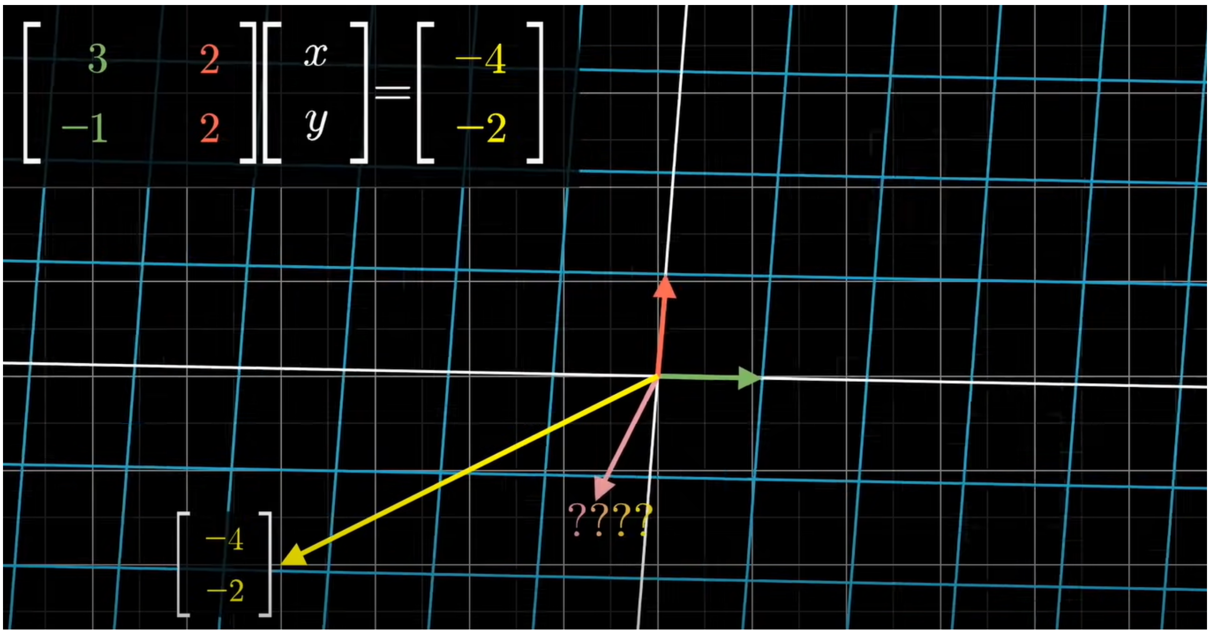
Chapter 12

크래머 공식을 기하하적으로 이해해 보자

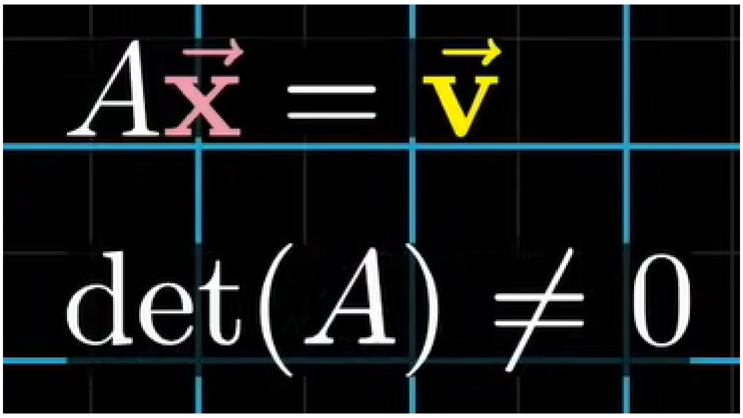
컴퓨터 계산에 있어 가우시안 소거법이 크래머 공식보다 훨씬 빠르다.

$$
\begin{aligned}
3x_0 + 2x_1 - 9x_2 - 6x_3 - 6x_4 - 2x_5 + 0x_6 &= -4 \\
1x_0 + 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 8x_4 - 3x_5 - 2x_6 &= -2 \\
5x_0 + 8x_1 - 4x_2 + 4x_3 - 1x_4 + 0x_5 + 7x_6 &= -8 \\
4x_0 + 6x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 9x_4 - 6x_5 + 8x_6 &= -2 \\
5x_0 - 2x_1 - 9x_2 - 8x_3 + 0x_4 - 9x_5 + 1x_6 &= 0 \\
6x_0 + 2x_1 + 9x_2 - 7x_3 - 9x_4 - 9x_5 - 5x_6 &= -6 \\
4x_0 - 3x_1 - 1x_2 + 8x_3 + 6x_4 - 5x_5 + 0x_6 &= -3
\end{aligned}
$$

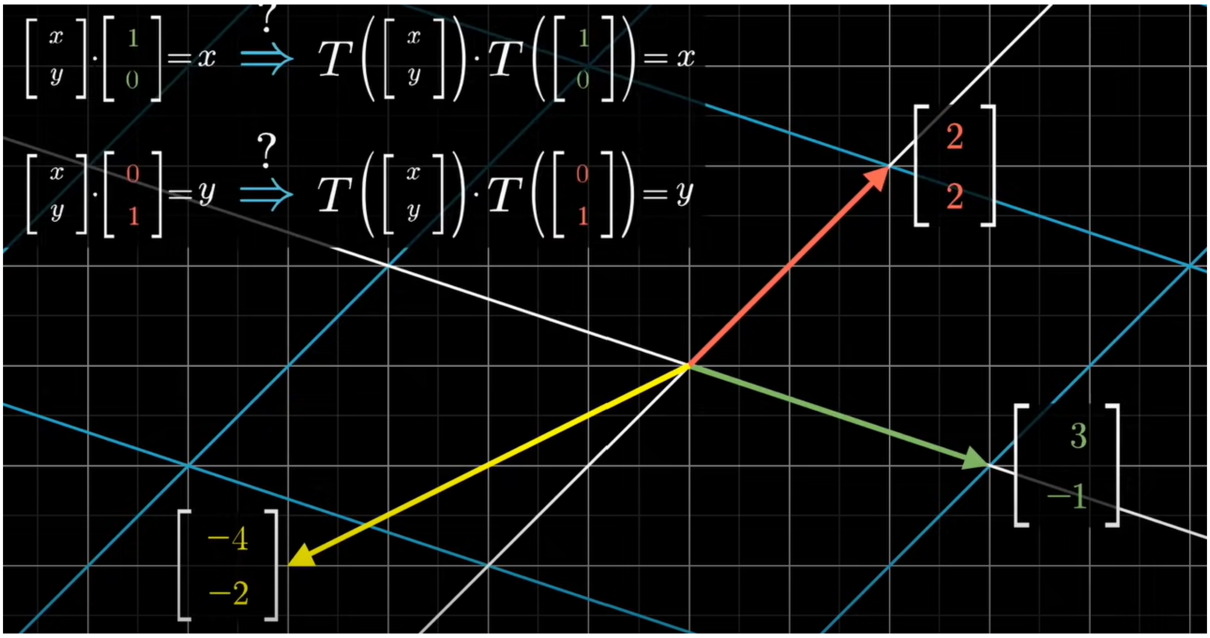
아래와 같이 다차원의 이해를 위해 아래의 예시를 들어보겠습니다.

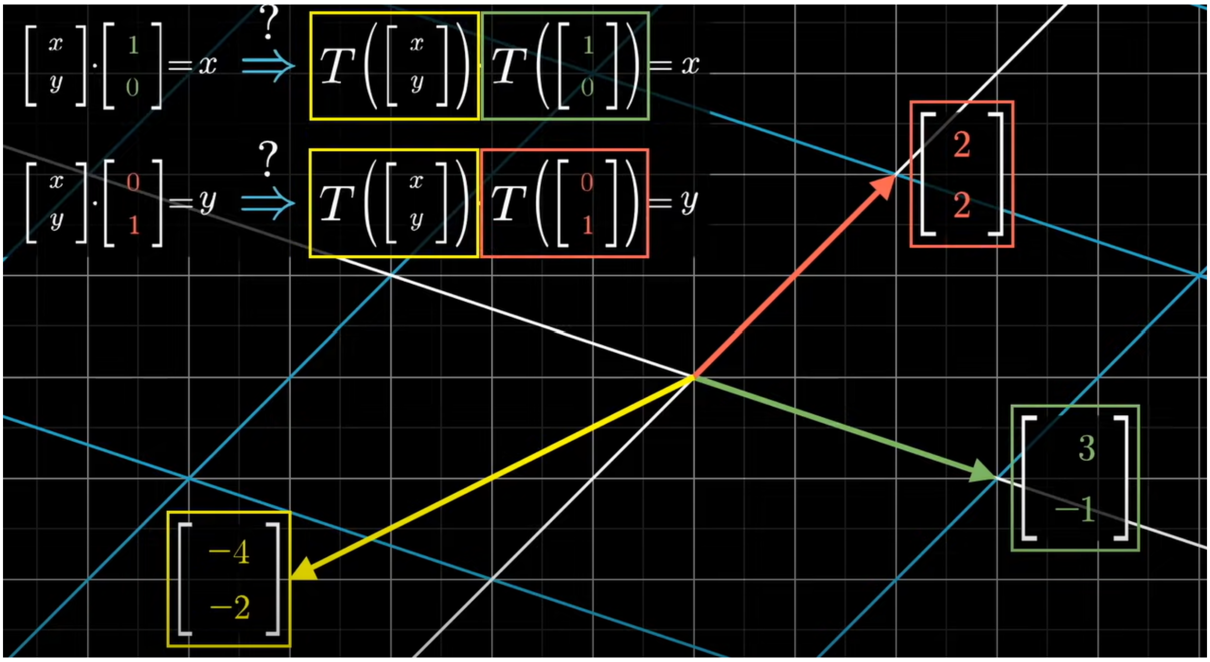


- 판별식이 0인경우 해가 1개이거나 무수히 많다!
- 이러한 해결을 위해서 우리는 판별식이 0이아니라는 가정을 가진채로 시작할것이다.

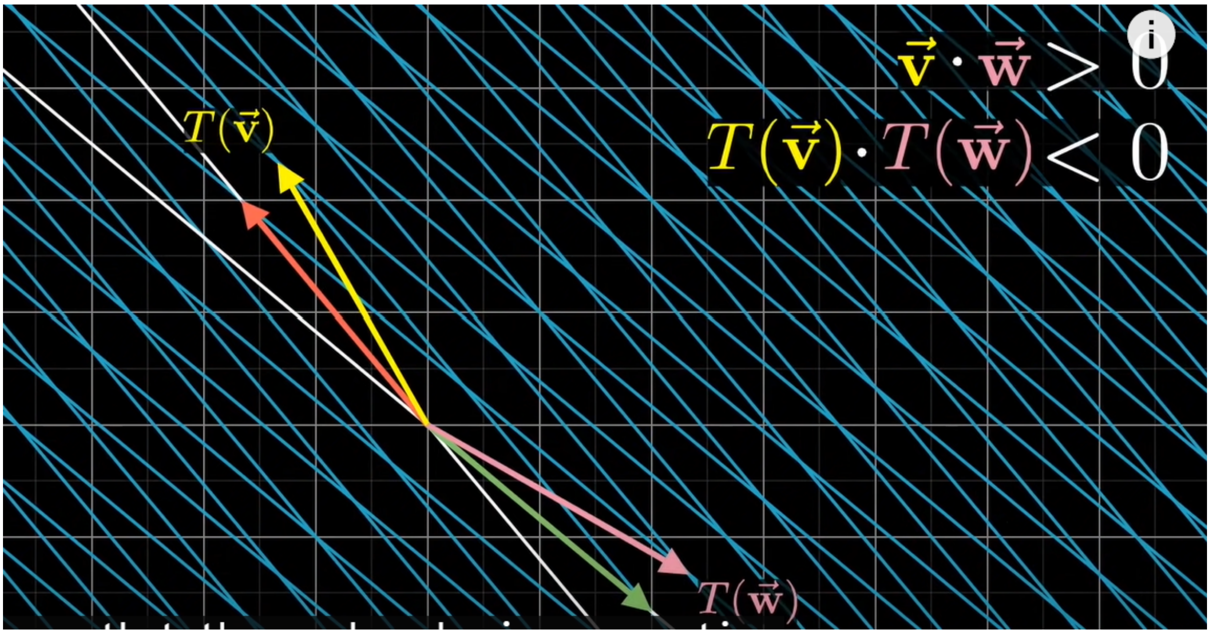


<옳지는 않지만 이해를 위한 풀이>

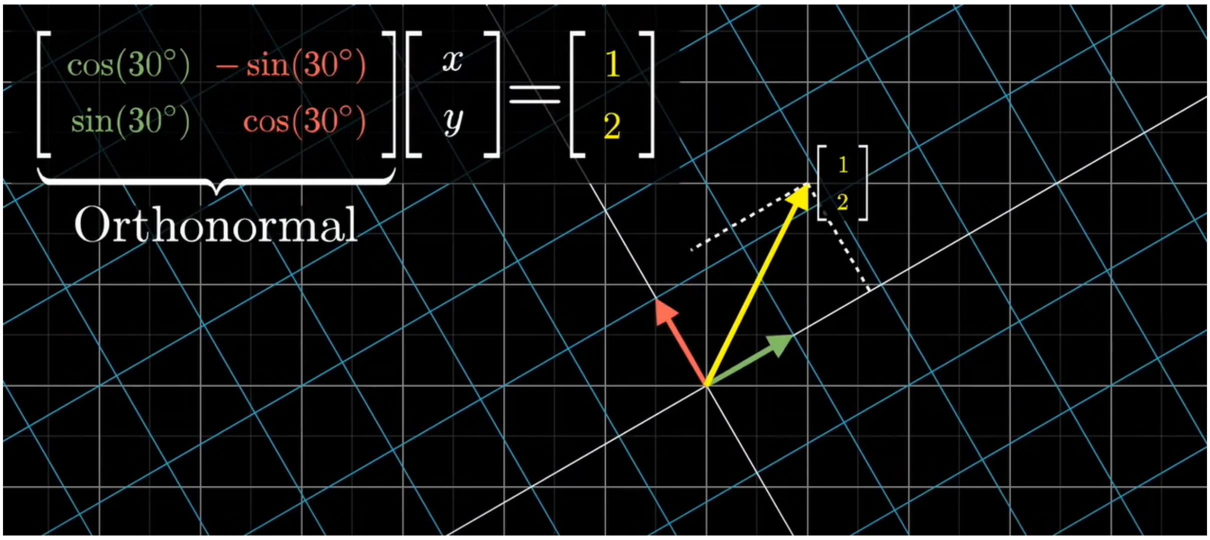


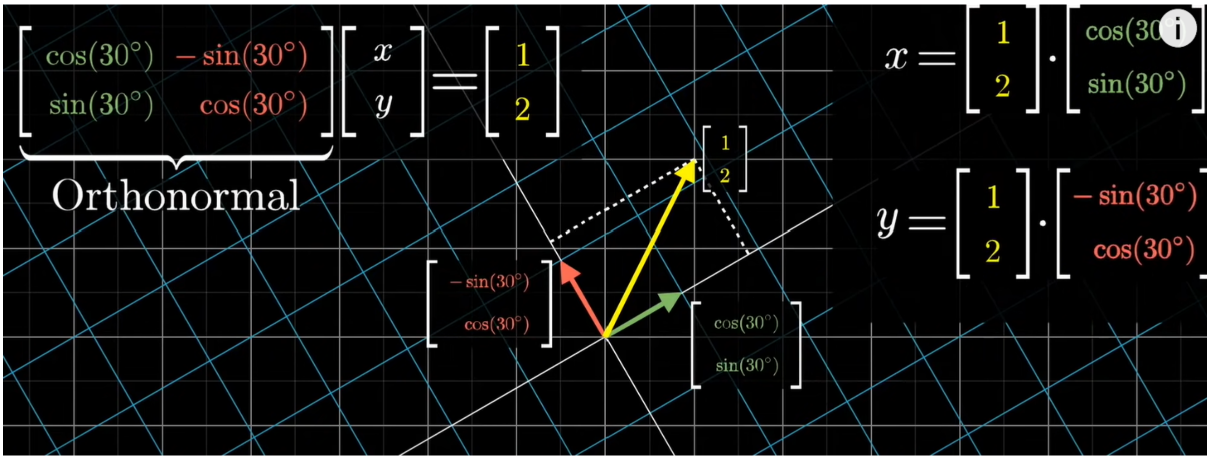


특정 벡터들의 기저 벡터인 빨강, 초록 벡터들이 존재할것이고 이를 이요하여 x, y를 찾아볼 것이다! → 하지만 위와 같은 변환이 빨강 초록이 될것이다라는 것은 변환이 무엇인지 모르기 때문에 틀림(아래 그림 참고)

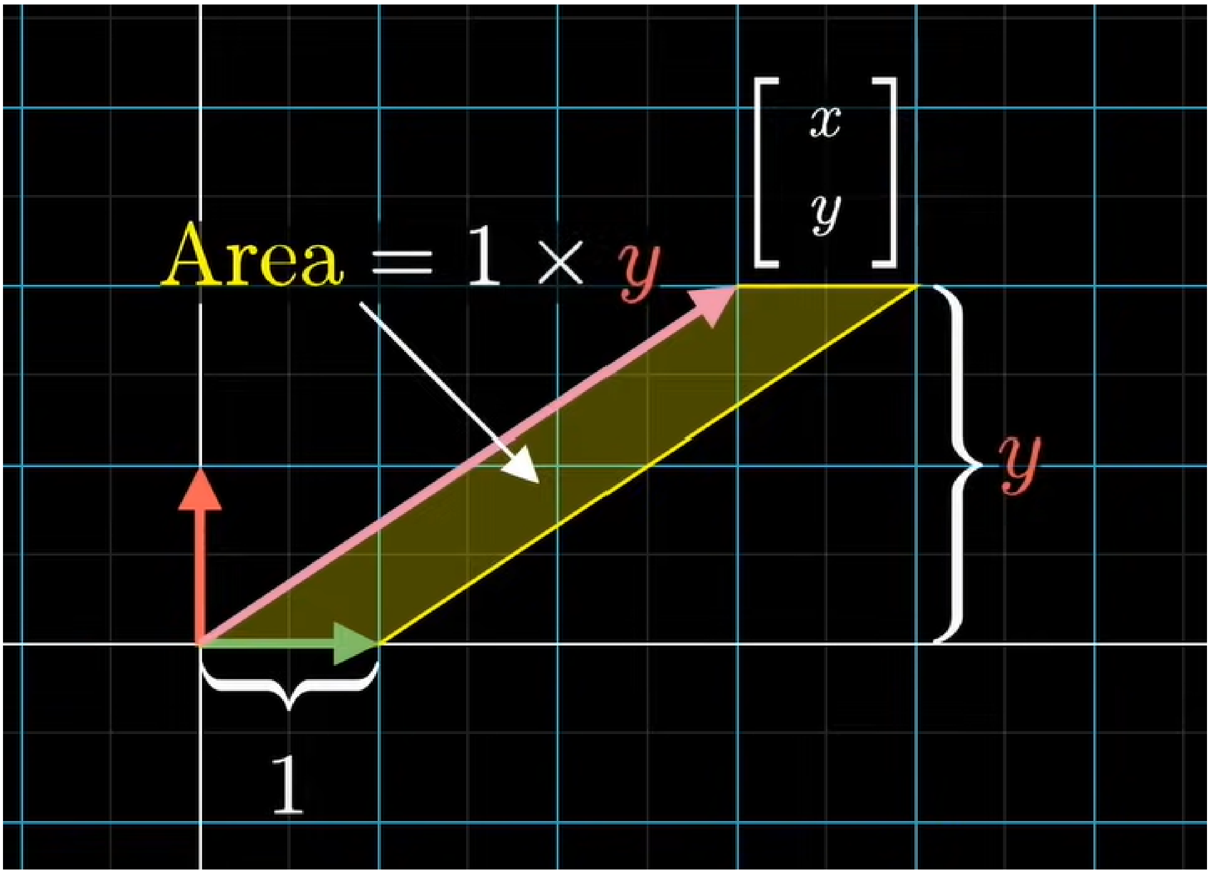


- 아래 그림처럼 직교벡터만이 그 성질을 변환후도 유지할수 있다!

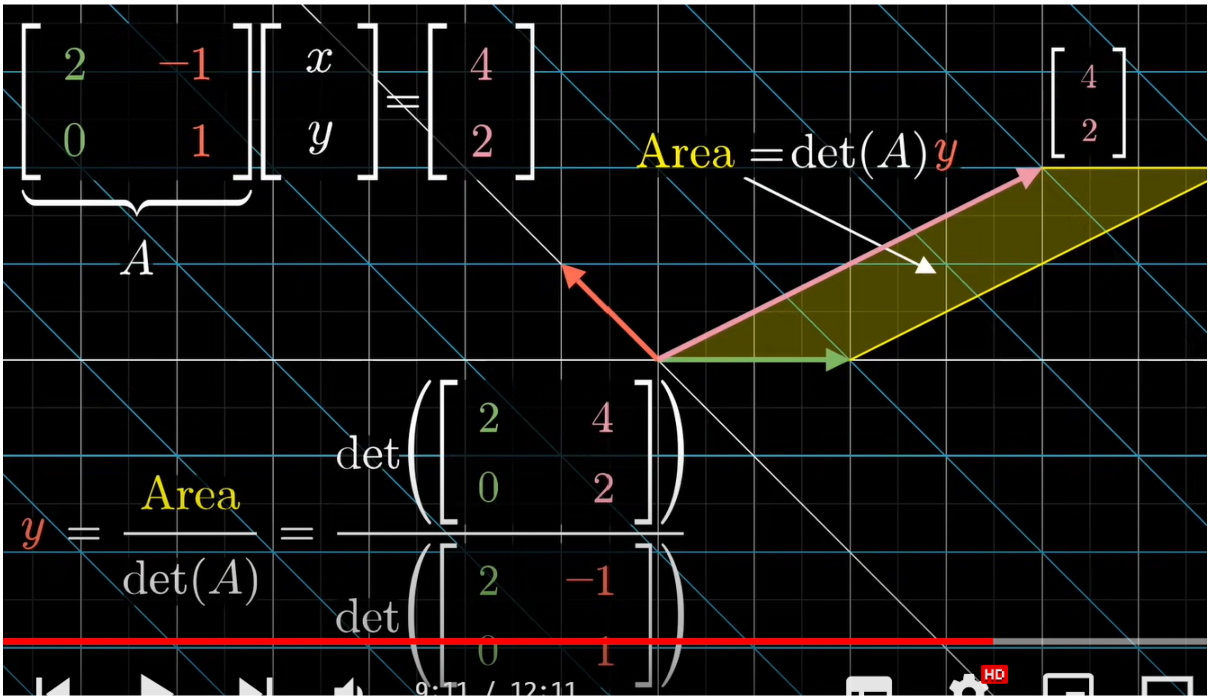




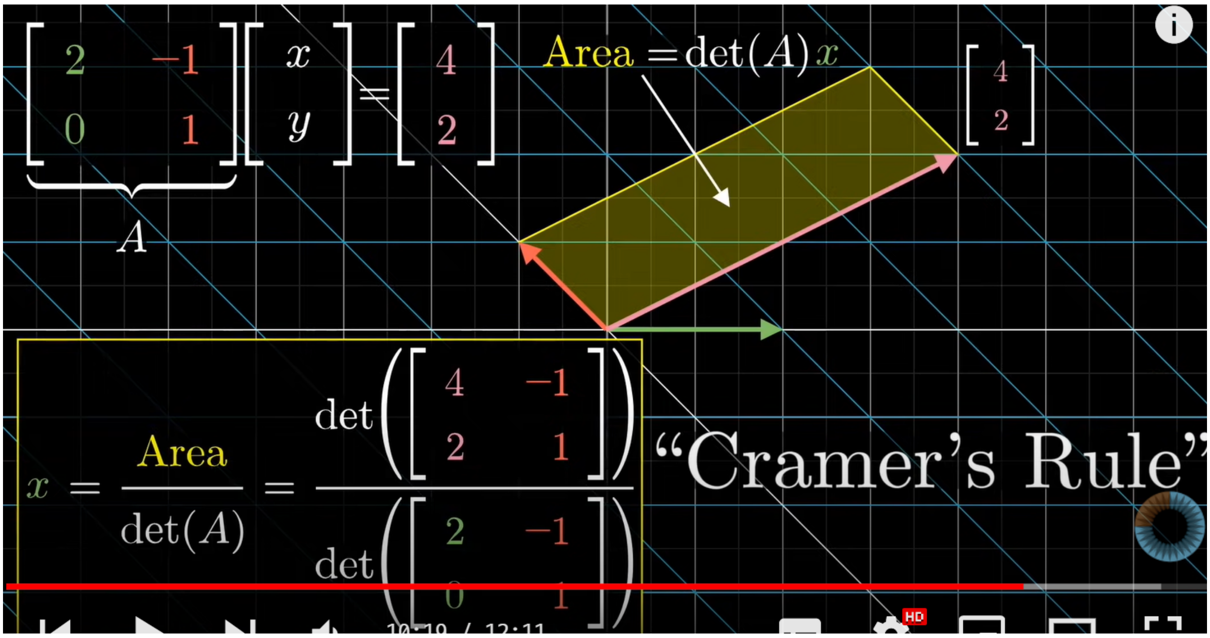
- 직교하는 경우 위처럼 간단하게 x,y를 내적을 통해 구할 수 있다.
- 이처럼 특이 케이스를 제외한 다른 경우는 어떻게 구할까?

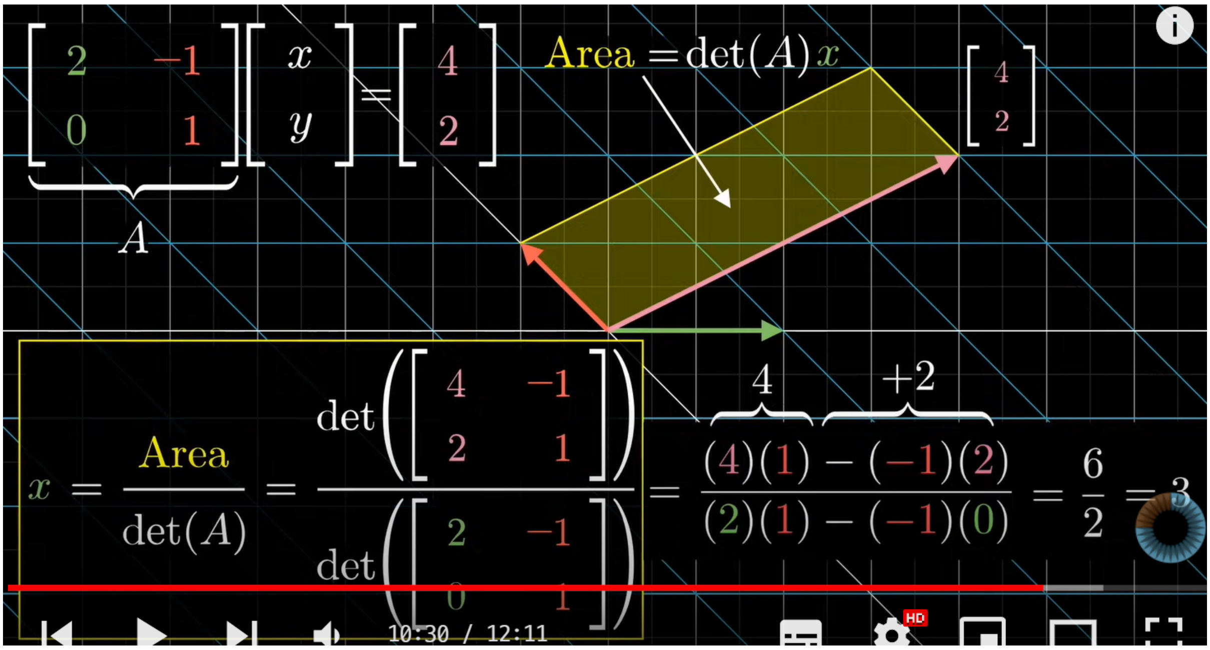


$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$
Area $= 1 \times y$
y
1



$\underbrace{\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$
Area $=\det(A)\,y$
$y = \dfrac{\text{Area}}{\det(A)} = \dfrac{\det\left(\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\right)}{\det\left(\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right)}$
9:11 / 12:11


Area = det(A) x
A
x = Area / det(A)
det
det
"Cramer's Rule"
10:19 / 12:11


Area = det(A) x
A
x = Area / det(A)
det
det
4
+2
(4)(1) − (−1)(2)
(2)(1) − (−1)(0)
6
2
10:30 / 12:11

$$3x + 2y - 7z = 4$$

$$1x + 2y - 4z = 2$$

$$4x + 0y + 1z = 5$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -7 \\ 1 & 2 & -4 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}}_{\text{Mystery input}} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$