

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Санкт-Петербургский национальный исследовательский
университет информационных технологий, механики и оптики»**

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

**Лабораторная работа № 5
Вариант: 11**

Студент гр. Р3213
Преподаватель

Поленов К.А.

Санкт-Петербург
2025

Цель работы

Лабораторная работа №5 «Интерполяция функции».

Цель лабораторной работы: решить задачу интерполяции, найти значения функции при заданных значениях аргумента, отличных от узловых точек.

Лабораторная работа состоит из двух частей: вычислительной и программной. № варианта задания лабораторной работы определяется как номер в списке группы согласно ИСУ.

Для исследования использовать:

- многочлен Лагранжа;
- многочлен Ньютона;
- многочлен Гаусса.

Обязательное задание (до 80 баллов)

Вычислительная реализация задачи:

1. Выбрать из табл. 1 заданную по варианту таблицу $y = f(x)$ (таблица 1.1 – таблица 1.5);
2. Построить таблицу конечных разностей для заданной таблицы. Таблицу отразить в отчете;
3. Вычислить значения функции для аргумента X_1 (см. табл.1), используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона. Обратит внимание какой конкретно формулой необходимо воспользоваться;
4. Вычислить значения функции для аргумента X_2 (см. табл. 1), используя первую или вторую интерполяционную формулу Гаусса. Обратит внимание какой конкретно формулой необходимо воспользоваться;
5. *Подробные вычисления привести в отчете.*

Программная реализация задачи:

1. Исходные данные задаются тремя способами:
 - a) в виде набора данных (таблицы x, y), пользователь вводит значения с клавиатуры;
 - b) в виде сформированных в файле данных (подготовить не менее трех тестовых вариантов);
 - c) на основе выбранной функции, из тех, которые предлагает программа, например, $\sin x$. Пользователь выбирает уравнение, исследуемый интервал и количество точек на интервале (не менее двух функций).
2. Сформировать и вывести таблицу конечных разностей;
3. Вычислить приближенное значение функции для заданного значения аргумента, введенного с клавиатуры, указанными методами (см. табл. 2). Сравнить полученные значения;
4. Построить графики заданной функции с отмеченными узлами интерполяции и интерполяционного многочлена Ньютона/Гаусса (разными цветами);

Варианты заданий для вычислительной части

Таблица 1

	х	у	№ варианта	X ₁	X ₂
Таблица 1.1	0,25	1,2557	1	0,251	0,402
	0,30	2,1764	6	0,512	0,372
	0,35	3,1218	11	0,255	0,405
	0,40	4,0482	16	0,534	0,384
	0,45	5,9875	21	0,272	0,445
	0,50	6,9195	26	0,551	0,351
	0,55	7,8359	31	0,294	0,437

Методы для реализации в программе:

- 1 - Многочлен Лагранжа.
- 2 - Многочлен Ньютона с разделенными разностями.
- 3 - Многочлен Ньютона с конечными разностями.
- 4 - Многочлен Гаусса.

Таблица 2. Методы в программе

№ варианта	Метод	№ варианта	Метод	№ варианта	Метод
1	1, 2, 3	10	1, 2, 3	19	1, 2, 3
2	1, 2, 4	11	1, 2, 3	20	1, 2, 4
3	1, 2, 3	12	1, 2, 4	21	1, 2, 3
4	1, 2, 3	13	1, 2, 3	16	1, 2, 3
5	1, 2, 4	14	1, 2, 4	23	1, 2, 4
6	1, 2, 3	15	1, 2, 3	24	1, 2, 3
7	1, 2, 3	16	1, 2, 3	25	1, 2, 3
8	1, 2, 4	17	1, 2, 4	26	1, 2, 4
9	1, 2, 4	18	1, 2, 3	16	1, 2, 4

Вычислительная реализация задачи

Вариант 11

$x = 0,35$
 $y = 3,1218$
 $x_1 = 0,255$
 $x_2 = 0,405$

1.

x	y	x_1	x_2
0,25	1,2557		
0,30	2,1764		
0,35	3,1218	0,255	0,405
0,40	4,0482		
0,45	5,9875		
0,50	6,9195		
0,55	7,8359		

2.

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$	$\Delta^6 y_i$
0,25	1,2557	0,9267	0,0277	-0,0457	1,0776	-4,1287	10,1937
0,30	2,1764	0,9454	-0,019	1,0319	-3,0521	6,064	
0,35	3,1218	0,9264	0,0129	-2,0202	3,0119		
0,40	4,0482	0,9333	-1,0073	0,9817			
0,45	5,9875	0,9320	-0,0156				
0,50	6,9195	0,9164					
0,55	7,8359						

③. П. к. X_1 лежит в ~~на~~ левой половине отрезка, интер-
полируем вперёд

$$t = \frac{X_1 - X_0}{h} = \frac{0,255 - 0,25}{0,05} = \frac{0,005}{0,05} = 0,1$$

$$N_6(X) = y_0 + t \Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)}{3!} \Delta^3 y_0 +$$

$$+ \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)}{4!} \Delta^4 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)(t-4)}{5!} \Delta^5 y_0 +$$

$$+ \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)(t-4)(t-5)}{6!} \Delta^6 y_0$$

$$y(0,255) \approx 1,2557 + 0,1 \cdot 0,9187 + \frac{0,1 \cdot (-0,9)}{2!} \cdot (-0,0267) +$$

$$+ \frac{0,1 \cdot (-0,9) \cdot (-1,9)}{3!} \cdot (-0,0457) + \frac{0,1 \cdot (-0,9) \cdot (-1,9) \cdot (-2,9)}{4!} \cdot 1,0776 +$$

$$+ \frac{0,1 \cdot (-0,9) \cdot (-1,9) \cdot (-2,9) \cdot (-3,9)}{5!} \cdot (-4,1297) +$$

$$+ \frac{0,1 \cdot (-0,9) \cdot (-1,9) \cdot (-2,9) \cdot (-3,9) \cdot (-4,9)}{6!} \cdot 10,1937 = 1,34877 +$$

$$+ (-0,0235684) + (-0,0665573) + (-0,13417) =$$

$$= 1,34877 - 0,2242957 = 1,1244743$$

(4.)

$X_2 = 0,405$ $X_2 >^a \Rightarrow$ используем первую формулу Гаусса

$$a = 0,40$$

$$t = \frac{0,405 - 0,40}{0,05} = 0,1$$

$$P_6(x) = y_0 + t \Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!} \Delta^2 y_{-1} + \frac{t(t-1)(t+1)}{3!} \Delta^3 y_{-1} + \\ + \frac{(t+1)t(t-1)(t-2)}{4!} \Delta^4 y_{-2} + \frac{(t+2)(t+1)t(t-1)(t-2)}{5!} \Delta^5 y_{-2} + \\ + \frac{(t+3)(t+2)(t+1)t(t-1)(t-2)}{6!} \Delta^6 y_{-3}$$

$$P_6(0,405) \approx 4,25574,0482 + 0,1 \cdot 1,9393 + \frac{0,1(-0,9)}{2!} \cdot 1,0129 + \\ + \frac{0,1(-0,9)(-1,1)}{3!} \cdot (-2,0202) + \frac{0,1(-1,1)(-0,9)(-1,9)}{4!} \cdot (-3,0521) + \\ + \frac{2,1 \cdot 1,1 \cdot 0,1 \cdot (-0,9)(-1,9)}{5!} \cdot 6,064 + \\ + \frac{3,1 \cdot 2,1 \cdot 1,1 \cdot 0,1 \cdot (-0,9)(-1,9)}{6!} \cdot 10,1937 = 4,19655 + 0,00941247 +$$

$$+ 0,0199612 + 0,0130705 = 4,20596247 + 0,0330317 =$$

$$= 4,24499417$$

Код программы

<https://github.com/bilyardvmetro/CompMathLab5>

Листинг программы

```
><4 go setup calls>
↑
↓
Выберите способ задания исходных данных:
1: Ввод с клавиатуры
2: Ввод из файла
3: На основе выбранной функции
Ваш выбор (1-3): 1
Введите точку x для интерполяции: 0.32
Введите узлы интерполяции (пары x y, разделенные пробелом). Напишите 'quit' для завершения:
Узел (x y) или 'quit': 0.15 1.25
Узел (x y) или 'quit': 0.2 2.38
Узел (x y) или 'quit': 0.33 3.79
Узел (x y) или 'quit': 0.47 5.44
Узел (x y) или 'quit': quit

Узлы интерполяции: [(0.15, 1.25), (0.20, 2.38), (0.33, 3.79), (0.47, 5.44)]
Точка для интерполяции: 0.32

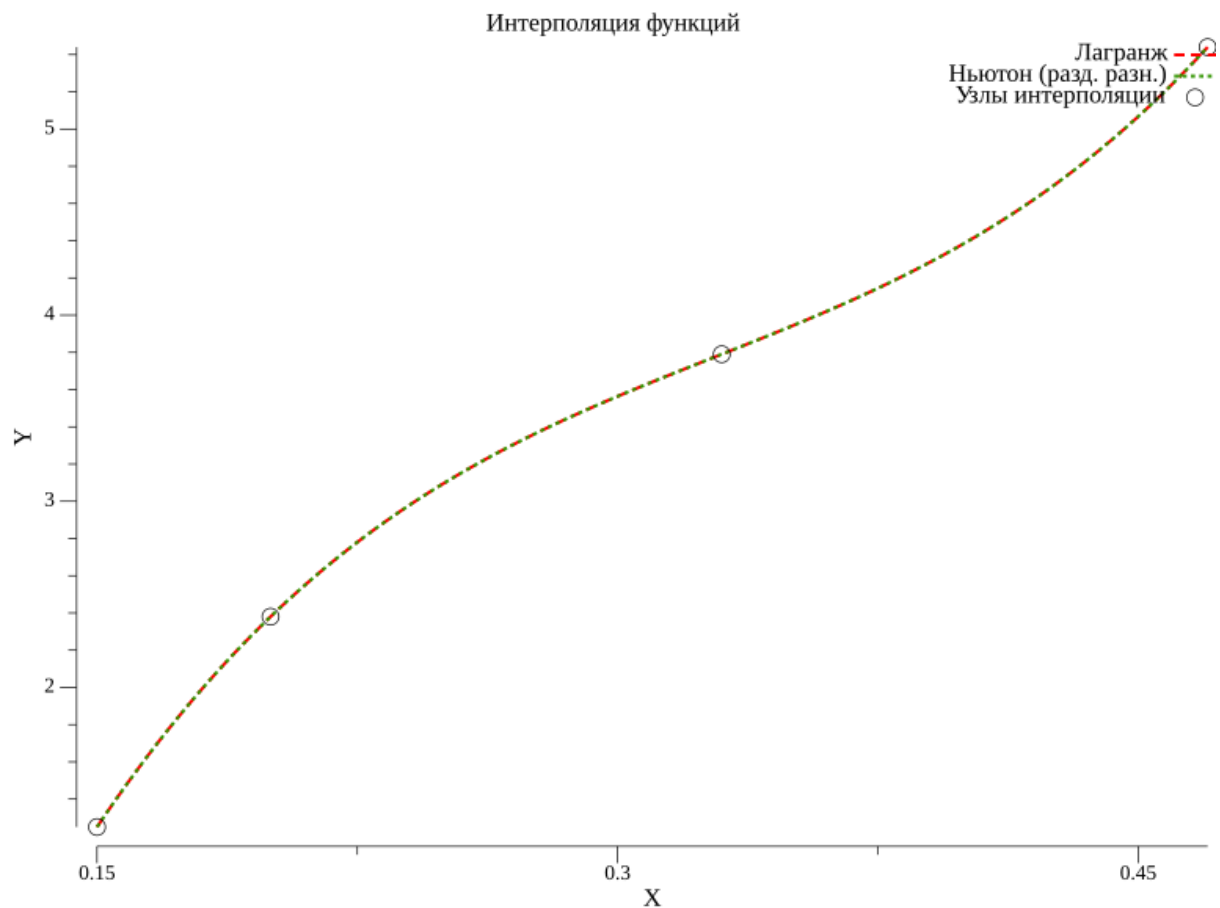
--- Результаты интерполяции ---
Многочлен Лагранжа: P(0.32) = 3.716051

Таблица разделенных разностей (коэффициенты для многочлена Ньютона):
f[x_i...]: 1.2500 2.3800 3.7900 5.4400
Многочлен Ньютона (разд. разн.): P(0.32) = 3.716051

Многочлен Ньютона (кон. разн.): узлы не являются равноотстоящими, метод Ньютона с конечными разностями неприменим

Попытка построить график...
График сохранен в файл: interpolation_plot.png

Process finished with the exit code 0
|
```



```
><4 go setup calls>
Выберите способ задания исходных данных:
1: Ввод с клавиатуры
2: Ввод из файла
3: На основе выбранной функции
Ваш выбор (1-3): 1
Введите точку x для интерполяции: 0.255
Введите узлы интерполяции (пары x y, разделенные пробелом). Напишите 'quit' для завершения:
Узел (x y) или 'quit': 0.25 1.2557
Узел (x y) или 'quit': 0.30 2.1764
Узел (x y) или 'quit': 0.35 3.1218
Узел (x y) или 'quit': 0.40 4.0482
Узел (x y) или 'quit': 0.45 5.9875
Узел (x y) или 'quit': 0.50 6.9195
Узел (x y) или 'quit': 0.55 7.8359
Узел (x y) или 'quit': quit

Узлы интерполяции: [(0.25, 1.26), (0.30, 2.18), (0.35, 3.12), (0.40, 4.05), (0.45, 5.99), (0.50, 6.92), (0.55, 7.84)]
Точка для интерполяции: 0.26

--- Результаты интерполяции ---
Многочлен Лагранжа: P(0.26) = 1.122520

Таблица разделенных разностей (коэффициенты для многочлена Ньютона):
f[x_i...]: 1.2557 2.1764 3.1218 4.0482 5.9875 6.9195 7.8359
Многочлен Ньютона (разд. разн.): P(0.26) = 1.122520
```


Узлы равноотстоящие с шагом $h = 0.0500$

Таблица конечных разностей:

X	Y	$\Delta^1 Y$	$\Delta^2 Y$	$\Delta^3 Y$	$\Delta^4 Y$	$\Delta^5 Y$	$\Delta^6 Y$
0.25	1.26	0.92	0.02	-0.04	1.08	-4.13	10.19
0.30	2.18	0.95	-0.02	1.03	-3.05	6.06	
0.35	3.12	0.93	1.01	-2.02	3.01		
0.40	4.05	1.94	-1.01	0.99			
0.45	5.99	0.93	-0.02				
0.50	6.92	0.92					
0.55	7.84						

Многочлен Ньютона (кон. разн.): $P(0.26) = 1.122520$

Попытка построить график...

График сохранен в файл: interpolation_plot.png

