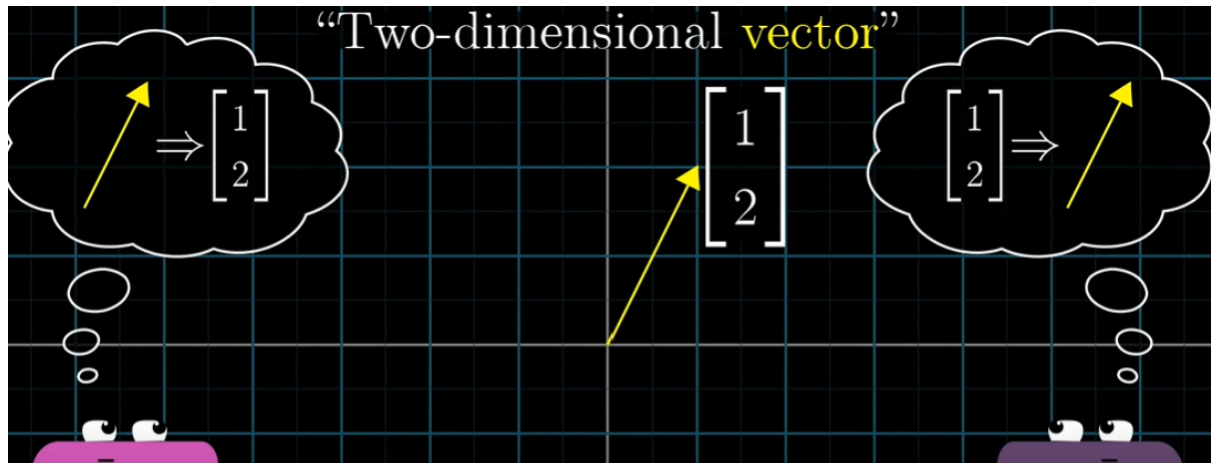


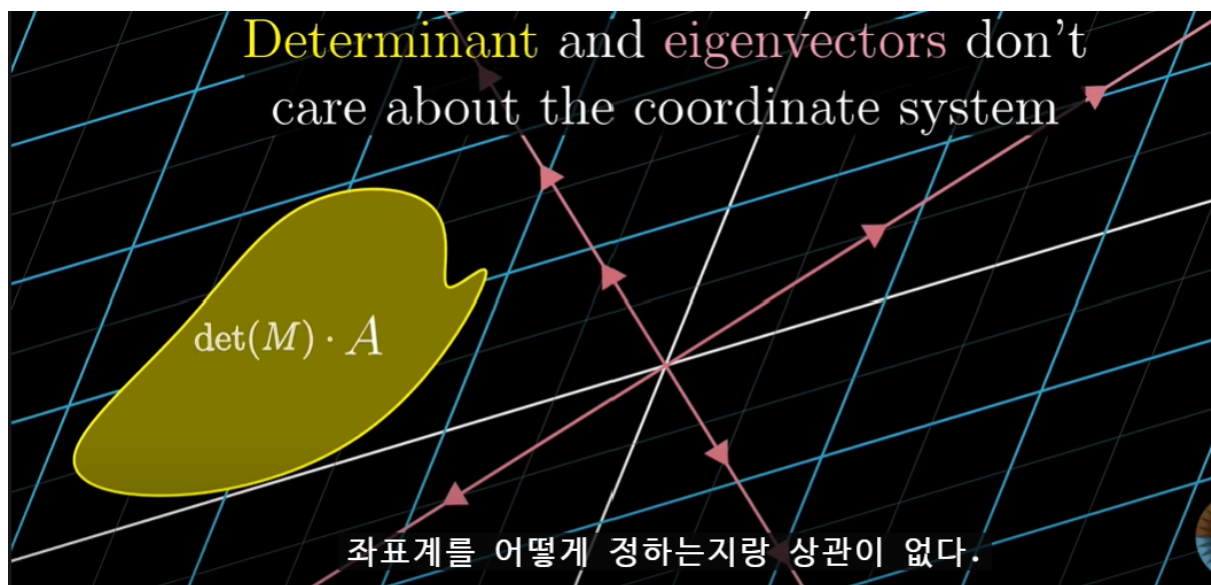
Chapter 15

Abstract vector spaces



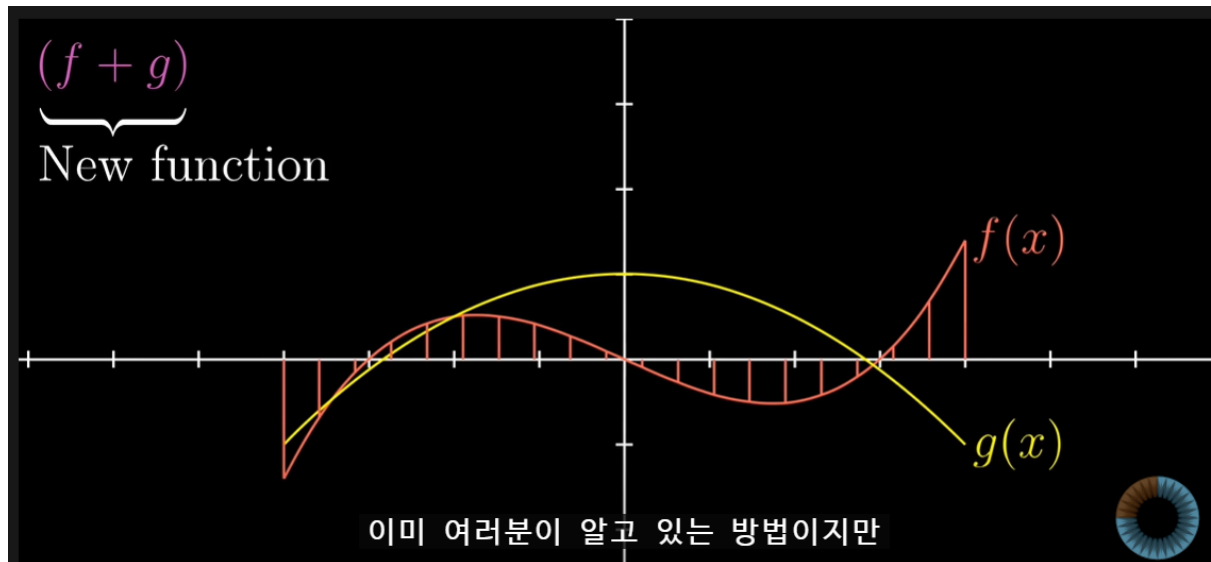
벡터를 화살표로 정의한것인지 화살표를 정의하기 위해 벡터를 사용한 것인지 명확하지 않다!

- determinant는 기저 벡터와 상관 없이 성립한다.(좌표계와 상관x)

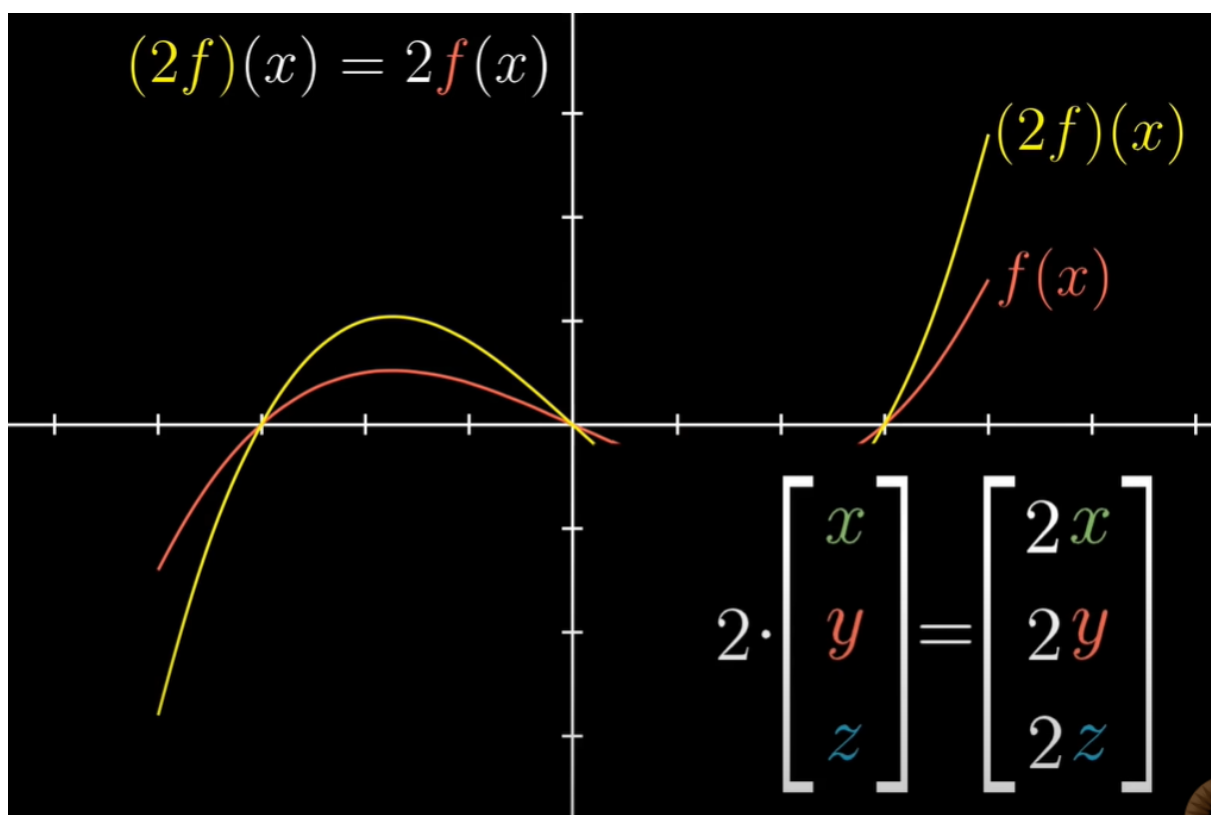


- determinant : 변환이 면적을 얼마나 스케일링하는지를 나타낸다.
- 고유벡터 : 변환이 일어나도 span을 벗어나지 않는 벡터

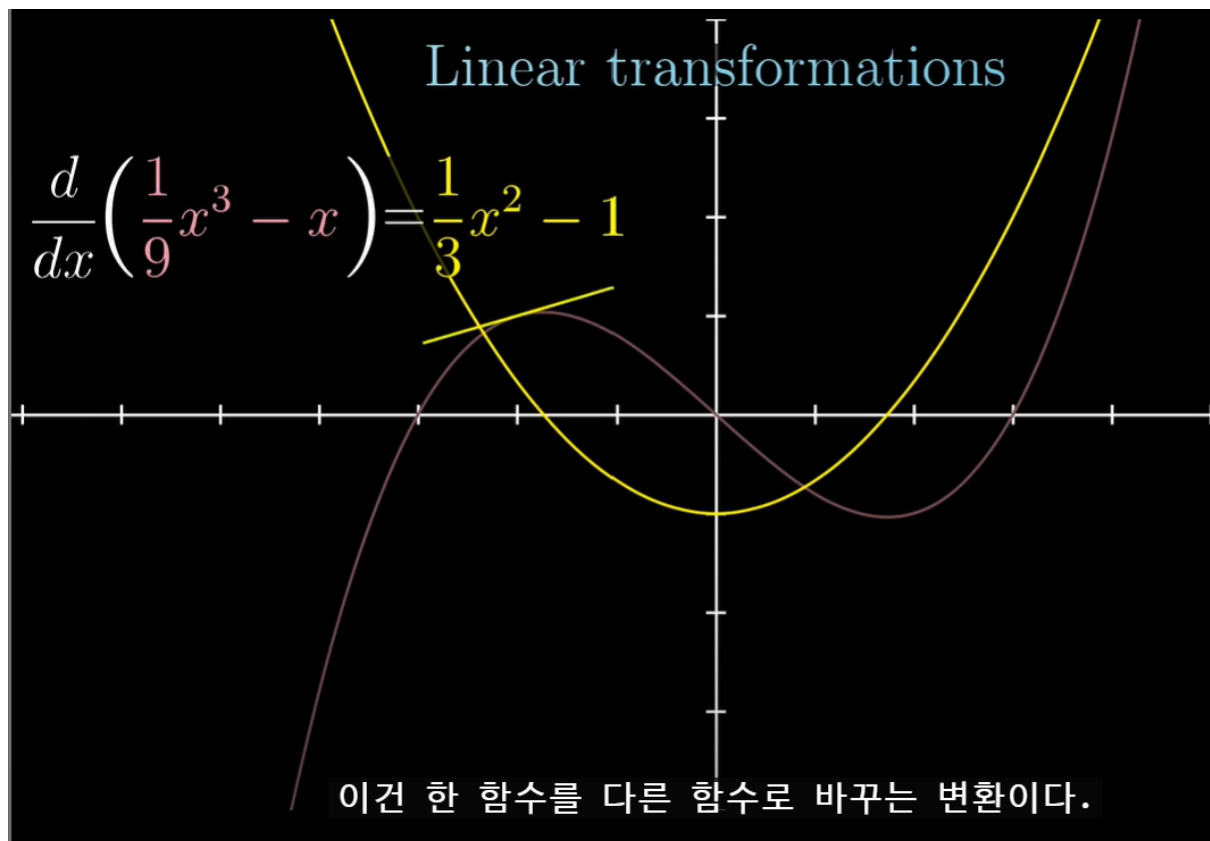
함수(function)에서의 벡터 관점을 생각해보자



- 함수의 실수배 표현

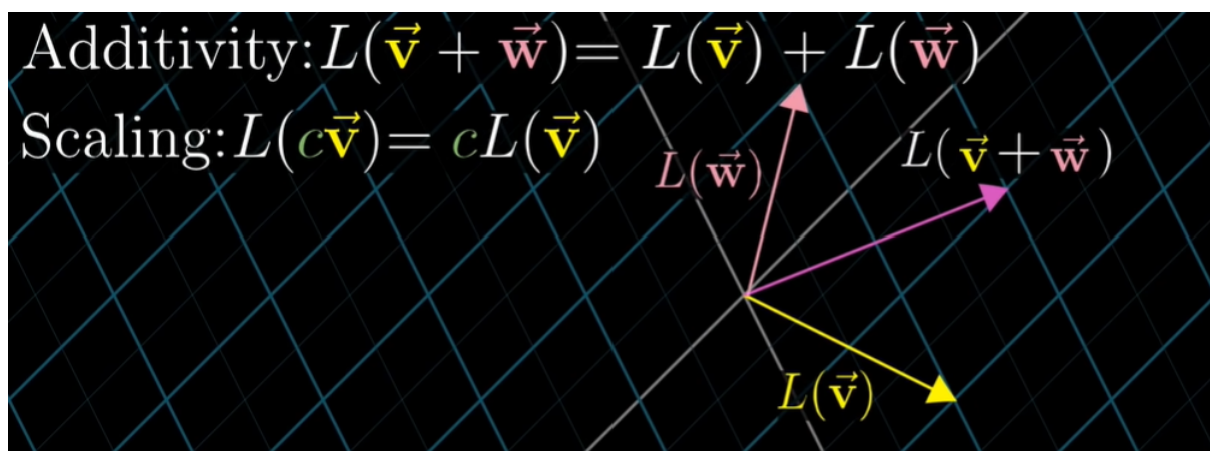


- 미적학에서 배운 선형 변환(linear transformation, operation)에 대해 다룬다.
- 우리가 흔히 배운 한 함수의 도함수가 선형 변환일 것이다!



선형성에 대한 수학적 정의는 아래와 같다.(일반적이라 함수에 대해서도 성립한다.)

- 벡터 표현은 Additivity에 대한 성질!



‘선형변환이 합과 실수배를 보존한다’

이러한 성질로 행렬과 벡터의 곱이 가능하다!(기저 벡터를 보존시킴)

함수에서도 이러한 선형 변환이 보존된다.

Derivative is linear

$$L(\vec{v} + \vec{w}) = L(\vec{v}) + L(\vec{w})$$

$$\frac{d}{dx}(x^3 + x^2) = \frac{d}{dx}(x^3) + \frac{d}{dx}(x^2)$$

Derivative is linear

$$L(c\vec{v}) = cL(\vec{v})$$

$$\frac{d}{dx}(4x^3) = 4\frac{d}{dx}(x^3)$$

미분을 행렬로 정의해서 살펴보자!

1. 기저벡터를 정의한다.

Our current space: All polynomials

Basis functions

$$b_0(x) = 1$$

$$b_1(x) = x$$

$$b_2(x) = x^2$$

$$b_3(x) = x^3$$
$$\vdots$$

$$\underbrace{1x^2 + 3x + 5 \cdot 1}$$

Already written as
a linear combination

- 다항식이 임의의 최고차항을 가지기 때문에 기적벡터는 무수히 많을 것이다!
- 아래 그림은 일반화

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{n-1} \\ a_n \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l}
 \frac{d}{dx}(1x^3 + 5x^2 + 4x + 5) = \underbrace{3x^2 + 10x + 4}_{\text{Basis functions}} \\
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 2 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 3 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 4 \\ 2 \cdot 5 \\ 3 \cdot 1 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \\
 \begin{array}{l} b_0(x) = 1 \\ b_1(x) = x \\ b_2(x) = x^2 \\ b_3(x) = x^3 \\ \vdots \end{array}
 \end{array}$$

- 왼쪽 행렬을 구하는 법은 아래에서 나오고 위와 같은 행렬식으로 다항식을 표현 가능하고 이는 미분한 결과와 동일한 결과를 나타낸다!