

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Санкт-Петербургский национальный исследовательский
университет информационных технологий, механики и оптики»**

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

**Лабораторная работа № 4
Вариант: 11**

Студент гр. Р3213
Преподаватель

Поленов К.А.

Санкт-Петербург
2025

Цель работы

Цель лабораторной работы: найти функцию, являющуюся наилучшим приближением заданной табличной функции по методу наименьших квадратов.

Лабораторная работа состоит из двух частей: вычислительной и программной.

№ варианта задания лабораторной работы определяется как номер в списке группы согласно ИСУ.

Вычислительная реализация задачи

Вычислительная часть лабораторной работы должна быть представлена только в отчете.

Задание:

1. Сформировать таблицу табулирования заданной функции на указанном интервале (см. табл. 1)
2. Построить линейное и квадратичное приближения по 11 точкам заданного интервала;
3. Найти среднеквадратические отклонения для каждой аппроксимирующей функции. Ответы дать с тремя знаками после запятой;
4. Выбрать наилучшее приближение;
5. Построить графики заданной функции, а также полученные линейное и квадратичное приближения;
6. Привести в отчете **подробные вычисления**.

Вычислительная реализация задачи

Вариант 11

$$y = \frac{5x}{x^4 + 11} \quad x \in [-2; 0] \quad h = 0,2 \quad n = 11$$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
x	-2	-1,8	-1,6	-1,4	-1,2	-1,0	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	0
y	-0,37	-0,419	-0,456	-0,472	-0,459	-0,477	-0,357	-0,27	-0,187	-0,097	0

$$\varphi(x) = a + bx \quad \text{линейная аппроксимация}$$

$$\sum x = -11 \quad \sum x^2 = 15,4 \quad \sum y = -3,48 \quad \sum xy = 4,38$$

$$\begin{cases} na + \sum x b = \sum y \\ \sum x a + \sum x^2 b = \sum xy \end{cases} \quad \begin{cases} 11a - 11b = -3,48 \\ -11a + 15,4b = 4,38 \end{cases} \quad \begin{cases} 11a = -3,48 + 11b \\ -11a + 15,4b = 4,38 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 0,112 \\ b = 0,205 \end{cases} \Rightarrow \varphi(x) = 0,112 + 0,205x$$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
x	-2	-1,8	-1,6	-1,4	-1,2	-1,0	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	0
y	-0,37	-0,419	-0,456	-0,472	-0,459	-0,477	-0,357	-0,27	-0,187	-0,097	0
$\varphi(x)$	-0,298	-0,252	-0,216	-0,175	-0,134	-0,093	-0,052	-0,011	0,030	0,071	0,112
$(\varphi(x) - y)$	0,005	0,026	0,052	0,037	0,106	0,105	0,083	0,067	0,045	0,026	0,013
y	-0,37	-0,419	-0,456	-0,472	-0,459	-0,477	-0,357	-0,27	-0,187	-0,097	0

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\varphi(x) - y(x))^2}{n}} = 0,239$$

Квадратичная аппроксимация

$$\varphi(x) = a + bx + cx^2$$

$$Sx = -11 \quad Sxx = 15,4 \quad Sxxx = -24,2 \quad Sxxxx = 40,5328$$

$$Sy = -3,48 \quad Sxy = 4,38 \quad Sxy = -6,36$$

$$\begin{cases} na + Sx \cdot b + Sxx \cdot c = Sy \\ Sx \cdot a + Sxx \cdot b + Sxxx \cdot c = Sxy \\ Sxx \cdot a + Sxxx \cdot b + Sxxxx \cdot c = Sxy \end{cases}$$

Метод Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & -11 & 15,4 \\ -11 & 15,4 & -24,2 \\ 15,4 & -24,2 & 40,5328 \end{vmatrix}$$

По правилу Крамера:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -3,48 & -11 & 15,4 \\ 4,38 & 15,4 & -24,2 \\ -6,36 & -24,2 & 40,5328 \end{vmatrix} = 66,44352$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 11 & -3,48 & 15,4 \\ -11 & 4,38 & -24,2 \\ 15,4 & -6,36 & 40,5328 \end{vmatrix} = 1,63089$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 11 & -11 & -3,48 \\ -11 & 15,4 & 4,38 \\ 15,4 & -24,2 & -6,36 \end{vmatrix} = 43,79232$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 11 & -11 & -3,48 \\ -11 & 15,4 & 4,38 \\ 15,4 & -24,2 & -6,36 \end{vmatrix} = 15,1008$$

$$\begin{cases} a = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{16,3089}{66,44352} = 0,245 \\ b = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{43,73232}{66,44352} = 0,66 \\ c = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{15,1008}{66,44352} = 0,227 \end{cases}$$

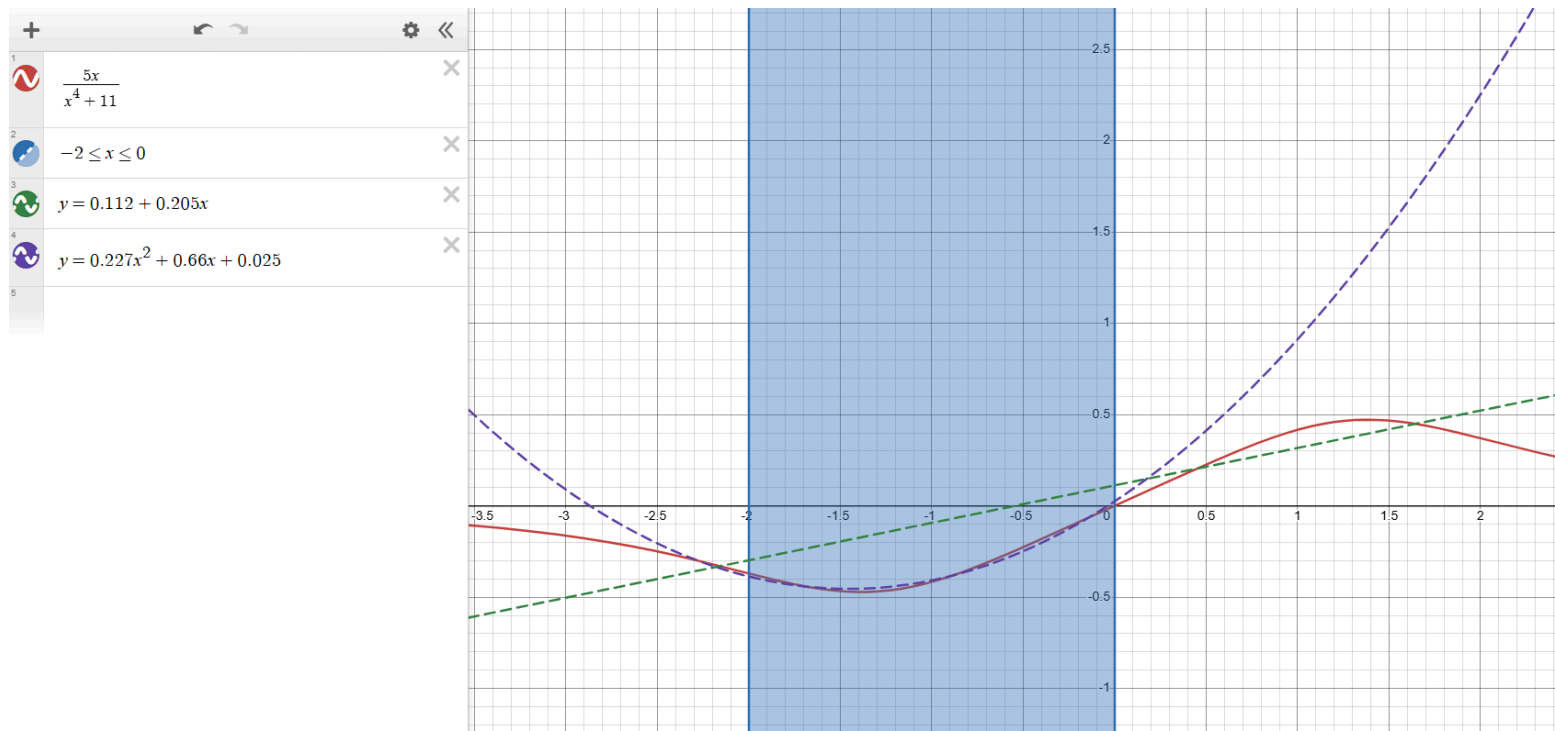
$$P(x) = 0,025 + 0,66x + 0,227x^2$$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	-1,8	-1,6	-1,4	-1,2	-1	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2
y(x)	-0,37	-0,41	-0,456	-0,472	-0,453	-0,417	-0,357	-0,27	-0,181
P(x)	-0,387	-0,428	-0,450	-0,450	-0,440	-0,408	-0,358	-0,284	-0,203
(P(x)-y(x)) ²	0,00028	0,00008	0,00003	0,00031	0,00035	0,00008	0,00005	0,00033	0,00045

10	11
-0,2	0
-0,031	0
-0,048	0,025
0,0005	0,00062

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (P(x) - y(x))^2}{n}} = 0,01565$$

$0,01565 < 0,0239 \Rightarrow$ квадратичная аппроксимация даёт лучшее приближение



Код программы

<https://github.com/bilyardvmetro/CompMathLab4>

Листинг программы

1	МЕТОД ЛИНЕЙНОЙ АППРОКСИМАЦИИ:										
2	X	0.0000	0.2500	0.7500	1.2500	1.7500	2.0000	-0.2500	-0.7500	-1.2500	
3	-----										
4	Y	4.0000	3.0000	3.0000	5.0000	7.0000	12.0000	5.0000	5.0000	3.0000	
5	-----										
6	phi(X)	4.4979	4.9325	5.8017	6.6709	7.5401	7.9747	4.0633	3.1941	2.3249	
7	-----										
8	e_i	0.4979	1.9325	2.8017	1.6709	0.5401	-4.0253	-0.9367	-1.8059	-0.6751	
9	СРЕДНЕКВАДРАТИЧНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ: 1.9920										
10											
11	МЕТОД КВАДРАТИЧНОЙ АППРОКСИМАЦИИ:										
12	X	0.0000	0.2500	0.7500	1.2500	1.7500	2.0000	-0.2500	-0.7500	-1.2500	
13	-----										
14	Y	4.0000	3.0000	3.0000	5.0000	7.0000	12.0000	5.0000	5.0000	3.0000	
15	-----										
16	phi(X)	3.2442	3.4648	4.4235	6.0725	8.4115	9.8399	3.1962	3.6178	4.7296	
17	-----										
18	e_i	-0.7558	0.4648	1.4235	1.0725	1.4115	-2.1601	-1.8038	-1.3822	1.7296	
19	СРЕДНЕКВАДРАТИЧНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ: 1.4444										
20											
21	МЕТОД КУБИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ:										
22	X	0.0000	0.2500	0.7500	1.2500	1.7500	2.0000	-0.2500	-0.7500	-1.2500	
23	-----										
24	Y	4.0000	3.0000	3.0000	5.0000	7.0000	12.0000	5.0000	5.0000	3.0000	
25	-----										
26	phi(X)	4.1364	3.5990	3.0072	4.0850	8.0627	11.5235	4.6298	4.8693	3.0871	
27	-----										
28	e_i	0.1364	0.5990	0.0072	-0.9150	1.0627	-0.4765	-0.3702	-0.1307	0.0871	
29	СРЕДНЕКВАДРАТИЧНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ: 0.5510										
30											

31	МЕТОД ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ АППРОКСИМАЦИИ:									
32	X	0.0000	0.2500	0.7500	1.2500	1.7500	2.0000	-0.2500	-0.7500	-1.2500
33	-----									
34	Y	4.0000	3.0000	3.0000	5.0000	7.0000	12.0000	5.0000	5.0000	3.0000
35	-----									
36	phi(X)	4.2011	4.4977	5.1550	5.9084	6.7719	7.2498	3.9242	3.4238	2.9872
37	-----									
38	e_i	0.2011	1.4977	2.1550	0.9084	-0.2281	-4.7502	-1.0758	-1.5762	-0.0128
39	СРЕДНЕКВАДРАТИЧНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ: 1.9440									
40										
41	МЕТОД ЛОГАРИФИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ:									
42	X	0.2500	0.7500	1.2500	1.7500	2.0000				
43	-----									
44	Y	3.0000	3.0000	5.0000	7.0000	12.0000				
45	-----									
46	phi(X)	1.4873	5.1687	6.8805	8.0080	8.4555				
47	-----									
48	e_i	-1.5127	2.1687	1.8805	1.0080	-3.5445				
49	СРЕДНЕКВАДРАТИЧНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ: 2.1958									
50										
51	МЕТОД СТЕПЕННОЙ АППРОКСИМАЦИИ:									
52	X	0.2500	0.7500	1.2500	1.7500	2.0000				
53	-----									
54	Y	3.0000	3.0000	5.0000	7.0000	12.0000				
55	-----									
56	phi(X)	2.3666	4.4938	6.0549	7.3689	7.9662				
57	-----									
58	e_i	-0.6334	1.4938	1.0549	0.3689	-4.0338				
59	СРЕДНЕКВАДРАТИЧНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ: 2.0077									
60										

