

PRESSION DANS UNE CONDUITE DE FLUIDES PARFAITS

Enoncé

Dans un système de distribution d'eau, une conduite relie deux réservoirs d'eau, l'un situé à une altitude supérieure (réservoir A) et l'autre à une altitude inférieure (réservoir B).

Vous êtes un ingénieur chargé de vérifier la pression à un point précis de la conduite pour assurer qu'elle ne dépasse pas la pression maximale autorisée de 500 kPa.

Données:

- La hauteur du réservoir A est de 100 m.
- La hauteur du réservoir B est de 30 m.
- La densité de l'eau est de 1000 kg/m^3 .
- La conduite entre les deux réservoirs est horizontale et la perte de charge est négligeable (écoulement parfait).
- Le point de mesure se situe à une distance horizontale de 300 m du réservoir A.
- Accélération due à la gravité : $9,81 \text{ m/s}^2$.

Questions:

1. Calculez la différence de hauteur entre les deux réservoirs.
2. Utilisez le principe de Bernoulli pour déterminer la pression à la sortie du réservoir A (au point de mesure).
3. Comparez cette pression à la pression maximale autorisée de 500 kPa pour déterminer si le système est sûr.

CORRECTION

1. CALCUL DE LA DIFFÉRENCE DE HAUTEUR ENTRE LES DEUX RÉSERVOIRS

La différence de hauteur entre les deux réservoirs est simplement la soustraction de la hauteur du réservoir B à celle du réservoir A.

$$\Delta h = h_A - h_B$$

$$\Delta h = 100\text{m} - 30\text{m}$$

$$\Delta h = 70\text{m}$$

Ainsi, la différence de hauteur entre les deux réservoirs est de 70 m.

2. DÉTERMINATION DE LA PRESSION À LA SORTIE DU RÉSERVOIR A (AU POINT DE MESURE)

Nous allons utiliser le principe de Bernoulli pour déterminer la pression à un point donné. Puisque l'écoulement est parfait, nous ne prenons pas en compte les pertes de charge dues au frottement. La formule de Bernoulli est :

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Étant donné que les vitesses v_1 et v_2 sont négligeables, nous pouvons simplifier la formule de Bernoulli pour calculer la pression au point de mesure :

$$P_1 = P_2 + \rho g \Delta h$$

Nous connaissons la pression atmosphérique (environ 101 kPa), la densité de l'eau (1000 kg/m³), l'accélération due à la gravité (9,81 m/s²), et la différence de hauteur de 70 m.

Calculons la pression additionnelle due à la hauteur :

$$\Delta P = \rho \times g \times \Delta h$$

$$\Delta P = 1000 \times 9.81 \times 70$$

$$\Delta P \approx 686.7\text{kPa}$$

Ainsi, la pression au point de mesure est :

$$P_1 = 101 + 686.7$$

$$P_1 \approx 787.7\text{kPa}$$

La pression à la sortie du réservoir A au point de mesure est donc d'environ 787,7 kPa.

3. COMPARAISON AVEC LA PRESSION MAXIMALE AUTORISÉE

Pour savoir si la pression au point de mesure dépasse la limite autorisée, comparons avec la pression maximale autorisée de 500 kPa.

Avec une pression calculée de 787,7 kPa, il est évident que cette pression dépasse largement la limite de 500 kPa.

Ainsi, pour éviter des problèmes de sécurité, il faudrait introduire des mesures pour réduire la pression, comme des régulateurs de pression, des vannes de décompression ou une autre approche technique.