Στατιστική Υπολογιστική

Βασίλειος Παπαποστόλου - 3176 Χρήστος Περχανίδης - 3194 Μαρία Εσχιόγλου - 3237

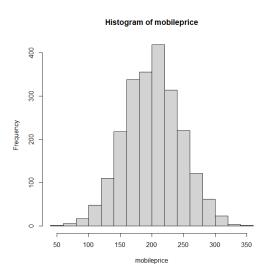
27 Ιουνίου 2021

Listing 1: R output

	Distin	ig 1. It output	
psraid	usr_r	sex	q10c
Min. :100004	Min. :1.000	Min. :1.000	Min. :1.000
1st Qu.:101927	1st Qu.:1.000	1st Qu.:1.000	1st Qu.:1.000
Median :104000	Median :2.000	Median :2.000	Median :1.000
Mean :135230	Mean :1.938	Mean :1.565	Mean :1.148
3rd Qu.:200585	3rd Qu.:2.000	3rd Qu.:2.000	3rd Qu.:1.000
Max. :202531	Max. :3.000	Max. :2.000	Max. :2.000
	NA's :55		NA's :1
q14a	q14b	q14c	q14d
Min. :1.000	Min. :1.00	Min. :1.000	Min. :1.000
1st Qu.:1.000	1st Qu.:1.00	1st Qu.:1.000	1st Qu.:1.000
Median :2.000	Median :1.00	Median :1.000	Median :2.000
Mean :1.715	Mean :1.38	Mean :1.311	Mean :1.746
3rd Qu.:2.000	3rd Qu.:2.00	3rd Qu.:2.000	3rd Qu.:2.000
Max. :2.000	Max. :2.00	Max. :2.000	Max. :2.000
NA's :335	NA's :335	NA's :337	NA's :335
~20	0.00	ma. w	educ
q29 Min. :1.000	age Min. :18.00	mar Min. :1.000	Min. :1.000
1st Qu.:1.000	1st Qu.:37.00	1st Qu.:1.000	1st Qu.:3.000
Median :2.000	Median :52.00	Median :1.000	Median :5.000
Mean :1.529	Mean :50.98	Mean :2.676	Mean :4.528
3rd Qu.:2.000	3rd Qu.:64.00	3rd Qu.:5.000	3rd Qu.:6.000
Max. :2.000	Max. :97.00	Max. :7.000	Max. :7.000
NA's :1827	NA's :51	NA's :16	NA's :16
empl	inc	mobileprice	NA'S :10
Min. :1.000	Min. :1.000	Min.: 47.8	
1st Qu.:1.000	1st Qu.:3.000	1st Qu.:170.2	
Median :2.000	Median :5.000	Median :201.4	
Median :2.000 Mean :2.359	Mean :5.042	Mean :201.4	
3rd Qu.:3.000	3rd Qu.:7.000	3rd Qu.:231.2	
Max. :7.000	Max. :9.000	Max. :345.3	
NA's :20	NA's :408	rax. :345.3	
.ZV	NA S .TUU		

Στα δεδομένα Cell_Phones_values υπάρχει μια βασιχή εξαρτημένη μεταβλητή (απόχρισης) η τιμή του τηλεφώνου. Οι κατηγορικές μεταβλητές (παράγοντες) που αναγράφονται στη συλλογή δεδομένων παίρνουν θετικές αχέραιες τιμές.

Αρχικά με την εντολή summary(dataset) θα δείξουμε τα περιγραφικά μέτρα για μερικές από τις μεταβλητές του συνόλου δεδομένων μας. Για κάθε μία από τις αναγραφόμενες μεταβλητές μπορούμε να δούμε την ελάχιστη και την μέγιστη τιμή, την μέση τιμή, την διάμεσο και το 1_o και 3_o τεταρτημόριο. Συγκεκριμένα για την βασική εξαρτημένη μεταβλητή (απόκρισης), την mobileprice μπορούμε να πούμε ότι η μέγιστη τιμή ενός κινητού που αγοράστηκε και υπάρχει στο σύνολο δεδομένων είναι η 346.3 και η μικρότερη 47.8. Στην ίδια μεταβλητή μπορούμε να διακρίνουμε ότι η μέση τιμή και η διάμεσος έχουν παρόμοιες τιμές (201.4 και 201.3) άρα υπάρχει συμμετρία, οπως φαίνεται και στο ιστόγραμμα 1.



Σχήμα 1: Ιστόγραμμα της μεταβλητής mobileprice

Μετά την ανάγνωση των μεταβλητών, ξεχωρίσαμε κάποιες που θεωρούμε ότι συμβάλλουν περισσότερο στην τιμή του κινητού τηλεφώνου. Αυτές είναι οι:

- 1. psraid: ID
- 2. usr_r: Η περιοχή κατοικίας του χρήστη. Οι πιθανές τιμές είναι η 1, οπότε ο χρήστης μένει σε Urban περιοχή, 2 είναι η Suburban και 3 η Rural.
- 3. sex: Το φύλο του χρήστη δηλαδή 1 για αρσενικό και 2 για θηλυκό.
- 4. age: Η ηλικία.
- 5. mar: Η οικογενειακή κατάσταση του χρήστη. Υπάρχουν 7 επιλογές για τους παντρεμένους, αυτούς που συζούν, τους χωρισμένους, τους εν

διάσταση, αυτούς που έχουν χηρέψει, αυτούς που δεν έχουν παντρευτεί ποτέ και τους ελεύθερους.

6. educ: Την εκπαίδευση.

7. emp1: Το επάγγελμα.

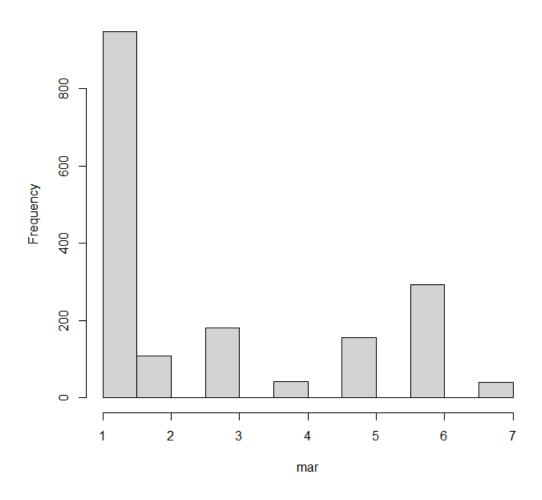
8. inc: Το εισόδημα του κάθε χρήστη.

Με την εντολή $summary(main_df)$ θα δούμε τα περιγραφικά μέτρα του υποσυνόλου των μεταβλητών που επιλέξαμε. Από την διαφορά μέσης τιμής και διαμέσου μπορούμε να υποθέσουμε ότι στην μεταβλητή mar θα υπάρχει ασυμμετρία κάτι που επιβεβαιώνεται από το ιστόγραμμα 2.

Listing 2: R output

		 		_
psraid	usr_r	sex	age	
Min. :100004	Min. :1.000	Min. :1.000	Min. :18.00	
1st Qu.:102034	1st Qu.:1.000	1st Qu.:1.000	1st Qu.:35.00	
Median :104127	Median :2.000	Median :2.000	Median :51.00	
Mean :136415	Mean :1.938	Mean :1.542	Mean :49.75	
3rd Qu.:200646	3rd Qu.:2.000	3rd Qu.:2.000	3rd Qu.:62.00	
Max. :202530	Max. :3.000	Max. :2.000	Max. :97.00	
mar	educ	empl	inc	
Min. :1.000	Min. :1.000	Min. :1.000	Min. :1.000	
1st Qu.:1.000	1st Qu.:3.000	1st Qu.:1.000	1st Qu.:3.000	
Median :1.000	Median :5.000	Median :2.000	Median :5.000	
Mean :2.654	Mean :4.563	Mean :2.267	Mean :5.049	
3rd Qu.:5.000	3rd Qu.:6.000	3rd Qu.:3.000	3rd Qu.:7.000	
Max. :7.000	Max. :7.000	Max. :7.000	Max. :9.000	
mobileprice				
Min. : 47.8				
1st Qu.:173.2				
Median :204.1				
Mean :203.9				
3rd Qu.:233.7				
Max. :345.3				

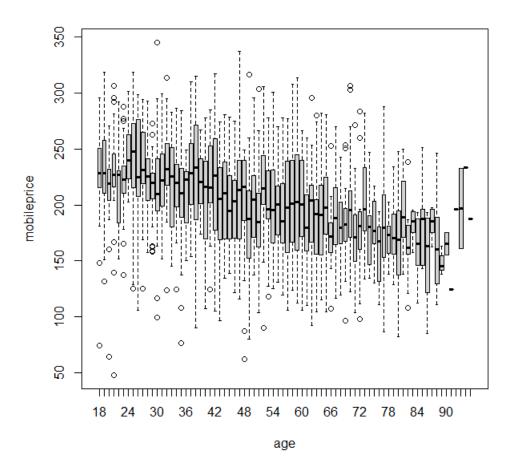
Histogram of mar



Σχήμα 2: Ιστόγραμμα της μεταβλητής mar

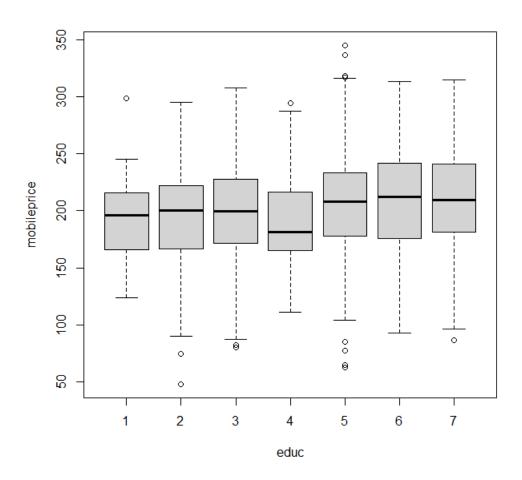
Mελέτη των boxplot

age: Η πρώτη μεταβλητή είναι η ηλικία. Γνωρίζουμε ότι το ύψος του κουτιού ισούται με το ενδοτεταρτημοριακό εύρος και ότι πέφτει 1.5 φορά κάτω από το πρώτο τεταρτημόριο ή πάνω από το τρίτο θεωρείται έκτοπο σημείο η κατάλοιπο. Στην περίπτωση μας τα outliers συμβολίζονται με κυκλάκια και φαίνεται να υπάρχουν στις περισσότερες ηλικίες. Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται η ηλικία η διάμεσος ελαττώνεται. Τα περίσσοτερα εύρη ηλικιών φαίνεται να έχουν μεγάλη μεταβλητότητα, ωστόσο καθώς αυξάνεται η ηλικία πάλι παρατηρείται μία μικρή μείωση στην μεταβλητότητα.



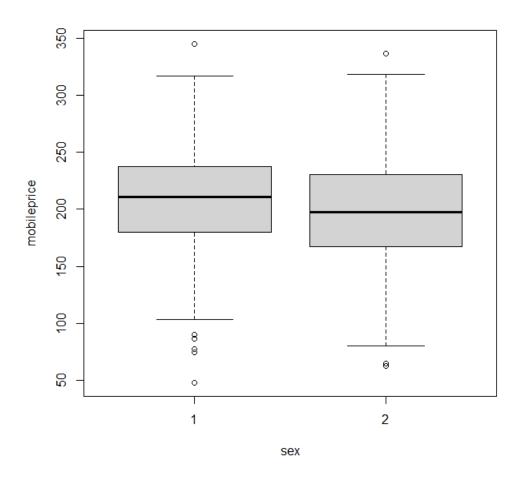
Σχήμα 3: Boxplot της μεταβλητής age

educ: Στην δεύτερη μεταβλητή παρατηρούμε ότι το ενδοτεταρτημοριαχό εύρος είναι παρόμοιο στις περισσότερες τιμές, δηλαδή η μεταβλητότητα δεν είναι πολύ διαφορετική. Και πάλι έχουμε outliers, με μεγαλύτερη συγχέντρωση να εμφανίζεται στην τιμή 5, όπου αντιστοιχεί στην περίπτωση που ένας χρήστης έχει πάει σε ένα χολέγιο, δηλαδή δεν έχανε τετραετές σπουδές. Η τιμή της διαμέσου τείνει να γίνει ευθεία σε όλες τις περιπτώσεις, με μία μιχρή απόχλειση στην τέταρτη επιλογή, δηλαδή στους μη εργαζόμενους χρήστες.



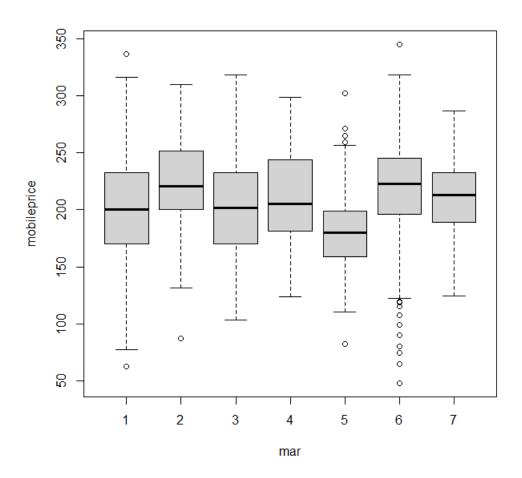
Σχήμα 4: Boxplot της μεταβλητής educ

• sex: Στην μεταβλητή για το φύλο έχουμε μόνο δύο επιλογές, αυτή του αρσενικού και του θηλυκού. Στο θηκόγραμμα τους παρατηρείται μία μικρή άνοδος της διαμέσου στους άντρες σε σχέση με τις γυναίκες, ωστόσο το ενδοτεταρτομοριακό εύρος φαίνεται ίδιο. Και οι δύο τιμές εμφανίζουν outliers, με μία ελαφρώς αυξημένη τάση στους άντρες κάτω από το πρώτο τεταρτημόριο.



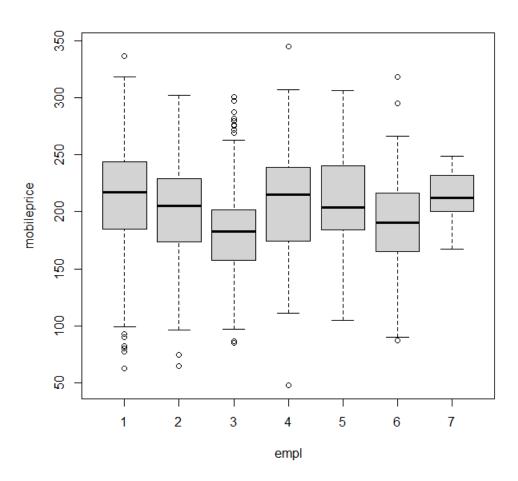
Σχήμα 5: Boxplot της μεταβλητής sex

mar: Στην μεταβλητή για την οιχογενειαχή χατάσταση έχουμε εφτά επιλογές. Στο θηκόγραμμα τους παρατηρείται ότι η διάμεσος δεν έχει μια ανοδική ή καθοδική πορεία, ενώ το ενδοτεταρτομοριακό εύρος και η μεταβλητότητα έχουν αυξομειώσεις. Οι περισσότερες τιμές εμφανίζουν outliers, με μία ελαφρώς αυξημένη τάση στους χρήστες που δεν έχουν παντρευτεί ποτέ κάτω από το πρώτο τεταρτημόριο. Τέλος, οι τιμές 3 και 7 που αντιστοιχούν στους χωρισμένους και στους ελεύθερους δεν εμφανίζουν outliers.



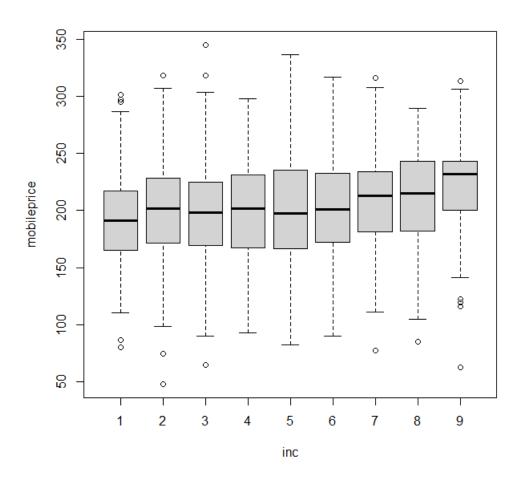
Σχήμα 6: Boxplot της μεταβλητής mar

• empl: Στην μεταβλητή για την επαγγελματική κατάσταση έχουμε εφτά επιλογές. Στο θηκόγραμμα τους παρατηρείται ότι η διάμεσος δεν έχει μια ανοδική ή καθοδική πορεία, ενώ το ενδοτεταρτομοριακό εύρος και η μεταβλητότητα έχουν αυξομειώσεις. Οι περισσότερες τιμές εμφανίζουν outliers, με μία ελαφρώς αυξημένη τάση στους χρήστες που δουλεύουν full-time κάτω από το πρώτο τεταρτημόριο και στους συνταξιούχους πανω από το τρίτο τεταρτημόριο. Τέλος, οι τιμές 5 και 7 που αντιστοιχούν στους self-employed και στους μαθητές/φοιτητές δεν εμφανίζουν outliers, ενώ οι τελευταίοι δεν εμφανίζουν και μεγάλη μεταβλητότητα.



Σχήμα 7: Boxplot της μεταβλητής empl

inc: Στην μεταβλητή για την εισοδηματική κατάσταση έχουμε εννιά επιλογές. Στο θηκόγραμμα τους παρατηρείται μία μικρή άνοδος της διαμέσου, ενώ το ενδοτεταρτομοριακό εύρος και η μεταβλητότητα δεν εμφανίζουν σημαντικές αυξομειώσεις. Οι περισσότερες τιμές εμφανίζουν outliers, ωστόσο είναι μεμονομένα σημεία. Τέλος, οι τιμές 4 και 5 που αντιστοιχούν σε αυτούς με εισόδημα ανάμεσα στις 30.000\$ με 40.000\$ και 40.000\$ με 50.000\$ δεν εμφανίζουν outliers.

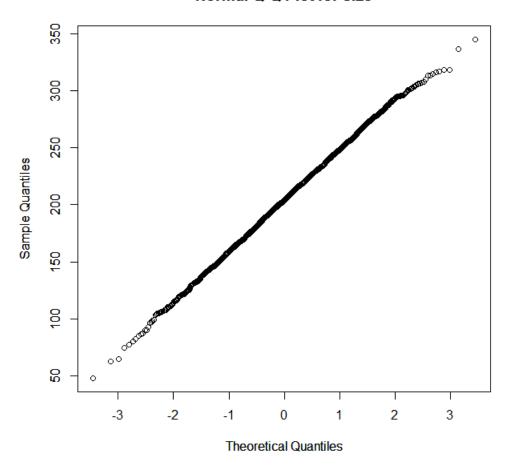


Σχήμα 8: Boxplot της μεταβλητής mobileprice

Έλεγχος Κανονικότητας

Για τον έλεγχο της κανονικότητας, σε πρώτη ανάγνωση και με γραφικό τρόπο εφαρμόσαμε την Q-Q plot. Ουσιαστικά, κάνουμε αντιπαραβολή των ταξινομημένων ποσοστών των δεδομένων με ταξινομημένα ποσοστά της κανονικής κατανομής. Όπως φαίνεται και από το παρακάτω διάγραμμα τα δεδομένα που έχουμε για την μεταβλητή φαίνεται να εφαρμόζουν σωστά πάνω στην ευθεία με ελάχιστες αποκλίσεις. Επομένως, μπορούμε να υποθέσουμε ότι η μεταβλητή ακολουθεί την κανονική κατανομή.

Normal Q-Q Plot for size



Σχήμα 9: Q-Q plot της μεταβλητής mobileprice

Σχέση Εξαρτημένης Μεταβλητής με Παράγοντες

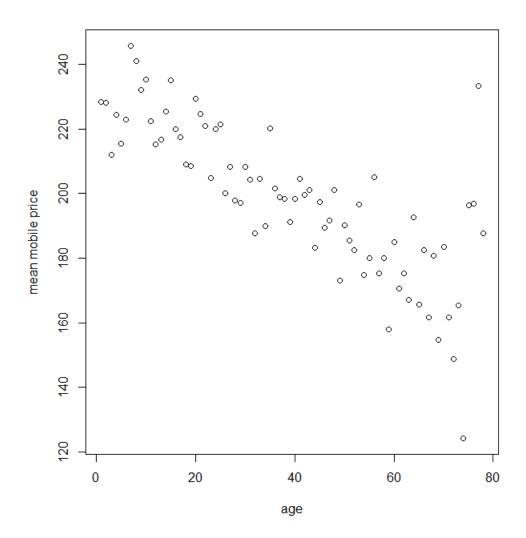
Στο παραπάνω output της R βλέπουμε τα αποτελέσματα στην εντολή tapply πάνω στις διάφορες σημαντικές μεταβλητές που κρίναμε και στην εξαρτημένη τιμή mobileprice. Μερικές παρατηρήσεις που μπορούμε να κάνουμε είναι οι εξής:

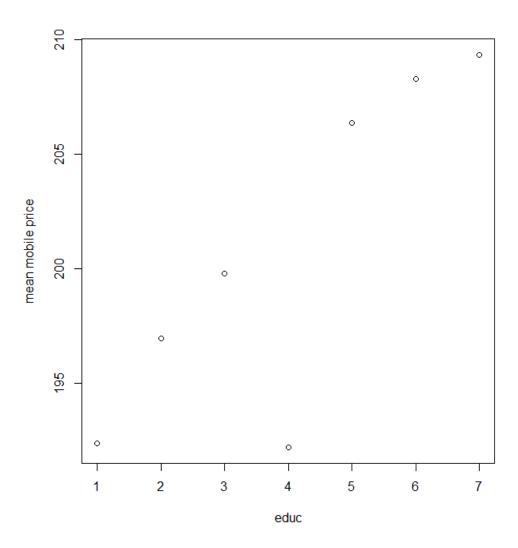
- Η μέση τιμή της αξίας ενός τηλεφώνου είναι κατά 10 ευρώ μεγαλύτερη στους άντρες από ότι στις γυναίκες.
- Στην δεύτερη σχέση που εξετάζουμε την μόρφωση του κάθε χρήστη παρατηρείται μία ανοδική πορεία στην μέση τιμή της αξίας του κινητού με μία μικρή απόκλειση στην τιμή 4, που αντιστοιχεί στους χρήστες που έχουν παρακολουθήσει τεχνικό σχολείο.
- Η ίδια άνοδος παρατηρείται και στην σχέση μεταξύ της εξαρτημένης μεταβλητής και του παράγοντα του εισοδήματος. Όπως θα περιμέναμε, οι χρήστες με εισόδημα μεγαλύτερο από 150.000\$ είναι αυτοί που μπορούν να διαθέσουν περισσότερα χρήματα για την απόκτηση ενός κινητού τηλεφώνου, όπως φαίνεται και από την μέση τιμή. Αντίστοιχα, η μικρότερη μέση τιμή παρατηρείται σε αυτούς με εισόδημα κάτω των 10.000\$.
- Στην μεταβλητή του επαγγέλματος η μεγαλύτερη μέση τιμή παρατηρείται στους επαγγελματίες που έχουν δουλειά πλήρους ωραρίου και η μικρότερη στους συνταξιοδοτημένους.
- Τέλος, η μεγαλύτερη μέση τιμή παρατηρείται σε αυτούς που συζούν και η μικρότερη στους χήρους.

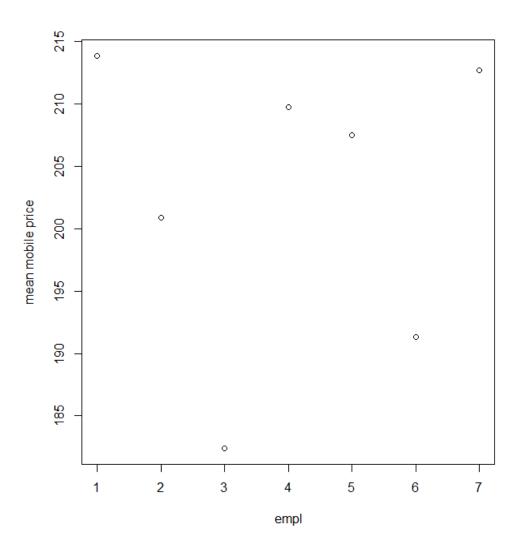
Listing 3: R output

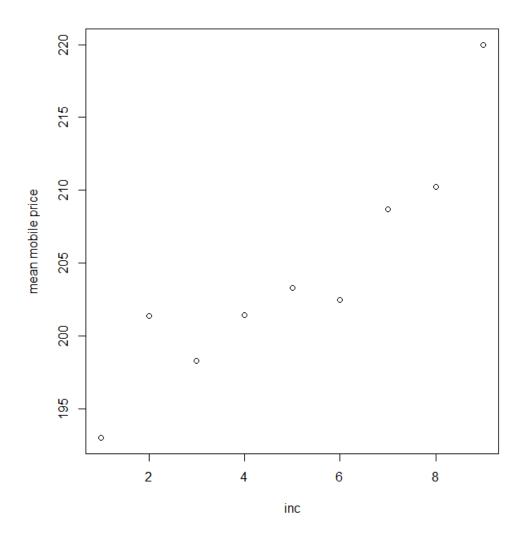
Διαγράμματα Σχέσεων

Στα παραχάτω διαγράμματα φαίνονται χάποιοι βασιχοί παράγοντες συναρτήσει της μέσης τιμής αγοράς του χινητού τηλεφώνου. Καταλαβαίνουμε ότι υπάρχει αρνητιχή συσχέτιση της τιμής με την ηλιχία, χαθώς όσο αυξάνεται η ηλιχία του αγοραστή τόσο το διάγραμμα παρουσιάζει πτωτιχή τάση. Αντίθετα στις μεταβλητές του εισοδήματος, της μόρφωσης χαι της εργασίας του αγοραστή παρουσιάζεται θετιχή συσχέτιση.







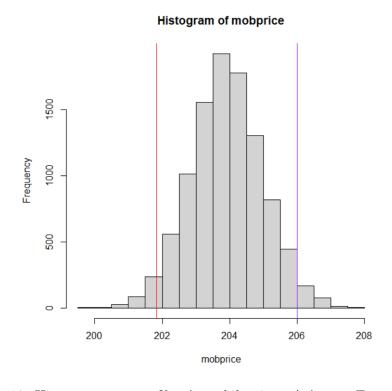


Bootstrap

Σε αυτό το σημείο, εφαρμόσαμε την Bootstrap για τον υπολογισμό των διαστημάτων εμπιστοσύνης χωρίς να υποθέσουμε κανονική κατανομή. Με την εντολή quantile(b,c(0.025,0.975)) βρίσκουμε το διάστημα εμπιστοσύνης 95%. Το Bootstrap 95% δ.ε. για τη μέση τιμή της αξίας του κινητού απ'όπου προέρχεται το δείγμα είναι [201.83, 206.01].

Listing 4: R output

```
> # Bootstrap for mobile prices
> mobprice <- numeric(10000)
> for (i in 1:10000) {
+    mobprice[i] <- mean(sample(mobileprice,length(mobileprice),replace=T))}
> hist(mobprice)
> quantile(mobprice,c(0.025,0.975))
        2.5% 97.5%
201.8303 206.0072
> abline(v=quantile(mobprice, 0.025),col="red")
> abline(v=quantile(mobprice,0.975),col="purple")
> plot(tapply(mobileprice, age, mean), xlab = "age", ylab = "mean mobile price")
```



Σχήμα 10: Histogram της μεταβλητής mobileprice - Διάστημα Εμπιστοσύνης

Πίνακας Συσχετίσεων Spearman

Πρόχειται για ένα συμμετρικό πίνακα με τις συσχετίσεις Spearman ολων των ζευγαριών από το υποσύνολο των μεταβλητών που επιλέξαμε στο main_df. Χρησιμοποιούμε την μέθοδο Spearman, καθώς μπορεί να εφαρμοστεί σε κάθε είδους ποσοτικές μεταβλητές αλλά και σε μεταβλητές διάταξης.

Listing 5: R output

> cor(main_	df,method="spe	arman")			
	psraid	usr_r	sex		
age	mar				
psraid	1.000000000	-0.08324133	-1.167061e-01	-0.28604744	
0.12142879					
ısr_r	-0.083241326	1.00000000	4.009169e-02		
0.07198940	-0.08526036				
sex	-0.116706124	0.04009169	1.000000e+00	0.06389970	
0.01939229					
age	-0.286047444	0.07198940	6.389970e-02		
1.00000000	-0.20547266				
nar	0.121428789	-0.08526036	1.939229e-02	-0.20547266	
1.00000000					
educ	0.009378352	-0.09130135	3.083057e-05	-0.01661946	-0.144454
empl	-0.107718254	0.02251194	1.555397e-01	0.22486420	
0.11892002					
inc	-0.008177675	-0.06642817	-1.214430e-01	-0.03786753	-0.380221
nobileprice	0.651051715	-0.11168451	-1.194202e-01	-0.38176631	
0.08687417					
	educ	empl	inc	mobileprice	
sraid	9.378352e-03	-0.10771825	-0.008177675	0.65105172	
	-9.130135e-02				
	3.083057e-05				
age	-1.661946e-02	0.22486420	-0.037867530	-0.38176631	
-	-1.444544e-01	0.11892002	-0.380221136	0.08687417	
educ	1.000000e+00	-0.20111406	0.451226869	0.10921151	
	-2.011141e-01				
-	4.512269e-01				
	1.092115e-01				
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·					

Έλεγχος για Στατιστικά Σημαντική Συσχέτιση Spearman Φαίνεται αρκετά αρνητική συσχέτιση καθώς ο συντελεστής είναι -0.4. Επίσης, η τιμή της p-value είναι αρκετά μικρή, (≤ 0.05) άρα η συσχέτιση της τιμής με την μεταβλητή της ηλικίας είναι στατιστικά σημαντική.

Listing 6: R output

Έλεγχος για Στατιστικά Σημαντική Συσχέτιση Kendall

Χρησιμοποιούμε το συντελεστή συσχέτισης Kendall λόγω της εμφάνισης επαναλαμβανόμενων τιμών.

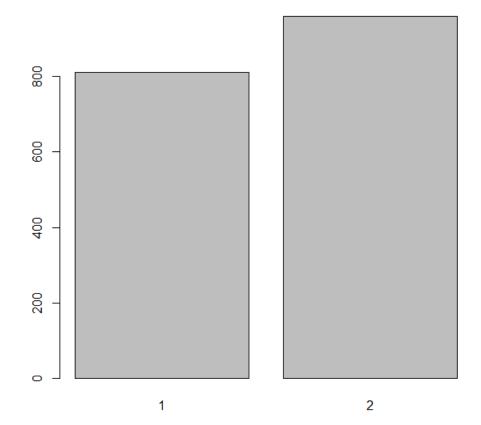
- Στην πρώτη συσχέτιση ανάμεσα στην αξία του τηλεφώνου και το εισόδημα από το αποτέλεσμα της μεθόδου Kendall μπορούμε να αντιληφθούμε ότι η συσχέτιση είναι στατιστικά σημαντική αφού η τιμή της p-value είναι πολύ μικρότερη από το 0.05. Η τιμή του συντελεστή είναι θετική και αρκετά ασθενής ($\tau=0.1$).
- Στην δεύτερη συσχέτιση ανάμεσα στην αξία του τηλεφώνου και την περιοχή κατοικίας από το αποτέλεσμα της μεθόδου Kendall μπορούμε να αντιληφθούμε ότι η συσχέτιση είναι στατιστικά σημαντική αφού η τιμή της p-value είναι πολύ μικρότερη από το 0.05. Η τιμή του συντελεστή είναι αρνητική και αρκετά ασθενής (τ = 0.08).
- Στην τρίτη συσχέτιση ανάμεσα στην αξία του τηλεφώνου και το φύλο του αγοραστή από το αποτέλεσμα της μεθόδου Kendall μπορούμε να αντιληφθούμε ότι η συσχέτιση είναι στατιστικά σημαντική αφού η τιμή της p-value είναι πολύ μικρότερη από το 0.05. Η τιμή του συντελεστή είναι αρνητική και αρκετά ασθενής (τ = 0.097).
- Στην τέταρτη συσχέτιση ανάμεσα στην αξία του τηλεφώνου και την εκπαίδευση του αγοραστή από το αποτέλεσμα της μεθόδου Kendall μπορούμε να αντιληφθούμε ότι η συσχέτιση είναι στατιστικά σημαντική αφού η τιμή της p-value είναι πολύ μικρότερη από το 0.05. Η τιμή του συντελεστή είναι θετική και αρκετά ασθενής (τ = - 0.08).
- Στην πέμπτη συσχέτιση ανάμεσα στην αξία του τηλεφώνου και την επαγγελματική κατάσταση του αγοραστή από το αποτέλεσμα της μεθόδου Kendall μπορούμε να αντιληφθούμε ότι η συσχέτιση είναι στατιστικά σημαντική αφού η τιμή της p-value είναι πολύ μικρότερη από το 0.05. Η τιμή του συντελεστή είναι αρνητική και αρκετά ασθενής (τ = -0.131).

Επομένως όλες οι μεταβλητές του υποσυνόλου είναι στατιστικά σημαντικές κάτι που μπορούμε να κατανοήσουμε καθώς τόσο το εισόδημα, η περιοχή κατοικίας, το φύλο, η επαγγελματική κατάσταση και η εκπαίδευση μπορούν να συμβάλλουν στην στην οικονομική ευημερία ή όχι του αγοραστή και να δικαιολογήσουν το ποσό που διαθέτει ο καθένας για την αγορά ενός κινητού τηλεφώνου.

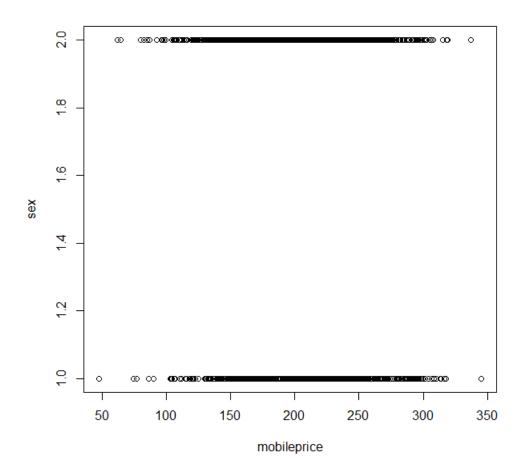
Ερώτημα: Επηρεάζει το φύλο την τιμή αγοράς ενός κινητού τηλεφώνου·

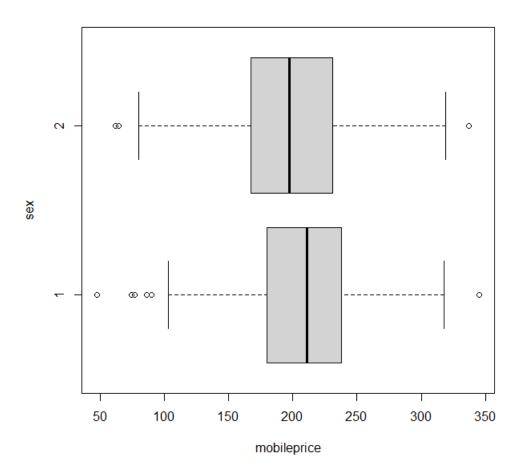
Μεταβλητή Απόκρισης: αριθμός ανδρών και γυνακών

Ερμηνευτική μεταβλητή ανεξάρτητη: τιμή κινητού τηλεφώνου



$\Sigma \chi$ έση της μεταβλητής απόκρισης με την ερμηνευτική





Ανάλυση Διακύμανσης - Διασποράς

Αρχικά τρέχουμε Anova για τις μεταβλητές που έχουμε ξεχωρίσει. Όπως παρατηρούμε από τα αποτελέσματα το κάθε υπόδειγμα ξεχωριστά συνεισφέρει σημαντικά στην ερμηνεία της εξαρτημένης μεταβλητής. Ο λόγος F είναι ο λόγος διακυμάνσεων και όσο μεγαλύτερος είναι (1), τόσο το υπόδειγμα εξηγεί μεγάλο ποσοστό της συνολικής διακύμανσης. Έτσι για τις μεταβλητές που έχουμε επιλέξει βγάζουμε το συμπέρασμα ότι συνεισφέρουν σημαντικά στην ερμηνεία της εξαρτημένης μεταβλητής.

```
> one.way <- aov(mobileprice~educ, data = main df)
> summary(one.way)
           Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
                35773 35773 18.08 2.23e-05 ***
             1
Residuals 1767 3496687
                         1979
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
> one.way <- aov(mobileprice~inc, data = main_df)
> summary(one.way)
            Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
             1 58029 58029
                               29.51 6.33e-08 ***
Residuals 1767 3474430
                          1966
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
> one.way <- aov(mobileprice~empl, data = main_df)
> summary(one.way)
            Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
            1 64591 64591
                               32.91 1.13e-08 ***
Residuals 1767 3467869
                         1963
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
> one.way <- aov(mobileprice~mar, data = main df)
> summary(one.way)
             Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
                15790 15790 7.934 0.00491 **
             1
Residuals 1767 3516669
                         1990
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
> one.way <- aov(mobileprice~age, data = main df)
> summary(one.way)
            Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
             1 453233 453233 260.1 <2e-16 ***
Residuals 1767 3079226
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

ANOVA

Θέλουμε να εξετάσουμε αν οι επιδράσεις των 5 παραγόντων και η αλληλεπίδραση τους στην εξαρτημένη μεταβλητή είναι στατιστικά σημαντικές.

```
> model <-aov(mobileprice~sex * age * inc * mar * usr r)
> summary(model)
                        Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
                            43984 43984 25.984 3.82e-07 ***
sex
                         1 435339 435339 257.181 < 2e-16 ***
age
                         1 39145 39145 23.125 1.65e-06 ***
inc
                            6100 6100 3.604 0.05782 .
mar
                         1
                            15808 15808 9.339 0.00228 **
usr r
                         1
                                   245 0.144 0.70391
                         1
                               245
sex:age
sex:inc
                        1
                              956
                                      956 0.565 0.45237
                        1
                              194
                                      194 0.115 0.73487
age:inc
                             9565
                                    9565 5.650 0.01756 *
                        1
sex:mar
                             446
                                      446 0.264 0.60776
age:mar
                        1
                       1 662 662 0.391 0.53193
1 3495 3495 2.064 0.15095
inc:mar
sex:usr r
                            1628 1628 0.962 0.32683
age:usr r
                       1
                       1 2332 2332 1.377 0.24071
inc:usr r
mar:usr r
                       1 1021 1021 0.603 0.43737
                                     28 0.017 0.89693
                   20 0.017 0.89693
1 2 2 0.001 0.97102
1 2089 2089 1.234 0.26682
1 8875 8875 5.243 0.02215 *
1 404 404 0.238 0.62538
1 1627 1627 0.961 0.32698
1 2059 2059 1.216 0.27025
1 2216 2216 1.309 0.25268
1 1513 1513 0.894 0.34465
1 3 3 0.002 0.96836
                       1
                                28
sex:age:inc
sex:age:mar
sex:inc:mar
age:inc:mar
sex:age:usr r
sex:inc:usr r
age:inc:usr r
sex:mar:usr r
age:mar:usr r
inc:mar:usr r
sex:age:inc:mar
                       1 3684
                                     3684 2.177 0.14031
                       1
                            7070 7070 4.176 0.04114 *
sex:age:inc:usr r
                             808
sex:age:mar:usr r
                                      808 0.478 0.48960
                              751
                                      751 0.444 0.50549
sex:inc:mar:usr r
                       1
age:inc:mar:usr r
                               3
                                      3 0.002 0.96771
                      1 132
                                      132 0.078 0.78023
sex:age:inc:mar:usr r
                     1737 2940277
Residuals
                                      1693
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Όπως φαίνεται και από την πάνω φωτογραφία οι 4 από τους 5 παράγοντες είναι στατιστικά σημαντικοί καθώς το p-value είναι μικρότερο από το 0.05. Συγκεκριμένα, οι μεταβλητές του φύλου, της ηλικίας, του εισοδήματος και της περιοχής διαμονής είναι στατιστικά σημαντικές ενώ η μεταβλητή της οικογενειακής κατάστασης δεν είναι στατιστικά σημαντικές καθώς το p-value είναι

λίγο μεγαλύτερο από το 0.05. Από τις αλληλεπιδράσεις οι περισσότερες δεν είναι στατιστικά σημαντικές εκτός από τις αλληλεπιδράσεις του φύλου και της οικογενειακής κατάστασης, της ηλικίας του εισοδήματος και της οικογενειακής κατάστασης και του φύλου της ηλικίας του εισοδήματος και της περιοχής διαμονής.

Αναλυτικότερα Αποτελέσματα ΑΝΟΥΑ

```
> summary.lm(model)
Call:
aov(formula = mobileprice ~ sex * age * inc * mar * usr r)
Residuals:
    Min 1Q Median
                                  3Q
                                           Max
-176.313 -24.719 -0.173 24.457 142.083
Coefficients:
                         Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                       314.777012 123.932074 2.540 0.0112 *
(Intercept)
                       -34.667670 77.010874 -0.450 0.6526
sex
                        -2.511952 2.301983 -1.091 0.2753
age
                        -6.211395 22.620806 -0.275 0.7837
inc
                                                         0.5076
                        18.230210 27.506852 0.663
mar
                       -52.612728 59.930007 -0.878
                                                          0.3801
usr r
sex:age
                         0.756624
                                     1.454517
                                                 0.520
                                                          0.6030
                         1.787908 14.522499 0.123
                                                         0.9020
sex:inc
                        0.267364
                                     0.425066 0.629
                                                         0.5294
age:inc
                      -12.509227 17.098276 -0.732 0.4645
sex:mar
                        -0.172160 0.583043 -0.295 0.7678
age:mar
inc:mar
                        -4.479912 5.332024 -0.840 0.4009
                       30.020786 37.064725 0.810
                                                         0.4181
sex:usr r
                       1.145454 1.115563 1.027
8.724344 11.202050 0.779
-5.848108 13.347254 -0.438
                                                          0.3047
age:usr_r
inc:usr r
                                                          0.4362
mar:usr r
                                                          0.6613
                       -0.083194 0.276520 -0.301 0.7636
sex:age:inc
                        0.123611 0.355029 0.348 0.7278
sex:age:mar
sex:inc:mar
                        3.753768 3.450105 1.088 0.2767
                        0.054363 0.115935 0.469 0.6392
age:inc:mar
                     -0.697770 0.693937 -1.006 0.3148
-5.099318 7.159375 -0.712 0.4764
sex:age:usr r
sex:inc:usr_r
                       -0.203603
age:inc:usr_r
                                    0.209380 -0.972
                                                          0.3310
                        3.126315 8.269272 0.378
0.025345 0.278785 0.091
1.205578 2.620502 0.460
sex:mar:usr r
                                                          0.7054
                                                         0.9276
age:mar:usr r
                                                         0.6455
inc:mar:usr r
sex:age:inc:mar
                       -0.052607 0.072869 -0.722 0.4704
sex:age:inc:usr r
                        0.114913 0.134735 0.853 0.3938
sex:age:mar:usr r
                        0.008153 0.168862 0.048 0.9615

      sex:inc:mar:usr_r
      -0.880877
      1.704491
      -0.517
      0.6054

      age:inc:mar:usr_r
      -0.014401
      0.057115
      -0.252
      0.8010

      sex:age:inc:mar:usr_r
      0.010033
      0.035953
      0.279
      0.7802

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 41.14 on 1737 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.1676, Adjusted R-squared: 0.1528
F-statistic: 11.29 on 31 and 1737 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Το μοντέλο έχει χαμηλή ερμηνευτική ισχύ, από το r-squared προκύπτει ότι εξηγεί το 16.76% της μεταβλητότητας της εξαρτημένης. Γενικά δε θέλουμε μεγάλα κατάλοιπα σε απόλυτη τιμή (δείγμα κακής προσαρμογής), ωστόσο στο υπόδειγμα μας έχουμε. Οι περισσότεροι συντελεστές είναι στατιστικά μη σημαντικοί αφού η τιμή της p-value είναι μεγαλύτερη από 0.05 και δεν συνεισφέρουν στην ερμηνεία της εξαρτημένης μεταβλητής. Ωστόσο, η τιμή της p-value του υποδείγματος είναι πολύ μικρότερη από το 0.05 επομένως το υπόδειγμα συνεισφέρει σημαντικά στην ερμηνεία της εξαρτημένης μεταβλητής.

Στο καινούριο μοντέλο όλες οι μεταβλητές είναι στατιστικά σημαντικές εκτός από την μεταβλητή της οικογενειακής κατάστασης καθώς η τιμή της p-value είναι μεγαλύτερη από 0.05.

```
> model2 <-aov(mobileprice~sex + age + inc + mar + usr_r)
> summary(model2)
            Df Sum Sq Mean Sq F value
                       43984 25.916 3.95e-07 ***
sex
             1
                43984
             1 435339 435339 256.511 < 2e-16 ***
age
inc
             1 39145 39145 23.065 1.70e-06 ***
                 6100
                        6100 3.594 0.05815 .
usr r
             1 15808 15808 9.314 0.00231 **
Residuals 1763 2992083
                         1697
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
> summary.lm(model2)
Call:
aov(formula = mobileprice ~ sex + age + inc + mar + usr r)
Residuals:
             1Q Median
                              3Q
-179.575 -24.741 -0.616 24.243 140.037
Coefficients:
           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 250.70377 6.29495 39.826 < 2e-16 ***
                      1.98542 -3.231 0.00125 **
           -6.41566
                      0.05658 -14.883 < 2e-16 ***
           -0.84205
age
                               4.868 1.23e-06 ***
inc
            2.20924 0.45385
            0.83822 0.52039
                               1.611 0.10741
mar
          -4.33910
                      1.42174 -3.052 0.00231 **
usr r
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 41.2 on 1763 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.153, Adjusted R-squared: 0.1506
F-statistic: 63.68 on 5 and 1763 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Δημιουργούμε έτσι και το τρίτο μοντέλο όπου όλες οι μεταβλητές είναι στατιστικά σημαντικά και όλες συνεισφέρουν στην ερμηνεία της εξαρτημένης μεταβλητής. Η τιμή της p-value του υποδείγματος είναι πολύ μικρότερη από το 0.05 επομένως το υπόδειγμα συνεισφέρει σημαντικά στην ερμηνεία της εξαρτημένης μεταβλητής.

```
> model2 <-aov(mobileprice~sex + age + inc + mar + usr r)
> summary(model2)
            Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
             1 43984 43984 25.916 3.95e-07 ***
sex
             1 435339 435339 256.511 < 2e-16 ***
age
                       39145 23.065 1.70e-06 ***
inc
             1
                39145
                               3.594 0.05815 .
                 6100
                         6100
mar
             1 15808 15808
                               9.314 0.00231 **
usr r
Residuals 1763 2992083 1697
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
> summary.lm(model2)
Call:
aov(formula = mobileprice ~ sex + age + inc + mar + usr r)
Residuals:
             1Q Median
                              3Q
-179.575 -24.741 -0.616 24.243 140.037
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 250.70377 6.29495 39.826 < 2e-16 ***
                      1.98542 -3.231 0.00125 **
           -6.41566
           -0.84205 0.05658 -14.883 < 2e-16 ***
age
            2.20924 0.45385 4.868 1.23e-06 ***
inc
                     0.52039 1.611 0.10741
            0.83822
mar
                      1.42174 -3.052 0.00231 **
usr r
           -4.33910
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 41.2 on 1763 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.153,
                            Adjusted R-squared: 0.1506
F-statistic: 63.68 on 5 and 1763 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Post hoc Tests

Με την παράμετρο method καθορίζουμε ποιο test χρησιμοποιήσαμε. Στην περίπτωση μας επιλέξαμε το Tukey HSD (Honestly Significant Difference). Στατιστικά σημαντική διαφορά με p-value μικρότερο από το 0.05 μεταξύ των μεταβλητών mobileprice και educ. Σε όλα τα παρακάτω test η μόνη συσχέτιση που βρέθηκε ανάμεσα στα επίπεδα είναι στο εισόδημα.

```
> PostHocTest(aov(mobileprice~factor(sex)), method="hsd")

Posthoc multiple comparisons of means : Tukey HSD
    95% family-wise confidence level

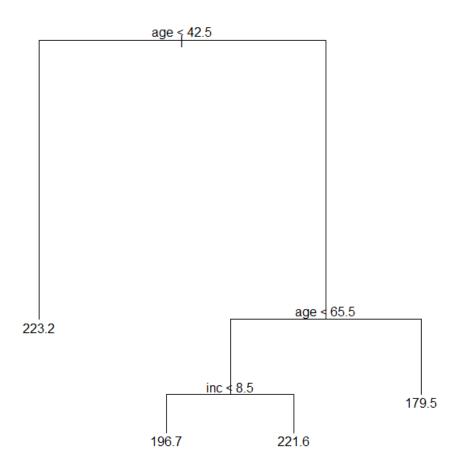
$`factor(sex)`
    diff lwr.ci upr.ci pval
2-1 -10.0083 -14.16699 -5.8496 2.5e-06 ***
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
> PostHocTest(aov(mobileprice~factor(educ)),method="hsd")
  Posthoc multiple comparisons of means : Tukey HSD
    95% family-wise confidence level
$`factor(educ)`
                   lwr.ci
                            upr.ci pval
    4.6113695 -23.1920800 32.41482 0.9990
3-1 7.4463103 -18.4728484 33.36547 0.9797
4-1 -0.1587302 -31.6463616 31.32890 1.0000
5-1 14.0133644 -12.0532731 40.08000 0.6909
6-1 15.9426268 -10.2256213 42.11087 0.5493
7-1 16.9874140 -9.7634171 43.73824 0.4977
3-2 2.8349408 -10.0630789 15.73296 0.9951
4-2 -4.7700997 -26.8161211 17.27592 0.9955
5-2 9.4019949 -3.7898859 22.59388 0.3508
6-2 11.3312573 -2.0602825 24.72280 0.1606
7-2 12.3760445 -2.1209583 26.87305 0.1527
4-3 -7.6050404 -27.2213102 12.01123 0.9142
5-3 6.5670541 -1.9650440 15.09915 0.2583
6-3 8.4963165 -0.3413482 17.33398 0.0688 .
7-3 9.5411037 -0.8960448 19.97825 0.0992 .
5-4 14.1720946 -5.6386310 33.98282 0.3461
6-4 16.1013570 -3.8428769 36.04559 0.2063
7-4 17.1461441 -3.5565662 37.84885 0.1807
6-5 1.9292624 -7.3320077 11.19053 0.9964
7-5 2.9740495 -7.8241389 13.77224 0.9837
7-6 1.0447872 -9.9964308 12.08601 1.0000
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
> PostHocTest(aov(mobileprice~factor(inc)), method="hsd")
 Posthoc multiple comparisons of means : Tukey HSD
    95% family-wise confidence level
$`factor(inc)`
          diff
                                      pval
                    lwr.ci
                            upr.ci
2-1 8.37679678 -7.1752937 23.92889 0.76327
3-1 5.26449932 -9.5712577 20.10026 0.97403
4-1 8.44260919
                -6.6994532 23.58467 0.72695
5-1 10.28411666 -5.0966526 25.66489 0.48985
6-1 9.44873946 -4.4422534 23.33973 0.46498
7-1 15.68054114 0.9604125 30.40067 0.02671 *
                1.7064206 32.81060 0.01690 *
8-1 17.25851107
9-1 26.99414783 10.2459548 43.74234 2.2e-05 ***
3-2 -3.11229746 -17.0737103 10.84912 0.99889
4-2 0.06581241 -14.2206643 14.35229 1.00000
5-2 1.90731988 -12.6319175 16.44656 0.99998
    1.07194268 -11.8810896 14.02497 1.00000
   7.30374436 -6.5347364 21.14223 0.78308
7-2
8-2 8.88171429 -5.8386417 23.60207 0.63205
9-2 18.61735105
                2.6385109 34.59619 0.00925 **
4-3 3.17810987 -10.3250595 16.68128 0.99836
5-3 5.01961733
                -8.7506983 18.78993 0.96938
6-3 4.18424013 -7.8993526 16.26783 0.97769
7-3 10.41604182 -2.6122243 23.44431 0.24090
8-3 11.99401174 -1.9674011 25.95542 0.16011
9-3 21.72964851
                 6.4471258 37.01217 0.00036 ***
5-4 1.84150747 -12.2582783 15.94129 0.99998
6-4 1.00613027 -11.4516216 13.46388 1.00000
7-4 7.23793195 -6.1380946 20.61396 0.75863
8-4 8.81590188 -5.4705748 23.10238 0.60237
9-4 18.55153864
                2.9714916 34.13159 0.00692 **
6-5 -0.83537720 -13.5822038 11.91145 1.00000
7-5 5.39642449 -8.2492376 19.04209 0.95036
8-5 6.97439441 -7.5648430 21.51363 0.86057
9-5 16.71003118
                 0.8978879 32.52217 0.02906 *
7-6 6.23180168 -5.7095431 18.17315 0.79355
8-6 7.80977161 -5.1432607 20.76280 0.63298
9-6 17.54540837
                3.1782410 31.91258 0.00485 **
8-7 1.57796992 -12.2605109 15.41645 0.99999
9-7 11.31360669
                -3.8566933 26.48391 0.33278
9-8 9.73563677 -6.2432034 25.71448 0.61928
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Δ ϵ νδρόγραμμα

Σύμφωνα με το παρακάτω δενδρόγραμμα ο πιο σημαντικός παράγοντας φαίνεται να είναι η ηλικία. Για τους αγοραστές με ηλικία κάτω των 42.5, η μέση τιμή αγοράς ενός κινητού είναι 223.2. Για τους αγοραστές ανάμεσα στις ηλικίες 42.5 και 65.5 ο δεύτερος σημαντικότερος παράγοντας είναι το εισόδημα.



Μοντέλα

```
> model<-glm(as.numeric(sex)~mobileprice, quasipoisson)</pre>
> model<-lm(as.numeric(sex)~mobileprice)</pre>
> summary(model)
Call:
lm(formula = as.numeric(sex) ~ mobileprice)
Residuals:
   Min 1Q Median 3Q
                                  Max
-0.7363 -0.5277 0.3744 0.4548 0.6237
Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 1.7957777 0.0550170 32.64 < 2e-16 ***
mobileprice -0.0012441 0.0002636 -4.72 2.54e-06 ***
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' 1
Residual standard error: 0.4954 on 1767 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.01245, Adjusted R-squared: 0.01189
F-statistic: 22.28 on 1 and 1767 DF, p-value: 2.543e-06
```

Χρησιμοποιούμε την quasipoisson. Ο όρος που μας ενδιαφέρει η μόρφωση δηλαδή του αγοραστή είναι στατιστικά σημαντική, δηλαδή φαίνεται η σημαντική επίδραση της ανεξάρτητης μεταβλητής.

```
> model<-glm(mobileprice~educ, quasipoisson)
> summary(model)
Call:
glm(formula = mobileprice ~ educ, family = quasipoisson)
Deviance Residuals:
               1Q
    Min
                    Median
                                   30
                                            Max
                              2.0567
-12.7611
         -2.1680
                    0.1005
                                        8.9113
Coefficients:
           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 5.255555 0.015541 338.173 < 2e-16 ***
           0.013541
                    0.003185 4.251 2.24e-05 ***
educ
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
(Dispersion parameter for quasipoisson family taken to be 9.707628
   Null deviance: 17857 on 1768 degrees of freedom
Residual deviance: 17681 on 1767 degrees of freedom
AIC: NA
Number of Fisher Scoring iterations: 4
```

Ο όρος που μας ενδιαφέρει το εισόδημα δηλαδή του αγοραστή είναι στατιστικά σημαντική, δηλαδή φαίνεται η σημαντική επίδραση της ανεξάρτητης μεταβλητής.

```
> model<-glm(mobileprice~inc)</pre>
> summary(model)
Call:
glm(formula = mobileprice ~ inc)
Deviance Residuals:
               10 Median
                                  30
                                           Max
-151.312 -29.467
                     1.668
                              28.163 146.398
Coefficients:
           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                        2.4967 76.739 < 2e-16 ***
(Intercept) 191.5966
                        0.4482 5.432 6.33e-08 ***
inc
             2.4350
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
(Dispersion parameter for gaussian family taken to be 1966.288)
   Null deviance: 3532459 on 1768 degrees of freedom
Residual deviance: 3474430 on 1767 degrees of freedom
AIC: 18440
Number of Fisher Scoring iterations: 2
```

Ο όρος που μας ενδιαφέρει η οιχογενειαχή κατάσταση δηλαδή του αγοραστή είναι στατιστικά σημαντική, δηλαδή φαίνεται η σημαντική επίδραση της ανεξάρτητης. μεταβλητής.

```
> model<-glm(mobileprice~mar)
> summary(model)
Call:
glm(formula = mobileprice ~ mar)
Deviance Residuals:
    Min
               1Q
                    Median
                                   3Q
                                           Max
-160.903 -31.013
                    0.649
                              30.935 136.597
Coefficients:
           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 200.0751
                       1.7207 116.275 < 2e-16 ***
                        0.5105 2.817 0.00491 **
             1.4380
mar
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
(Dispersion parameter for gaussian family taken to be 1990.192)
   Null deviance: 3532459 on 1768 degrees of freedom
Residual deviance: 3516669 on 1767 degrees of freedom
AIC: 18462
Number of Fisher Scoring iterations: 2
```

Ο όρος που μας ενδιαφέρει η εκπαίδευση δηλαδή του αγοραστή είναι στατιστικά σημαντική, δηλαδή φαίνεται η σημαντική επίδραση της ανεξάρτητης.

```
> model<-glm(mobileprice~educ)
> summary(model)
Call:
glm(formula = mobileprice ~ educ)
Deviance Residuals:
                   Median
    Min
               10
                                  3Q
                                           Max
-149.026 -30.126
                     1.474 30.217 140.204
Coefficients:
           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 191.3125 3.1419 60.890 < 2e-16 ***
             2.7567
                        0.6484 4.252 2.23e-05 ***
educ
Signif. codes: 0 \***' 0.001 \**' 0.01 \*' 0.05 \.' 0.1 \' 1
(Dispersion parameter for gaussian family taken to be 1978.883)
   Null deviance: 3532459 on 1768 degrees of freedom
Residual deviance: 3496687 on 1767 degrees of freedom
AIC: 18451
Number of Fisher Scoring iterations: 2
```

Ο όρος που μας ενδιαφέρει το φύλο δηλαδή του αγοραστή είναι στατιστικά σημαντική, δηλαδή φαίνεται η σημαντική επίδραση της ανεξάρτητης.

```
> model<-glm(mobileprice~sex)</pre>
> summary(model)
Call:
glm(formula = mobileprice ~ sex)
Deviance Residuals:
               10
                    Median
                                   30
                                            Max
-161.517 -30.409
                    -0.509
                              29.891 137.891
Coefficients:
           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                        3.436 63.83 < 2e-16 ***
(Intercept) 219.325
                        2.120 -4.72 2.54e-06 ***
            -10.008
sex
Signif. codes: 0 \***' 0.001 \**' 0.01 \*' 0.05 \.' 0.1 \' 1
(Dispersion parameter for gaussian family taken to be 1974.236)
   Null deviance: 3532459 on 1768 degrees of freedom
Residual deviance: 3488475 on 1767 degrees of freedom
AIC: 18447
Number of Fisher Scoring iterations: 2
```