

# CALCUL DU FACTEUR DE FRICTION DE DARCY-WEISBACH

## Enoncé

Dans une installation industrielle, un fluide est transporté à travers un tuyau horizontal de 500 mètres de longueur.

Le tuyau est en acier commercial avec un diamètre interne de 0,25 mètres. Le débit volumétrique du fluide est de  $0.05 \text{ m}^3/\text{s}$ .

On vous demande de calculer le facteur de friction de Darcy-Weisbach qui est utilisé pour déterminer la perte de charge due à la friction dans le tuyau.

### Données:

- Longueur du tuyau,  $L=500\text{m}$
- Diamètre interne du tuyau,  $D=0.25\text{m}$
- Débit volumétrique,  $Q=0.05\text{m}^3/\text{s}$
- Viscosité cinématique du fluide (eau à  $20^\circ\text{C}$ ),  $\nu=1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
- Rugosité absolue du tuyau en acier commercial,  $\epsilon=0.045\text{mm}$

### Questions:

1. **Calculer la vitesse du fluide** dans le tuyau.
2. **Déterminer le nombre de Reynolds** pour le fluide dans le tuyau.
3. **Estimer le facteur de friction de Darcy-Weisbach** en utilisant la formule de Colebrook-White si le régime est turbulent.

# CORRECTION

## 1. CALCUL DE LA VITESSE DU FLUIDE DANS LE TUYAU

**Formule utilisée :**

$$V=Q/A$$

où  $Q=0.05\text{m}^3/\text{s}$  est le débit volumétrique et  $A$  est la section transversale du tuyau. La section transversale  $A$  d'un tuyau circulaire est donnée par  $\pi \cdot D^2/4$ .

**Calcul de A :**

$$A=\pi \cdot (0.25)^2/4$$

$$A=\pi \cdot 0.0625/4$$

$$A=0.0491 \text{ m}^2$$

**Substitution pour trouver V :**

$$V=0.050/0.0491$$

$$V \approx 1.018\text{m/s}$$

## 2. DÉTERMINATION DU NOMBRE DE REYNOLDS

**Formule utilisée :**

$$Re=VD/\nu$$

où  $V=1.018\text{m/s}$ ,  $D=0.25\text{m}$ , et  $\nu=1 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ .

**Substitution pour Re :**

$$Re=1.018 \times 0.25 / 1 \times 10^{-6}$$

$$Re=254,500$$

Ce nombre de Reynolds indique un régime d'écoulement turbulent, car  $Re$  est bien supérieur à 4000.

## 3. ESTIMATION DU FACTEUR DE FRICTION DE DARCY-WEISBACH

Pour le régime turbulent, nous utilisons la formule de Colebrook-White, qui nécessite une solution itérative.

**Formule de Colebrook-White :**

La formule de Colebrook-White pour le calcul du facteur de friction est donnée par :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log_{10} \left( \frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right)$$

où  $\epsilon=0.000045\text{m}$  (ou  $0.045\text{mm}$ ) est la rugosité absolue et  $D=0.25\text{m}$  est le diamètre du tuyau.

Nous commençons avec une estimation de  $f$  et utilisons une méthode itérative pour affiner notre réponse.

## PROCESSUS D'ITÉRATION:

### PREMIÈRE ITÉRATION :

- **Estimation initiale**  $f=0.02$

$$\text{Gauche}=1/\sqrt{0.02}$$

$$\text{Gauche}=7.07$$

$$\text{Droite} = -2.0 \log_{10} \left( \frac{0.000045/0.25}{3.7} + \frac{2.51}{254500\sqrt{0.02}} \right)$$

$$\text{Droite}=7.854$$

### **Résultat de la première itération :**

La valeur de droite est légèrement supérieure, suggérant une surestimation de  $f$ . Nous devons donc réduire  $f$  pour l'itération suivante.

### DEUXIÈME ITÉRATION :

- $f=0.018$

$$\text{Gauche}=1/\sqrt{0.018}$$

$$\text{Gauche}=7.35$$

$$\text{Droite} = -2.0 \log_{10} \left( \frac{0.000045/0.25}{3.7} + \frac{2.51}{254500\sqrt{0.018}} \right)$$

$$\text{Droite}=7.826$$

### **Résultat de la deuxième itération :**

Encore une légère surestimation. Nous ajustons encore  $f$  à la baisse.

### TROISIÈME ITÉRATION :

- $f=0.017$

$$\text{Gauche}=1/\sqrt{0.017}$$

$$\text{Gauche}=7.46$$

$$\text{Droite} = -2.0 \log_{10} \left( \frac{0.000045/0.25}{3.7} + \frac{2.51}{254500\sqrt{0.017}} \right)$$

$$\text{Droite}=7.808$$

### **Résultat de la troisième itération :**

Les valeurs commencent à converger. Nous ajustons  $f$  encore légèrement.

### QUATRIÈME ITÉRATION :

- $f=0.0165$

$$\text{Gauche}=1/\sqrt{0.0165}$$

$$\text{Gauche}=7.55$$

$$\text{Droite} = -2.0 \log_{10} \left( \frac{0.000045/0.25}{3.7} + \frac{2.51}{254500\sqrt{0.0165}} \right)$$

$$\text{Droite}=7.798$$

### Résultat de la quatrième itération :

Les valeurs sont très proches, mais une légère amélioration est encore possible.

### CINQUIÈME ITÉRATION :

- $f=0.01625$

$$\text{Gauche}=1/\sqrt{0.01625}$$

$$\text{Gauche}=7.85$$

$$\text{Droite} = -2.0 \log_{10} \left( \frac{0.000045/0.25}{3.7} + \frac{2.51}{254500\sqrt{0.01625}} \right)$$

$$\text{Droite}=7.792$$

### Conclusion finale :

Les valeurs calculées pour la gauche et la droite sont très proches, indiquant un équilibre précis. L'estimation de  $f=0.01625$  est validée comme le facteur de friction optimal pour les conditions données.