

# CALCUL DE LA FORCE RÉSUŁTANTE DE L'EAU

## Enoncé

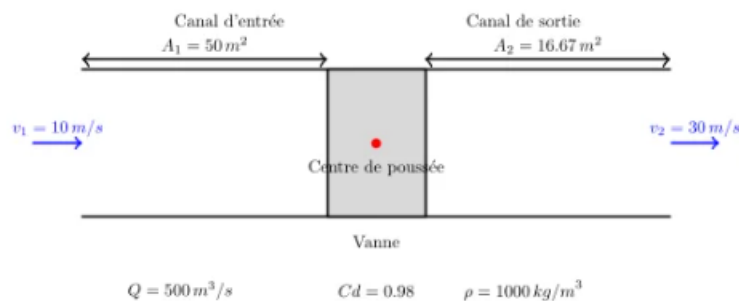
Une station de traitement d'eau utilise une série de vannes pour contrôler le flux d'eau dans ses canaux.

Une vanne particulière, cruciale pour le fonctionnement de la station, est exposée à un débit d'eau élevé, ce qui peut générer des forces importantes sur la structure de la vanne.

Pour assurer la sécurité et l'efficacité du système, il est essentiel de calculer la force résultante exercée par l'eau sur cette vanne lorsqu'elle est partiellement ouverte.

### Données Fournies:

- Débit d'eau,  $Q$ :  $500 \text{ m}^3/\text{s}$
- Vitesse de l'eau avant la vanne,  $v_1$ :  $10 \text{ m/s}$
- Section transversale de l'eau avant la vanne,  $A_1$ :  $50 \text{ m}^2$
- Vitesse de l'eau après la vanne,  $v_2$ :  $30 \text{ m/s}$  (due à la réduction de l'ouverture)
- Section transversale de l'eau après la vanne,  $A_2$ :  $16.67 \text{ m}^2$
- Coefficient de décharge de la vanne,  $C_d$ :  $0.98$
- Densité de l'eau,  $\rho$ :  $1000 \text{ kg/m}^3$



### Questions:

1. Calculez la quantité de mouvement initiale et finale de l'eau.
2. Déterminez la force résultante  $F_r$  exercée sur la vanne en utilisant les données fournies et les formules ci-dessus.
3. Expliquez l'impact de l'augmentation de la vitesse de l'eau après la vanne sur la force résultante.

# CORRECTION

## 1. CALCUL DE LA QUANTITÉ DE MOUVEMENT INITIALE ET FINALE

### – QUANTITÉ DE MOUVEMENT INITIALE ( $p_1$ )

Pour trouver la quantité de mouvement initiale, nous utilisons la formule:

$$p_1 = \rho \times Q \times v_1$$

Substituons les valeurs données :

- $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  (densité de l'eau)
- $Q = 500 \text{ m}^3/\text{s}$  (débit d'eau)
- $v_1 = 10 \text{ m/s}$  (vitesse de l'eau avant la vanne)

$$p_1 = 1000 \times 500 \times 10$$

$$p_1 = 5,000,000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

### – QUANTITÉ DE MOUVEMENT FINALE ( $p_2$ )

De manière similaire, pour la quantité de mouvement finale, la formule est:

$$p_2 = \rho \times Q \times v_2$$

Substituons les valeurs :

- $v_2 = 30 \text{ m/s}$  (vitesse de l'eau après la vanne)

$$p_2 = 1000 \times 500 \times 30$$

$$p_2 = 15,000,000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

## 2. CALCUL DE LA FORCE RÉSLTANTE ( $F_r$ )

La force résultante est donnée par la différence entre la quantité de mouvement finale et initiale, ajustée par le coefficient de décharge ( $C_d$ ):

$$F_r = C_d \times (p_2 - p_1)$$

Substituons les valeurs et calculons :

- $C_d = 0.98$

$$F_r = 0.98 \times (15,000,000 - 5,000,000)$$

$$F_r = 0.98 \times 10,000,000$$

$$F_r = 9,800,000 \text{ N}$$

La force résultante  $F_r$  exercée sur la vanne est donc de 9,800,000 Newtons.

## 3. IMPACT DE L'AUGMENTATION DE LA VITESSE DE L'EAU SUR LA FORCE RÉSLTANTE

### Analyse de l'Impact

L'augmentation de la vitesse de l'eau après la vanne de 10 m/s à 30 m/s résulte en une augmentation significative de la quantité de mouvement.

Comme  $p_2$  est beaucoup plus élevée que  $p_1$ , la force résultante sur la vanne augmente considérablement. Cette augmentation de force peut entraîner des contraintes plus importantes sur la structure de la vanne, nécessitant une conception robuste pour résister à ces forces élevées. L'utilisation du coefficient de décharge ajuste légèrement la force en prenant en compte les pertes dues à la turbulence et à la contraction du flux.