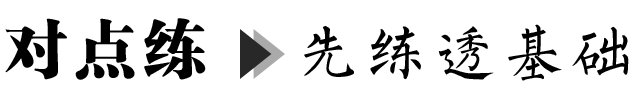
5.2　导数的运算

虚线第1课时　基本初等函数的导数



类型1　利用公式求导数

例1　求下列函数的导数：

(1) *f*(*x*)＝；(2) *y*＝；(3) *y*＝.

【解析】 (1) *f*(*x*)＝＝*x*，所以*f*′(*x*)＝*x*－；

(2) *y*＝＝*x*－，所以*y*′＝－*x*－；

(3) *y*＝＝，所以*y*′＝ ln .

规律总结：求函数的导数，需要将函数化为具有公式的类型再计算．

类型2　曲线在某一点处的切线方程

例2　已知直线*y*＝*kx*是曲线*y*＝ln *x*的切线，求实数*k*的值．

【解析】 曲线*y*＝ln *x*的导数为*y*′＝，设切点为*P*(*x*0，ln *x*0)，则过点*P*的切线方程为*y*－ln *x*0＝(*x*－*x*0)，代入(0，0)点，得*x*0＝e，所以*P*点坐标为(e，1)，*k*＝.

规律总结：

利用导数的几何意义解决切线问题的两种情况：

(1) 若已知点是切点，则在该点处的切线斜率就是该点处的导数；

(2) 如果已知点不是切点，则应先设出切点，再借助两点连线的斜率公式进行求解．

变式　已知曲线*y*＝.

(1) 求曲线在点*P*(1，1)处的切线方程；

(2) 求过点*Q*(1，0)的曲线的切线方程．

【解析】 因为*y*＝，所以*y*′＝－.

(1) 显然点*P*(1，1)是曲线上的点，所以*P*为切点，

所求切线斜率为函数*y*＝在点*P*(1，1)处的导数，

即*k*＝*f*′(1)＝－1.

所以曲线在*P*(1，1)处的切线方程为*y*－1＝－(*x*－1)，

即*x*＋*y*－2＝0.

(2) 显然*Q*(1，0)不在曲线*y*＝上，

则可设过该点的切线的切点为*A*，

那么该切线斜率为*k*＝*f*′(*a*)＝－.

则切线方程为*y*－＝－(*x*－*a*).①

将点*Q*(1，0)代入方程得0－＝－(1－*a*).

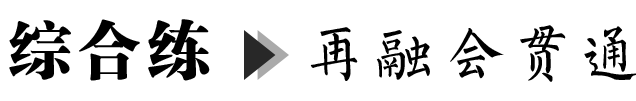
解得*a*＝，代入方程①整理可得切线方程为*y*＝－4*x*＋4.

类型3　导数的实际应用

例3　某质点的运动方程是*S*(*t*)＝sin *t*，则质点在*t*＝时的速度为\_\_\_\_\_\_\_\_，质点运动的加速度为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】 　－sin *t*

【解析】 *v*(*t*)＝*S*′(*t*)＝cos *t*，所以*v*＝cos ＝，即质点在*t*＝时的速度为.因为*v*(*t*)＝cos *t*，所以加速度*a*(*t*)＝*v*′(*t*)＝(cos *t*)′＝－sin *t*．



一、 单项选择题

1. 函数*f*(*x*)＝的导数是(　　)

A. *x*－1 B. *x* C. *x*－ D. *x*ln *x*

【答案】 C

2. 若*f*(*x*)＝3*x*，则*f*′(1)等于(　　)

A. 3 B. 3ln 3 C. D. ln 3

【答案】 B

3. 已知曲线*y*＝*x*2在点*P*处的切线方程为*y*＝2*x*－1，则点*P*的坐标是(　　)

A. (1，0) B. (0，1) C. (1，1) D. (0，0)

【答案】 C

【解析】 设切点坐标为(*a*，*a*2)，易得2*a*＝2，所以*a*＝1.

4. 已知函数*f*1(*x*)＝sin *x*，*fn*＋1(*x*)＝*f*′*n*(*x*)，则*f*2 021等于(　　)

A. － B. － C. D.

【答案】 D

【解析】 根据题意，函数*f*1(*x*)＝sin *x*，*fn*＋1(*x*)＝*f*′*n*(*x*)，则*f*2(*x*)＝*f*′1(*x*)＝cos *x*，

*f*3(*x*)＝*f*′2(*x*)＝－sin *x*，

*f*4(*x*)＝*f*′3(*x*)＝－cos *x*，

*f*5(*x*)＝*f*′4(*x*)＝sin *x*，

…

则有*fn*＋4(*x*)＝*fn*(*x*)，则*f*2 021(*x*)＝*f*1(*x*)＝sin *x*，故*f*2 021＝sin ＝.

二、 多项选择题

5. 下列求导运算正确的是(　　)

A. (cos *x*)′＝sin *x* B. (log2*x*)′＝

C. (2*x*)′＝2*x*log2e D. (sin *x*)′＝cos *x*

【答案】 BD

【解析】 (cos *x*)′＝－sin *x*，(log2*x*)′＝，(2*x*)′＝2*x* ln 2，(sin *x*)′＝cos *x*.

6. 下列结论中正确的有(　　)

A. *y*＝ln 2，则*y*′＝ B. *y*＝，则*y*′＝

C. *y*＝e*x*，则*y*′＝e*x* D. *y*＝log2*x*，则*y*′＝

【答案】 BCD

【解析】 若*y*＝ln 2，则*y*′＝0，故选项A错误．若*y*＝，则*y*′＝*x*－＝，故选项B正确．若*y*＝e*x*，则*y*′＝e*x*，故选项C正确．若*y*＝log2*x*，则*y*′＝，故选项D正确．

7. 下列函数*f*(*x*)中，满足*f*′(*x*)＝0有实数解的有(　　)

A. *f*(*x*)＝*x* B. *f*(*x*)＝sin *x*

C. *f*(*x*)＝*x* D. *f*(*x*)＝*x*

【答案】 BD

三、 填空题

8. 某质点的运动方程是*s*＝*t*3(*s*的单位：m，*t*的单位：s)，则质点在*t*＝3时的瞬时速度是\_\_\_\_\_\_\_\_m/s.

【答案】 27

【解析】 位移对时间的一阶导数是速度，为*v*＝＝3*t*2，则*t*＝3时的瞬时速度为*v*3＝3×32＝27(m/s).

9. 已知函数*f*(*x*)＝sin *x*，则 ＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】 －2

【解析】 根据题意， ＝2×

＝2*f*′(π)，又由*f*(*x*)＝sin *x*，则*f*′(*x*)＝cos *x*，则有*f*′(π)＝cos π＝－1，则 ＝－2.

10. 与曲线*y*＝在点*P*(8，4)处的切线垂直且过点*P*的直线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】 3*x*＋*y*－28＝0

【解析】 因为*y*＝，所以*y*′＝()′＝(*x*)′＝*x*－，所以在点*P*(8，4)处曲线的切线斜率*k*＝×8－＝.所以适合题意的切线的斜率为－3.从而适合题意的直线方程为*y*－4＝－3(*x*－8)，即3*x*＋*y*－28＝0.

四、 解答题

11. 求下列函数的导数：

(1) *y*＝*x*；(2) *y*＝；(3) *y*＝；

(4) *y*＝log2*x*2－log2*x*；

(5) *y*＝－2sin .

【解析】(1) *y*′＝(*x*)′＝(*x*)′＝.

(2) *y*′＝′＝(*x*－4)′＝－4*x*－4－1＝－4*x*－5＝－.

(3) *y*′＝()′＝(*x*)′＝*x*－＝.

(4) 因为*y*＝log2*x*2－log2*x*＝log2*x*，

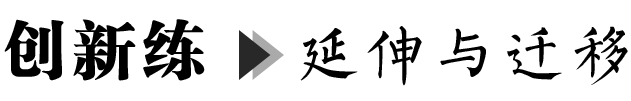
所以*y*′＝(log2*x*)′＝.

(5) 因为*y*＝－2sin ＝2sin(2cos2－1)＝2sincos ＝sin *x*，

所以*y*′＝(sin *x*)′＝cos *x*．

12. 已知直线*y*＝e2*x*＋*b*是曲线*f*(*x*)＝e*x*的一条切线，求实数*b*的值．

【解析】 曲线*y*＝e*x*的导数为*y*′＝e*x*，设切点为*P*(*x*0，e*x*0)，则过点*P*的切线方程为*y*－e*x*0＝e*x*0(*x*－*x*0)，即为*y*＝e2*x*＋*b*，所以e2＝e*x*0且*b*＝e*x*0(1－*x*0)，得*x*0＝2，*b*＝－e2.



1. (多选)给出定义：若函数*f*(*x*)在*D*上可导，即*f*′(*x*)存在，且导函数*f*′(*x*)在*D*上也可导，则称*f*(*x*)在*D*上存在二阶导函数，记*f*″(*x*)＝(*f*′(*x*))′.若*f*″(*x*)<0在*D*上恒成立，则称*f*(*x*)在*D*上为凸函数．以下四个函数在上是凸函数的是(　　)

A. *f*(*x*)＝cos *x* B. *f*(*x*)＝ln *x* C. *f*(*x*)＝*x*2 D. *f*(*x*)＝

【答案】 AB

【解析】 对于A，*f*′(*x*)＝－sin *x*，*f*″(*x*)＝－cos *x*.因为*x*∈，所以*f*″(*x*)<0，*f*(*x*)在上是凸函数，故A正确；对于B，*f*′(*x*)＝，*f*″(*x*)＝－<0，故*f*(*x*)在上是凸函数，故B正确；对于C，*f*′(*x*)＝2*x*，*f*″(*x*)＝2>0，故*f*(*x*)在上不是凸函数，故C错误；对于D，*f*′(*x*)＝－，*f*″(*x*)＝>0，故*f*(*x*)在上不是凸函数，故D错误．