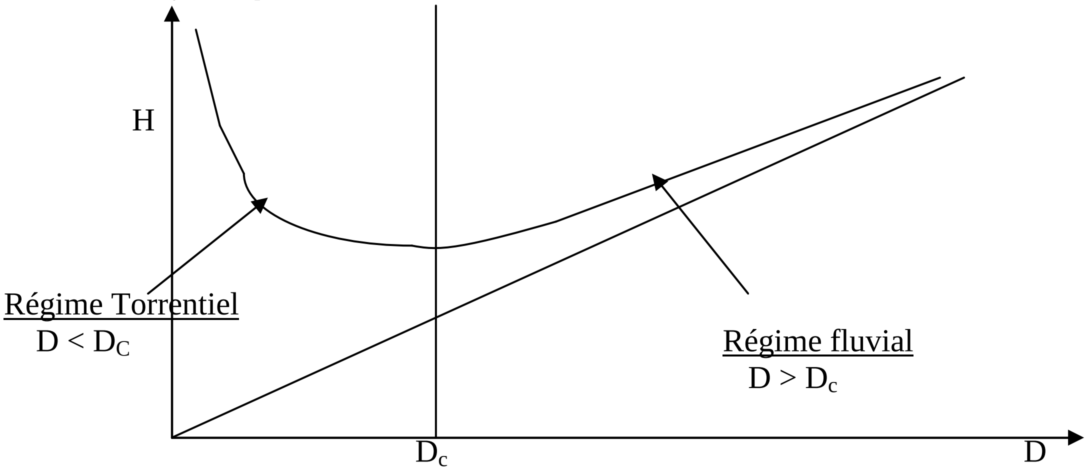
Nombre de Froude :

$\boxed{F_r = V/\sqrt{g.D}}$

F_r est un nombre adimensionnel

Si $F_r < 1$ ------ écoulement fluvial
Si $F_r > 1$ -------écoulement torrentiel
Si $F_r = 1$ -------écoulement critique

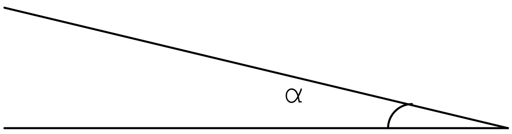
La courbe de l'énergie spécifique se présente comme suit
:



Classement des canaux ouverts :

Le classement est en fonction du signe de la grandeur $i = \sin(\alpha)$

a)



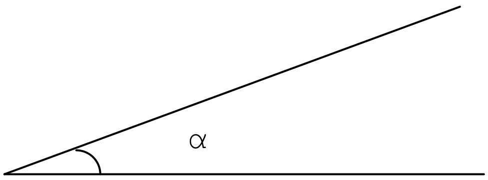
$i>0$

Lit à pente directe du fond si $i > 0$, c'est-à-dire que les repères du fond s'abaissent dans le sens de l'écoulement.

b) $\alpha = 0$

$i = 0$ lit à fond horizontal

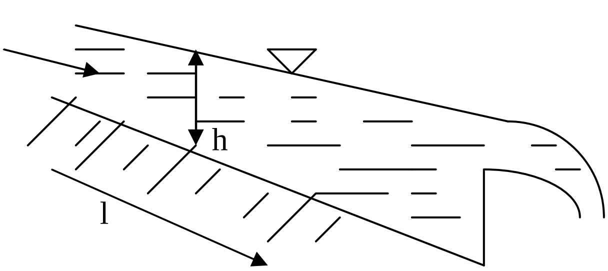
c)

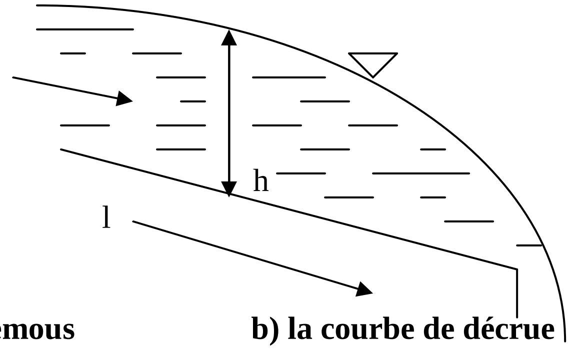


Lit à pente inverse du fond, si $i < 0$

On a affaire le plus souvent aux lits à pente directe du fond, ce qui veut dire que ce cas est le plus important du point de vue pratique.

Dans un écoulement non uniforme, la surface libre est curviligne avec une hauteur h qui est variable selon deux cas de figures



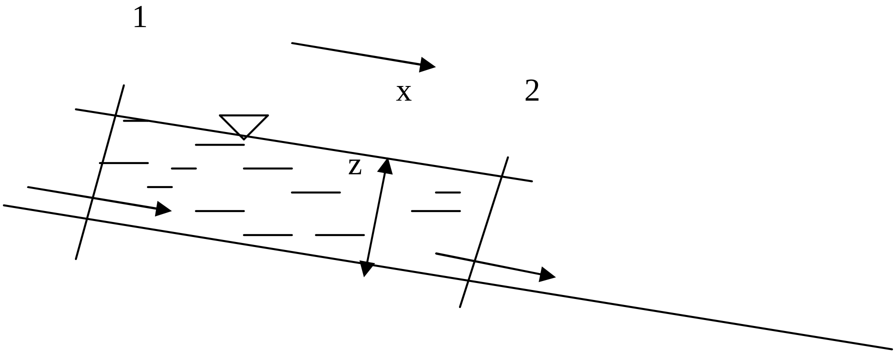


a) la surface libre constitue la courbe de remous
(h augmente en longueur)

b) la courbe de décrue
(h diminue en longueur)

<u>Equations de Saint Venant :</u>

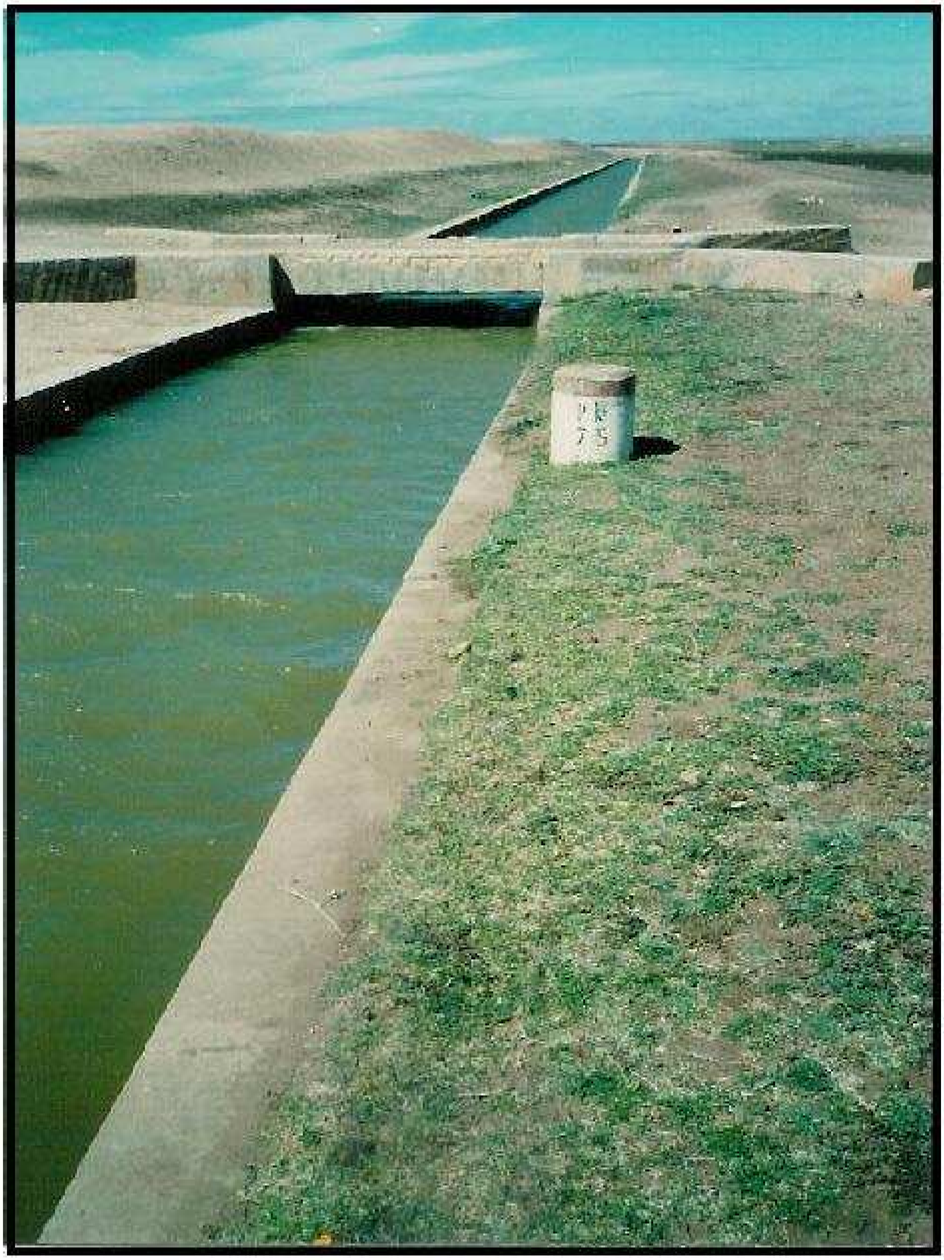
Ce sont des équations aux dérivées partielles et décrivant la dynamique des écoulements superficiels aussi bien dans les rivières que les canaux découverts. Beaucoup de phénomènes physiques (mouvement des marées et des vagues, inondations et torrents dans les rivières,….) peuvent être mis en équations (modélisés). Ces équations sont au nombre de deux, une traduisant la continuité (principe de conservation) et l'autre relatant l'aspect dynamique.



$$\frac{\partial S(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = q_1 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\frac{Q^2(x,t)}{S(x,t)} + g\,S\,\frac{\partial z(x,t)}{\partial x} + g\,S\,J = kq_1V \qquad (2)$$

t = temps, x = abscisse de l'écoulement, S = section mouillée, Q (m^3 /s) = débit à travers la section S, q_1 (m^2/s) = débit latéral par unité de longueur, z = profondeur de l'eau, J = pente, V = vitesse d'écoulement, K = coefficient de Manning Strikler



Canal de Safi : Alimentation en eau potable de la ville de Safi et besoins industriels de l'OCP (Office chérifien des phosphates)

Ecoulements dans les orifices, ajutages et déversoirs

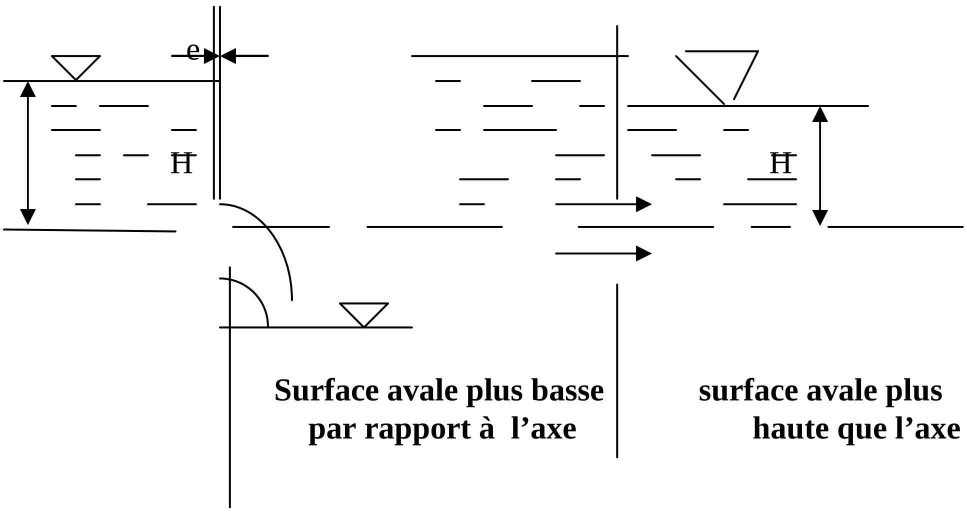
I /- Ecoulement par les orifices :

I.1) Définitions :

Un orifice en hydraulique est une ouverture de forme régulière, Pratiqué dans une paroi ou dans le fond du récipient à travers laquelle s'écoule le liquide contenu dans le récipient.

Un orifice peut être noyé ou dénoyé .Un orifice est dit dénoyé si, sur la face avale, la côte du niveau de la surface libre est inférieure à celle de l'orifice. L'orifice est dit noyé dans le cas contraire.

a) **orifice dénoyé** **b) orifice noyé**

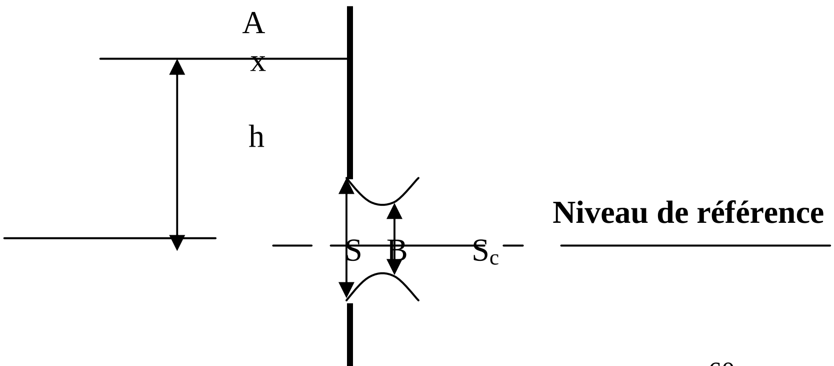


B) **Orifice non noyé en mince paroi** :

Un orifice non noyé (ou dénoyé) est dit en mince paroi, si l'épaisseur e de la paroi du récipient est plus petite que la moitié plus petite dimension transversale de l'orifice : côté etc…).

Le débit sortant se calcule en appliquant le théorème de Bernoulli :

La veine liquide en sortant de l'orifice subit une contraction, la section S_c est inférieure à S de l'orifice



Appliquons le théorème entre les points A et B.

$$Z_A + \frac{P_A}{\varpi} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\varpi} + \frac{V_B^2}{2g} + \Delta H$$

$$\left\{\begin{array}{l} Z_A = h \\ P_A = 0 \\ V_A = 0 \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} Z_B = 0 \\ P_B = 0 \\ V_B \neq 0 \\ \Delta H \cong 0 \end{array}\right. \Longrightarrow \frac{V^2}{2g} = h \qquad \boxed{V = \sqrt{2gh}}$$

Le débit élémentaire dQ à travers l'élément de surface dS de la section contractée

Comprenant le point B est $dQ = V.dS = \sqrt{2gh}\,.dS$, le débit de l'orifice est :

$$Q = \int_{S_c} dQ = \int_{S_c} \sqrt{2gh}.\,ds \qquad \text{si on pose} \quad \boxed{S_c = m.S}$$

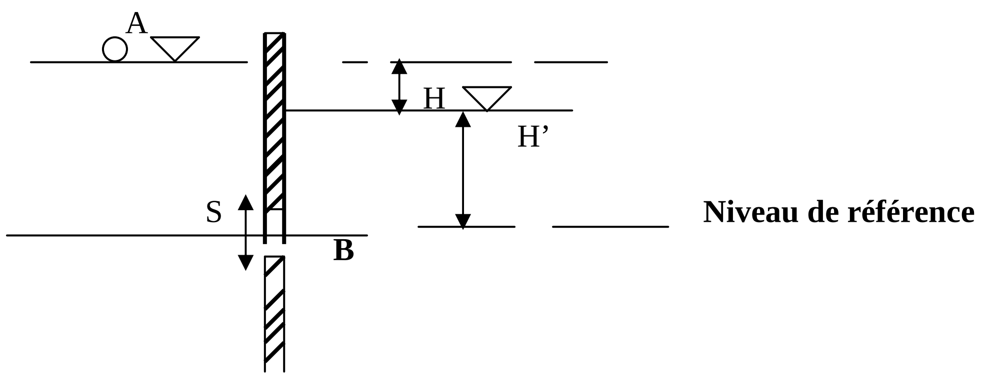
Q est une intégrale de surface dont une valeur approchée est $\boxed{Q = mS\sqrt{2gh}}$

m est appelé coefficient de contraction, il est donné par plusieurs formules et plusieurs tableaux. D'une façon générale. m est compris entre 0,59 et 0,63. Comme valeur approchée on peut admettre que **m = 0,6.**

C- **Orifice non noyé a veine moulée** :

C'est un orifice dont les parois intérieurs suivent la forme de la veine liquide, dans ce cas la contraction est très faible et le coefficient m = 0,98.

D) orifice noyé :



Appliquons le théorème de Bernouilli enre A et B, on a :

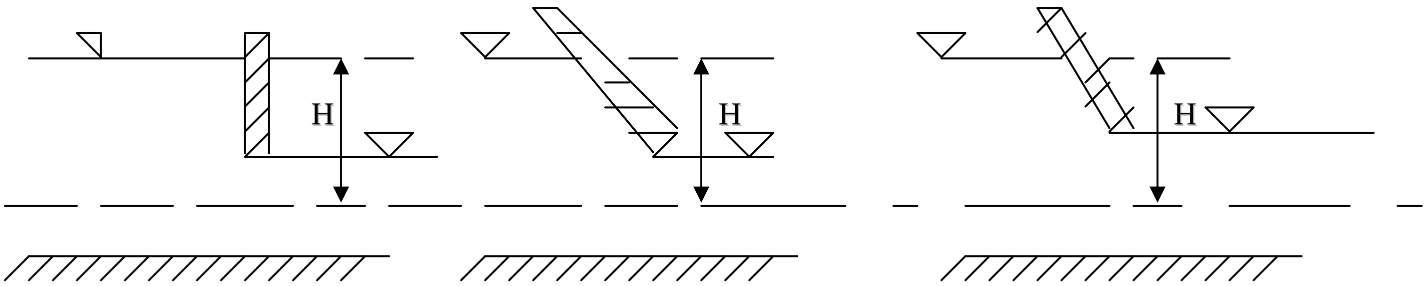
$$Z_A + \frac{P_A}{\varpi} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\varpi} + \frac{V_B^2}{2g} + \Delta H$$

$$\begin{cases} Z_A = H + H' \\ V_A \sim 0 \\ P_A \sim 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} Z_B = 0 \\ V_B = 0 \quad ; \quad \Delta H \sim 0 \\ P_B = \varpi H' \end{cases}$$

$$H + H' = \omega H' / \omega + V^2/2g \text{ soit } V = \sqrt{2gH}$$

par integration on obtient $\boxed{\mathbf{Q = ms\sqrt{2gh}}}$; m le coefficient de contraction .

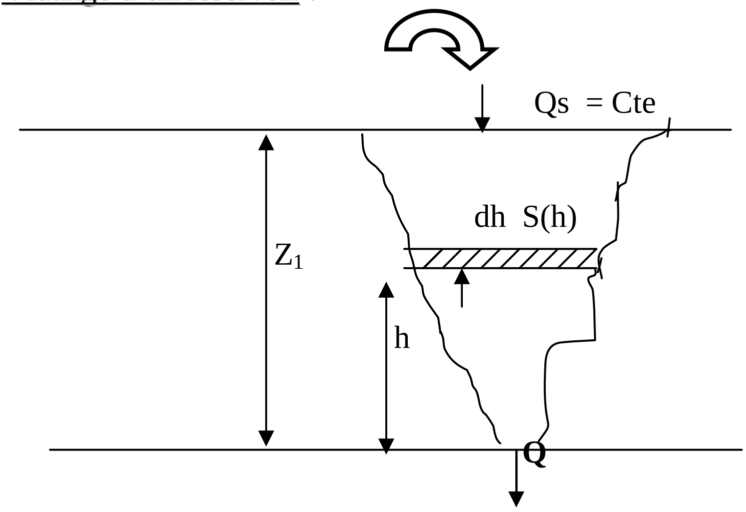
concernant les vannes de fond non noyées, on utilise souvent des formules empiriques et qui sont comme suit :



<u>Vanne verticale</u>	<u>vanne inlinée à ½</u>	<u>vanne inclinée à 1/1</u>
$\boxed{\mathbf{Q = 0{,}70\ S\sqrt{2gh}}}$	$\boxed{\mathbf{Q = 0{,}74\ S\sqrt{2gh}}}$	$\boxed{\mathbf{Q = 0{,}74\ S\sqrt{2gh}}}$

S = section de l'ouverture de sortie de l'eau

E -Vidange d'un réservoir :



- s(h) dh + Qst dt = Qdt (incompressibilité du liquide) $\Longrightarrow$ $\boxed{-s(h)\,dh = dt\,(Q-Qs)}$

Or ,$Q = ms\sqrt{2gh}$ donc $dt = \dfrac{-\,s(h)\,dh}{ms\sqrt{2gh} - Qs}$

soit $T = \displaystyle\int_{z_1}^{z_2} \frac{-\,s(h)\,dh}{ms\sqrt{2gh} - Qs} = \int_{z_2}^{z_1} \frac{s(h)\,dh}{ms\sqrt{2gh} - Qs}$

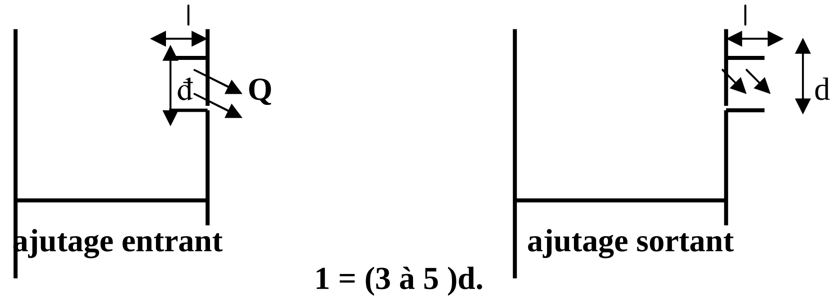
pour avoir la vidange totale, il faut prendre $Q_s = 0$ et $z_2 = 0$ .d'ou

$$Tv = \frac{s}{ms\sqrt{2g}} \int_0^{z_1} h^{-1/2}\,dh \Longrightarrow \boxed{T_v = \frac{2S\sqrt{z_1}}{ms\sqrt{2g}}}$$

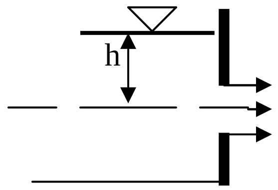
II /- Ecoulement par les ajutages :

II.1) Définition :

Un ajutage est une tubulure de forme variable et de section généralement circulaire par où sécoule le liquide contenu dans un reservoir .La longueur de l'ajutage est de 3 à 5 fois son diamètre . suivant sa position par rappot au sens de l'écoulement, on peut avoir soit un ajutage interieur ou entrant soit un ajutage exterieur ou sortant .



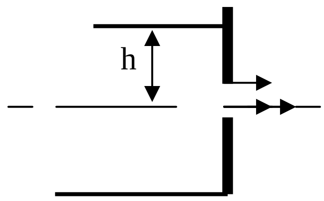
II.2) <u>Ajutage rentrant court à veine non adherente</u>:



On demontre que $\boxed{\mathbf{Q = ms \sqrt{2gh}}}$

Avec m = 0,5

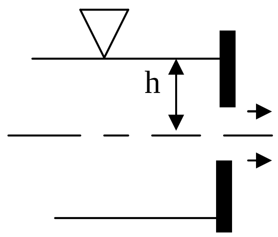
II.3) <u>Ajutage rentrant long à veine adherente</u> :



On demontre que $\boxed{\mathbf{Q = ms \sqrt{2gh}}}$

Avec m = 0,7

D - <u>Ajutage sortant</u> :



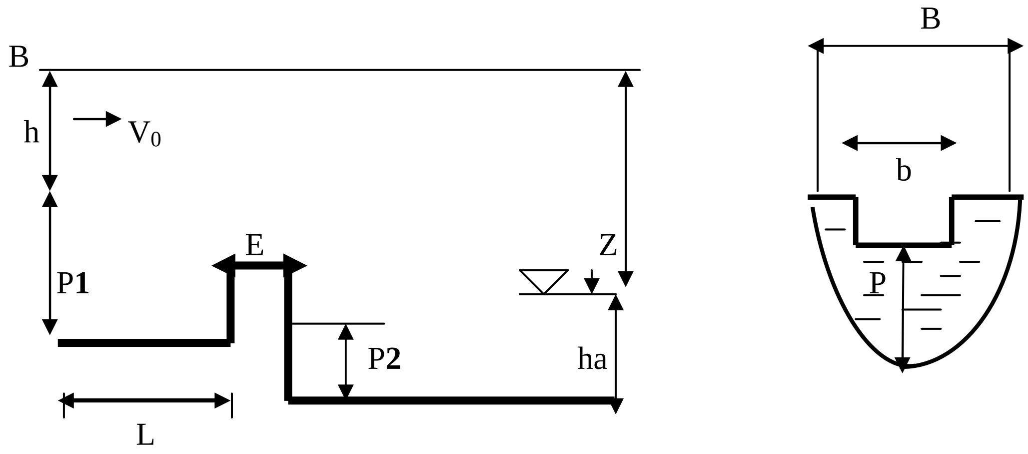
On demontre que $\boxed{\mathbf{Q = ms \sqrt{2gh}}}$

Avec m = 0,82

III/- <u>Ecoulement par les deversoirs</u> :

III.1) <u>Définition</u>

Un deversoir est un orifice superficiel ouvert à sa partie supérieure et pratiqué dans une paroi généralement verticale. Les deversoirs sont largement utilisés sous la forme de barrages ,de jaugeurs……etc.



Terminologie : b est la largeur de l'échanerure du deversoir .
B est la longeur du canal d'amenée .
P_1,¨P_2 est la hauteur du seuil en amont et en aval de l'ouvrage.
z est la chute gémètrique sur le deversoir (différence de niveau entre l'amont et l'aval).
E : épaisseur de la paroi du deversoir .

III.2) Classification des deversoirs :

La classification des deversoirs est basée sur leurs traits caracteristiques : profil et dimensions de la section transversale de la paroi du deversoir, forme de l'échancrure du deversoir, profil et disposition du deversoir en plan .

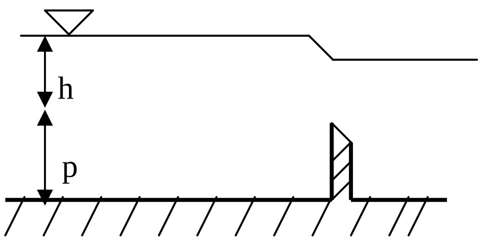
En fonction de la forme et des dimensions de la section transversale de la paroi, on connaît trois types de deversoirs :

* deversoirs en mince paroi : $E < 0{,}5\ h$.
* deversoirs à seuil épais : $2h < E < 10h$
* deversoirs à seuil normal : $0{,}5h < E < 2h$

Parmi ces demiers , on distingue les devesoirs à section transversale : rectangulaire , trapezoidale , triangulaise .

C/- Débit transitant dans un deversoir :

1/- Deversoir en mince paroi :

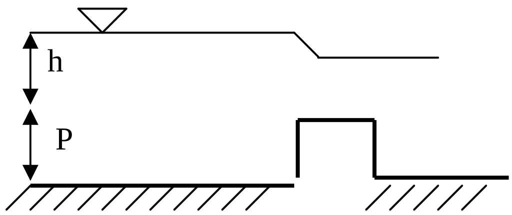


$$Q = \mu l h \sqrt{2gh}$$

l = longueur du deversoir.

μ = 0,41 à 0,50 en fonction de h et p

2/- **Deversoir à seuil épais** :



$$Q = \mu l h \sqrt{2gh}$$

L = longueur du deversoir.

μ = 0,37 à 0,39

3/- **Deversoir à seuil normal** :

Equation générale des deversoirs réctangulaires :

La formule générale permettant de connaître le débit est la suivante : $\boxed{Q = ub\sqrt{2gh}}$

b : est la longueur de la crête du deversoir
h : est la hauteur d'eau au dessus du seuil du deversoir

Remarque :

en fonction des conditions amont du courant, on distingue deux types de deversoirs :

* Deversoir sans contraction lorsque B = b
* Deversoir avec contraction lorsque B > b

Le cofficient μ est donné par plusieurs formules, les plus utilisées sont :

a **) formule de bazin** : (Pour un deversoir réctangulaire en mince paroi à nappe libre et sans contraction latérale)

$$\boxed{\mu = (0{,}405 + (0{,}003/H)\ )\ (1 + 0{,}55\ (H/H+p)^2\ )}$$

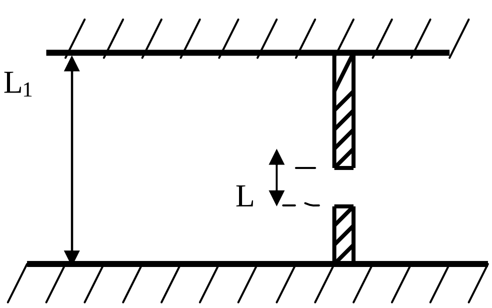
Cette formule est applicable dans les limites suivantes :

* $0{,}08\ m < h < 0{,}70m$
* $l > 4h$
* $0{,}2m < p < 2m$

b) Formules de Hegly (Pour un deversoir rectangulaire en mince paroi à nappe libre et à contraction latcrale)

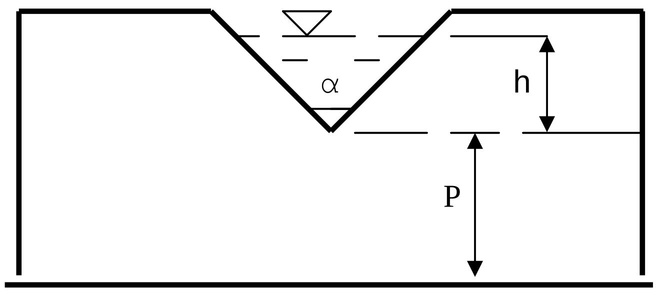
$$\boxed{\mu = \Big(0{,}45 + (\ 0{,}0027/H) - 0{,}03\ (L_1 - L/L)\Big)\Big(1 + 0{,}55\ (LH/L_1\ (H+p))^2\Big)}$$

Limites d’application :



$$\begin{cases} 0,1\ m < h < 0,6\ m \\ 0,4\ m < L < 1,8\ m \\ 0 < \dfrac{L_1 - L}{L} < 0,9 \end{cases}$$

- **Deversoir triangulaire en mince paroi** :



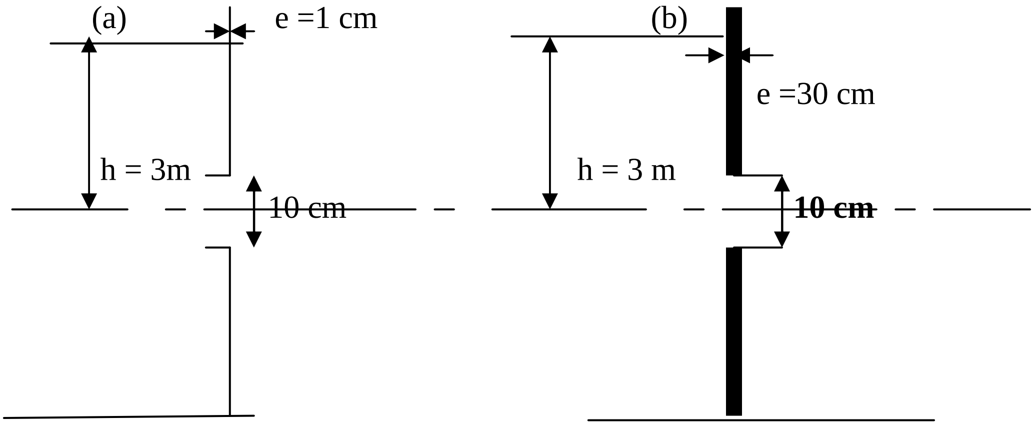
$$\boxed{Q = \mu \ 8/15 \ tg\ (\alpha/2).\ h^2.\sqrt{2gh}}$$

p est la profondeur du canal en dessous du seuil et qu’on appelle pelle. La valeur de u depend du rapport l/h_ , en général on peut prendre :

Pour $l/h\_ = 2$; $\mu = 0,59$
Pour $l/h\_ = 4$; $\mu = 0,62$

Exercices :

1/- calculer le débit dans les deux cas suivants :



réponse :

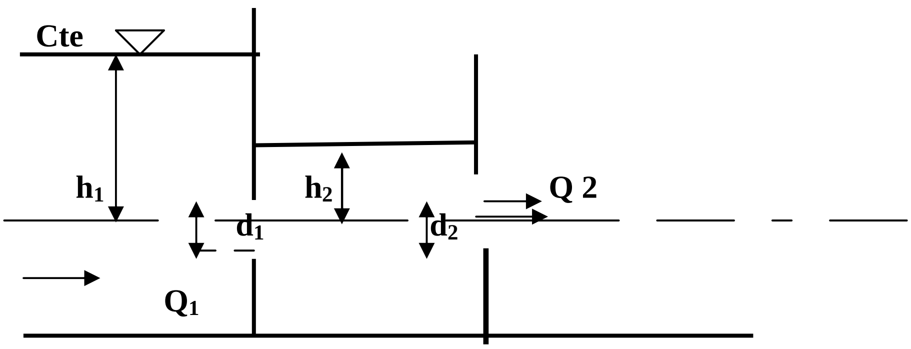
Dans le cas (a) , on a un orifice puisque $1 < \underline{10/2}$ d'où $Q_1 = ms\sqrt{2gh}$ avec (m = 0,60)

soit $\boxed{Q_1 = 36 \text{ l/s}}$

dans le cas (b) ,on a e = 3d il s'agit donc d'un ajutage d'où $Q = ms\sqrt{2gh}$

avec m = 0,82 (ajutage sortant); $\boxed{Q_2 = 49 \text{ l/s}}$

Exercice2 :



Calculer le débit à la sortie du systéme avec
$$\begin{cases} h_1 = 1{,}5\ m \\ d_1 = 0{,}04 m \\ d_2 = 0{,}02\ m \\ m_1 = m_2 = 0{,}65 \end{cases}$$

Réponse :

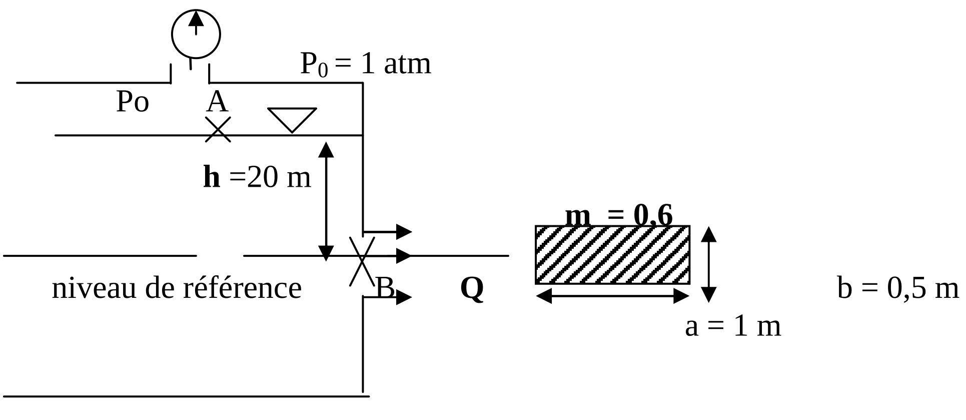
Q**1** = Q**2** (équation de continuité) ,donc :

$$\frac{m_1\ \pi d_1^2}{4}\sqrt{2g(h_1 - h_2)} = \frac{m_2\ \pi d_2^2}{4}\sqrt{2gh_2}$$

d'où $d_1^4\,(h_1 - h_2) = d_2^4\, h_2$ soit $h_2 = \dfrac{h_1 \times d_1^4}{d_1^4 + d_2^4}$

D'où $\boxed{h_2 = 1.4\ m}$ donc $\boxed{Q = m\ \pi\,(d_1^2/4)\sqrt{2gh_2}}$

Exercices 3 :



Réponse : Appliquons l'équation de Bemouilli entre les points A et B : on a

$0 + P_0/\omega + h = 0 + 0 + v^2/2g + \Delta H$, on néglige les pertes de charges ($\Delta H \sim 0$)

donc $v = \sqrt{2g(P_0/\omega + h)}$ soit $Q = ms\sqrt{2g(P_0/\omega + h)}$ or $S = a \times b$

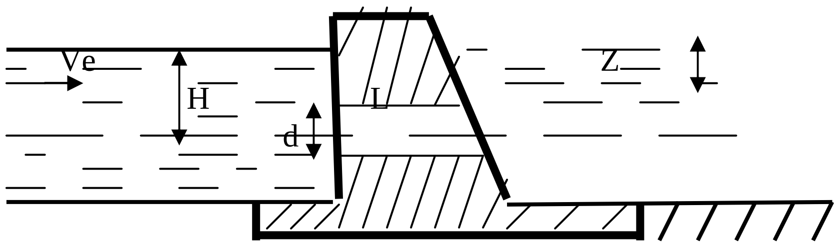
donc $\boxed{Q = m\, ab\sqrt{\mathbf{2g}\,(P_0 / \varpi + h)}}$

Remarque :

Si $P_0 = 0$ (cas d'un plan d'eau en contact avec l'atmosphère) , on aura

$Q = mS\sqrt{2gh}$ qui était la formule demontrée en cours .

Exercice4 :



Determiner le débit par une vidange d'eau dénoyée réalisée sous la forme de tuyau dans le corps du barrage si le diamètre de la vidange d'eau est d = 1,1 m et sa longeur l = 4,5 m . La vitesse d'approche de l'eau est V_0 **= 0,5 m/s ,** la profondeur d'immersion du centre du tuyau sous un niveau constant de la surface libre dans la retenue d'eau est H = 8m.

Réponse :

l/d = 4,09 donc il s'agit d'un ajutage (m = 0,82 ; ajutage sortant).

$Q = ms\sqrt{2gH}$ avec $S = \underline{\pi d^2} /4$

A.N $\boxed{Q = 9{,}76\ m^3/s}$