Conjuntos c.e.

Guillermo (Billy) Mosse

FCEyN, UBA

Introducción

Definición

Se dice que un conjunto A es c.e. si existe una función $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ parcial computable tal que:

$$A = \{x : g(x) \downarrow\} = dom\ g$$

Introducción

Definición

Se dice que un conjunto A es c.e. si existe una función $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ parcial computable tal que:

$$A = \{x : g(x) \downarrow\} = dom\ g$$

Teorema

Sea $A \subset \mathbb{N}$. Son equivalentes:

- *A es c.e.*
- *A es el rango de una función p.r.*
- *A es el rango de una función computable.*
- *A es el rango de una función parcial computable.*

Introducción

Definición

Se dice que un conjunto A es c.e. si existe una función $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ parcial computable tal que:

$$A = \{x : g(x) \downarrow\} = dom\ g$$

Teorema

Sea $A \subset \mathbb{N}$. Son equivalentes:

- *A es c.e.*
- *A es el rango de una función p.r.*
- *A es el rango de una función computable.*
- *A es el rango de una función parcial computable.*

Ejercicio

¿Es todo conjunto finito c.e.? ¿Y todo conjunto co-finito?

Una definición más

Definición

Sea $A, B \subset \mathbb{N}$. Se dice que $A \leq B$ si existe una función f **computable** tal que $\forall\ x \in \mathbb{N}, x \in A$ sii $f(x) \in B$.
Decimos que $A \equiv B$ si $A \leq B$ y $B \leq A$.

Una definición más

Definición

Sea $A, B \subset \mathbb{N}$. Se dice que $A \leq B$ si existe una función f **computable** tal que $\forall\ x \in \mathbb{N}, x \in A$ sii $f(x) \in B$.
Decimos que $A \equiv B$ si $A \leq B$ y $B \leq A$.

Ejercicio

Probar que si $A \leq B$, entonces B c.e implica A c.e.

Una definición más

Definición

Sea $A, B \subset \mathbb{N}$. Se dice que $A \leq B$ si existe una función f **computable** tal que $\forall\ x \in \mathbb{N}, x \in A$ sii $f(x) \in B$.
Decimos que $A \equiv B$ si $A \leq B$ y $B \leq A$.

Ejercicio

Probar que si $A \leq B$, entonces B c.e implica A c.e.

Ejercicio

(Tarea) Probar lo mismo, cambiando "c.e." por:

1. *computable*
2. *co-ce (co-c.e. es que el complemento sea c.e.)*

Como en la primaria

Ejercicio

Completar con $\leq, \geq$ *ó* $\equiv$

$$\mathbb{N} \ \Box \ \{2 \cdot n : n \in \mathbb{N}\}$$

Como en la primaria

Ejercicio

Completar con $\leq, \geq$ *ó* $\equiv$

$$\mathbb{N} \square \{2 \cdot n : n \in \mathbb{N}\}$$

$$K \square \{x : \phi_x(x) \downarrow \wedge \phi_x(x) = 42^{42}\}$$

Como en la primaria

Ejercicio

Completar con $\leq, \geq$ *ó* $\equiv$

$$\mathbb{N} \;\square\; \{2 \cdot n : n \in \mathbb{N}\}$$

$$K \;\square\; \{x : \phi_x(x)\downarrow \wedge \phi_x(x) = 42^{42}\}$$

$$K \;\square\; TOT \;\; \textit{(tarea)}$$

Como en la primaria

Ejercicio

Completar con $\leq, \geq$ *ó* $\equiv$

$$\mathbb{N} \square \{2 \cdot n : n \in \mathbb{N}\}$$

$$K \square \{x : \phi_x(x) \downarrow \wedge \phi_x(x) = 42^{42}\}$$

$$K \square TOT \ \textit{(tarea)}$$

¿Siempre se pueden comparar dos conjuntos? ¿Es *total* el orden?

Como en la primaria

Ejercicio

Completar con $\leq, \geq$ *ó* $\equiv$

$$\mathbb{N} \;\square\; \{2 \cdot n : n \in \mathbb{N}\}$$

$$K \;\square\; \{x : \phi_x(x)\downarrow \wedge \phi_x(x) = 42^{42}\}$$

$$K \;\square\; TOT \;\; \textit{(tarea)}$$

¿Siempre se pueden comparar dos conjuntos? ¿Es *total* el orden?

(Dejamos de nuevo la definición de $\leq$)

Definición

Sea $A, B \subset \mathbb{N}$. Se dice que $A \leq B$ si existe una función f **computable** tal que $\forall\ x \in \mathbb{N}, x \in A$ sii $f(x) \in B$.
Decimos que $A \equiv B$ si $A \leq B$ y $B \leq A$.

Además teníamos que:

$$K \ \leq \{x : \phi_x(x) \downarrow \wedge \phi_x(x) = 42^{42}\}$$

Ejercicio

Ejercicio 5: sea $A = \{x : \phi_x(x) \downarrow \wedge \phi_x(x) = 42^4 2\}$*, como arriba.*
¿Es A c.e.? ¿Es A co-c.e.?

Ping Pong

Ejercicio 6. Decidir V ó F y justificar.

- Sea A computable. Entonces existe f tal que $f(A)$ es no computable.

Ping Pong

Ejercicio 6. Decidir V ó F y justificar.

- Sea A computable. Entonces existe f tal que $f(A)$ es no computable.
- Sea $\emptyset \neq A$ computable y no vacío. Entonces existe f tal que $f(A)$ es no computable.

Ping Pong

Ejercicio 6. Decidir V ó F y justificar.

- Sea A computable. Entonces existe f tal que $f(A)$ es no computable.
- Sea $\emptyset \neq A$ computable y no vacío. Entonces existe f tal que $f(A)$ es no computable.
- Sea A computable e infinito. Entonces existe f tal que $f(A)$ es no computable.

Ping Pong

Ejercicio 6. Decidir V ó F y justificar.

- Sea A computable. Entonces existe f tal que $f(A)$ es no computable.
- Sea $\emptyset \neq A$ computable y no vacío. Entonces existe f tal que $f(A)$ es no computable.
- Sea A computable e infinito. Entonces existe f tal que $f(A)$ es no computable.
- Sea A computable e infinito. Entonces existe f computable total tal que $f(A)$ no es computable.

Ping Pong

Ejercicio 6. Decidir V ó F y justificar.

- Sea A computable. Entonces existe f tal que $f(A)$ es no computable.
- Sea $\emptyset \neq A$ computable y no vacío. Entonces existe f tal que $f(A)$ es no computable.
- Sea A computable e infinito. Entonces existe f tal que $f(A)$ es no computable.
- Sea A computable e infinito. Entonces existe f computable total tal que $f(A)$ no es computable.