

MATEMATİKSEL İSTATİSTİK II

ÖDEV 4

Soru 1. X_1, X_2, \dots, X_n , $\text{Üstel}(\theta)$ dağılımından rassal örneklem olsun. $H_0: \theta = 2$ hipotezi $H_1: \theta = 3$ hipotezine karşı $\alpha = 0,1$ anlam düzeyinde test edilmesi için,

$$\psi_1(\mathbf{X}) = \begin{cases} 1, & \sum_{i=1}^n X_i > k_1 \\ 0, & \sum_{i=1}^n X_i < k_1 \end{cases} \quad \psi_2(\mathbf{X}) = \begin{cases} 1, & X_{(1)} > k_2 \\ 0, & X_{(1)} < k_2 \end{cases}$$

test fonksiyonları önerilsin.

a) $n = 10$ için ψ_1 ve ψ_2 test fonksiyonlarının ret bölgesi ve güçlerini bulunuz.

b) Test fonksiyonlarının %95 güce sahip olabilmesi için her bir test fonksiyonu için gerekli n örneklem hacmini bulunuz. Bulduğunuz örneklem hacmine göre hangi test fonksiyonunu kullanacağınız nedeniyle birlikte açıklayınız.

Soru 2. Kesikli dağılımlar için basit hipotezin karmaşık hipoteze karşı testi ile ilgili bir örnek oluşturunuz. Oluşturduğunuz örnekte eğer varsa düzgün en güçlü test fonksiyonunu bulunuz. Ayrıca $n = 6$ $\alpha = (\text{Sıra No} + 50)/1000$ için bulduğunuz test fonksiyonunun ret bölgesi ve gücünü bulunuz.

Soru 3. X_1, X_2, \dots, X_n , $N(\theta, 10 + \text{Sıra No})$ dağılımından rassal örneklem olsun. $H_0: \theta = 2$ hipotezi $H_1: \theta = -1$ hipotezine karşı α anlam düzeyinde test edilmesi için,

$$\psi_1(\mathbf{X}) = \begin{cases} 1, & \sum_{i=1}^n iX_i < k_1 \\ 0, & \sum_{i=1}^n iX_i > k_1 \end{cases} \quad \psi_2(\mathbf{X}) = \begin{cases} 1, & \sum_{i=1}^n (-1)^i X_i < k_1 \\ 0, & \sum_{i=1}^n (-1)^i X_i > k_1 \end{cases}$$

test fonksiyonları önerilsin.

a) Neyman-Pearson lemmasına göre yukarıda tanımlanan hipotez testi problemi için ψ_3 test fonksiyonunu bulunuz.

b) $n = 20$, $\alpha = 0,05$ ve $\alpha = 0,01$ için ψ_1 , ψ_2 ve ψ_3 test fonksiyonlarının ve güçlerini bulunuz.

c) Google Colab 'da (<https://colab.research.google.com/>) aşağıda verilen kodu çalıştırın ve elde edeceğimiz her veriyi yazınız. Elde ettiğiniz verileri kullanarak ψ_1 , ψ_2 ve ψ_3 test fonksiyonlarına göre yukarıda tanımlanan hipotez testi problemini $\alpha=0,1$ göre test ediniz. Sizce hangi test fonksiyonunda doğru kararı verdiniz. Nedeniyle birlikte açıklayınız.

Not: Sıra No sizlerin imza sırasındaki sıranızı belirtir.

Google Colab Kodu:

“

```
import numpy as np

sirano=10 #Her Bir Öğrenci Kendi Sıra Numarsını Yazması Gerekıyor

sgm=np.sqrt(10+sirano) # Burasının Değiştirilmemesi Gerekıyor
myData = list(np.random.normal(loc=2.05,scale=sgm,size=10)) #
Burasının Değiştirilmemesi Gerekıyor

myData # Burasının Değiştirilmemesi Gerekıyor
```

“