

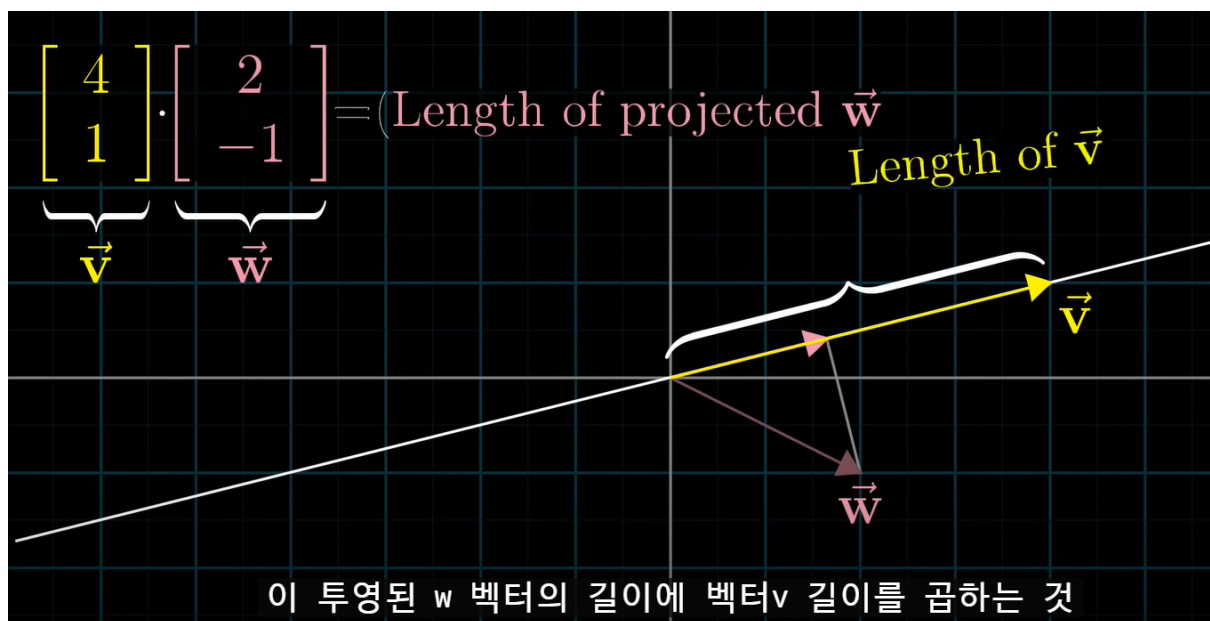
Chapter 9

벡터의 내적(dot product)

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 8 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix} = 6 \cdot 1 + 2 \cdot 8 + 8 \cdot 5 + 3 \cdot 3$$

$6 \times 1 + 2 \times 8 + 8 \times 5 + 3 \times 3$

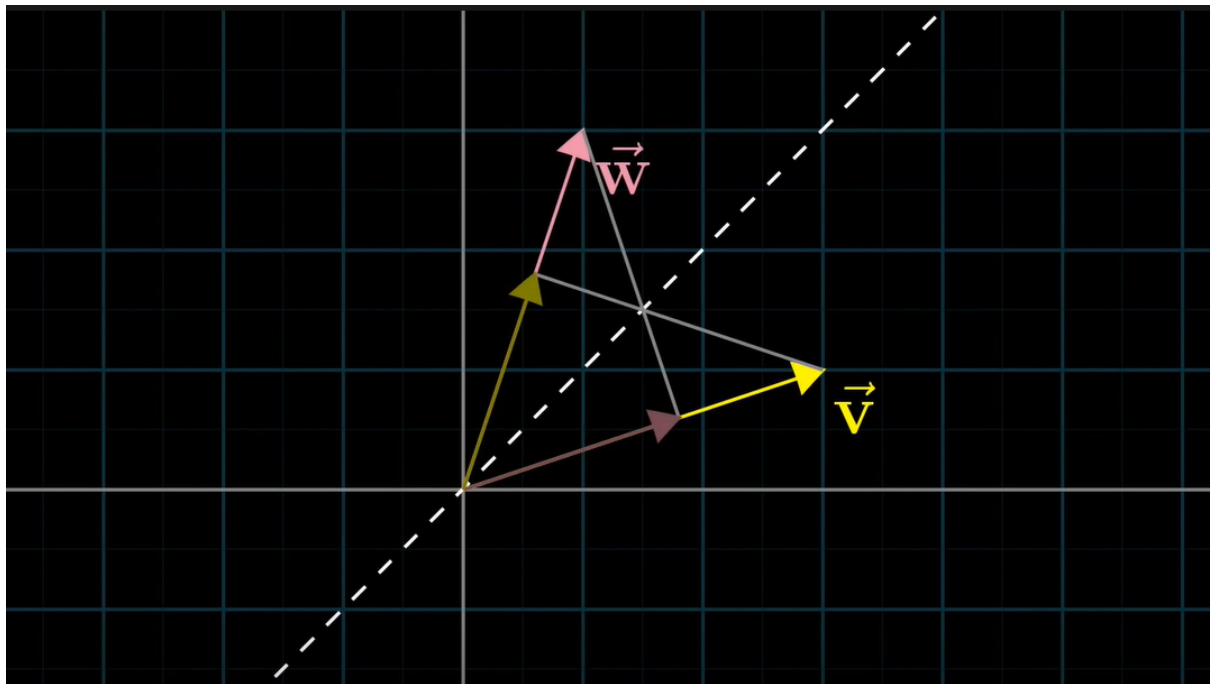
기하학적인 벡터의 내적



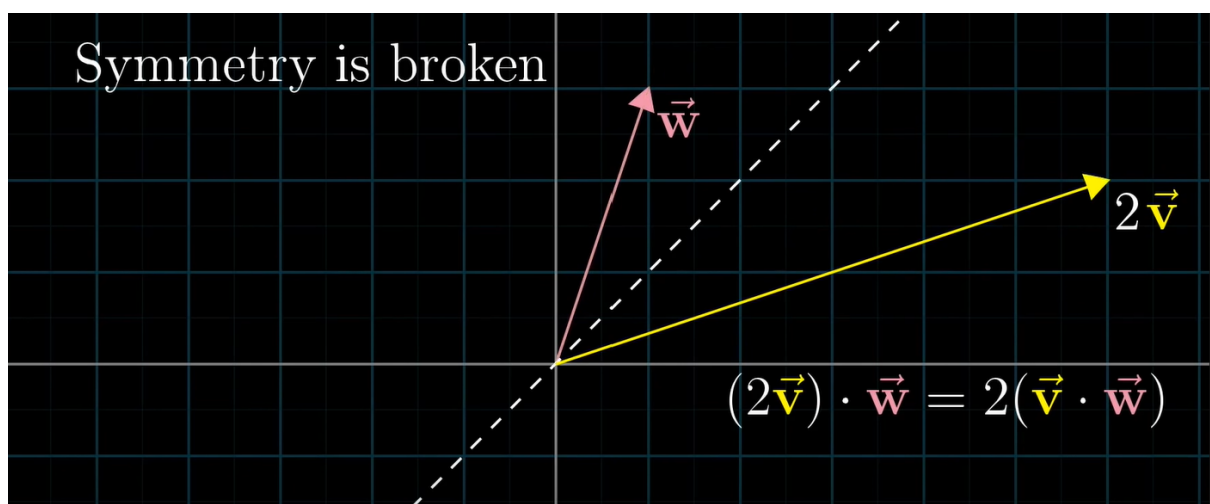
- 특정 벡터 w의 길이에 벡터 v의 길이를 곱하는 것
- 음수일시 반대 방향으로 -가 붙는다!
- 두 벡터가 같은 방향일시 → 양수(positive)
- 두 벡터가 직각을 이룰시 → 0

- 두 벡터가 반대 방향일시 → 음수(negative)

두 벡터의 순서를 바꿔 계산해도 같은 결과가 나온다! 왜 그럴까?



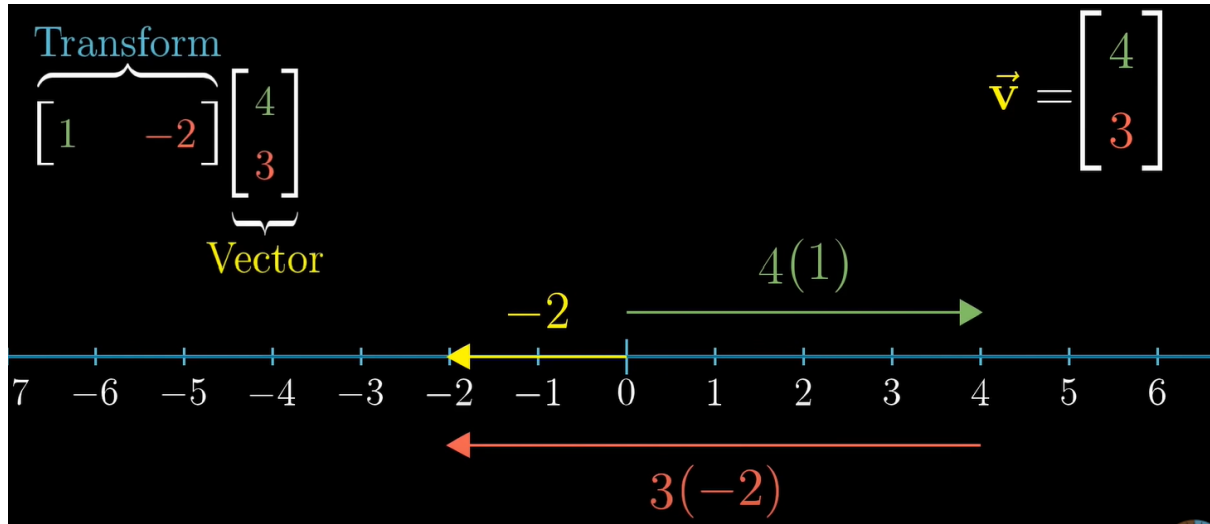
위와 같이 두 벡터가 같은 크기를 가진다면 대칭성을 이용하여 투영됨으로써 같은것을 확인할 수 있다. → 하지만 크기가 다르다면?(스케일링)



위의 그림과 같이 대칭성은 깨지지만 특정 벡터의 스케일링 효과는 어느쪽으로 보든 같다

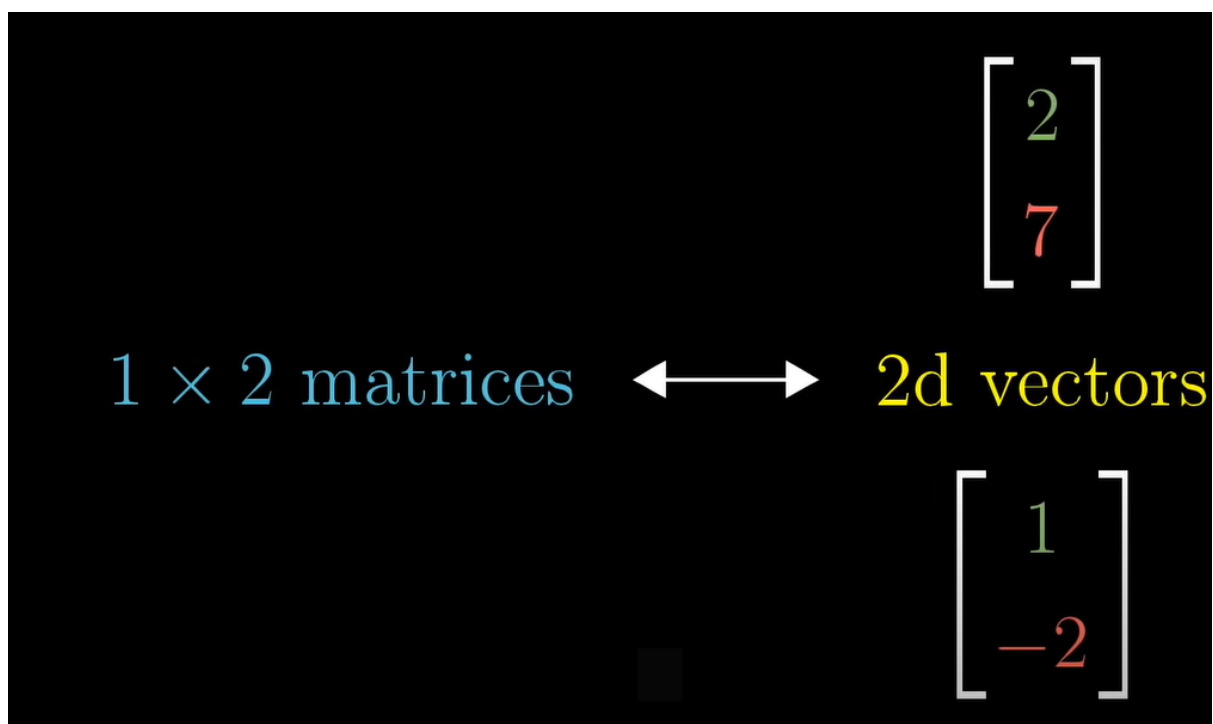
내적의 합과 투영이 무슨 연관성을 가질까?

- 우선 선형변환의 특성을 다시 살펴보면 1차원으로 변환시 모든 간격이 동일함을 알 수 있다.

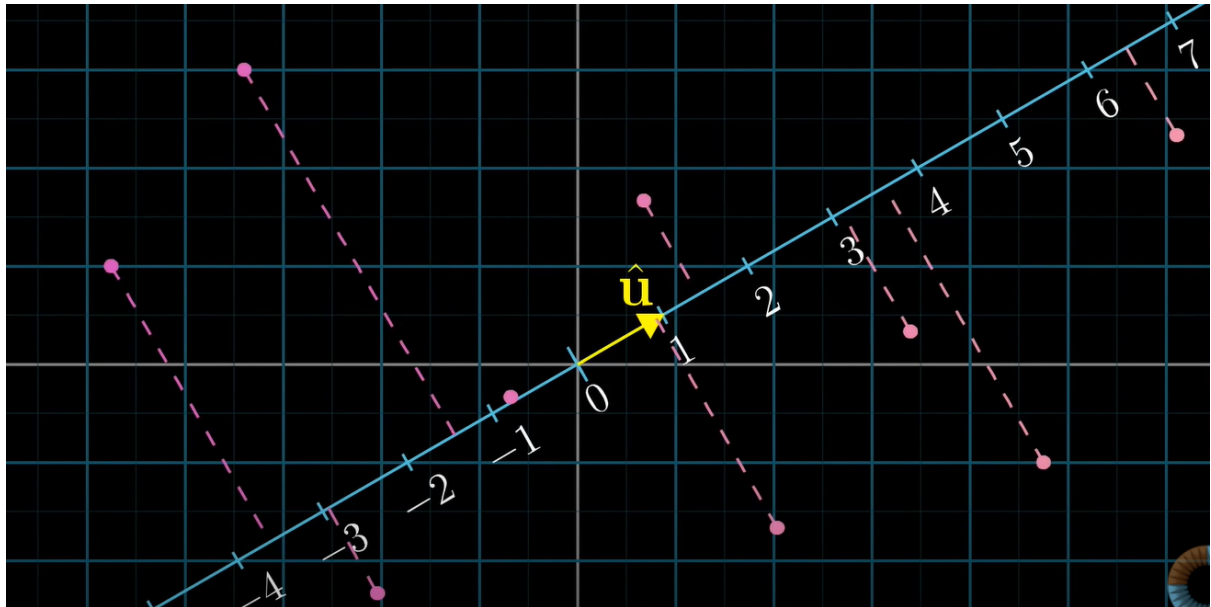


위의 예시를 보면 v 벡터는 2차원 벡터인데 이를 1차원 벡터로 변환하는 저 transform 즉 내적에 의하면 위의 그림과 같이 각각 기저벡터의 스케일링이 됨을 확인 할 수 있다.

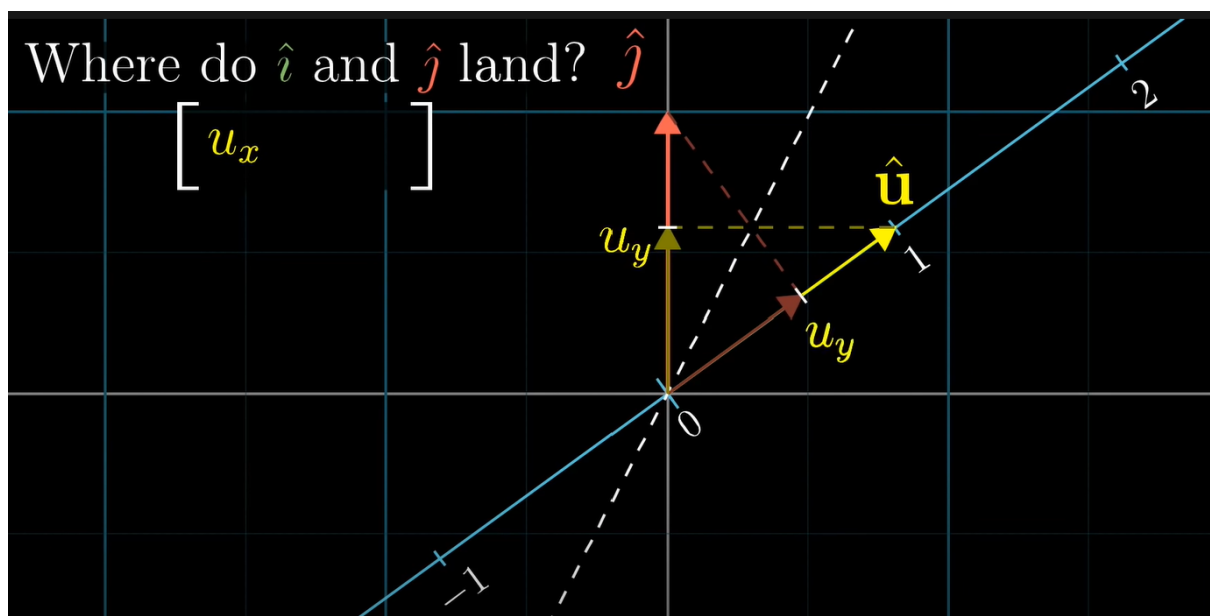
사실 1×2 매트릭스는 2차원 벡터와 같다! → 기하학적으로 중요

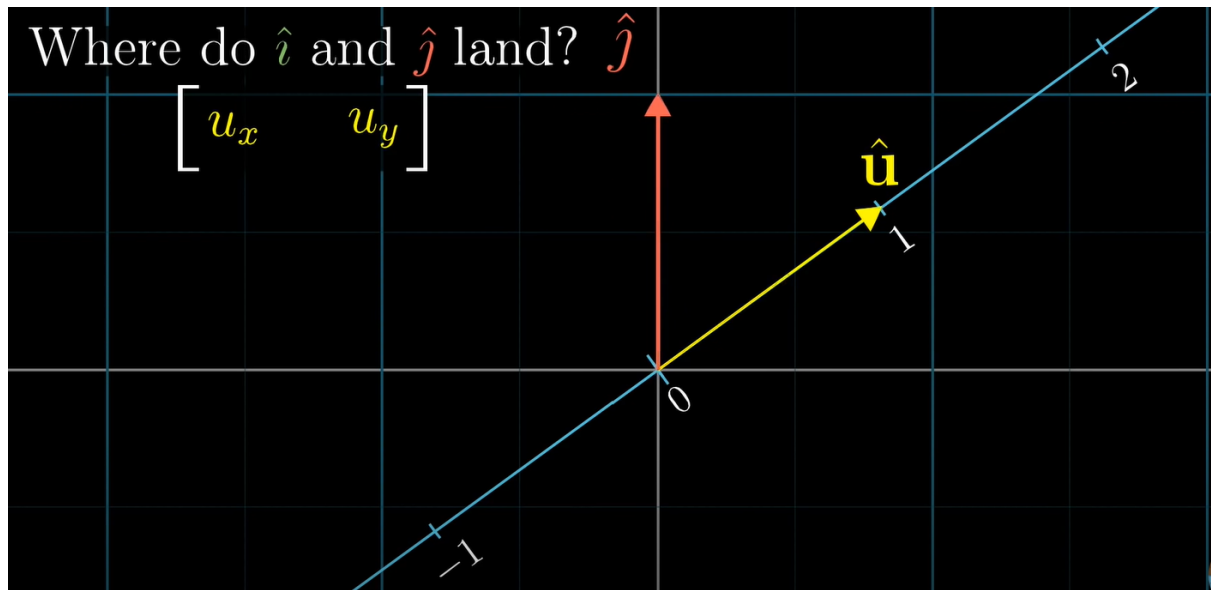


그 해답은 아래와 같다.

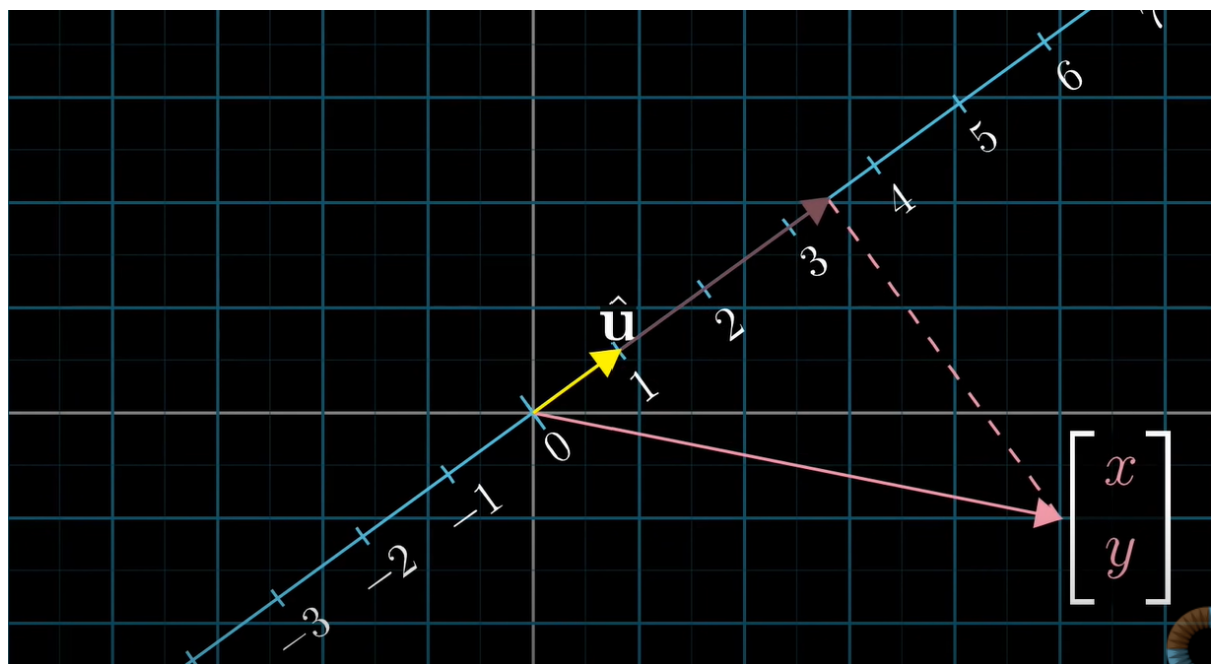


- 위의 그림에서 u 는 2차원 벡터이다.
- 또한 각각의 분홍점을 특정 1차원에 매칭시키는 선형변환이 있다 생각해보자
- 그건 특정 u 의 스케일링이된다!





그렇다면 그 u 라는 벡터는 2차원 벡터라는데 어떤 벡터냐면 위의 그림과 같이 나타낼수 있다.



위의 분홍 벡터가 있을시 이를 투영한다면 아래의 그림과 같은 식으로 나타낼수 있다!

$$\begin{bmatrix} u_x & u_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = u_x \cdot x + u_y \cdot y$$

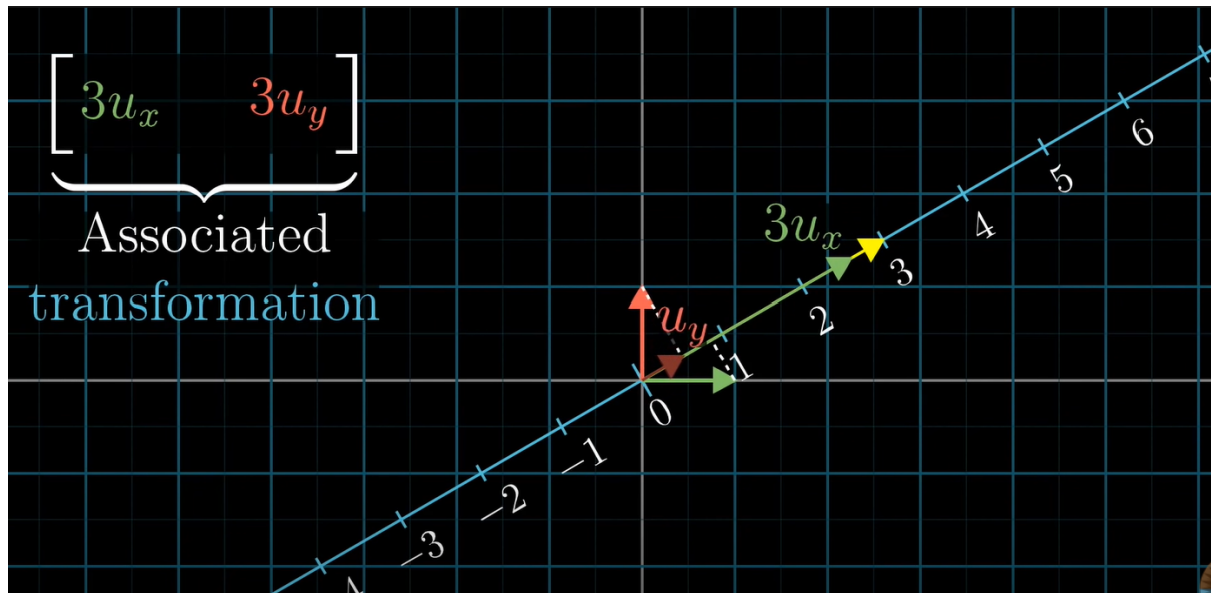
Matrix-vector product

↕

Dot product

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = u_x \cdot x + u_y \cdot y$$

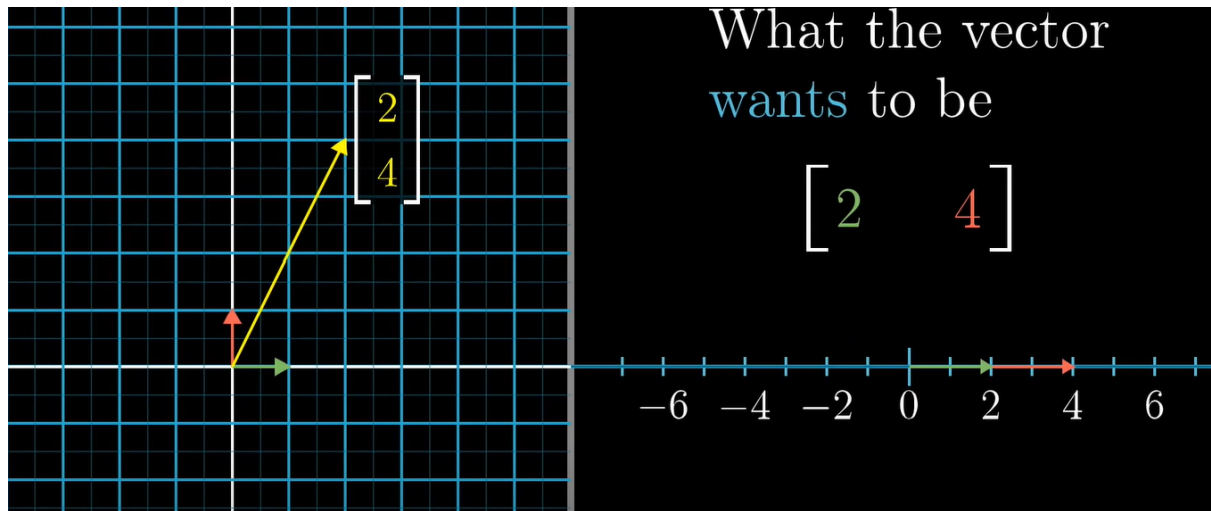
그렇다면 단위 벡터가 아닐시 어떻게 변환되는 것일까?



간단하게 벡터 위에 투사체를 투영하고 스케일링 시키면 된다!

Duality(이중성) → 그 벡터가 가진 선형변환 성질을 말한다.

내적 → 투영을 이해하는 좋은 도구!



공간상에서 화살표를 생각하는게 때로는 투영하는것보다 쉬울 수 있다!