

# ΠΛΑΣΤΙΜΟΤΗΤΑ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΑΠΟ ΩΠΛΙΣΜΕΝΟ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ

Π.Ι. Γιαννόπουλος

Δρ. Πολιτικός Μηχανικός, Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

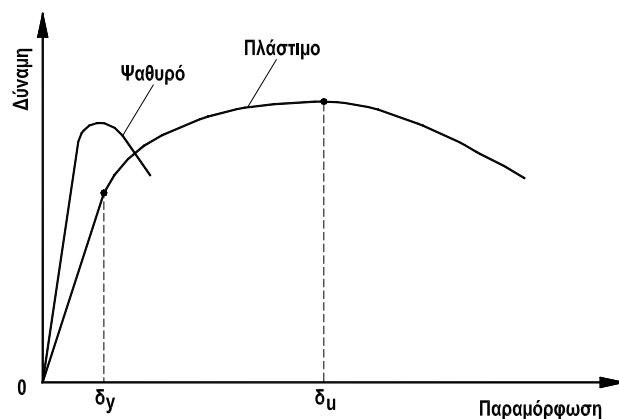
Λέξεις κλειδιά: πλαστιμότητα, σκυρόδεμα, κατασκευές, περίσφιγξη

**ΠΕΡΙΛΗΨΗ:** Ο οικονομικός σχεδιασμός κατασκευών από ωπλισμένο σκυρόδεμα έναντι σεισμικών δράσεων, με βάση όλους τους σύγχρονους κανονισμούς, βασίζεται στην πλαστιμότητά τους. Στην παρούσα εργασία εξετάζεται η πλαστιμότητα του σκυροδέματος και του χάλυβα, η πλαστιμότητα των διατομών, η πλαστιμότητα δοκών και υποστυλωμάτων, καθώς και οι παράμετροι που την επηρεάζουν.

## 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ένα υλικό είναι πλάστιμο εάν μπορεί να αντέξει μεγάλες παραμορφώσεις κατά τη φόρτισή του (π.χ. λάστιχο). Για μέλη και κατασκευές από ωπλισμένο σκυρόδεμα, πλαστιμότητα είναι η ικανότητα τους να παραμορφώνονται πέραν του ορίου διαρροής, δηλαδή μεγάλες σχετικά παραμορφώσεις, χωρίς σημαντική μείωση της αντοχής τους.

Ένα ψαθυρό υλικό (π.χ. κιμωλία) ή μια ψαθυρή κατασκευή αστοχούν απότομα (δηλαδή χωρίς προειδοποίηση της επικείμενης αστοχίας) μόλις αναλάβουν το μέγιστο φορτίο τους. Επομένως υπάρχει αυξημένος κίνδυνος απώλειας ζωής κατά την κατάρρευση ψαθυρών κατασκευών. Τυπικά διαγράμματα δύναμης – παραμόρφωσης μελών με πλάστιμη ή ψαθυρή συμπεριφορά δίνονται στο Σχ. 1.



Σχ. 1 Τυπικά διαγράμματα δύναμης – παραμόρφωσης μελών με πλάστιμη ή ψαθυρή συμπεριφορά

## 2 ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΠΛΑΣΤΙΜΟΤΗΤΑΣ

Για το πλάστιμο μέλος που δίνεται στο Σχ. 1,  $\delta_y$  είναι η παραμόρφωση διαρροής που αντιστοιχεί στη διαρροή του χάλυβα και  $\delta_u$  είναι η οριακή παραμόρφωση που αναπτύσσεται χωρίς σημαντική μείωση της αντοχής. Η Δύναμη μπορεί να είναι φορτίο, ροπή ή τάση, ενώ η Παραμόρφωση μπορεί να είναι επιμήκυνση, καμπυλότητα, βέλος ή στροφή.

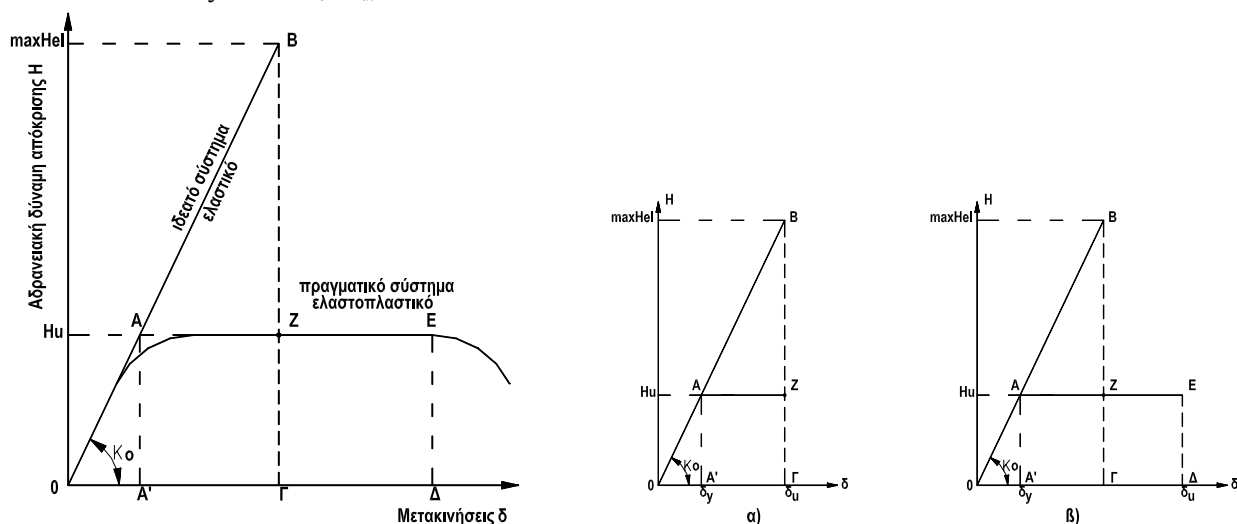
Πιο συνήθης τρόπος ορισμού / μετρήσεως της πλαστιμότητας είναι:

1. Η απόλυτη τιμή της οριακής παραμόρφωσης  $\delta_u$  ή της ανελαστικής παραμόρφωσης ( $\delta_u - \delta_y$ ).
2. Ο «δείκτης πλαστιμότητας»  $\mu = \delta_u/\delta_y$ , ή κάποια άλλη μορφή του ( $\varphi_u/\varphi_y$ ,  $\theta_u/\theta_y$ ). Ο δείκτης πλαστιμότητας προσδιορίζεται εύκολα και χρησιμοποιείται ευρέως.
3. Η ενέργεια που απορροφάται από το μέλος ή την κατασκευή και η οποία δίνεται από το εμβαδόν της επιφάνειας κάτω από το διάγραμμα δύναμης – παραμόρφωσης.

Οι παραπάνω ορισμοί εν γένει αναφέρονται σε μονοτονική φόρτιση μέχρι αστοχίας. Κύκλοι φορτίσεως και ταχύτητα φορτίσεως, αν και επηρεάζουν την πλαστιμότητα, δεν λαμβάνονται συνήθως υπόψη στους ορισμούς.

### 3 Η ΣΠΟΥΔΑΙΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΠΛΑΣΤΙΜΟΤΗΤΑΣ

Στο Σχ. 2 δίνεται η απόκριση μιας κατασκευής σε σεισμική δράση για την περίπτωση που αυτή συμπεριφέρεται ελαστικά, καθώς και για την περίπτωση που συμπεριφέρεται ελαστοπλαστικά. Η μέγιστη αδρανειακή δύναμη απόκρισης της ελαστικής κατασκευής δίνεται από την  $\max H_{el}$ , και η αντίστοιχη της ελαστοπλαστικής κατασκευής από την  $H_u$ . Ο λόγος των δύο αυτών δυνάμεων δίνεται από το  $\xi = \max H_{el}/H_u$ .



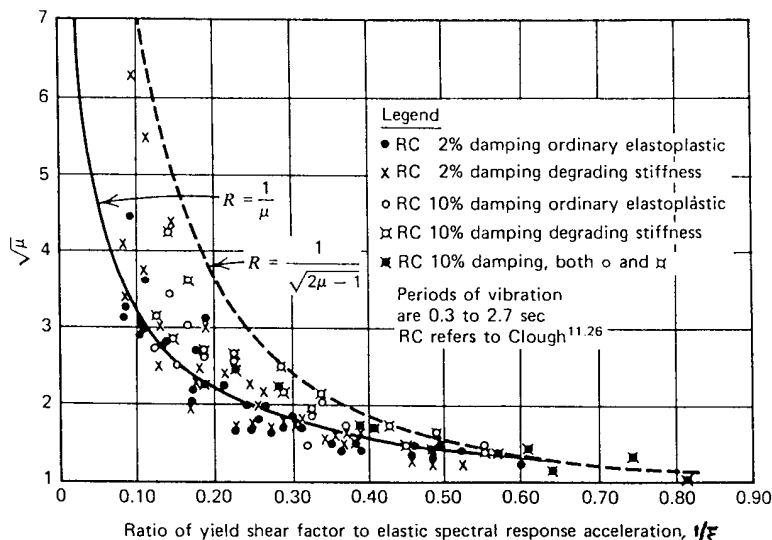
Σχ. 2 Ελαστική και ελαστοπλαστική απόκριση κατασκευής σε σεισμική δράση

- α) απόκριση με ίδια μέγιστη παραμόρφωση ( $\xi = \mu$ )
- β) απόκριση με ίδια απορρόφηση ενέργειας ( $\xi = \sqrt{2\mu - 1}$ )

Βάσει αποτελεσμάτων δυναμικών αναλύσεων του Blume (1961, 1970) σε μονοβάθμια συστήματα έχουν προκύψει δύο συμπεριφορές (Σχ. 2):

- απόκριση με ίδια μέγιστη παραμόρφωση
- απόκριση με ίδια απορρόφηση ενέργειας

Στην πρώτη περίπτωση προκύπτει ότι  $\xi = \mu$ , όπου  $\mu = \delta_u/\delta_y$ , ενώ στη δεύτερη  $\xi = \sqrt{2\mu - 1}$ . Στο Σχ. 3 γίνεται από τον Blume (1970) σύγκριση αυτών των δύο εξισώσεων με τα αποτελέσματα δυναμικών αναλύσεων σε μονοβάθμια συστήματα που έγιναν από τον Clough (1966). Παρατηρείται ότι αυτές οι δύο εξισώσεις περιγράφουν ικανοποιητικά τα αποτελέσματα. Τα παραπάνω ισχύουν για μονοβάθμια συστήματα, αλλά ισχύουν κατ' αναλογία προσεγγιστικά και για πολυώροφα κτίρια. Εφαρμογή του Σχ. 3 σε μια κατασκευή με  $\mu = 4$ , ( $\sqrt{\mu} = 2$ ), δίνει  $1/\xi = 0.30$ . Δηλαδή η σεισμική δύναμη που απαιτείται για το σχεδιασμό του ελαστοπλαστικού συστήματος είναι μόνο το 30% της σεισμικής δύναμης που απαιτείται για το σχεδιασμό του ελαστικού συστήματος, πράγμα που αποδεικνύει την οικονομικότητα της ελαστοπλαστικής κατασκευής.



Σχ. 3 Διάγραμμα πλαστιμότητας – λόγου αδρανειακής δύναμης απόκρισης ελαστοπλαστικού προς ελαστικό μονοβάθμιο σύστημα, για το σεισμό El Centro 1940 (Clough 1966, Blume 1970)

Είναι λοιπόν προφανές ότι είναι αντιοικονομικός ο σχεδιασμός μιας συνήθους κατασκευής για να αντέξει τον μεγαλύτερο πιθανό σεισμό χωρίς βλάβες, δηλαδή να συμπεριφερθεί γραμμικά - ελαστικά.

Το κόστος σχεδιασμού 'χωρίς βλάβες' πρέπει να εξαρτηθεί από:

- την σπουδαιότητα της κατασκευής
- τον τύπο της κατασκευής (π.χ. η υπερστατικότητα μιας κατασκευής, στην οποία διαρρέουν ορισμένα μέλη, οδηγεί σε ανακατανομή της έντασης σε γειτονικά μέλη)
- την πιθανότητα σεισμών

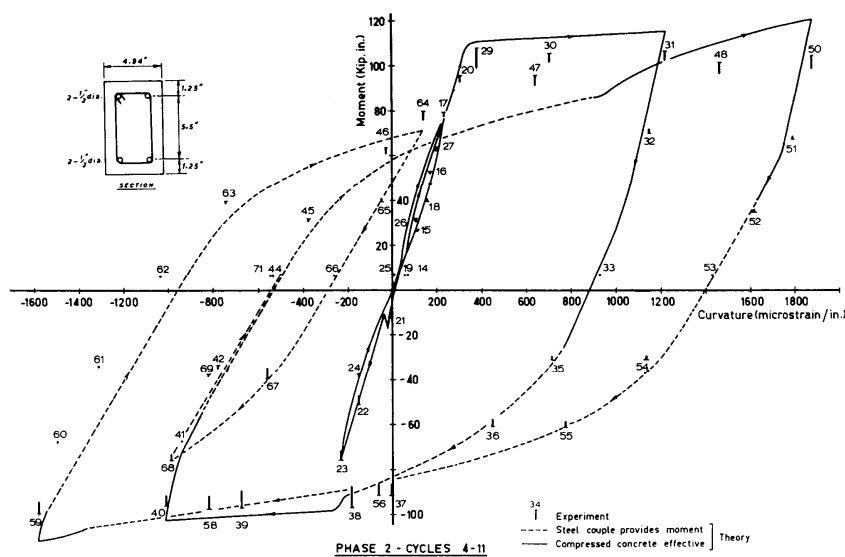
Κριτήρια συμπεριφοράς συνήθων κατασκευών που υπάρχουν στους περισσότερους σύγχρονους αντισεισμικούς κανονισμούς:

- Ασθενείς σεισμοί: κατασκευές χωρίς βλάβες (εντός του ελαστικού εύρους των τάσεων)
- Μεσαίοι σεισμοί: κατασκευές με ελάχιστες βλάβες στα φέροντα στοιχεία και μερικές βλάβες στα μη φέροντα
- Ισχυροί σεισμοί (σεισμός σχεδιασμού): κατασκευές με περιορισμένες αλλά επιδιορθώσιμες βλάβες στον φέροντα οργανισμό, αλλά πιθανότητα κατάρρευσης επαρκώς μικρή.

Για αποφυγή κατάρρευσης μιας κατασκευής στην περίπτωση του σεισμού σχεδιασμού πρέπει τα μέλη και οι συνδέσεις τους να σχεδιαστούν κατάλληλα, έτσι ώστε να μπορούν να αναλάβουν μεγάλες μετελαστικές παραμορφώσεις (βλάβες) χωρίς σημαντική μείωση της αντοχής τους, δηλαδή να είναι πλάστιμα. Έτσι επιτυγχάνεται απορρόφηση και κατανάλωση σημαντικής ποσότητας ενέργειας. Στο Σχ. 4 δίνεται παράδειγμα πλάστιμου μέλους υπό ανακυκλιζόμενη ένταση.

Στους κανονισμούς ΕΚΩΣ και ΕΑΚ δίνεται διαδικασία σχεδιασμού (υπολογισμοί, κατασκευαστικές λεπτομέρειες και λεπτομέρειες όπλισης) που εξασφαλίζει ικανοποιητικό βαθμό πλαστιμότητας χωρίς να απαιτείται άμεσος υπολογισμός της απαιτούμενης και της διαθέσιμης πλαστιμότητας. Επιπλέον επιδιώκονται τα ακόλουθα:

- Βλάβες στα μη φέροντα στοιχεία ("ισχυρό υποστύλωμα - ασθενής δοκός").
- Ψαθυρές αστοχίες (από Διάτμηση, Αγκυρώσεις ) να μην προηγούνται των πλάστιμων αστοχιών (από Κάμψη), δηλαδή Ικανοτικός Σχεδιασμός.
- Εξασφάλιση πλαστιμότητας (αντοχή σκυροδέματος και χάλυβα, ποσοστό εφελκούμενου και θλιβόμενου οπλισμού, περίσφιγξη).



Σχ. 4 Διάγραμμα ροπών – καμπυλοτήτων δοκού υπό ανακυκλιζόμενη ένταση (Park, Kent & Sampson 1972)

Μη αναμενόμενες υπερβάσεις φορτίων, κρούσεις, θερμοκρασιακές μεταβολές, καθιζήσεις θεμελίων, που συνήθως αγνοούνται στο σχεδιασμό, αναλαμβάνονται από τη διαθέσιμη πλαστιμότητα των κατασκευών.

Συντελεστής συμπεριφοράς  $q$ :

ΥΛΙΚΟ	ΔΟΜΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ	$q^*$ (ΕΚΩΣ § 6.1.3)	$\max q$ (ΕΑΚ § 2.3.5)
1. Ωπλισμένο Σκυρόδεμα	α. Πλαίσια ή μικτά συστήματα	1.50	3.50
	β. Συστήματα τοιχωμάτων που λειτουργούν σαν πρόβολοι	1.50	3.00
	γ. Συστήματα στα οποία τουλάχιστον το 50% της συνολικής μάζας βρίσκεται στι ανώτερο 1/3 του ύψους	1.00	2.00

Φορείς χωρίς αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας:  $q \leq q^*$

Φορείς με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας:  $q^* < q \leq \max q$

Δομικά στοιχεία όπως πλάκες, υπόγεια και θεμελίωσή τους, δευτερεύουσες δοκοί (όχι πάνω σε υποστυλώματα), κόμβοι στους οποίους δεν συντρέχουν κατακόρυφα στοιχεία, θεωρούνται δομικά στοιχεία χωρίς αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας ασχέτως αν ανήκουν σε φορείς με ή χωρίς αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας.

Η πλαστιμότητα μπορεί να αναφέρεται είτε σε όλη την κατασκευή ή μόνο σε τμήμα της. Το μέγεθος του δείκτη πλαστιμότητας θα διαφέρει σε κάθε περίπτωση:

- Υλικό: π.χ. σκυρόδεμα  $\mu=1-2$
- Διατομή: π.χ. διατομή ελαφρά ωπλισμένη  $\mu=10-20$
- Δοκός ή Υποσύλωμα: συνήθως μικρότερο  $\mu$ . Κίνδυνος αστοχίας της συνάφειας ή διάτμησης ή επιβάρυνση από ετερόσημους κύκλους φόρτισης.
- Κατασκευή:  $\mu$  μπορεί να είναι μεγάλο. Εξαρτάται από τη θέση των πλαστικών αρθρώσεων και τη συμπεριφορά των κόμβων.

Η πλαστιμότητα των κατασκευών ωπλισμένου σκυροδέματος εξαρτάται από την πλαστιμότητα των υλικών, το σχεδιασμό των μελών και κόμβων, και τις λεπτομέρειες όπλισης (κατασκευαστικές διατάξεις).

Πιο εύκολη η θεώρηση και ο υπολογισμός της πλαστιμότητας Διατομών Ω.Σ. από την πλαστιμότητα Δοκών Ω.Σ. Παράμετροι που επηρεάζουν την πλαστιμότητα Διατομών ωπλισμένου σκυροδέματος:

- Υλικά (σ - ε καμπύλες, περίσφιγξη)
- Γεωμετρία (σχήμα διατομής, ρ, ρ')
- Φορτία (αξονικά, έκκεντρα)
- Άλλα (τύπος και ταχύτητα φορτίσεως)

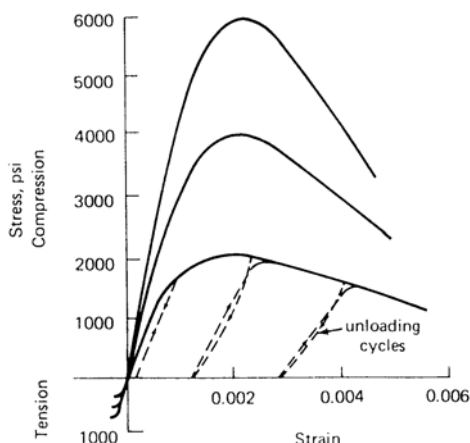
Παράμετροι που επηρεάζουν την πλαστιμότητα Δοκών ωπλισμένου σκυροδέματος:

- Παράμετροι που επηρεάζουν την πλαστιμότητα Διατομών
- Διάτμηση
- Συνάφεια (αγκυρώσεις, ενώσεις)

#### 4. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ & ΠΛΑΣΤΙΜΟΤΗΤΑ ΥΛΙΚΩΝ

##### 4.1 Άοπλο σκυρόδεμα

Το άοπλο σκυρόδεμα είναι σχετικά ψαθυρό υλικό, ιδίως σε εφελκυσμό. Καμπύλες τάσεων – παραμορφώσεων δίνονται στο Σχ. 5 για σκυρόδεμα σε εφελκυσμό, σε θλίψη, και σε επαναλαμβανόμενη θλίψη. Οι καμπύλες σε θλίψη είναι προσεγγιστικά γραμμικές μέχρι περίπου 40% της αντοχής και επομένως η πλαστιμότητα του άοπλου σκυροδέματος είναι σχετικά μικρή ( $\mu \cong 1-2$ ).

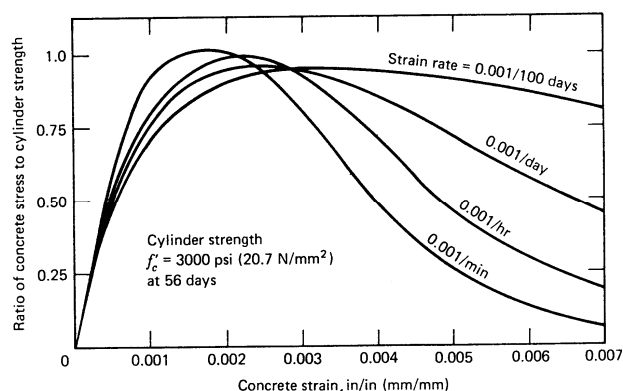


Σχ. 5 Τυπικές καμπύλες τάσεων – παραμορφώσεων σκυροδέματος (MacGregor 1972)

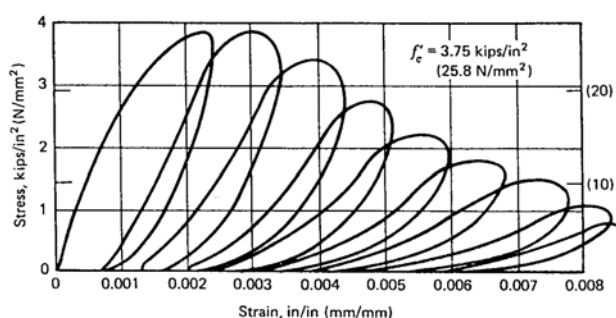
Μεγάλα θλιπτικά φορτία μακράς διάρκειας, οδηγούν σε μείωση της αντοχής του σκυροδέματος κατά 20% περίπου. Αυτό αντισταθμίζεται εν μέρει από την αύξηση της αντοχής με το χρόνο, και στην πράξη από την ύπαρξη έκκεντρων φορτίσεων και παρουσία θλιβόμενου οπλισμού. Σαν αποτέλεσμα η διάρκεια φόρτισης έχει μικρή επιρροή στην πλαστιμότητα.

Με αύξηση της ταχύτητας φόρτισης επέρχεται αύξηση της αντοχής και μείωση της αντίστοιχης παραμόρφωσης (Σχ. 6). Για σεισμικά φορτία η αντοχή αυξάνεται κατά 10% περίπου. Η συμπεριφορά σκυροδέματος υπό επαναλαμβανόμενη θλιπτική φόρτιση δίνεται στο Σχ. 7.

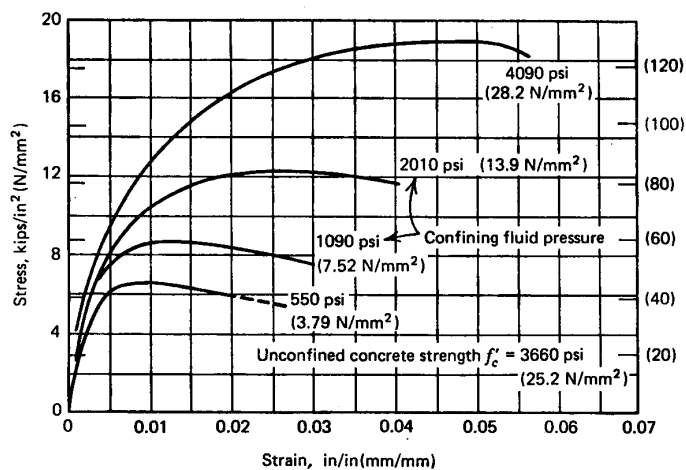
Η συμπεριφορά σκυροδέματος υπό τριαξονική θλιπτική πίεση δίνεται στο Σχ. 8. Παρατηρείται μεγάλη αύξηση της αντοχής και των παραμορφώσεων. Η αύξηση της αντοχής είναι περίπου 4 φορές την τιμή της πλευρικής πίεσης (Richart et al)], ενώ έχουν μετρηθεί τιμές μέχρι και 7 φορές. Αυτή η αύξηση συνοδεύεται από σημαντική αύξηση της παραμόρφωσης στη μέγιστη αντοχή, δηλαδή η πλευρική πίεση οδηγεί σε σημαντική αύξηση της πλαστιμότητας του σκυροδέματος.



Σχ. 6 Καμπύλες  $\sigma - \varepsilon$  σκυροδέματος για διάφορες ταχύτητες αξονικής θλιπτικής φόρτισης (Rüsch 1960)



Σχ. 7 Καμπύλες  $\sigma - \varepsilon$  σκυροδέματος υπό επαναλαμβανόμενη αξονική φόρτιση (Sinha et al 1964)

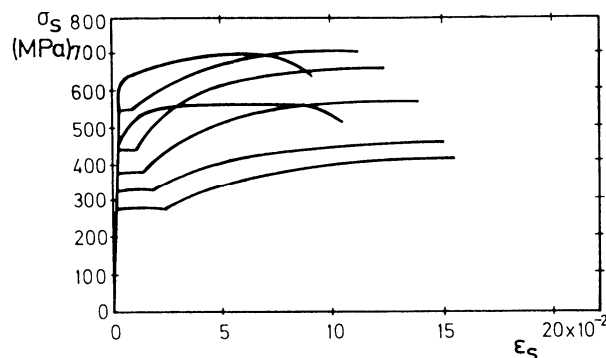


Σχ. 8 Καμπύλες  $\sigma - \varepsilon$  κυλίνδρων σκυροδέματος υπό τριαξονική θλιπτική πίεση (Richart et al 1928)

#### 4.2 Χάλυβας όπλισης

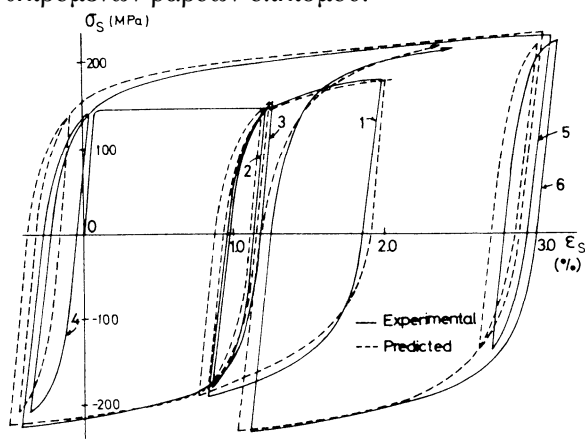
Ο χάλυβας όπλισης είναι πολύ πιο πλαστικός από το σκυρόδεμα καθώς φαίνεται από τις καμπύλες τάσεων - παραμορφώσεων στο Σχ. 9. Αυτός είναι ο λόγος που οι διατομές ωπλισμένου

σκυροδέματος είναι πλάστιμες. Η πλαστιμότητα και το εύρος του ορίου διαρροής μειώνονται με αύξηση της αντοχής του χάλυβα.



Σχ. 9 Τυπικές καμπύλες  $\sigma - \epsilon$  χάλυβα όπλισης

Η συμπεριφορά χάλυβα υπό ανακυκλιζόμενη ένταση δίνεται στο Σχ. 10, όπου παρατηρείται το φαινόμενο Bauschinger και η κλίση του διαγράμματος γίνεται πολύ μικρή με κίνδυνο το λυγισμό θλιβόμενων ράβδων οπλισμού.



Σχ. 10 Καμπύλες  $\sigma - \epsilon$  χάλυβα όπλισης υπό ανακυκλιζόμενη ένταση (προσομοίωμα Kato, Akiyama & Yamanouchi)

Αύξηση της ταχύτητας φορτίσεως οδηγεί σε αύξηση του ορίου διαρροής του χάλυβα. Για σεισμικά φορτία αυτή η αύξηση είναι 7% περίπου.

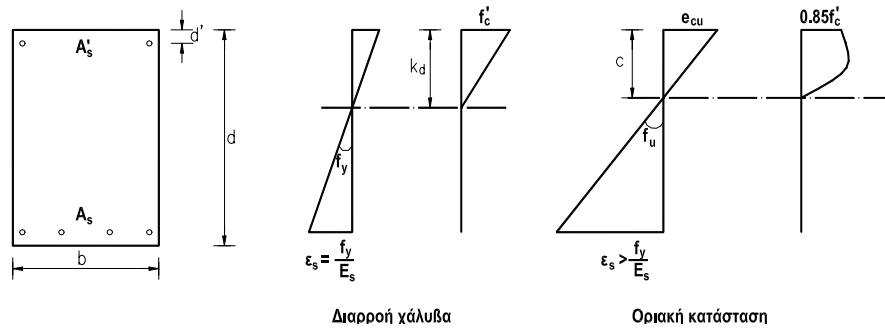
## 5. ΠΛΑΣΤΙΜΟΤΗΤΑ ΔΙΑΤΟΜΩΝ ΜΕΛΩΝ Ω.Σ.

### 5.1 Υπολογισμός του δείκτη πλαστιμότητας διατομών

Ο δείκτης πλαστιμότητας  $\mu$  μιας διατομής είναι ο λόγος της καμπυλότητας  $\varphi_u$  κατά την αστοχία της διατομής προς την καμπυλότητα  $\varphi_y$  κατά τη διαρροή του χάλυβα, δηλ.  $\mu = \varphi_u / \varphi_y$ .

Οι καμπυλότητες αυτές μπορούν να προσδιοριστούν είτε για σκοπούς σχεδιασμού μέσω των εξισώσεων κάμψεως διατομών βάσει κάποιου κανονισμού, είτε για ερευνητικούς σκοπούς μέσω διαγραμμάτων ροπών – καμπυλοτήτων.

### 5.1.1 Υπολογισμός του δείκτη πλαστιμότητας διατομών για σκοπούς σχεδιασμού



Σχ. 11 Επιρροή της αντοχής του χάλυβα  $f_y$  και του σκυροδέματος  $f'_c$  στην πλαστιμότητα διατομής Ω. Σ.

Περίπτωση απλού οπλισμού ( $A'_s = 0$ )

$$\varphi_y = \frac{\varepsilon_y}{(1-k) \cdot d} \quad \text{όπου} \quad \kappa = -\rho n + \sqrt{2\rho n + \rho^2 n^2} \quad n = \frac{E_s}{E_c} \quad \rho = \frac{A_s}{b \cdot d}$$

$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{c} \quad \text{όπου} \quad c = \frac{\rho \cdot f_y}{f'_c} \cdot \frac{d}{0.85 \cdot \beta_1} \quad \beta_1 = 0.85 \quad \text{για } f'_c \leq 4000 \text{ psi } (= 28 \text{ MPa})$$

$$\beta_1 = 0.05 \text{ μείωση/1000 psi } \quad \text{για } f'_c > 4000 \text{ psi}$$

οπότε

$$\mu = \frac{\varphi_u}{\varphi_y} = \frac{(0.85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c) \cdot E_s \cdot \varepsilon_{cu} (1 + \rho n - \sqrt{2\rho n + \rho^2 n^2})}{\rho \cdot f_y^2} \quad (1)$$

Από την Εξ. (1) φαίνεται ότι η τιμή του  $\mu$  εξαρτάται άμεσα από την τιμή του  $\varepsilon_{cu}$ . Η οριακή παραμόρφωση του σκυροδέματος  $\varepsilon_{cu}$  είναι συνάρτηση πολλών παραγόντων, όπως η αντοχή του σκυροδέματος, η ταχύτητα φορτίσεως, ο λόγος ροπής / διάτμηση και η περίσφιγξη από τους συνδετήρες. Η τιμή του  $\varepsilon_{cu}$  μπορεί να μεταβάλλεται από περίπου 0.0025 χωρίς περίσφιγξη μέχρι 0.010 περίπου με περίσφιγξη και αξονικό θλιπτικό φορτίο ή μέχρι και 0.040 περίπου με περίσφιγξη και έκκεντρο θλιπτικό φορτίο. Για σχεδιασμό συνιστάται, εάν δεν υπάρχει ειδική περίσφιγξη,  $\varepsilon_{cu} \cong 0.035$ .

Με  $\varepsilon_{cu} = 0.003$  και  $E_s = 29000 \text{ ksi}$  η Εξ. (1) απλοποιείται ως εξής, με τα  $f'_c$  και  $f_y$  σε ksi

$$\mu = \frac{74 \cdot \beta_1 \cdot f'_c \cdot (1 + \rho n - \sqrt{2\rho n + \rho^2 n^2})}{\rho \cdot f_y^2} \quad (2)$$

Τιμές του  $\mu$  χρησιμοποιώντας την Εξ. (2) δίνονται στον Πίνακα 1

$f'_c$ psi	Ductility Ratio $\mu$	$f_y = 40000 \text{ psi}$	$f_y = 60000 \text{ psi}$
		$\rho$ or $(\rho - \rho')$	$\rho$ or $(\rho - \rho')$
3000	4	0.017	0.0088
	5	0.014	0.0073
	6	0.012	0.0063
4000	4	0.022	0.012
	5	0.018	0.0095
	6	0.016	0.0082
5000	4	0.026	0.013
	5	0.021	0.011
	6	0.019	0.0095

Πίνακας 1 Δείκτης πλαστιμότητας για διατομές ωπλισμένου σκυροδέματος με διάφορες κατηγορίες σκυροδέματος και χάλυβα (Furlong)

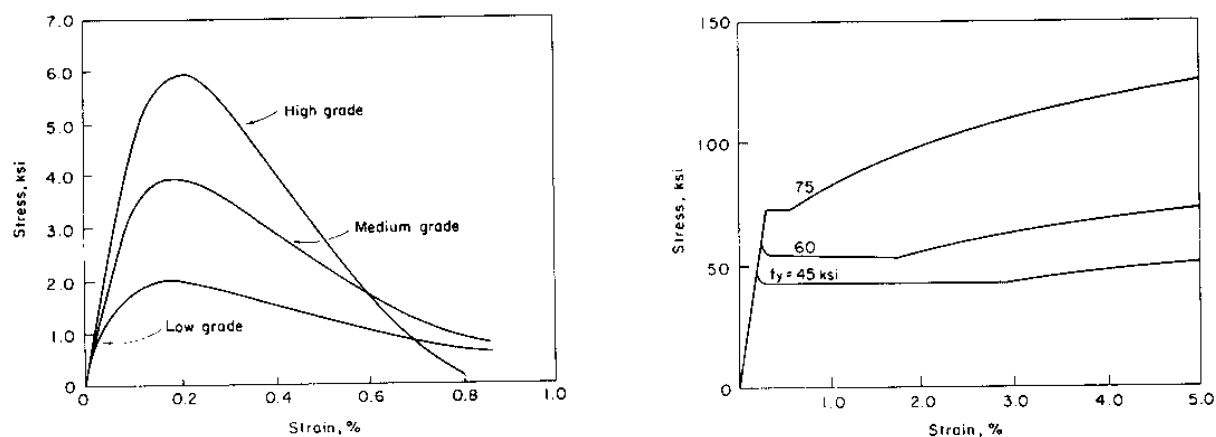


### 5.1.2 Υπολογισμός του δείκτη πλαστιμότητας διατομών για ερευνητικούς σκοπούς

Η διατομή χωρίζεται σε αριθμό λωρίδων και χρησιμοποιούνται ακριβείς σχέσεις τάσεων - παραμορφώσεων των υλικών για τον υπολογισμό των δυνάμεων σε κάθε λωρίδα. Ακολουθούν αριθμητικές ολοκληρώσεις και επαναληπτικές μέθοδοι για την σύγκλιση των λύσεων. Έτσι υπολογίζεται το διάγραμμα ροπών καμπυλοτήτων της διατομής και από αυτό προσδιορίζονται οι καμπυλότητες  $\phi_y$  και  $\phi_u$ .

### 5.2 Μεταβλητές που επηρεάζουν την πλαστιμότητα διατομών

Θα εξεταστεί η επιρροή των ακόλουθων παραμέτρων στην πλαστιμότητα διατομών από ωπλισμένο σκυροδέμα: θλιπτική αντοχή σκυροδέματος  $f_c$ , αντοχή χάλυβα  $f_y$ , κράτυνση χάλυβα, ποσοστό διαμήκους εφελκόμενου οπλισμού  $\rho$ , ποσοστό διαμήκους θλιβόμενου οπλισμού  $\rho'$ , σχήμα διατομής και περίσφιγξη σκυροδέματος. Στις θεωρήσεις αυτές θα χρησιμοποιηθούν μεταξύ άλλων και τα αποτελέσματα μιας εκτεταμένης αναλυτικής μελέτης των Cohn και Ghosh (1972) στην καμπτική πλαστιμότητα διατομών από ωπλισμένο σκυροδέμα. Τυπικά διαγράμματα τάσεων – παραμορφώσεων του σκυροδέματος (μικρής, μεσαίας και μεγάλης αντοχής) και του χάλυβα (μικρής, μεσαίας και μεγάλης αντοχής) δίνονται στο Σχ. 12.

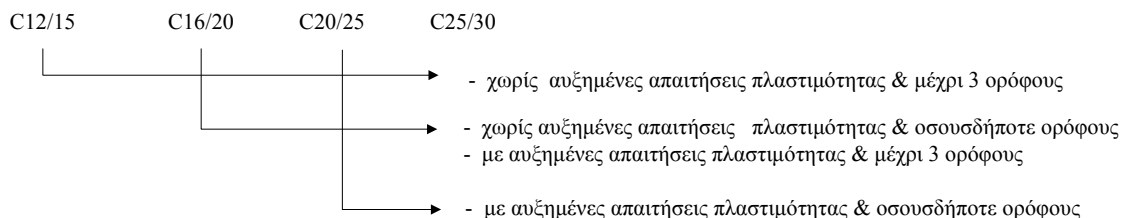


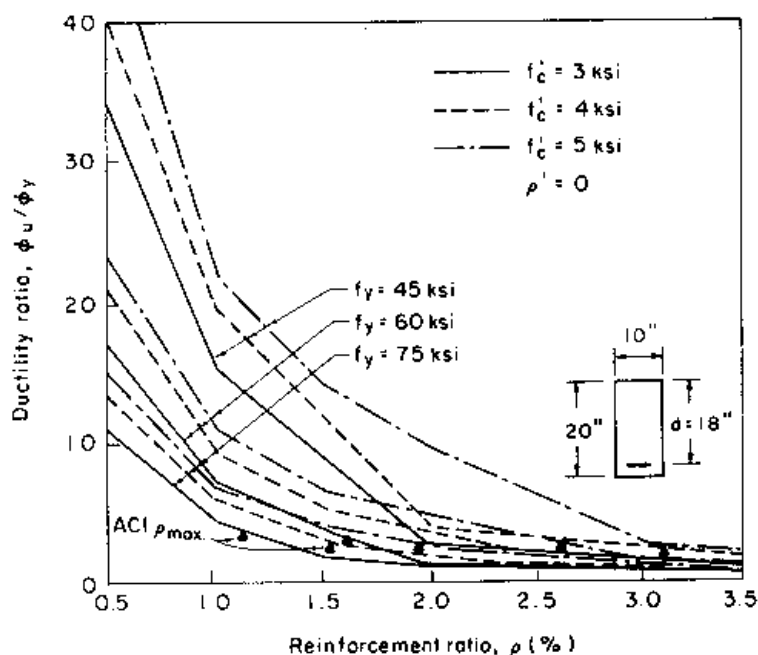
Σχ. 12 Διαγράμματα  $\sigma - \epsilon$  των υλικών που χρησιμοποιήθηκαν στη μελέτη των Cohn & Ghosh

#### -1 Αντοχή σκυροδέματος

Από την Εξ. (2) και τον Πίνακα 1 προκύπτει ότι, για μια αντοχή χάλυβα  $f_y$  και ένα ποσοστό οπλισμού  $\rho$ , αύξηση της αντοχής του σκυροδέματος  $f_c$  οδηγεί σε αύξηση της πλαστιμότητας. Το ίδιο παρατηρείται και στα αποτελέσματα της αναλυτικής μελέτης που δίνονται στο Σχ. 13.

ΕΚΩΣ 2000:





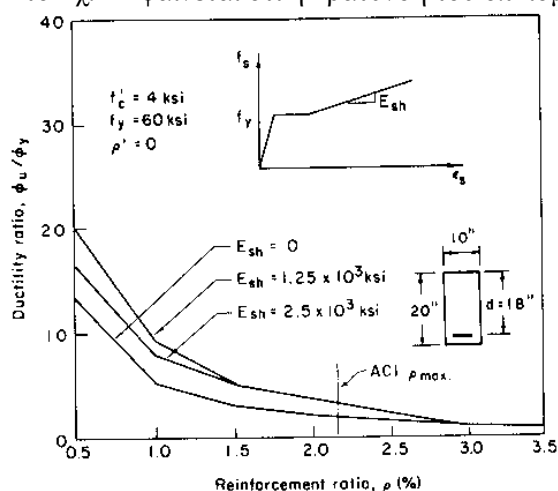
Σχ. 13 Επιρροή της αντοχής του χάλυβα  $f_y$  και του σκυροδέματος  $f'_c$  στην πλαστιμότητα διατομής Ω. Σ. για διάφορα ποσοστά οπλισμού (Cohn & Ghosh)

#### -2 Αντοχή χάλυβα

Από την Εξ. (2) και τον Πίνακα 1 προκύπτει ότι, για μια αντοχή σκυροδέματος  $f'_c$  και ένα ποσοστό οπλισμού  $\rho$ , αύξηση του ορίου διαρροής του χάλυβα οδηγεί σε μείωση της πλαστιμότητας. Το ίδιο παρατηρείται και στα αποτελέσματα της αναλυτικής μελέτης που δίνονται στο Σχ. 13. Π.χ. για  $\rho = 1\%$  και  $f'_c = 4$  ksi = 28 MPa και 33% αύξηση του ορίου διαρροής (45 ksi σε 60 ksi) προκύπτει 52% μείωση του  $\mu$  (21 σε 10).

#### -2 Κράτυνση χάλυβα

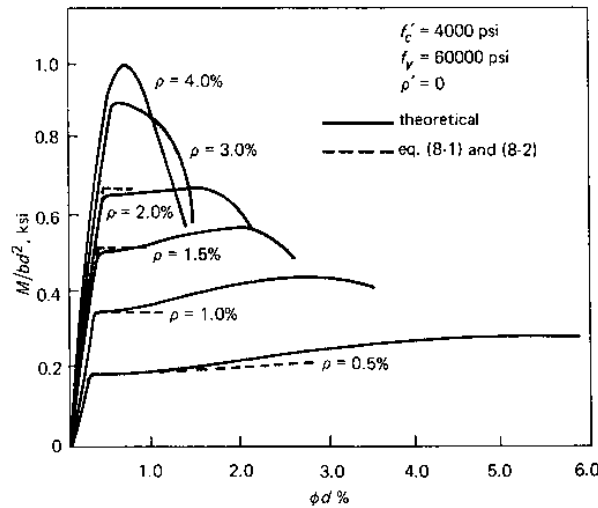
Στο Σχ. 14 φαίνεται ότι η κράτυνση του οπλισμού αυξάνει το  $\mu$  για ελαφρά ωπλισμένες διατομές.



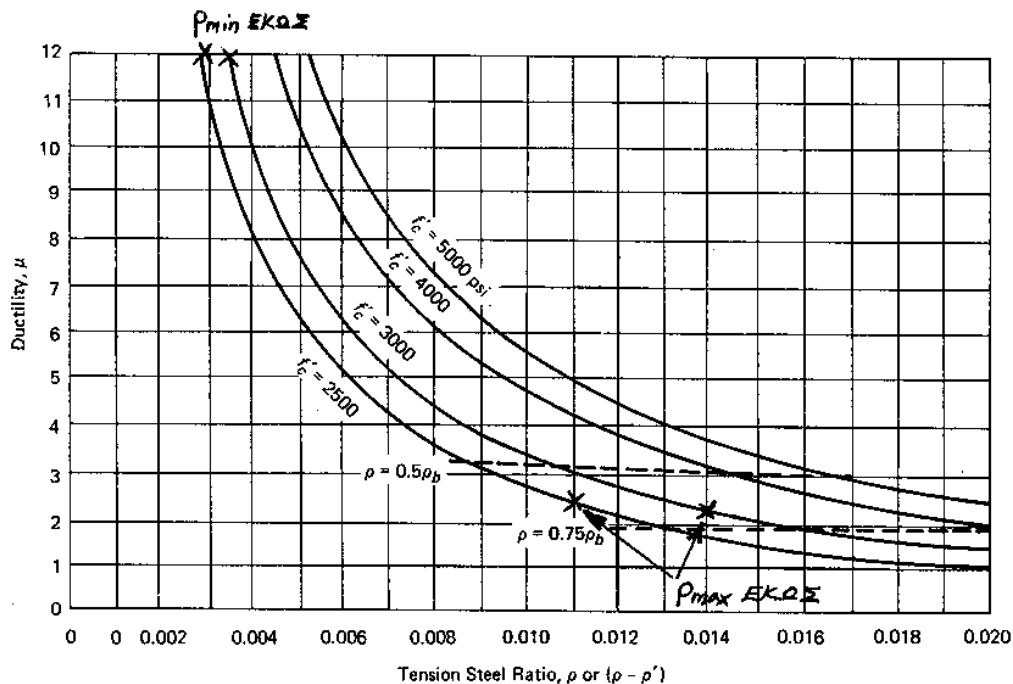
Σχ. 14 Επιρροή της κράτυνσης του χάλυβα στην πλαστιμότητα διατομής Ω. Σ. (Cohn & Ghosh)

### -3 Ποσοστό διαμήκους εφελκόμενου οπλισμού, $\rho$

Από την Εξ. (2), τον Πίνακα 1 και τα αποτελέσματα της αναλυτικής μελέτης των Cohn και Ghosh που δίνονται στα Σχ. 13 και 15, προκύπτει ότι, αύξηση του ποσοστού  $\rho$  του διαμήκους εφελκόμενου οπλισμού οδηγεί αφενός σε αύξηση της ροπής αντοχής της διατομής και αφετέρου σε μείωση του δείκτη πλαστιμότητας  $\mu$ . Η πολύ περιορισμένη πλαστιμότητα που έχουν διατομές με σχετικά μεγάλα ποσοστά οπλισμού φαίνεται στο Σχ. 15 ( $\mu \approx 1.0$  για  $\rho = 3-4\%$ ). Αυτός είναι ο λόγος που οι περισσότεροι κανονισμοί προδιαγράφουν ένα μέγιστο ποσοστό εφελκόμενου οπλισμού που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε καμπτόμενα μέλη έτσι ώστε να εξασφαλίζεται επαρκής πλαστιμότητα.



Σχ. 15 Διαγράμματα ροπών – καμπυλοτήτων διατομής Ω. Σ. (Cohn & Ghosh)



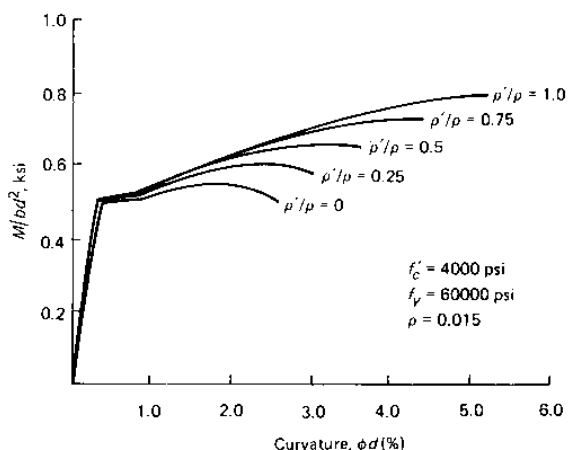
Σχ. 16 Επιρροή του ποσοστού του οπλισμού στην πλαστιμότητα διατομής Ω. Σ. για διάφορες κατηγορίες σκυροδέματος και  $f_y = 60000$  psi (Cohn & Ghosh)

Στον ΕΚΩΣ 2000  $\rho_{\max} = 0.65 (f_{cd} \rho') / (f_{yd} \rho) + 0.0015 \leq 7 / f_{yd}$  οπότε π.χ. για  $\rho' = 0.50 \rho$ , C20/25, S400  $\rightarrow \rho_{\max} = 1.4\%$  και  $\mu \leq 2.5$  (χωρίς θλιβόμενο οπλισμό και χωρίς συνδετήρες).

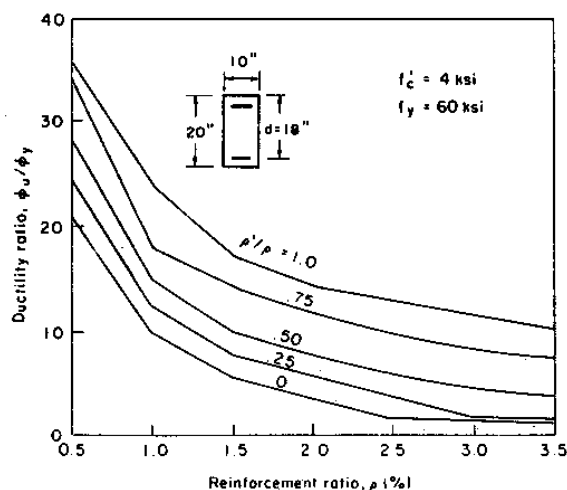
Στο ACI προδιαγράφεται  $\rho_{\max} = 0.75 \rho_b$ , και σε σεισμικές περιοχές  $\rho_{\max} = 0.50 \rho_b$ , όπου το  $\rho_b$  αντιστοιχεί σε ταυτόχρονη αστοχία του σκυροδέματος και χάλυβα. Τα μαύρα τρίγωνα που φαίνονται στις καμπύλες του Σχ. 13 αντιστοιχούν στις τιμές του  $\rho_{\max}$  που προδιαγράφονται στο ACI. Ένα πιο εποπτικό διάγραμμα δίνεται στο Σχ. 16, απ' όπου προκύπτει ότι σε σεισμικές περιοχές εξασφαλίζεται με το ACI μια ελάχιστη τιμή του δείκτη πλαστιμότητας ίση με 3 - 3.5.

#### -4 Ποσοστό διαμήκους θλιβόμενου οπλισμού, $\rho'$

Από τα αποτελέσματα της αναλυτικής μελέτης των Cohn και Ghosh που δίνονται στα Σχ. 17 και 18, προκύπτει ότι, αύξηση του ποσοστού  $\rho'$  του διαμήκους θλιβόμενου οπλισμού οδηγεί αφενός σε αύξηση της ροπής αντοχής της διατομής και αφετέρου σε αύξηση του δείκτη πλαστιμότητας  $\mu$ . Στον ΕΚΩΣ 2000 προδιαγράφεται στις περιοχές πιθανών πλαστικών αρθρώσεων θλιβόμενος οπλισμός τουλάχιστον ίσος με το 0.50 του εφελκόμενου οπλισμού, με σκοπό μεταξύ άλλων και την εξασφάλιση επαρκούς πλαστιμότητας στις κρίσιμες αυτές περιοχές. Από το Σχ. 18 φαίνεται ότι με αυτή τη διάταξη προκύπτει αύξηση του  $\mu$  κατά τουλάχιστον 50%. Ανάλογα ισχύουν και στον κανονισμό του ACI.



Σχ. 17 Διαγράμματα ροπών – καμπυλοτήτων διατομής Ω. Σ. για διάφορα ποσοστά θλιβόμενου οπλισμού (Cohn & Ghosh)



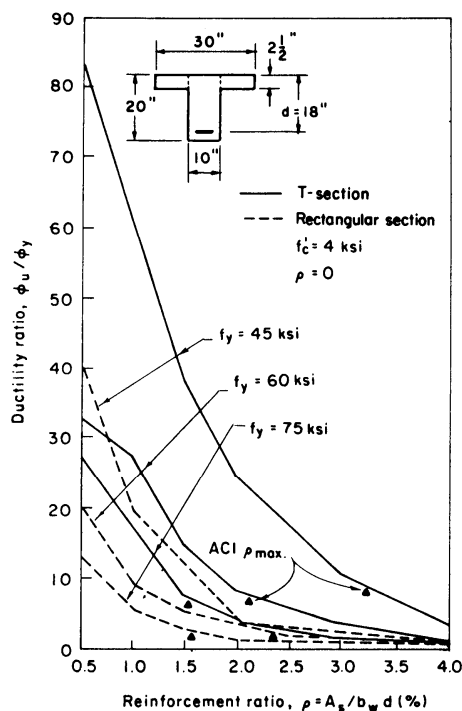
Σχ. 18 Επιρροή του ποσοστού του θλιβόμενου οπλισμού στην πλαστιμότητα διατομής Ω.Σ. (Cohn & Ghosh)

#### -5 Σχήμα διατομής

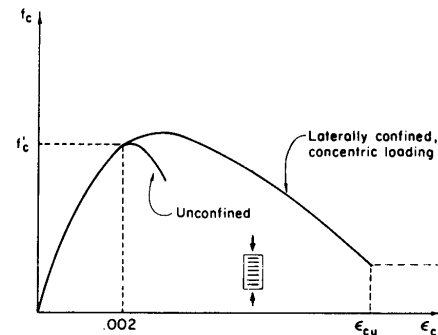
Από τα αποτελέσματα της αναλυτικής μελέτης των Cohn και Ghosh που δίνονται στο Σχ. 19 για την περίπτωση ορθογωνικής διατομής και διατομής πλακοδοκού προκύπτει αύξηση της πλαστιμότητας στην πλακοδοκό συγκρινόμενη με την ορθογωνική διατομή, και αυτή η αύξηση είναι μεγαλύτερη για μικρά ποσοστά του εφελκόμενου οπλισμού. Τα παραπάνω ισχύουν για τα ανοίγματα δοκών, ενώ στις στηρίξεις η πλάκα της πλακοδοκού είναι σε εφελκυσμό και επομένως δεν επηρεάζει την πλαστιμότητα της διατομής.

#### -6 Περίσφιγξη σκυροδέματος με συνδετήρες

Σε στοιχεία σκυροδέματος υπό σχετικά μεγάλες θλιπτικές τάσεις δημιουργούνται σχετικά μεγάλες εγκάρσιες παραμορφώσεις και το σκυρόδεμα πιέζει τους συνδετήρες, οι οποίοι ως αντίδραση ασκούν μια περίσφιγξη στο σκυρόδεμα. Οι συνδετήρες λοιπόν παρέχουν παθητική περίσφιγξη στο σκυρόδεμα.



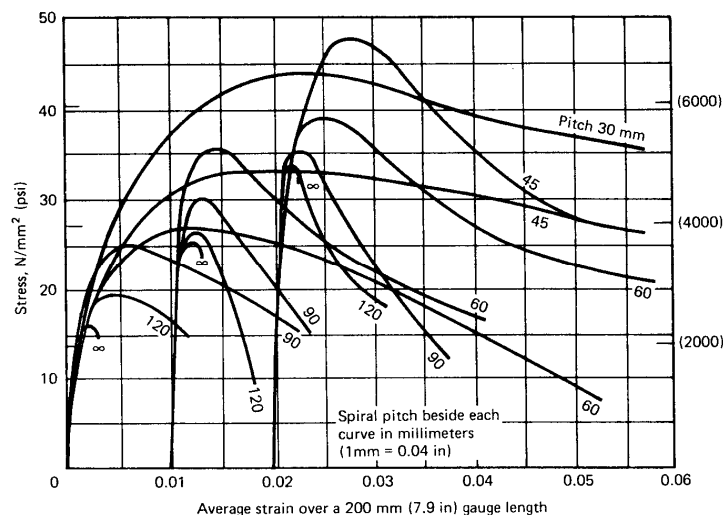
Σχ. 19 Επιρροή της πλάκας πλακοδοκού στην πλαστιμότητα διατομής Ω. Σ (Cohn & Ghosh)



Σχ. 20 Τυπικές καμπύλες \$\sigma\$-\$\epsilon\$ σκυροδέματος υπό περίσφιγξη

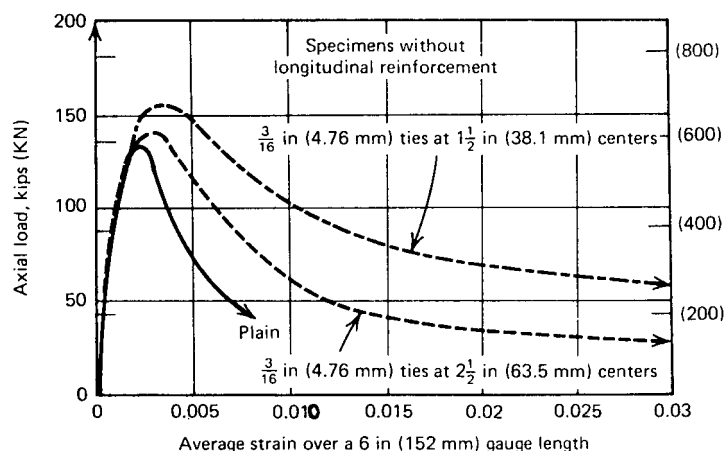
Πολλά πειράματα έχουν δείξει ότι η περίσφιγξη με συνδετήρες μπορεί να βελτιώσει σημαντικά τα χαρακτηριστικά των διαγραμμάτων τάσεων – παραμορφώσεων του σκυροδέματος σε μεγάλες παραμορφώσεις.

Στο Σχ. 21 δίνονται καμπύλες \$\sigma\$ – \$\epsilon\$, από πειράματα των Iyengar, Desayi & Reddy, για 3 περιπτώσεις κυλινδρικών δοκιμών σκυροδέματος περισφιγμένων με κυκλική σπείρα. Κάθε περίπτωση αντιστοιχεί σε διαφορετική αντοχή σκυροδέματος. Παρατηρείται η πολύ μεγάλη αύξηση στην αντοχή και στην πλαστιμότητα με το ποσοστό της περίσφιγξης.



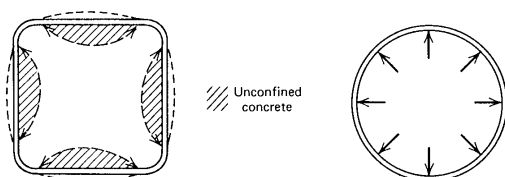
Σχ. 21 Καμπύλες \$\sigma\$ – \$\epsilon\$ κυλινδρικών δοκιμών σκυροδέματος με διάφορες κυκλικές σπείρες (Iyengar et al)

Στο Σχ. 22 δίνονται καμπύλες φορτίου – παραμόρφωσης, από πειράματα των Bertero & Felippa, σε πρισματικά δοκίμια σκυροδέματος με διάφορα ποσοστά τετράγωνων συνδετήρων. Παρατηρείται μεγάλη αύξηση κυρίως στην πλαστιμότητα με αύξηση του ποσοστού των συνδετήρων.



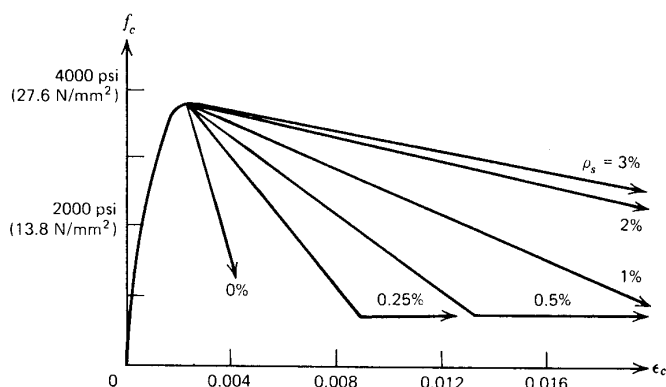
Σχ. 22 Καμπύλες φορτίου – παραμόρφωσης δοκιμίων σκυρ/τος με συνδετήρες. (Bertero & Felippa)

Η περίσφιγξη με κυκλική σπείρα οπλισμού, παρέχει μια συνεχή πίεση γύρω από την περίμετρο. Η περίσφιγξη με ορθογωνική σπείρα παρέχει πίεση κυρίως στις γωνίες και πολύ μικρή πίεση κατά μήκος των ευθύγραμμων ενδιάμεσων τμημάτων, και επομένως υπάρχει αποτελεσματική περίσφιγξη στο σκυρόδεμα μόνο στις γωνίες και στην κεντρική περιοχή της διατομής (Σχ. 23). Από τα παραπάνω συμπεραίνεται ότι η κυκλική σπείρα είναι πιο αποδοτική από την ορθογωνική σπείρα, και αυτή με τη σειρά της από τους μεμονωμένους συνδετήρες.



Σχ. 23 Περίσφιγξη διατομών σκυροδέματος με ορθογωνική και κυκλική σπείρα (Park & Paulay)

Η επιρροή του ποσοστού των συνδετήρων στην οριακή παραμόρφωση του σκυροδέματος, και επομένως και στην πλαστιμότητα, δίνεται στο Σχ. 24.

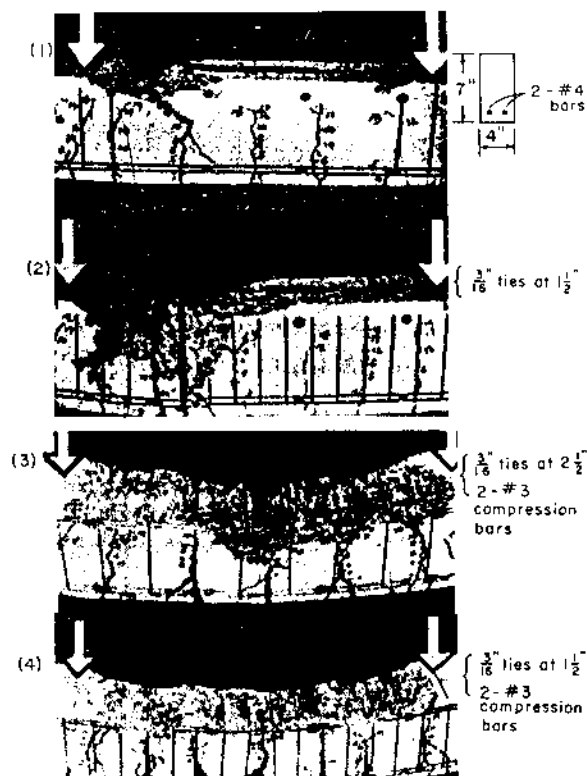
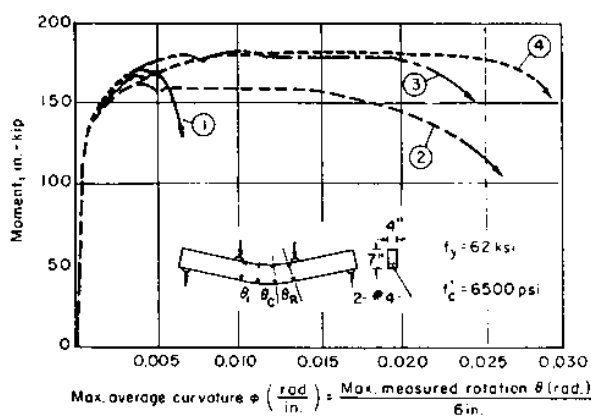


Σχ. 24 Επιρροή του ποσοστού των συνδετήρων στην καμπύλη  $\sigma - \epsilon$  σκυροδέματος (Kent & Park)

## -7 Συνδυασμός θλιβόμενου οπλισμού και συνδετήρων

Απ' ότι δείχθηκε στα προηγούμενα η χρήση θλιβόμενου οπλισμού ή συνδετήρων οδηγεί σε αύξηση της πλαστιμότητας της διατομής. Ακόμα πιο αποδοτικός είναι δε ο συνδυασμός θλιβόμενου οπλισμού και συνδετήρων όπως βρέθηκε από πειραματική μελέτη των Bertero και Felippa σε δοκούς ωπλισμένου σκυροδέματος, τα αποτελέσματα της οποίας δίνονται στο Σχ. 25. Παρατηρείται ότι η δοκός (1) παρουσιάζει ψαθυρή θραύση με παραμορφώσεις συγκεντρωμένες σε μια σχετικά μικρή περιοχή λόγω έλλειψης θλιβόμενου οπλισμού και συνδετήρων. Η δοκός (4) παρουσιάζει πλάστιμη θραύση με διασπορά ανελαστικών παραμορφώσεων σε σχετικά μεγάλο μήκος. Σύγκριση των δοκών (2) και (4), οι οποίες έχουν τον ίδιο εφελκόμενο οπλισμό και συνδετήρες, αλλά η δοκός (2) δεν έχει θλιβόμενο οπλισμό ενώ η (4) έχει, δείχνει από το διάγραμμα ροπών - καμπυλοτήτων ότι η παρουσία του θλιβόμενου οπλισμού οδηγεί σε αύξηση της αντοχής και της πλαστιμότητας. Επίσης δείχνει ότι οι ανελαστικές παραμορφώσεις στη δοκό (4) είναι διεσπαρμένες σε μεγαλύτερο μήκος απ' ότι στη δοκό (2).

Δοκός	$A_s$	$A'_s$	Συνδετήρες
(1)	2Φ13	-	-
(2)	2Φ13	-	Φ5/4
(3)	2Φ13	2Φ9	Φ5/6
(4)	2Φ13	2Φ9	Φ5/4



Σχ. 25 Επιρροή συνδυασμού θλιβόμενου οπλισμού και συνδετήρων στην πλαστιμότητα δοκού Ω. Σ. (Bertero & Felippa)

## 6 ΠΛΑΣΤΙΜΟΤΗΤΑ ΔΟΚΩΝ

### 6.1 Πλαστιμότητα διατομών

Τα διαγράμματα ροπών - καμπυλοτήτων διατομών και οι μεταβλητές που τα επηρεάζουν ασκούν σημαντική επίδραση στην πλαστιμότητα δοκών ωπλισμένου σκυροδέματος.

Περίληπτικά στην §5 αποδείχθηκε ότι ο δείκτης πλαστιμότητας  $\mu$  αυξάνει όταν:

- αυξάνεται η θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος  $f_c$
- μειώνεται η αντοχή του χάλυβα  $f_y$

- μειώνεται το ποσοστό του εφελκόμενου οπλισμού  $\rho$
- αυξάνεται το ποσοστό του θλιβόμενου οπλισμού  $\rho'$
- τοποθετούνται περισσότεροι και πυκνότεροι συνδετήρες

## 6.2 Διάτμηση

Οι διατμητικές αστοχίες (ψαθυρές) γίνονται με παραμορφώσεις πολύ μικρότερες απ' ό,τι οι καμπτικές αστοχίες (πλάστιμες).

Οι διατμητικές αστοχίες:

- είναι ψαθυρές και επομένως απότομες
- δημιουργούνται με απορρόφηση ενέργειας πολύ μικρότερη απ' ό,τι σε καμπτικές αστοχίες
- λόγω σεισμού (επαναλαμβανόμενη ετερόσημη ένταση) εμφανίζουν χιαστί ρωγμές που οδηγούν σε δραστηκή μείωση της διατμητικής αντοχής του σκυροδέματος
- πρέπει να αποφεύγονται και οπωσδήποτε να μην προηγούνται των καμπτικών αστοχιών.

Λύση: → Η τοποθέτηση πυκνών συνδετήρων, κατάλληλα φτιαγμένων, στις κρίσιμες περιοχές.

## 6.3 Συνάφεια και αγκύρωση

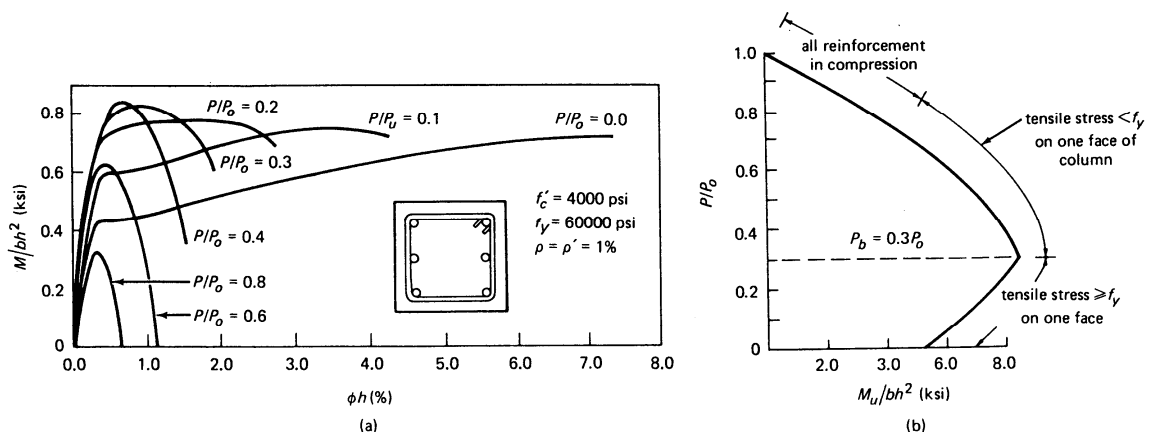
Αστοχία λόγω συνάφειας ή αγκύρωσης είναι εν γένει απότομη και ψαθυρή και επομένως πρέπει να αποφεύγεται.

Χρειάζεται ειδική προσοχή στις λεπτομέρειες όπλισης ακολουθώντας τις σχετικές διατάξεις των κανονισμών για μήκη αγκύρωσης, τύπανα, κλπ.

Ματίσματα οπλισμών να αποφεύγονται, όπου είναι δυνατόν, στα σημεία μέγιστης εντάσεως. Η τοποθέτηση συνδετήρων γύρω από τα ματίσματα ή αγκυρώσεις βελτιώνει την αντοχή σε συνάφεια.

## 7 ΠΛΑΣΤΙΜΟΤΗΤΑ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΩΝ

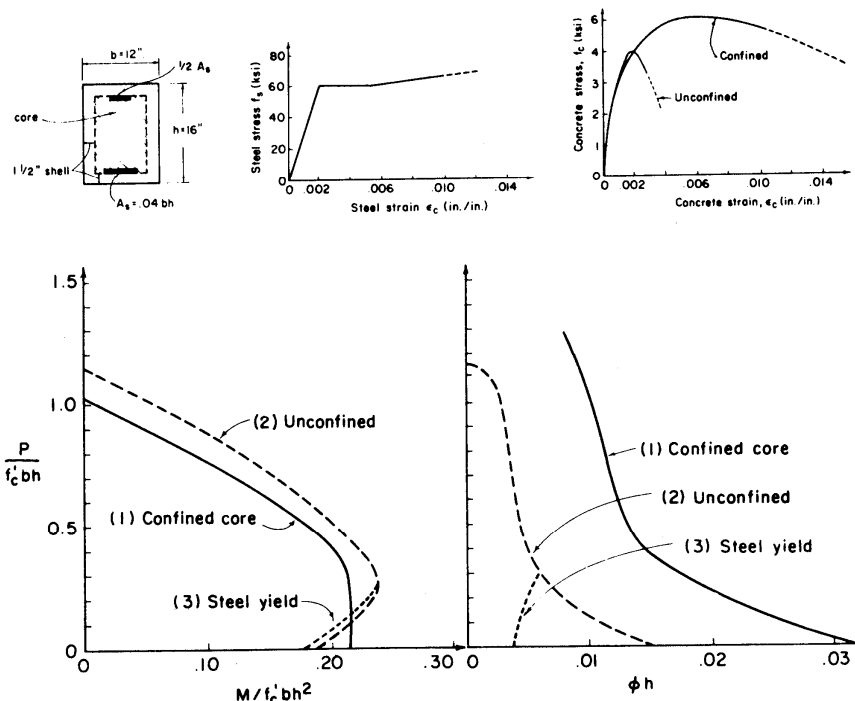
Από αναλυτική μελέτη των Cohn και Ghosh δίνεται στο Σχ. 26 η επιρροή του αξονικού φορτίου στα διαγράμματα ροπών – καμπυλοτήτων υποστυλωμάτων. Παρατηρείται μείωση της μετελαστικής παραμόρφωσης, άρα και της πλαστιμότητας, με αύξηση του αξονικού φορτίου. Το φορτίο  $P_b$  ταυτόχρονης αστοχίας των υλικών (διαρροή χάλυβα και αστοχία σκυροδέματος) είναι ίσο με  $0.3 P_0$ , όπως φαίνεται στο Σχ. 26β, όπου  $P_0 = f_c A_c$ . Για φορτία  $P < 40\% P_b = 0.12 P_0$  το υποστυλώμα έχει μ τουλάχιστον 4-6. Για φορτία  $P > 40\% P_b$  υπάρχει σχετικά μεγάλη πτώση του  $\mu$  και σύμφωνα με το ACI και SEAOC χρειάζεται περίσφιγξη με πυκνούς συνδετήρες.



Σχ. 26 Επιρροή του αξονικού φορτίου στην πλαστιμότητα διατομής υποστυλώματος (Cohn & Ghosh)



Η επιρροή του αξονικού φορτίου και της περίσφιγξης στην πλαστιμότητα υποστυλωμάτων δίνεται στο Σχ. 27. Παρατηρείται μείωση της καμπυλότητας για αύξηση του αξονικού φορτίου και αυτή η μείωση είναι πιο έντονη για φορτία μικρότερα από το φορτίο  $P_b$  ταυτόχρονης αστοχίας των υλικών. Επίσης παρατηρείται σημαντική αύξηση της καμπυλότητας, άρα και της πλαστιμότητας, λόγω της περίσφιγξης.



Σχ. 27 Επιρροή του αξονικού φορτίου στην πλαστιμότητα διατομής υποστυλώματος χωρίς / και με περίσφιγξη (Cohn & Ghosh)

Κατά ΕΚΩΣ 2000 (§ 18.4.2) για λόγους πλαστιμότητας:  $v_d = N_{sd} / (A_c f_{cd}) \leq 0.65$  για τους συνδυασμούς δράσεων με σεισμό.

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η πλαστιμότητα διατομών από ωπλισμένο σκυρόδεμα αυξάνει με αύξηση της αντοχής του σκυροδέματος, με μείωση της αντοχής του χάλυβα, με μείωση του εφελκόμενου οπλισμού, με αύξηση του θλιβόμενου οπλισμού και με τοποθέτηση περισσότερων και πυκνότερων συνδετήρων. Η πλαστιμότητα δοκών εξαρτάται από όλα τα προηγούμενα και από την αποφυγή αστοχιών από διάτμηση και συνάφεια. Η πλαστιμότητα υποστυλωμάτων αυξάνει με μείωση του αξονικού φορτίου και αύξηση της περίσφιγξης μέσω συνδετήρων.

## ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Bertero V.V. & Felippa C., 1964. Discussion of "Ductility of concrete" by H. Roy & M. Sozen, Proc. of the Int. Symposium on Flexural Mechanics of R.C., ASCE-ACI, Miami, 227-234.

Blume J.A., Newmark N.M. & Corning L.H., 1961. Design of multistory reinforced concrete buildings for earthquake motions. Portland cement Association, Skokie, Ill., 318 pp.

Blume J. A. et al, 1970. Earthquake engineering. R.W. Wiegel editor, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., σελ. 518.

Clough R.W., October 1966. Effect of stiffness degradation on earthquake ductility requirements. Report No. 66-16, Structural Engineering Laboratory, Berkeley, University of California.

Cohn M.Z. & Ghosh S.K., 1972. The flexural ductility of reinforced concrete sections. IABSE Publications, vol. 32-2.

Furlong R.W., 1970. Design of concrete frames by assigned limit moments, Proc. ACI, 67, 341-353.

Iyengar K.T.R.J., Desayi P. & Reddy K.N., 1970. Stress-strain characteristics of concrete confined in steel binders. Magazine of Concrete Research, Vol. 22, No. 72, 173-184.

Kato B., Akiyama H. & Yamanouchi Y., 1973. Predictable properties of materials under incremental cyclic loading. Symposium on resistance and ultimate deformability of structures acted on well-defined repeated loads, reports of Working Commissions, vol. 13, IABSE, Lisbon, 119-124.

Kent D.C. & Park R., 1971. Flexural members with confined concrete. Journal of the struct. div., ASCE, Vol. 97, ST7, 1969-1990.

MacGregor J.G., 1972. Handbook of concrete engineering. Fintel editor, Van Nostrand Reinhold.

Park R., Kent D.C. & Sampson R.A., 1972. Reinforced concrete members with cyclic loading. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 98, ST7, 1341-1360.

Park R. & Paulay T., 1974. Reinforced concrete structures, John Wiley & Sons, σελ. 769.

Richart F.E., Brandtzaeg A. & Brown R.L., 1928. A study of the failure of concrete under combined compressive stresses. University of Illinois Engineering Experimental Station, Bulletin No. 185, σελ. 104.

Rüsch H. 1960. Researches toward a general flexural theory for structural concrete. Journal ACI, Vol. 57, No. 1, 1-28.

Sinha B.P., Gerstle K.H. & Tulin L.G., 1964. Stress-strain relationships for concrete under cyclic loading. Journal ACI, Vol. 61, No. 2, 195-211.