计算机视觉：人脸识别

https://github.com/yangminz/tensorface

赵阳旻，14307130067

2016 12

目录

人 脸 识 别 介 绍

当然应用是非常广泛的

静态照片的人脸识别应用已经很广泛了，毋论动态视频中的识别

FBI 在某次枪击案中使用了人脸识别技术，从在场人群手机上的和监控中的照片里找到了凶手

简单的历史回顾

- 1960s, 计算图片上眼耳鼻特征的距离和比例，然后和参考值比较
- 1970s, 使用发色、唇厚等进行自动计算
- 1988, PCA 的应用横空出世，一个 milestone
- 1991, 利用 eigenface 的残差误差建立实时系统
- now, CNN 大行其道

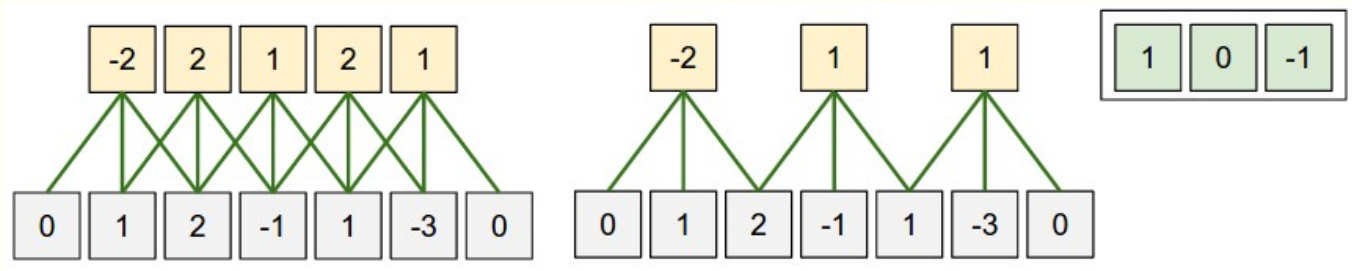
卷 积 神 经 网 络

卷积不卷积

数学上独立随机变量 ξ 与 η 的离散卷积是：

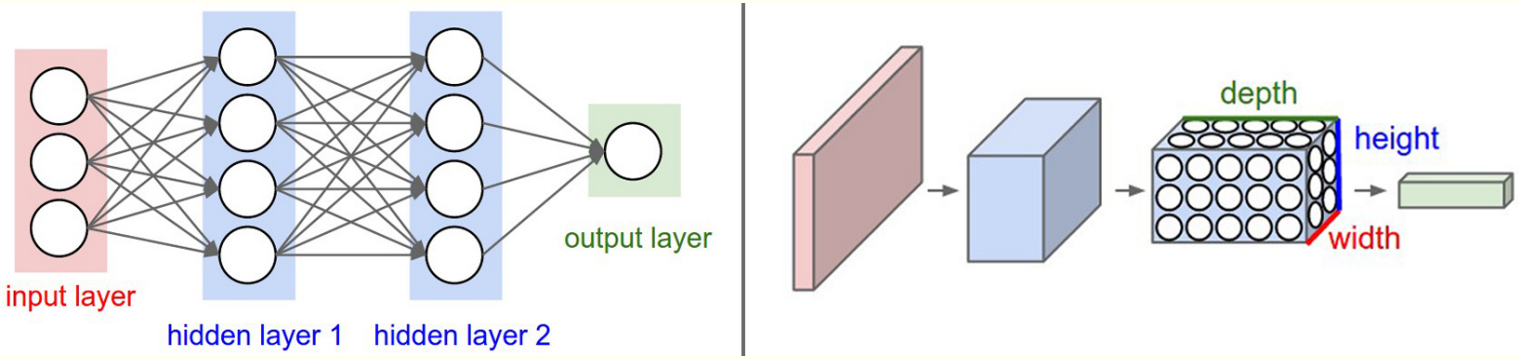
$$P\{\zeta = r\} = \sum_{k=0}^{r} P\{\xi = k, \eta = r - k\} = \sum_{k=0}^{r} a_k b_{r-k}$$

CNN 的卷积是：



它只是局部加权平均

来自 CS231N 的网络

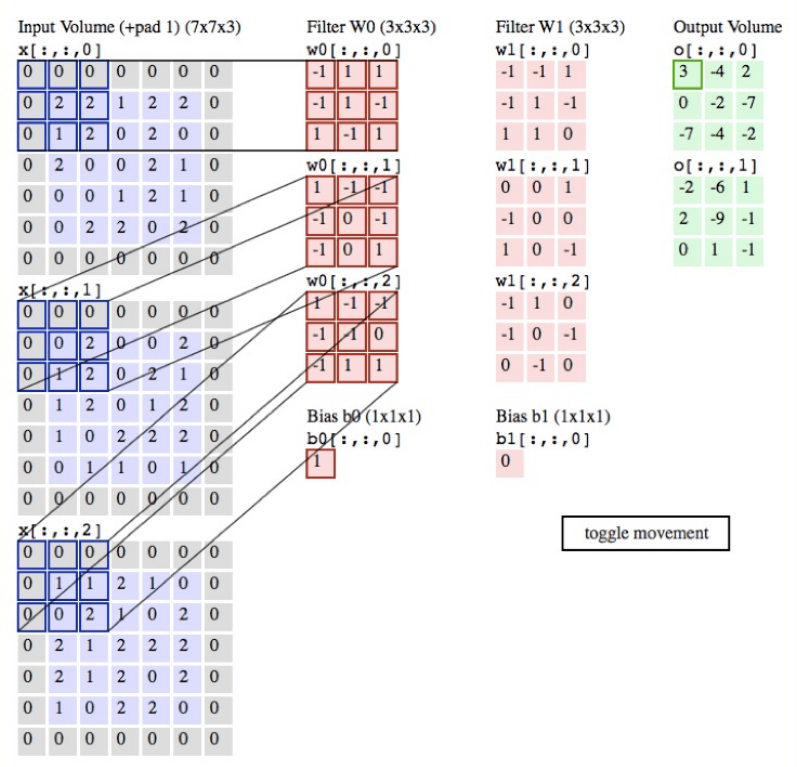


左边是 3 层全连接神经网络，右边是一个卷积神经网

CNN 在于，对于复杂的输入——图片，大量地减少了网络参数的数量

来自 CS231N 的网络

与一般网络的差别：



带来的问题是，虽然 CNN 通过卷积有效地减少了网络参数
但是相比于一般网络，它为什么仍然能够有效？

Kolmogorov 定理

$\Phi(y)$ 是单调有界连续增函数，其中 $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ 只是一个有界闭子集上的连续函数，则：
$\forall \epsilon > 0$，存在正整数 H 和 c_j, θ_j，有 $w_{ij}, i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$，

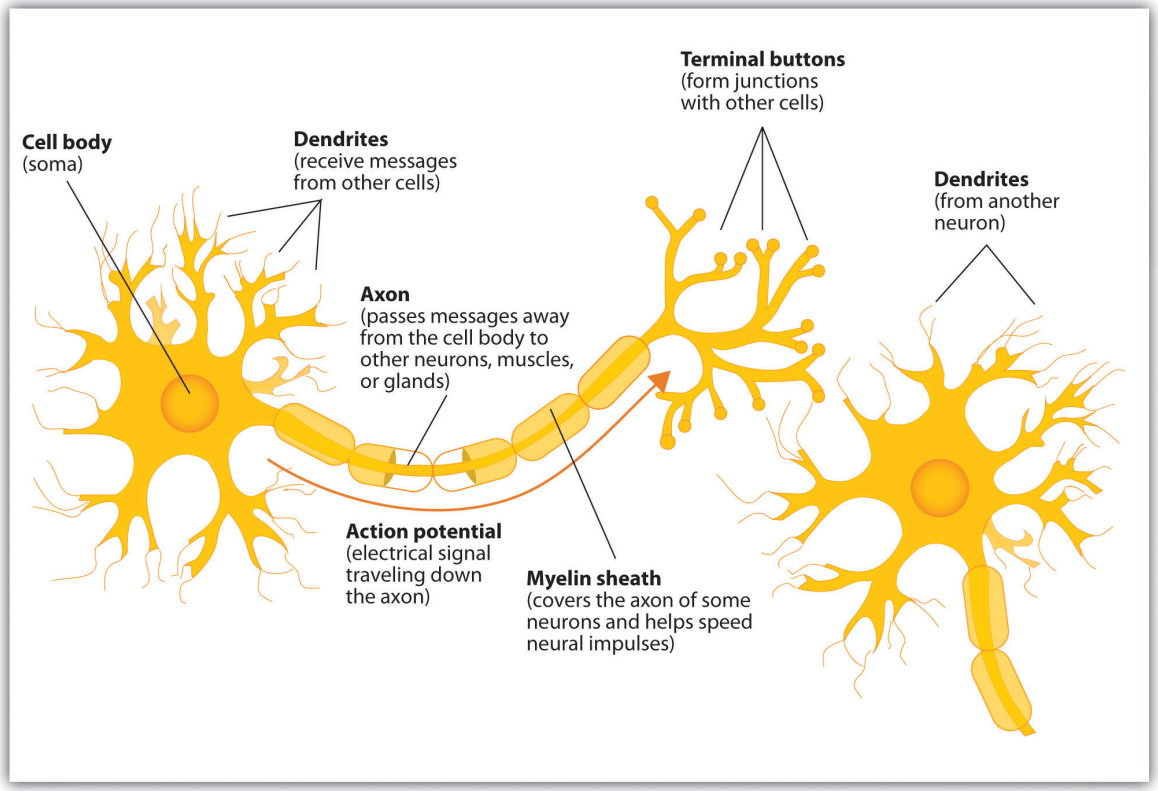
$$g(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{j=1}^{H} c_j \Phi \left(\sum_{i=1}^{n} w_{ij} \cdot x_i - \theta_j \right)$$

$$s.t. \max \left| f(x_1, x_2, \ldots, x_n) - g(x_1, x_2, \ldots, x_n) \right| < \epsilon$$

$\Phi(\cdot)$ 是我们平时用的非线性函数，c, w, θ 是随机梯度训练的参数
CNN 修改了 w，让函数逼近收敛得更快

一种玄学的解释

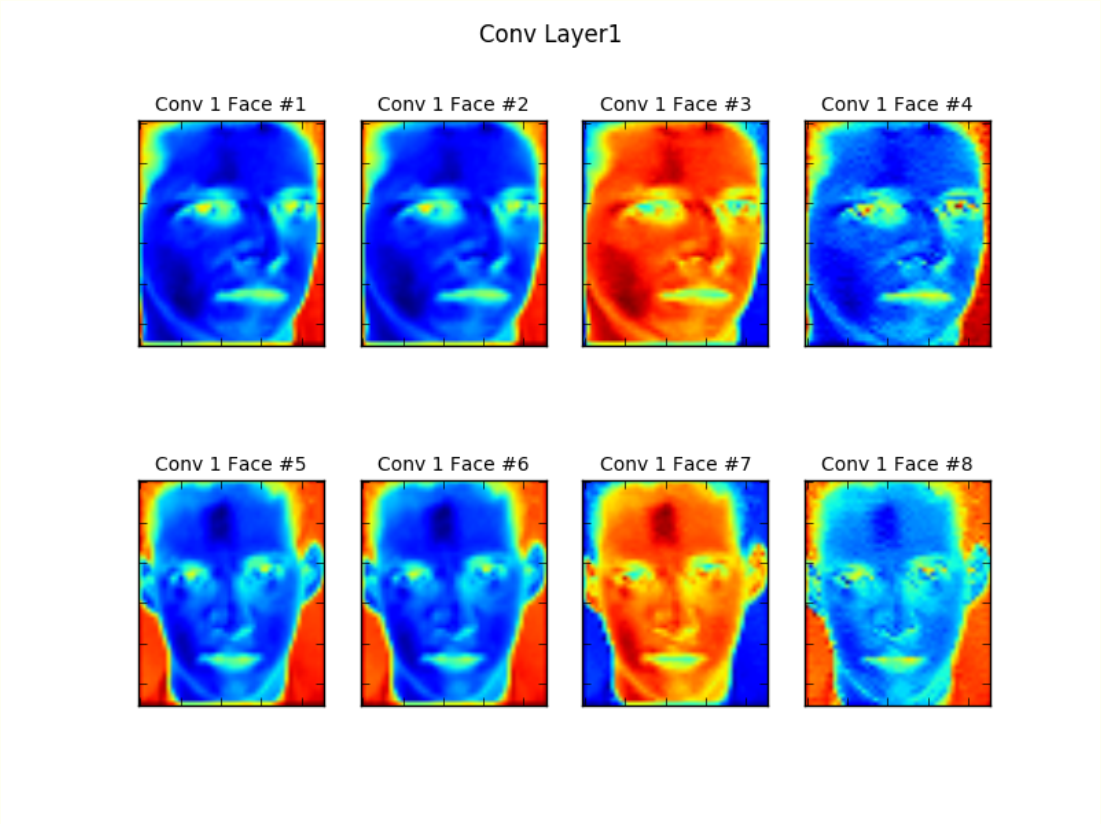
局部感知



因为人类的神经元也只具有局部感知能力

Keras 实验：实际上发生了什么

使用 AT&T 的数据集：



使用了一个训练好的，正确率在 99% 的卷积网络的参数，第一层卷积不同深度的 feature mapping

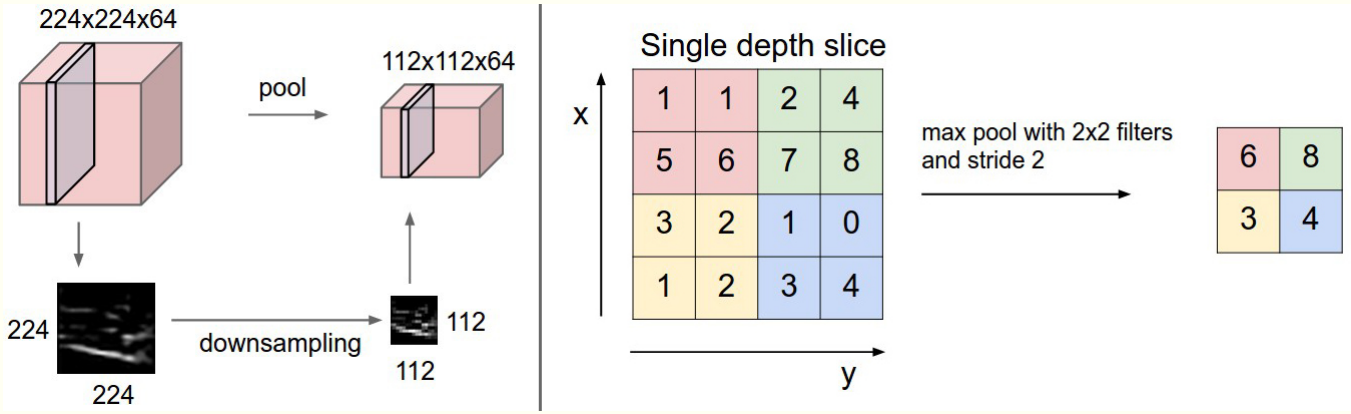
Keras 实验： 模型

一个简单的 CNN:

```
model = Sequential()
print 'Building: conv1 - tanh - maxpooling'
model.add(Convolution2D(filter1, conv_side, conv_side, border_mode='same', sub
model.add(Activation('tanh'))
model.add(MaxPooling2D(pool_size=(pool_side, pool_side)))
print 'Building: conv2 - tanh - maxpooling'
model.add(Convolution2D(filter2, conv_side, conv_side))
model.add(Activation('tanh'))
model.add(MaxPooling2D(pool_size=(pool_side, pool_side)))
print 'Building: flat - dense - tanh - dense - softmax'
model.add(Flatten())
model.add(Dense(1000)) #Full connection
model.add(Activation('tanh'))
model.add(Dense(SUBJECT_NUM))
model.add(Activation('softmax'))
sgd = SGD(lr=sgd_lr, decay=sgd_decay, momentum=sgd_momentum, nesterov=True)
model.compile(loss='categorical_crossentropy', optimizer=sgd)
return model
```

除了卷积以外还应该做什么

max pooling:

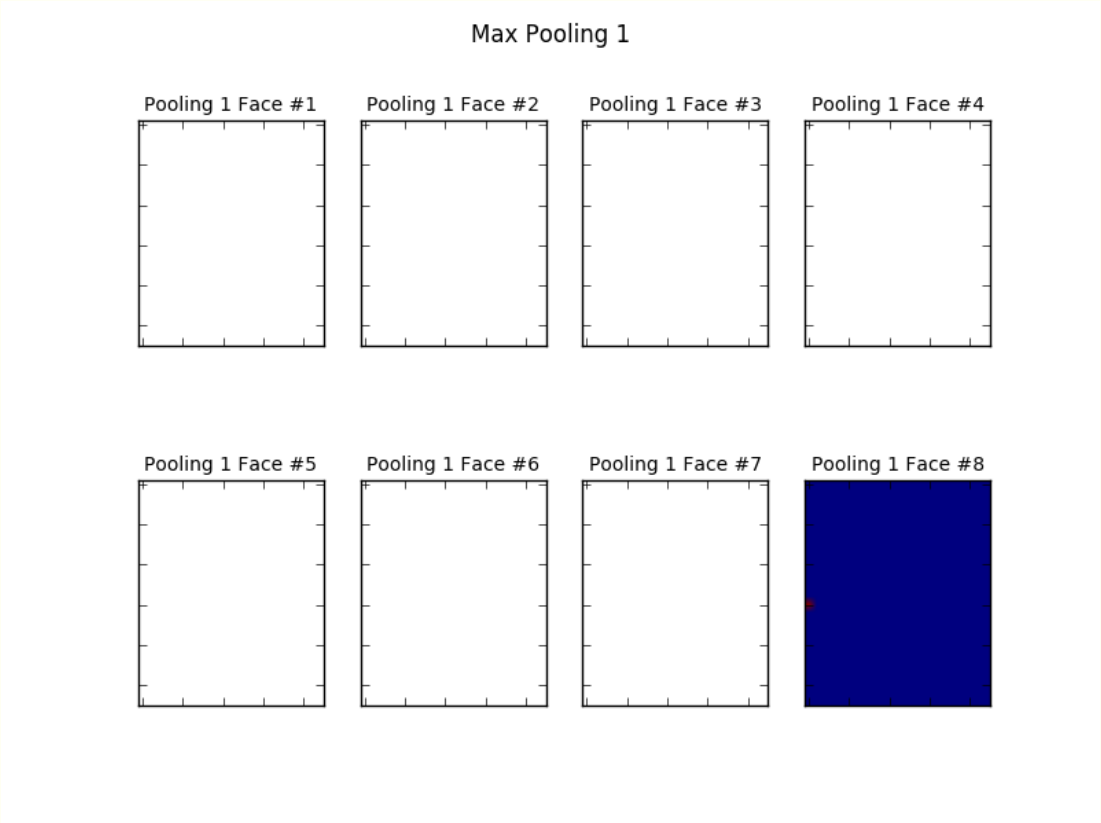


对于一张合理的图像而言，临近点之间具有某种“连续性”
在某种意义上类似于“积分中值定理”：average pooling, max pooling

为什么要做 pooling

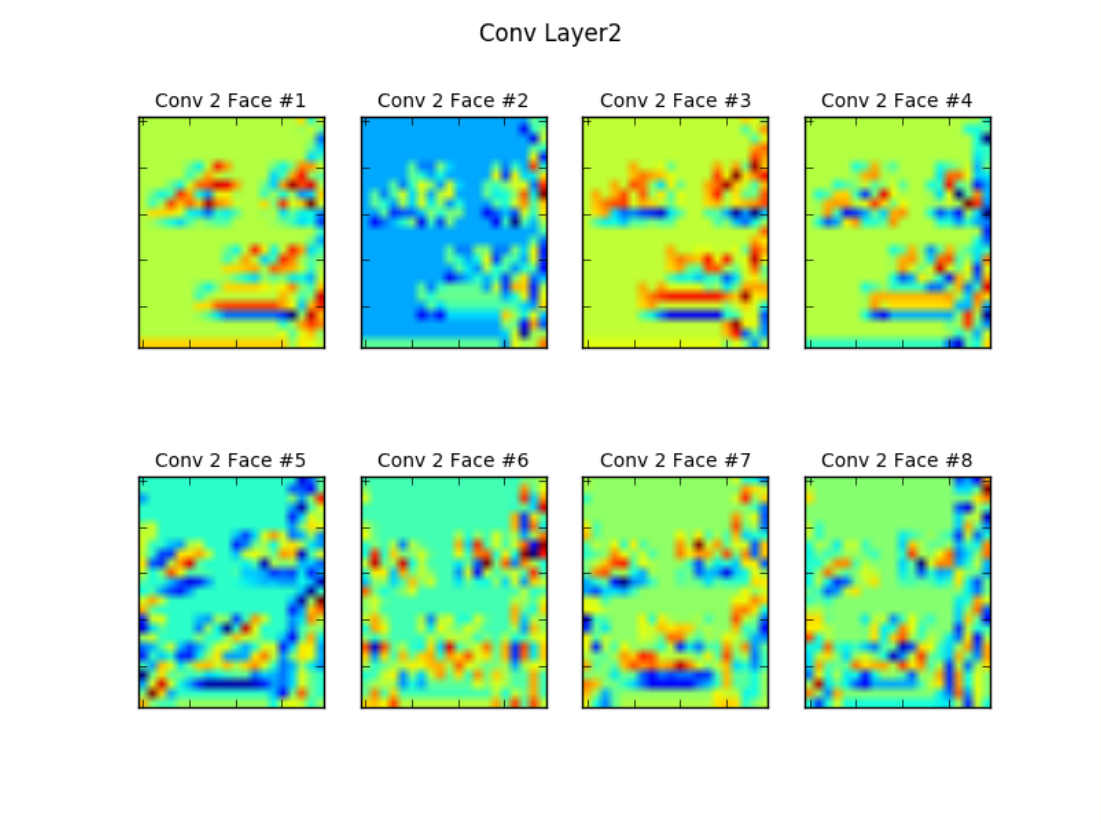
Pooling 的时候，“随意地”丢弃了很多特征图中的信息，所以可以对抗过拟合
如果用同样的方法去理解卷积 filter 呢？
或许，卷积 filter 可以看做一种更加精细的“积分中值定理”（实际上数学上的卷积就是这样的积分）
卷积 filter+ 非线性和 Pooling 经常成对出现

Keras 实验：Max Pooling



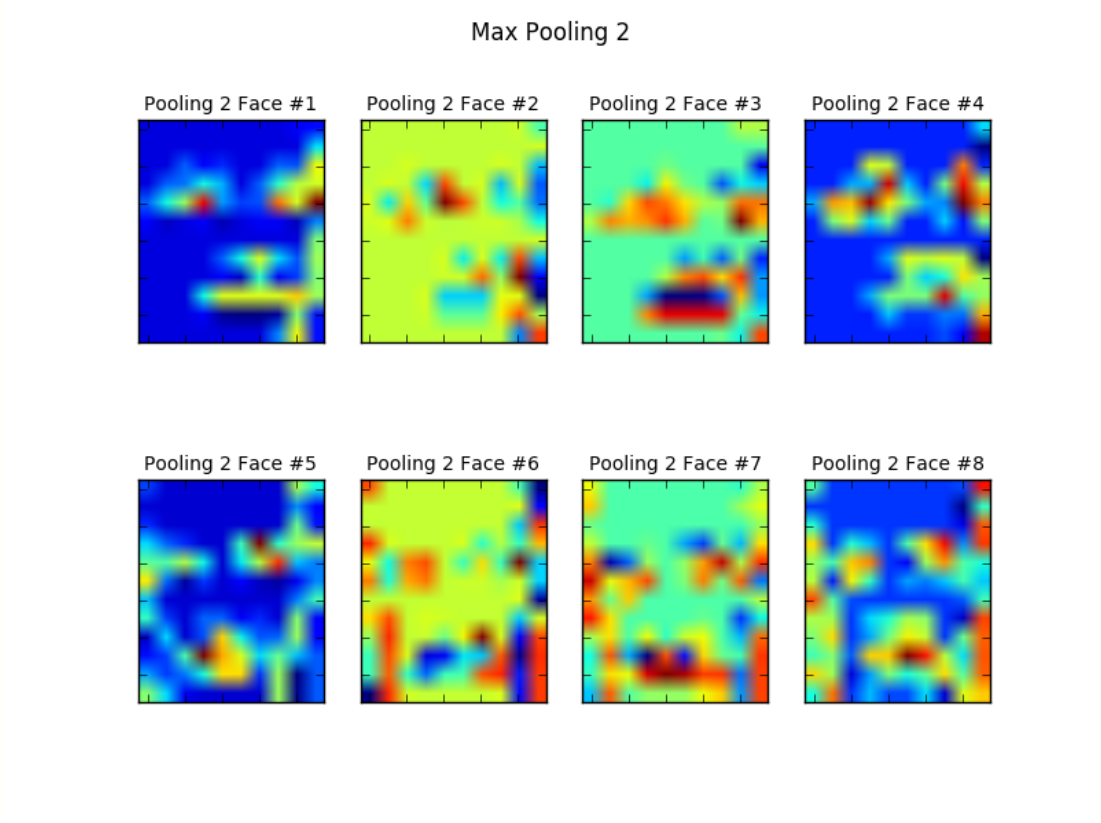
???

Keras 实验：第二层卷积



可以看到，图片已经丢失了大部分信息
但是最主要的特征：眼睛、鼻子、嘴巴被保留了

Keras 实验：第二层 Pooling



更加抽象，但是网络已经抓取到了最具有特征的人脸五官信息
此时再做全连接网络的分类器，计算代价降低了很多

影响结果的各种参数

大家都熟知，所以不想讲太多
比如网络层数，层数越高，之前图片的信息“密度”越高，越从“局部感知”走向“全局感知”
我主要想讲的就是之前的原理

主 成 分 分 析

PCA 是如何想到的……

PCA 是一个很棒的降维方法！

图片是维度特别高的输入，所以之前我们用 CNN 去抓取特征。

在某些情况下，直接用 PCA 得到最重要的方向！

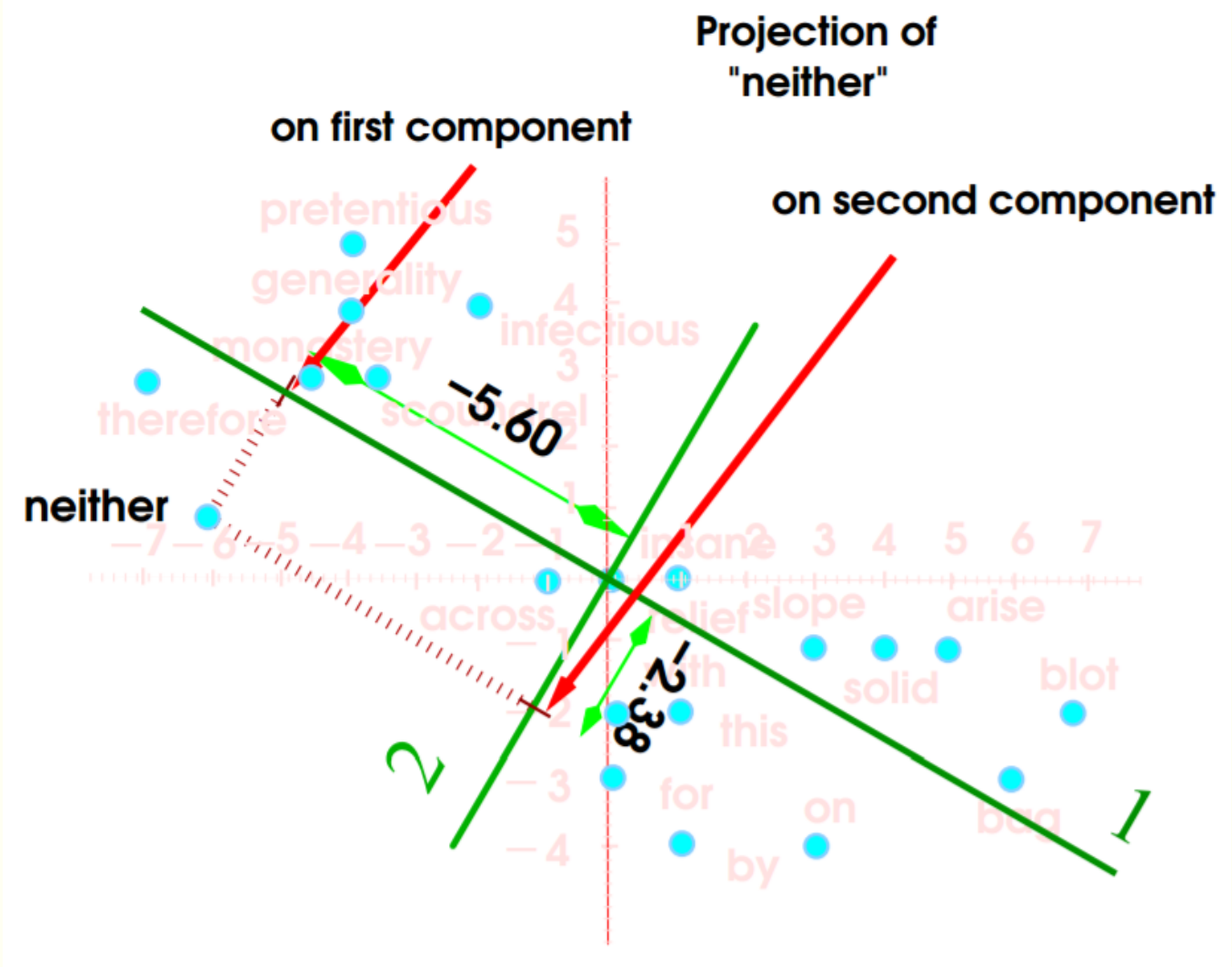
PCA 的前世今生

源自 1901 年的统计学家：Karl Pearson

PCA 的本质是找到高维空间上，对方差影响最大的数据方向
这样就能够权衡数据损失与空间维度！

数学上，PCA 是特征分析多元统计分布的最简单的方法
现在，在复杂数据，比如人脸识别中非常有用

一个简单的图示



得到了两个最重要的正交的方向

优雅的数学推理

为什么之前那两个方向是最重要的？

人脸 $\mathbf{X} = \{\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, \cdots, \mathbf{x_n}\} \in \mathbb{R}^{n \times d}$

$$\mathbf{x_0} \in \mathbb{R}^d$$

希望它能最好地代表这些脸，或者说：与所有样本之间的距离的平方和越小越好：

$$J_0(\mathbf{x_0}) = \sum_{k=0}^{n} ||\mathbf{x_0} - \mathbf{x_k}||^2$$

优雅的数学推理

拆开目标函数：

$$J_0(\mathbf{x_0}) = \sum_{k=1}^{n} ||(\mathbf{x_0} - \mu) - (\mathbf{x_k} - \mu)||^2$$

$$= n \cdot ||\mathbf{x_0} - \mu||^2 + \sum_{k=0}^{n} ||\mathbf{x_k} - \mu||^2 - 2 \cdot ||\mathbf{x_0} - \mu|| \cdot \sum_{k=0}^{n} (\mathbf{x_k} - \mu)$$

$$= n \cdot ||\mathbf{x_0} - \mu||^2 + \sum_{k=0}^{n} ||\mathbf{x_k} - \mu||^2$$

右边一项并不依赖于 $\mathbf{x_0}$ 是常量，所以左边一项取均值 μ 时目标函数取极小值

优雅的数学推理

这是否意味着就应该用均值 μ 代表所有的人脸？
这样的观点基于这样一种看法，样本均值是数据的一种零维表达：

$$\mu \in \mathbb{R}^0$$

所以当我们用样本均值来降维的时候，降维降得过头了。所以现在考虑降到一维的情况，也就是将样本点投影到一条经过均值点的直线上，让这根直线上的投影点来代表全体数据点：

$$\mathbf{x} = \mu + a \cdot \mathbf{e}$$

在这里，标量 a 反应了投影点对均值的偏离程度，$\mathbf{e}$ 是单位方向向量

优雅的数学推理

现在，我们希望最小化投影点和实际点之间的差异：

$$||(\mu + a_k \cdot \mathbf{e}) - \mathbf{x_k}||$$

所以构造平方误差函数：

$$J_1(a_1, \cdots, a_n, \mathbf{e}) = \sum_{k=1}^{n} ||(\mu + a_k \cdot \mathbf{e}) - \mathbf{x_k}||^2$$

优雅的数学推理

展开处理：

$$J_1 = \sum_{k=1}^{n} a_k^2 - 2\sum_{k=1}^{n} a_k \mathbf{e^T}(\mathbf{x_k} - \mu) + \sum_{k=1}^{n} ||\mathbf{x_k} - \mu||^2$$

这样就可以对 a_k 求偏导：

$$\frac{\partial J_1}{\partial a_k} = 2a_k - 2\mathbf{e^T}(\mathbf{x_k} - \mu) = 0 \Rightarrow a_k = \mathbf{e^T}(\mathbf{x_k} - \mu)$$

优雅的数学推理

从几何上讲，这告诉我们向量 $\mathbf{x_k}$ 只要向直线 $\mathbf{e}$ 做垂直投影，就能得到最小方差。

接下来的问题是：如何找到直线 $\mathbf{e}$ 的最优方向？

散布矩阵

$$\mathbf{S} = \sum_{k=1}^{n} (\mathbf{x_k} - \mu)(\mathbf{x_k} - \mu)^T$$

协方差矩阵的 $n-1$ 倍

优雅的数学推理

用散布矩阵来描述目标函数：

$$J_1(\mathbf{e}) = -\mathbf{e^T S e} + \sum_{k=1}^{n} ||\mathbf{x_k} - \mu||^2$$

用 Lagrange 乘子法求 $||\mathbf{e}|| = 1$ 的条件极值：

$$u = -\mathbf{e^T S e} + \lambda \left(\mathbf{e^T e} - 1\right)$$

优雅的数学推理

对 $\mathbf{e}$ 求偏导：

$$\frac{\partial u}{\partial \mathbf{e}} = 2\mathbf{S}\mathbf{e} - 2\lambda\mathbf{e} = 0$$

$$\Rightarrow \mathbf{S}\mathbf{e} = \lambda\mathbf{e}$$

所以它一定是特征向量！
要让 $\mathbf{e}^{\mathbf{T}}\mathbf{S}\mathbf{e} = \lambda\mathbf{e}^{\mathbf{T}}\mathbf{e} = \lambda$ 最大
就要选取散布矩阵最大的特征值所对应的特征向量作为方向向量

优雅的数学推理

如果映射到高维空间 d' 呢？

$$\mathbf{x} = \mu + \sum_{i=1}^{d'} a_i \mathbf{e_i}$$

取散布矩阵前 d' 个最大的特征值所对应的特征向量就行了

另外，散布矩阵

$$\mathbf{S} = \sum_{k=1}^{n} (\mathbf{x_k} - \mu)(\mathbf{x_k} - \mu)^T$$

实对称，所以这些特征向量相互正交

numpy 实验

还是用 AT&T 的 400 张人脸灰度图像
因为数据集简单，所以虽然是简单模型，效果也很好，正确率在 99% 左右

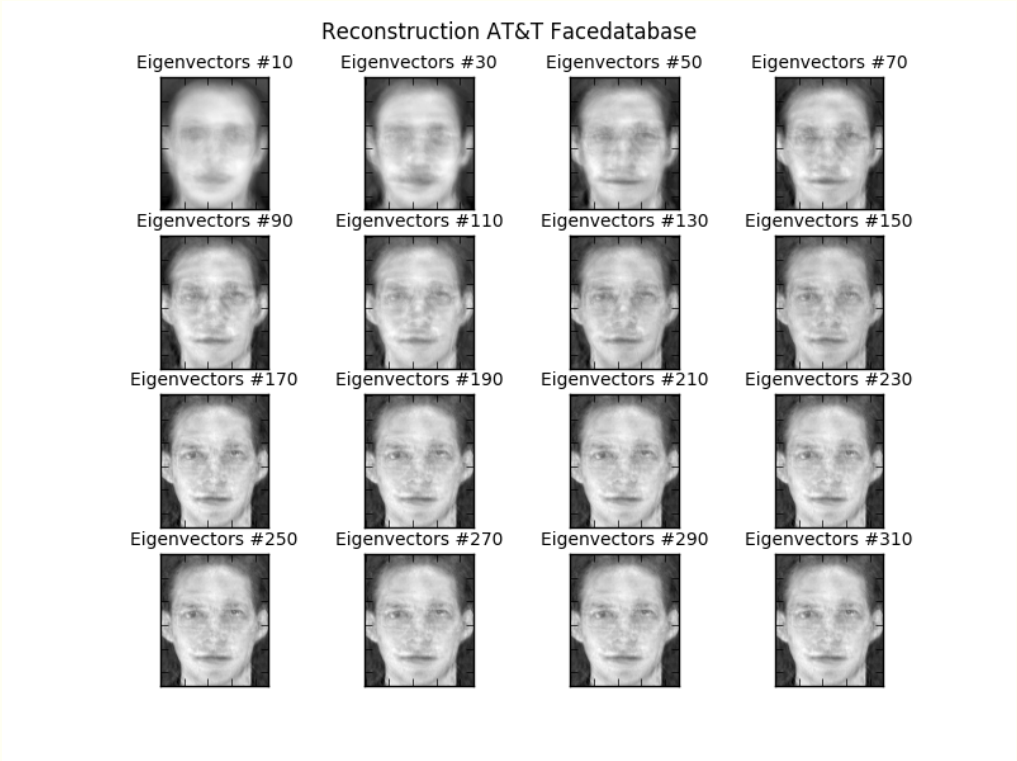
numpy 实验

$\mathbf{W}, \mu = \mathcal{PCA}(\mathbf{X})$;
for $x_i \in \mathbf{X}$ **do**
    $\mathbf{P} \oplus \mathfrak{Projection}(\mathbf{W}, x_i, \mu)$;
end
$\mathbf{Q} = \mathfrak{Projection}(W, x_i, \mu)$;
for $i \in len(\mathbf{P})$ **do**
    $dist = ||\mathbf{P}[i], \mathbf{Q}||$;
    if $dist < dist_{min}$ **then**
        $dist_{min} = dist$;
        $class_{min} = y_i$;
    end
end

Algorithm 1: Prediction Algorithm of PCA

numpy 实验: 维度

中间的结果也比较有趣，下图是一张脸在不同数量的特征向量上投影的结果：

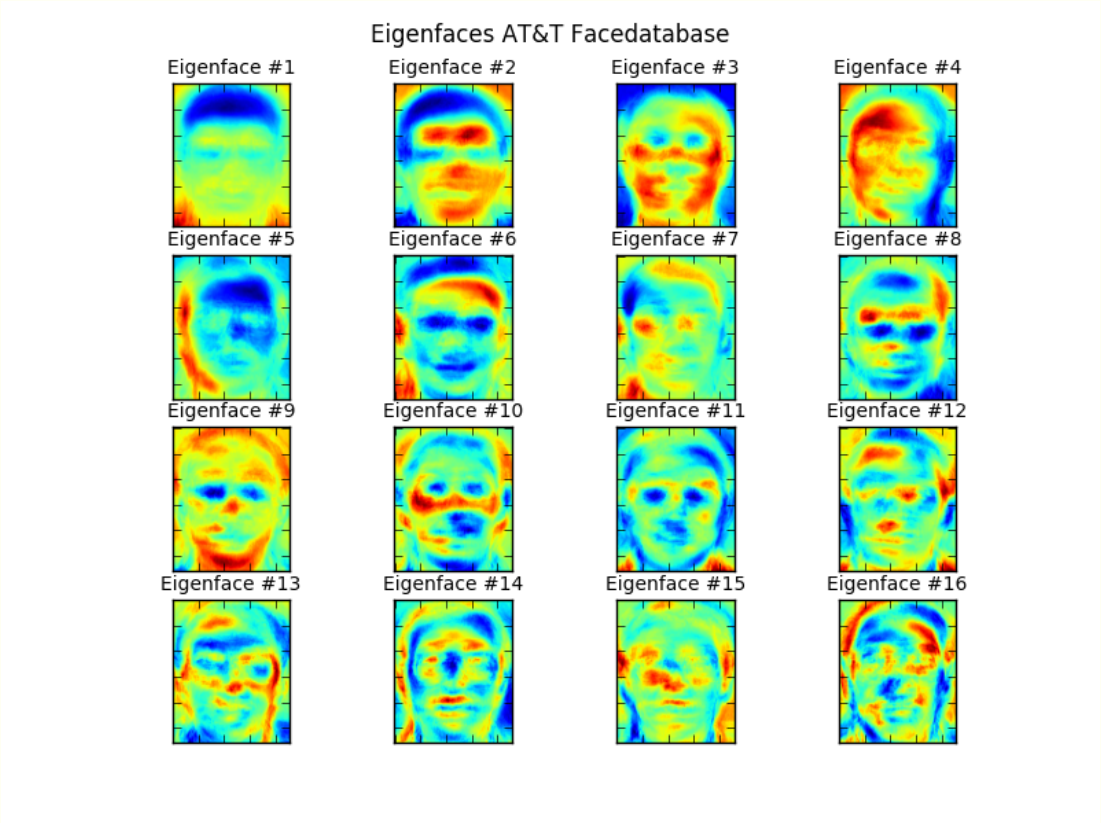


PCA 投影的维度越高当然越接近原图

numpy 实验: Eigen Face

从整个训练集中得到特征向量的矩阵 $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{(H \cdot W) \times d'}$

取 16 个特征向量，归一化到 $[0, 255]$，还原成图片：



既成熟又不成熟的……

其他方法的一点简单介绍

- 古老的几何方法
  计算眼耳鼻等面部特征之间的几何关系，在一个 20 人数据库上识别率为 $45\% \sim 75\%$
- 隐 Markov 模型
  在垂直和水平方向（因为人脸会有稳定的结构）上，使用 2 维离散余弦变换系数作为特征……
- 除了 PCA, CNN 之外的统计模型
  Fisher 判别法

更复杂的课题

- 光照变化
  光照变化带来巨大的灰度相对分布，所以光照引起的变化甚至可能大过个体差异。
  寻找不受光照影响的表达方式；改进现有算法（丢弃光照主成分）；或者合成全面的人脸模型
- 姿态变化
  用 2 维投影线性组合重构 3 维对象的构想（流形）

光照变化实验

使用了 Yale 的扩展人脸数据集：



具有光照变化

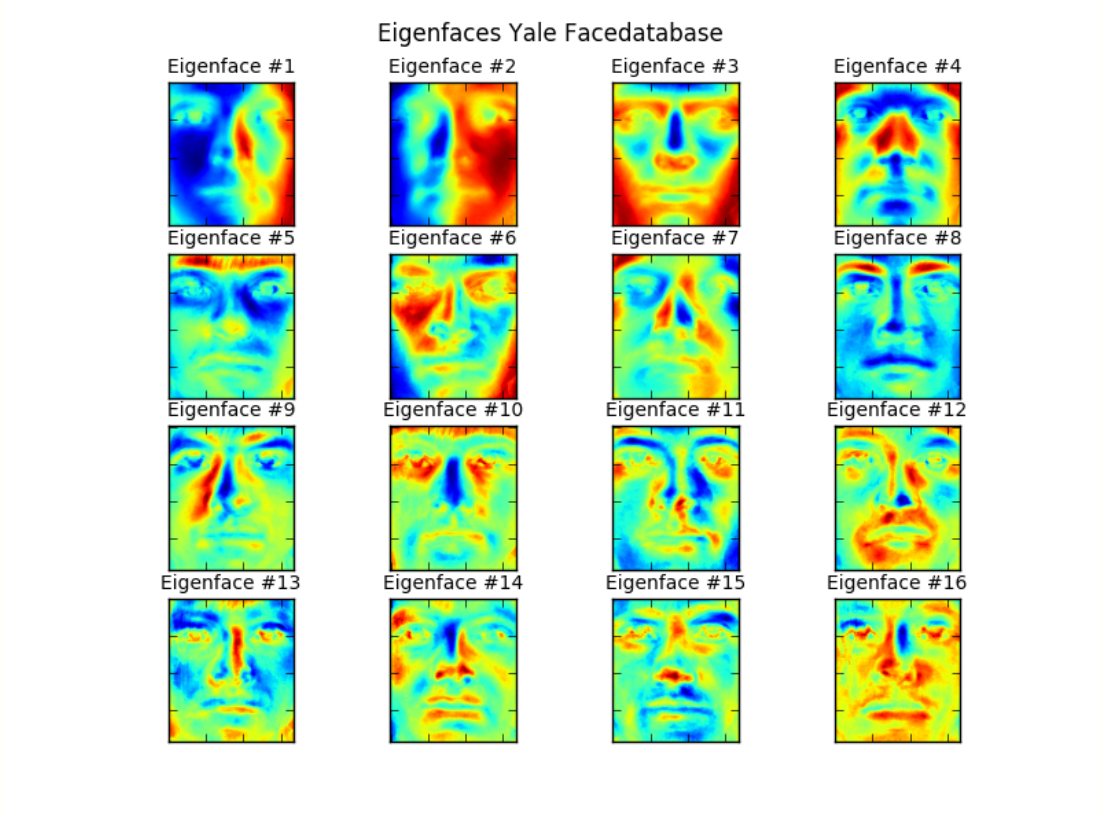
光照变化实验: PCA 的表现

```
loading numpy array from ./yalefaces/dataset.npy ...
(15, 10, 32256) (15,)
expected = 0 / predicted = 0
expected = 1 / predicted = 1
expected = 2 / predicted = 2
expected = 3 / predicted = 0
expected = 4 / predicted = 4
expected = 5 / predicted = 8
expected = 6 / predicted = 6
expected = 7 / predicted = 4
expected = 8 / predicted = 8
expected = 9 / predicted = 9
expected = 10 / predicted = 4
expected = 11 / predicted = 10
expected = 12 / predicted = 12
expected = 13 / predicted = 13
expected = 14 / predicted = 14
```

明显比 AT&T 数据集的表现要差一点。在 AT&T 数据集上的识别率高达 99%，在具有光照变化的 Yale 数据集上降到了 66%

光照变化实验: PCA 的表现

将 PCA 的特征脸抽取出来



明显可以看到前几个特征向量收到光照的影响

光照变化实验: CNN 的表现

CNN 的表现要好很多，基本上依然维持在全部正确识别的水平

```
Usage:
newton > 0    - save model
newton > 1    - choose one picture from each subject as test
newton > 2    - draw pictures
newton > exit - exit python

newton > 1
Test results:
[ 0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
 25 26 27 28 29]
```

这里两个模型都没有进行调整，所以 PCA 可能包含了具有光照效果的特征向量，导致识别率降低
可以看到，CNN 对光照变化是比较不敏感的
这可能得益于 CNN 在每层的抽象上过滤了光照信息

更复杂的应用场景

针对性的人脸识别效果很好，但是更宽泛稳健的人脸识别系统还没有完善好

非常难以解决的问题是，当一个人戴上口罩、墨镜的时候，他自己的差异甚至大过与其他人之间的差异

要建立完善的人脸识别系统，图像的预处理占据了极大的比重

参考资料

- Stanford, CS231n, Computer Vision
- github.com/bytefish/facerecognition guide
- Keras, https://keras.io/
- FBI, https://www.fbi.gov
- AT&T 数据集
- Yale 数据集