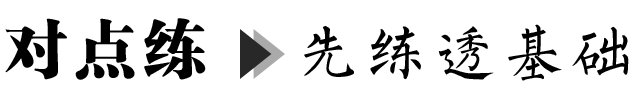
虚线第2课时　导数的四则运算法则



类型1　两个函数和、差的导数

例1　求下列函数的导数：

(1) *y*＝*x*－2＋*x*2；

(2) *y*＝*x*2－4sin cos .

【解析】 (1) *y*′＝2*x*－2*x*－3.

(2) 因为*y*＝*x*2－4sin cos ＝*x*2－2sin *x*，

所以*y*′＝2*x*－2cos *x*.

变式　(1) 若函数*f*(*x*)的导函数为*f*′(*x*)，且满足*f*(*x*)＝2*f*′(1) ln *x*＋2*x*，则*f*′(1)＝\_\_\_\_\_\_\_\_，*f*′(2)＝\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】 －2　0

【解析】 因为*f*(*x*)＝2*f*′(1) ln *x*＋2*x*，则有*f*′(*x*)＝2*f*′(1) ·＋2，故*f*′(1)＝2*f*′(1)＋2，解得 *f*′(1)＝－2，*f*′(*x*)＝－＋2，所以*f*′(2)＝0.

(2) 已知*f*′(*x*)为函数*f*(*x*)＝*ax*－*b* ln *x*的导函数，且满足*f*′(1)＝0，*f*′(－1)＝2，则*f*′(2)等于(　　)

A. 1 B. － C. D.

【答案】 C

【解析】 因为*f*′(*x*)为函数*f*(*x*)＝*ax*－*b* ln *x*的导函数，所以*f*′(*x*)＝*a*－.若*f*′(1)＝0，

*f*′(－1)＝2，则*a*－*b*＝0，*a*＋*b*＝2，解得*a*＝1，*b*＝1，所以*f*′(*x*)＝1－，所以*f*′(2)＝.

规律总结：函数关系式中含有*f*′(*x*0)，首先认清*f*′(*x*0)为常数，进而求导赋值计算．

类型2　两个函数积、商的导数

例2　求下列函数的导数：

(1) *y*＝(2*x*2＋3)(3*x*－1)；

(2) *y*＝3*x*e*x*－2*x*＋e；

(3) *y*＝.

【解析】 (1) 方法一：*y*′＝(2*x*2＋3)′(3*x*－1)＋(2*x*2＋3)·(3*x*－1)′＝4*x*(3*x*－1)＋3(2*x*2＋3)＝18*x*2－4*x*＋9.

方法二：因为*y*＝(2*x*2＋3)(3*x*－1)＝6*x*3－2*x*2＋9*x*－3，

所以*y*′＝(6*x*3－2*x*2＋9*x*－3)′＝18*x*2－4*x*＋9.

(2) *y*′＝(ln 3＋1)·(3e)*x*－2*x* ln 2.

(3) *y*′＝.

变式　(1) 若函数*f*(*x*)＝在*x*＝*a*处的导数值与函数值互为相反数，则*a*的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】 因为*f*(*x*)＝，所以*f*(*a*)＝.又因为*f*′(*x*)＝′＝，所以*f*′(*a*)＝.由题意知*f*(*a*)＋*f*′(*a*)＝0，所以＋＝0，所以2*a*－1＝0，所以*a*＝.

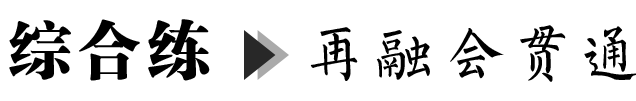
(2) 函数*y*＝2*x*(ln *x*＋1)在*x*＝1处的切线方程为(　　)

A. *y*＝4*x*＋2 B. *y*＝2*x*－4

C. *y*＝4*x*－2 D. *y*＝2*x*＋4

【答案】 C

【解析】 由已知得*y*′＝2(ln *x*＋1)＋2*x*·＝2ln *x*＋4，则*y*′|*x*＝1＝4.又当*x*＝1时，*y*＝2，则切线方程为*y*＝4*x*－2.



一、 单项选择题

1. 若函数*f*(*x*)＝(*x*－1)ln *x*，则*f*′(1)等于(　　)

A. －1 B. 0 C. 1 D. e

【答案】 B

【解析】 因为*f*′(*x*)＝ln *x*＋，所以*f*′(1)＝0.

2. 已知*f*(*x*)＝*x*(2 021＋ln *x*)，若*f*′(*x*0)＝2 022，则*x*0等于(　　)

A. e2 B. 1 C. ln 2 D. e

【答案】 B

【解析】 *f*′(*x*)＝2 021＋ln *x*＋1＝ln *x*＋2 022，因为*f*′(*x*0)＝2 022，所以*f*′(*x*0)＝ln *x*0＋2 022＝2 022，所以ln *x*0＝0，所以*x*0＝1.

3. 已知函数*f*(*x*)＝2*x*＋3*f*′(0)·e*x*，则*f*′(1)等于(　　)

A. e B. 3－2e C. 2－3e D. 2＋3e

【答案】 C

【解析】 *f*′(*x*)＝2＋3*f*′(0)·e*x*，所以*f*′(0)＝2＋3*f*′(0)，解得*f*′(0)＝－1，所以*f*′(*x*)＝2－3e*x*，所以*f*′(1)＝2－3e.

4. 已知函数*f*(*x*)＝＋*x*3，其导函数为*f*′(*x*)，则*f*(2 020)＋*f*(－2 020)＋*f*′(2 021)－*f*′(－2 021)的值为(　　)

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】 C

【解析】 *f*′(*x*)＝＋3*x*2，*f*′(－*x*)＝＋3(－*x*)2＝＋3*x*2，所以*f*′(*x*)为偶函数，所以*f*′(2 021)－*f*′(－2 021)＝0.因为*f*(*x*)＋*f*(－*x*)＝＋*x*3＋－*x*3＝＋＝3，所以*f*(2 020)＋*f*(－2 020)＝3，所以*f*(2 020)＋*f*(－2 020)＋*f*′(2 021)－*f*′(－2 021)＝3.

二、 多项选择题

5. 在下列函数中，求导正确的有(　　)

A. *f*(*x*)＝*x*2－1，则*f*′(*x*)＝2*x*

B. *g*(*x*)＝*x* ln *x*＋1，则*g*′(*x*)＝ln *x*＋

C. *h*(*x*)＝，则*h*′(*x*)＝－

D. *φ*(*x*)＝*x* sin *x*＋cos *x*，则*φ*′(*x*)＝－*x* cos *x*

【答案】 AC

【解析】 *f*′(*x*)＝(*x*2)′－1′＝2*x*，故选项A正确；*g*′(*x*)＝*x*′ln *x*＋*x*(ln *x*)′＝ln *x*＋*x*·＝ln *x*＋1，故选项B不正确；*h*′(*x*)＝＝－，故选项C正确；*φ*′(*x*)＝*x*′sin *x*＋*x*(sin *x*)′＋(cos *x*)′＝sin *x*＋*x* cos *x*－sin *x*＝*x* cos *x*，故选项D不正确．

6. 若函数*f*(*x*)的导函数*f*′(*x*)的图象关于*y*轴对称，则*f*(*x*)的解析式可能为(　　)

A. *f*(*x*)＝3cos *x* B. *f*(*x*)＝*x*3＋*x*

C. *f*(*x*)＝*x*＋ D. *f*(*x*)＝e*x*＋*x*

【答案】 BC

【解析】 根据题意，依次分析选项：对于A，*f*(*x*)＝3cos *x*，其导函数*f*′(*x*)＝－3sin *x*，它为奇函数，图象不关于*y*轴对称，不符合题意；对于B，*f*(*x*)＝*x*3＋*x*，其导函数*f*′(*x*)＝3*x*2＋1，它为偶函数，图象关于*y*轴对称，符合题意；对于C，*f*(*x*)＝*x*＋，其导函数*f*′(*x*)＝1－，它为偶函数，图象关于*y*轴对称，符合题意；对于D，*f*(*x*)＝e*x*＋*x*，其导函数*f*′(*x*)＝e*x*＋1，它不是偶函数，图象不关于*y*轴对称，不符合题意．

7. 下列函数在点*x*＝0处有切线的是(　　)

A. *f*(*x*)＝3*x*2＋cos *x* B. *g*(*x*)＝*x*·sin *x*

C. *h*(*x*)＝＋2*x* D. *w*(*x*)＝

【答案】 ABD

【解析】 *f*′(*x*)＝6*x*－sin *x*，*f*′(0)＝0，此时切线的斜率为0，故在点*x*＝0处有切线．*g*′(*x*)＝sin *x*＋*x* cos *x*，*g*′(0)＝0，此时切线的斜率为0，故在点*x*＝0处有切线．*h*′(*x*)＝－＋2，在*x*＝0处不可导，则在*x*＝0处没有切线．*w*′(*x*)＝，*w*′(0)＝0，此时切线的斜率为0，故在点*x*＝0处有切线．

三、填空题

8. 已知函数*f*(*x*)＝＋，则*f*(*x*)在*x*＝2处的导数*f*′(2)＝\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】 2

【解析】 因为*f*(*x*)＝＋＝，所以*f*′(*x*)＝，所以*f*′(2)＝2.

9. 满足“若*f*′(*x*)为偶函数，则*f*(*x*)为奇函数”为假命题的一个函数是\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】 答案不唯一，如*f*(*x*)＝*x*3＋1.

10. 已知函数*f*(*x*)的导函数为*f*′(*x*)，记*f*1(*x*)＝*f*′(*x*)，*f*2(*x*)＝*f*′1(*x*)，…，*fn*＋1(*x*)＝*f*′*n*(*x*)(*n*∈N\*).若*f*(*x*)＝*x* sin *x*，则*f*2 021(*x*)＋*f*2 023(*x*)＝\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】 －2sin *x*

【解析】 *f*(*x*)＝*x* sin *x*，则*f*1(*x*)＝*f*′(*x*)＝sin *x*＋*x* cos *x*，*f*2(*x*)＝*f*′1(*x*)＝cos *x*＋cos *x*－*x* sin *x*＝2cos *x*－*x* sin *x*，*f*3(*x*)＝*f*′2(*x*)＝－2sin *x*－sin *x*－*x* cos *x*＝－3sin *x*－*x* cos *x*，*f*4(*x*)＝*f*′3(*x*)＝－3cos *x*－cos *x*＋*x* sin *x*＝－4cos *x*＋*x* sin *x*，*f*5(*x*)＝*f*′4(*x*)＝4sin *x*＋sin *x*＋*x* cos *x*＝5sin *x*＋*x* cos *x*，*f*6(*x*)＝*f*′5(*x*)＝5cos *x*＋cos *x*－*x* sin *x*＝6cos *x*－*x* sin *x*，*f*7(*x*)＝*f*′6(*x*)＝－6sin *x*－sin *x*－*x* cos *x*＝－7sin *x*－*x* cos *x*，…，则*f*1(*x*)＋*f*3(*x*)＝sin *x*＋*x* cos *x*－3sin *x*－*x* cos *x*＝－2sin *x*，*f*3(*x*)＋*f*5(*x*)＝－3sin *x*－*x* cos *x*＋5sin *x*＋*x* cos *x*＝2sin *x*，*f*5(*x*)＋*f*7(*x*)＝5sin *x*＋*x* cos *x*－7sin *x*－*x* cos *x*＝－2sin *x*，即*f*4*n*＋1(*x*)＋*f*4*n*＋3(*x*)＝－2sin *x*，*f*4*n*＋3(*x*)＋*f*4*n*＋5(*x*)＝2sin *x*，则*f*2 021(*x*)＋*f*2 023(*x*)＝－2sin *x*.

四、 解答题

11. 已知曲线*f*(*x*)＝＋*a* ln *x*＋ln *a*在*x*＝1处的切线与直线*x*＋3*y*＋1＝0垂直．

(1) 求实数*a*的值；

(2) 记*g*(*x*)＝*f*′(*x*)，求*g*′(1).

【解析】 (1) 根据题意，*f*(*x*)＝＋*a* ln *x*＋ln *a*，

*f*′(*x*)＝－＋，则有*f*′(1)＝*a*－1.

即曲线*f*(*x*)在*x*＝1处的切线的斜率*k*＝*a*－1，

若曲线*f*(*x*)在*x*＝1处的切线与直线*x*＋3*y*＋1＝0垂直，则*k*＝*a*－1＝3，解得*a*＝4.

(2) 由(1)知*g*(*x*)＝－＋，所以*g*′(*x*)＝2*x*－3－4*x*－2，故*g*′(1)＝－2.

12. 已知*a*，*b*，*c*∈R，函数*f*(*x*)＝(*x*－*a*)(*x*－*b*)(*x*－*c*)的导函数为*f*′(*x*).

(1) 若*b*＝*c*，求曲线*y*＝*f*(*x*)在点(*b*，*f*(*b*))处的切线方程；

(2) 求＋＋的值．

【解析】 (1) 若*b*＝*c*，则*f*(*x*)＝(*x*－*a*)(*x*－*b*)2，

所以*f*′(*x*)＝(*x*－*b*)2＋(*x*－*a*)·2(*x*－*b*)，

则*f*′(*b*)＝(*b*－*b*)2＋(*b*－*a*)·2(*b*－*b*)＝0，

即曲线*y*＝*f*(*x*)在点(*b*，*f*(*b*))处的切线斜率为0.

又因为*f*(*b*)＝(*b*－*a*)(*b*－*b*)2＝0，

所以所求切线方程为*y*＝0.

(2) 由*f*(*x*)＝(*x*－*a*)(*x*－*b*)(*x*－*c*)得

*f*′(*x*)＝(*x*－*b*)(*x*－*c*)＋(*x*－*a*)[(*x*－*b*)(*x*－*c*)]′＝(*x*－*b*)(*x*－*c*)＋(*x*－*a*)(*x*－*c*)＋(*x*－*a*)(*x*－*b*)，

所以*f*′(*a*)＝(*a*－*b*)(*a*－*c*)，*f*′(*b*)＝(*b*－*a*)(*b*－*c*)，

*f*′(*c*)＝(*c*－*a*)(*c*－*b*)，

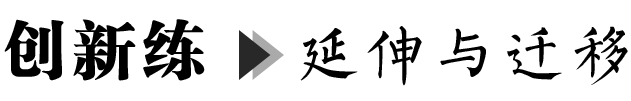
因此＋＋

＝＋＋

＝·＋

＝·＋

＝－＋＝0.



1. 已知三次函数*f*(*x*)＝*ax*3＋*bx*2＋*cx*＋*d*(*a*≠0)的图象的对称中心为点*M*(*x*0，*y*0)，且点*M*在函数*y*＝*f*(*x*)的图象上，记函数*f*(*x*)的导函数为*f*′(*x*)，*f*′(*x*)的导函数为*f*″(*x*)，则有*f*″(*x*0)＝0.若函数*f*(*x*)＝*x*3－3*x*2，则可得*f*＋*f*＋…＋*f*＋*f*等于(　　)

A. 4 043 B. －4 043

C. 8 086 D. －8 086

【答案】 D

【解析】 *f*′(*x*)＝3*x*2－6*x*，*f*″(*x*)＝6*x*－6，由*f*″(*x*0)＝0，得*x*0＝1，而*f*(1)＝－2，故函数*f*(*x*)＝*x*3－3*x*2关于点(1，－2)对称，即*f*(*x*)＋*f*(2－*x*)＝－4.所以*f*＋*f*＋…＋*f*＋*f*＝[*f*＋*f*]＋[*f*＋*f*]＋…＋[*f*＋*f*]＋*f*＝－4×2 021＋(－2)＝－8 086.