

Économétrie des séries temporelles

Partiel 2024/2025

Session 1

Durée : 2 heures

Aucun document ni moyen de communication n'est autorisé

Barème indicatif :

- Partie 1 : 4 points
 - Partie 2 : 10 points
 - Partie 3 : 3 points
 - Partie 4 : 3 points
-

Partie 1 : Questions théoriques

1. Définitions et concepts de base

- a. Définissez la stationnarité faible et la stationnarité stricte.
- b. Pourquoi la stationnarité est-elle une propriété importante dans l'analyse des séries temporelles ?
- c. Expliquez la différence entre les fonctions d'autocorrélation (ACF) et d'autocorrélation partielle (PACF).

2. Représentation des modèles ARMA

Réalisez l'une des deux transformations :

- a. Écrivez un processus AR(1) sous forme MA(∞) en supposant $|\phi_1| < 1$.
- b. Écrivez un processus MA(1) sous forme AR(∞) en supposant $|\theta_1| < 1$.

Partie 2 : Exercices pratiques

1. Soit le processus AR(1) suivant :

$$Y_t = 0.6Y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2).$$

- a. Calculez la variance γ_0 de Y_t .
- b. Déterminez l'autocovariance γ_1 et l'autocorrélation ρ_1 .

2. Soit le processus MA(1) suivant :

$$Y_t = 0.5\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2).$$

- a. Calculez la variance γ_0 de Y_t .
- b. Déterminez l'autocovariance γ_1 et l'autocorrélation ρ_1 .

3. Soit le processus ARMA(1,1) suivant :

$$Y_t = 0.7Y_{t-1} + 0.4\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2).$$

- a. Calculez la variance γ_0 de Y_t .
- b. Déterminez l'autocovariance γ_1 et l'autocorrélation ρ_1 .

4. Stationnarité et racines unitaires

- a. Parmi les modèles suivants, lesquels sont stationnaires (stables) ? Justifiez votre réponse.
 - i. $Y_t = 0.8Y_{t-1} + \varepsilon_t$
 - ii. $Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$
 - iii. $Y_t = 0.5Y_{t-1} + 0.3Y_{t-2} + \varepsilon_t$
- b. Pour le modèle $Y_t = 1.2Y_{t-1} - 0.2Y_{t-2} + \varepsilon_t$, déterminez si le processus est stationnaire en trouvant les racines de l'équation caractéristique.

Partie 3 : Vecteur AutoRégressif (VAR)

Le modèle VAR est donné par l'équation :

$$\mathbf{y}_t = \boldsymbol{\beta}_0 + \sum_{i=1}^k \boldsymbol{\beta}_i \mathbf{y}_{t-i} + \mathbf{u}_t$$

où :

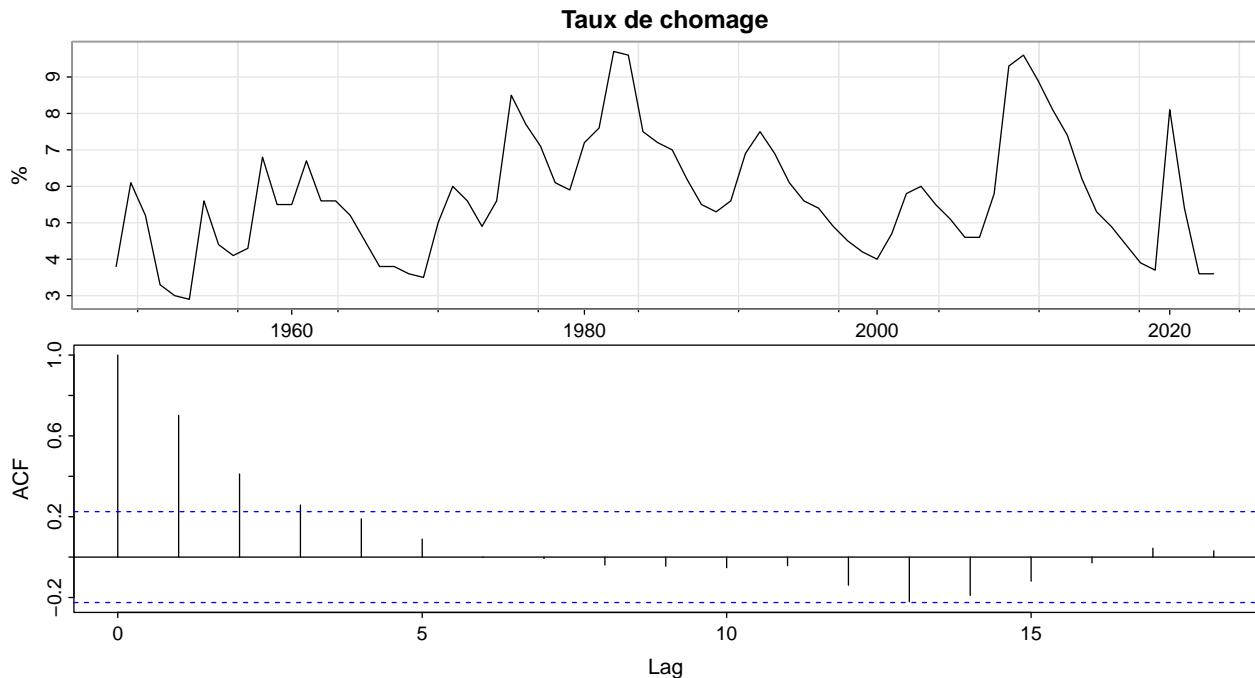
- \mathbf{y}_t est un vecteur de taille $k \times 1$ de variables déterminées par p retards de toutes les variables du système,
- \mathbf{u}_t est un vecteur de taille $k \times 1$ de termes d'erreur,
- $\boldsymbol{\beta}_0$ est un vecteur de taille $k \times 1$ de coefficients de termes constants,
- $\boldsymbol{\beta}_i$ sont des matrices de taille $k \times k$ de coefficients sur le i -ème retard de \mathbf{y} .

1. Si $k = 2$ et $p = 2$, écrivez toutes les équations du VAR en détail.
2. Pourquoi les VAR sont-ils populaires en économie et en finance ?

Partie 4 : Analyse empirique

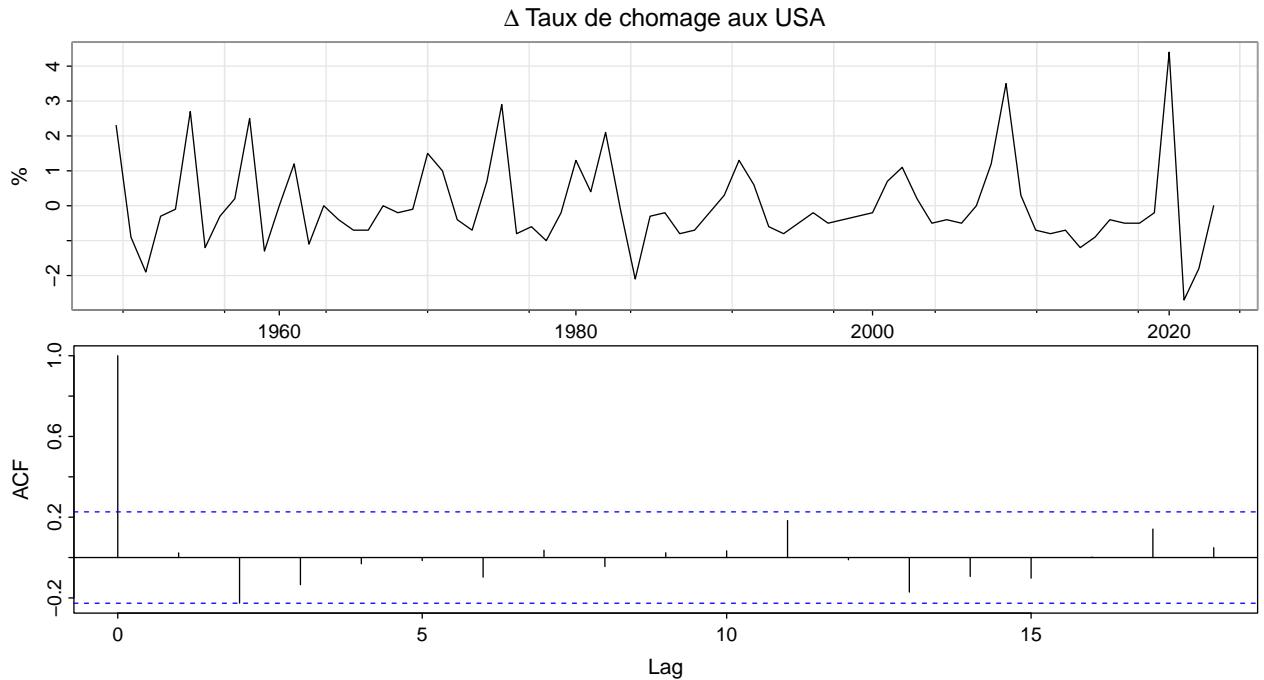
Vous devez analyser ces deux séries et les résultats obtenus. Que concluez-vous sur la stationnarité et l'autocorrélation du taux de chômage et de sa différence première ?

1. Taux de chômage annuels aux USA entre 1948 et 2023



```
## Augmented Dickey-Fuller Test
## alternative: stationary
##
## Type 1: no drift no trend
##      lag      ADF p.value
## [1,] 0 -0.897  0.356
## [2,] 1 -1.079  0.291
## [3,] 2 -0.781  0.398
## [4,] 3 -0.538  0.485
## Type 2: with drift no trend
##      lag      ADF p.value
## [1,] 0 -3.45   0.0140
## [2,] 1 -3.63   0.0100
## [3,] 2 -3.08   0.0356
## [4,] 3 -2.97   0.0453
## Type 3: with drift and trend
##      lag      ADF p.value
## [1,] 0 -3.36   0.0690
## [2,] 1 -3.66   0.0343
## [3,] 2 -3.02   0.1562
## [4,] 3 -2.83   0.2352
## ----
## Note: in fact, p.value = 0.01 means p.value <= 0.01
```

2. Différence première du taux de chômage annuels aux USA entre 1948 et 2023



```

## Augmented Dickey-Fuller Test
## alternative: stationary
##
## Type 1: no drift no trend
##      lag   ADF p.value
## [1,] 0 -8.55    0.01
## [2,] 1 -7.42    0.01
## [3,] 2 -6.20    0.01
## [4,] 3 -5.22    0.01
## Type 2: with drift no trend
##      lag   ADF p.value
## [1,] 0 -8.50    0.01
## [2,] 1 -7.37    0.01
## [3,] 2 -6.15    0.01
## [4,] 3 -5.18    0.01
## Type 3: with drift and trend
##      lag   ADF p.value
## [1,] 0 -8.44    0.01
## [2,] 1 -7.35    0.01
## [3,] 2 -6.16    0.01
## [4,] 3 -5.24    0.01
## ----
## Note: in fact, p.value = 0.01 means p.value <= 0.01

```