Économétrie des Séries Temporelles

Fiche TD #3

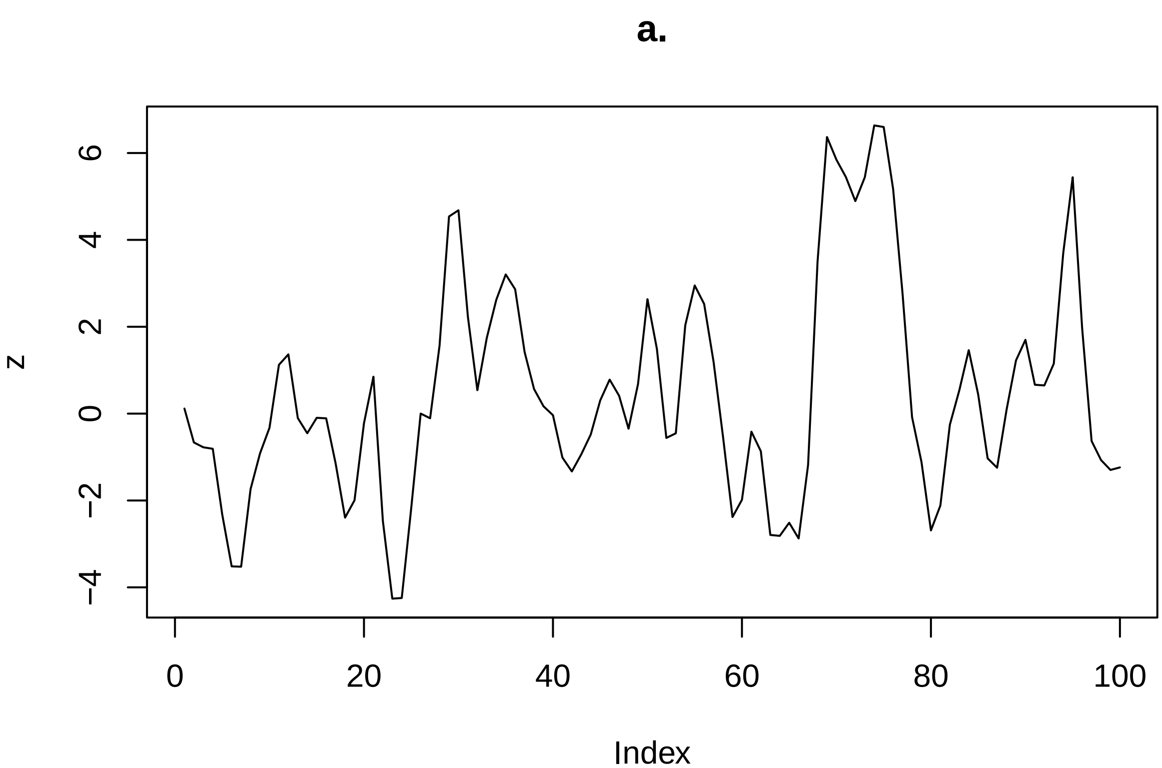
Racine unitaire et VAR

Exercice 1

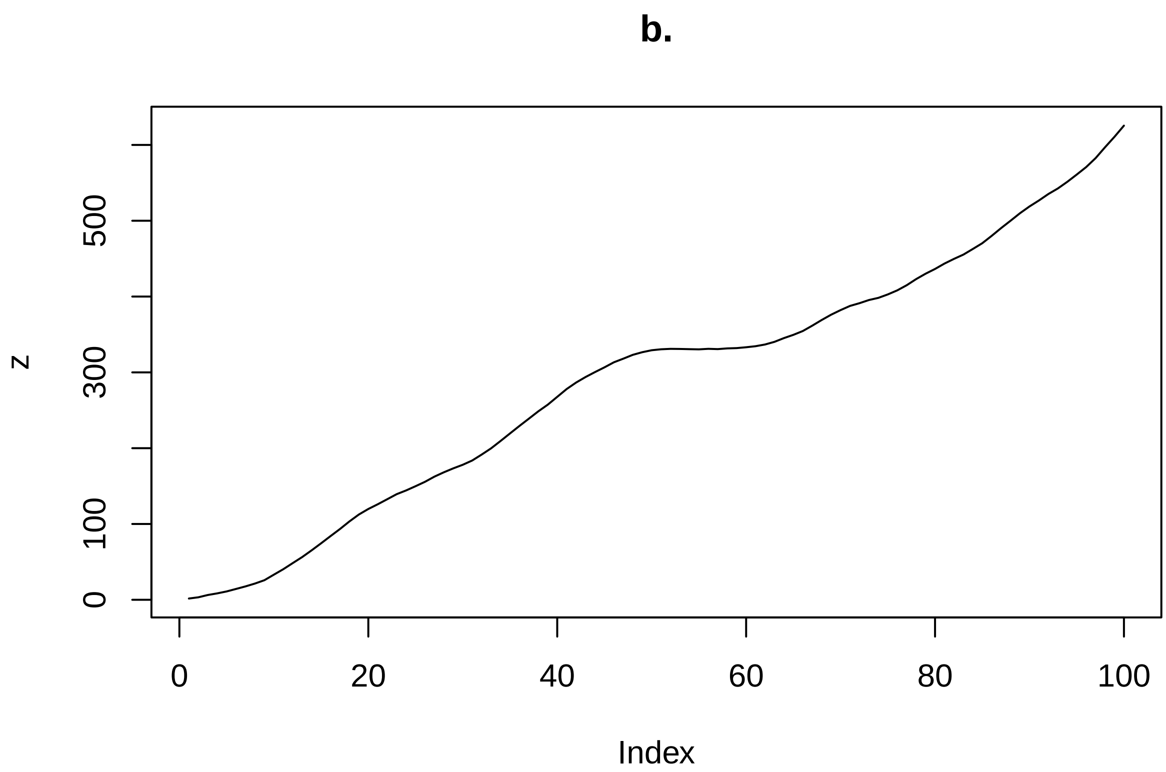
Identifiez chacun des modèles suivants comme des modèles ARMA spécifiques et indiquez s'ils sont stationnaires ($\{w_t\}$ est un bruit blanc de moyenne nulle).

a. $z_t = z_{t-1} - 0.25z_{t-2} + w_t + 0.5w_{t-1}$
b. $z_t = 2z_{t-1} - z_{t-2} + w_t$
c. $z_t = 0.5z_{t-1} + 0.5z_{t-2} + w_t - 0.5w_{t-1} + 0.25w_{t-2}$

```r
nobs <- 100
z <- numeric(nobs)
w <- rnorm(nobs)
z[1] <- w[1]
z[2] <- w[2] + w[1]
for(t in 3:nobs){
  z[t] <- z[t-1] - 0.25*z[t-2] + w[t] + 0.5*w[t-1]
}
plot(z, type = "l", main = "a.")
```

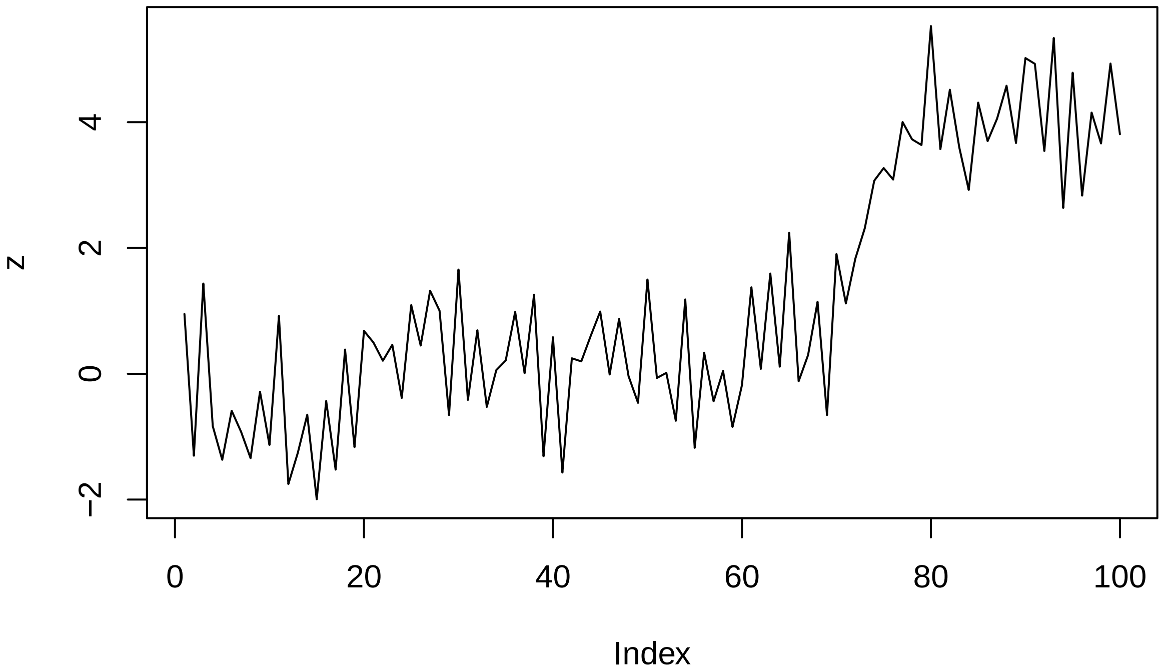


```r
nobs <- 100
z <- numeric(nobs)
w <- rnorm(nobs)
z[1] <- w[1]
z[2] <- w[2] + w[1]
for(t in 3:nobs){
  z[t] <- 2*z[t-1] - z[t-2] + w[t]
}
plot(z, type = "l", main = "b.")
```




```r
nobs <- 100
z <- numeric(nobs)
w <- rnorm(nobs)
z[1] <- w[1]
z[2] <- w[2] + w[1]
for(t in 3:nobs){
  z[t] <- 0.5*z[t-1] + 0.5*z[t-2] + w[t] - 0.5*w[t-1] + 0.25*w[t-2]
}
plot(z, type = "l", main = "c.")
```

c.



Exercice 2

On souhaite étudier les interactions entre trois variables macroéconomiques :

1. **PIB**, noté y_t,
2. **Taux d'inflation**, noté π_t,
3. **Taux d'intérêt**, noté r_t.

On suppose que ces variables suivent un modèle VAR(2) de la forme :

$$\begin{pmatrix} y_t \\ \pi_t \\ r_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{11}^1 & \phi_{12}^1 & \phi_{13}^1 \\ \phi_{21}^1 & \phi_{22}^1 & \phi_{23}^1 \\ \phi_{31}^1 & \phi_{32}^1 & \phi_{33}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{t-1} \\ \pi_{t-1} \\ r_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{11}^2 & \phi_{12}^2 & \phi_{13}^2 \\ \phi_{21}^2 & \phi_{22}^2 & \phi_{23}^2 \\ \phi_{31}^2 & \phi_{32}^2 & \phi_{33}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{t-2} \\ \pi_{t-2} \\ r_{t-2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \end{pmatrix}$$

où $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \varepsilon_{3t})'$ est un vecteur de bruits blancs tels que $\mathsf{E}[\boldsymbol{\varepsilon}_t] = \mathbf{0}$ et $\mathsf{E}[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = \boldsymbol{\Sigma}$, avec $\boldsymbol{\Sigma}$ une matrice de variance-covariance.

a. Écrivez explicitement les trois équations du modèle VAR(2) pour y_t, π_t et r_t.
b. Quelle est la signification économique des coefficients ϕ_{12}^1 et ϕ_{23}^2 ?