

Группа Р3213

К работе допущен \_\_\_\_\_

Студент Поленов Кирилл Александрович

Работа выполнена \_\_\_\_\_

Преподаватель Иванов Владимир  
Сергеевич

Отчет принят \_\_\_\_\_

## **Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 1**

### **1. Цель работы.**

Исследование распределения случайной величины путем многократных измерений заданного интервала времени

### **2. Задачи, решаемые при выполнении работы.**

- Провести многократные измерения заданного интервала времени
- Построить гистограмму распределения результатов измерений на основе полученных значений
- Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки
- Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же значениями дисперсии и среднего значения, как и у экспериментального распределения

### **3. Объект исследования.**

Случайная величина – результат измерения случайной величины после нажатия на кнопку «стоп» секундомера мобильного телефона

### **4. Метод экспериментального исследования.**

Многократное прямое измерение определённого интервала времени и проверка закономерностей распределения значений этой случайной величины.

## 5. Рабочие формулы и исходные данные.

- $\langle t_N \rangle = \frac{1}{N} (t_1 + t_2 + \dots + t_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$  – среднее арифметическое всех результатов измерений
- $\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t_N \rangle)^2}$  – выборочное среднеквадратичное отклонение
- $\rho_{max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$  – максимальное значение плотности распределения
- $\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t_N \rangle)^2}$  – среднеквадратичное отклонение среднего значения
- $\rho_t = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t_i - \langle t_N \rangle)^2}{2\sigma^2}\right)$  – нормальное распределение, описываемое функцией Гаусса
- $\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$  – доверительный интервал

## 6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер	Цифровой	0-10 секунд	0.005 секунд

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

В работе используются устройство или прибор, в котором происходит периодический процесс с частотой порядка нескольких десятых долей герца (часы с секундной стрелкой, стрелочный секундомер, математический или физический маятник) и цифровой секундомер, с ценой деления не более 0,01 с. Первый прибор задает интервал времени, который многократно измеряется цифровым секундомером.

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 1: Результаты прямых измерений

№	$t_i, \text{с}$	$t_i - \langle t \rangle_N, \text{с}$	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2, \text{с}^2$
1	8.13	0.0972	0.0094
2	8.06	0.0272	0.0007
3	8.00	-0.0328	0.0011
4	7.83	-0.2028	0.0411
5	8.04	0.0072	0.0001
6	7.97	-0.0628	0.0039
7	7.72	-0.3128	0.0978
8	8.15	0.1172	0.0137
9	8.06	0.0272	0.0007
10	7.99	-0.0428	0.0018
11	8.10	0.0672	0.0045
12	7.95	-0.0828	0.0069
13	8.06	0.0272	0.0007
14	8.09	0.0572	0.0033
15	7.95	-0.0828	0.0069
16	8.02	-0.0128	0.0002
17	8.14	0.1072	0.0115
18	7.66	-0.3728	0.1390
19	8.13	0.0972	0.0094
20	8.03	-0.0028	0.0000
21	8.12	0.0872	0.0076
22	8.06	0.0272	0.0007
23	8.08	0.0472	0.0022
24	8.24	0.2072	0.0429
25	8.04	0.0072	0.0001
26	8.24	0.2072	0.0429
27	8.10	0.0672	0.0045
28	7.97	-0.0628	0.0039
29	8.11	0.0772	0.0060
30	8.14	0.1072	0.0115
31	8.30	0.2672	0.0714
32	8.22	0.1872	0.0350
33	7.79	-0.2428	0.0590
34	7.99	-0.0428	0.0018

35	7.94	-0.0928	0.0086
36	7.95	-0.0828	0.0069
37	8.07	0.0372	0.0014
38	8.04	0.0072	0.0001
39	8.04	0.0072	0.0001
40	7.92	-0.1128	0.0127
41	7.87	-0.1628	0.0265
42	8.21	0.1772	0.0314
43	8.21	0.1772	0.0314
44	7.70	-0.3328	0.1108
45	7.97	-0.0628	0.0039
46	8.39	0.3572	0.1276
47	7.99	-0.0428	0.0018
48	7.80	-0.2328	0.0542
49	8.08	0.0472	0.0022
50	7.98	-0.0528	0.0028
	$\langle t \rangle_N = 8.0328$ сек	$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t_N \rangle) = -0.0000$ сек	$\sigma_N = 0.1474$ сек $\rho_{max} = 2.7065$ сек <sup>-1</sup>

#### 9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

- $\langle t_N \rangle = \frac{1}{50} (t_1 + t_2 + \dots + t_{50}) = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} t_i = 8.0328$  сек
- $\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{49} \sum_{i=1}^{50} (t_i - 8.0328)^2} = 0.1474$  сек
- $\rho_{max} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} = 2.7065$  сек<sup>-1</sup>
- $\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{50 \cdot 49} \sum_{i=1}^{50} (t_i - 8.0328)^2} = 0.0208$  сек
- $t_{min} = 7.66$  с,  $t_{max} = 8.39$  с,  $\sqrt{N} \approx 7 \Rightarrow$   
для построения гистограммы сделаем 7 интервалов
- 1 интервал = 0.10 сек
- $\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle} = 2.01 \cdot 0.0208 = 0.0418$  сек

Таблица 2. Данные для построения гистограммы.

Границы интервалов, с	$\Delta N$	$\frac{\Delta N}{N\Delta t}, c^{-1}$	$t, c$	$\rho(t), c^{-1}$
[7.66 7.76)	3	1.44	7.710	0.2460
[7.76 7.86)	3	1.44	7.810	0.8636
[7.86 7.96)	6	2.87	7.910	1.9129
[7.96 8.06)	14	6.70	8.010	2.6743
[8.06 8.16)	17	8.13	8.110	2.3596
[8.16 8.26)	5	2.39	8.210	1.3140
[8.26 8.40)	2	0.96	8.330	0.3545

Опытное значение плотности вероятности (5 интервал):

$$\frac{\Delta N}{N\Delta t} = 8.13 \text{ сек}^{-1}$$

Нормальное распределение, описываемое функцией Гаусса (5 интервал):

$$\rho_{8.110} = \frac{1}{0.1474\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(8.110-8.0328)^2}{2*0.1474^2}\right) = 2.3596 \text{ сек}^{-1}$$

Таблица 3. Стандартные доверительные интервалы.

	Интервал, с		$\Delta N$	$\frac{\Delta N}{N}$	Р
	от	до			
$\langle t_N \rangle \pm \sigma_N$	7.89	8.18	36	0.76	0.683
$\langle t_N \rangle \pm 2\sigma_N$	7.74	8.33	46	0.94	0.954
$\langle t_N \rangle \pm 3\sigma_N$	7.59	8.47	50	0.96	0.997

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

$$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{(t)} = 0.0418 \text{ сек}$$

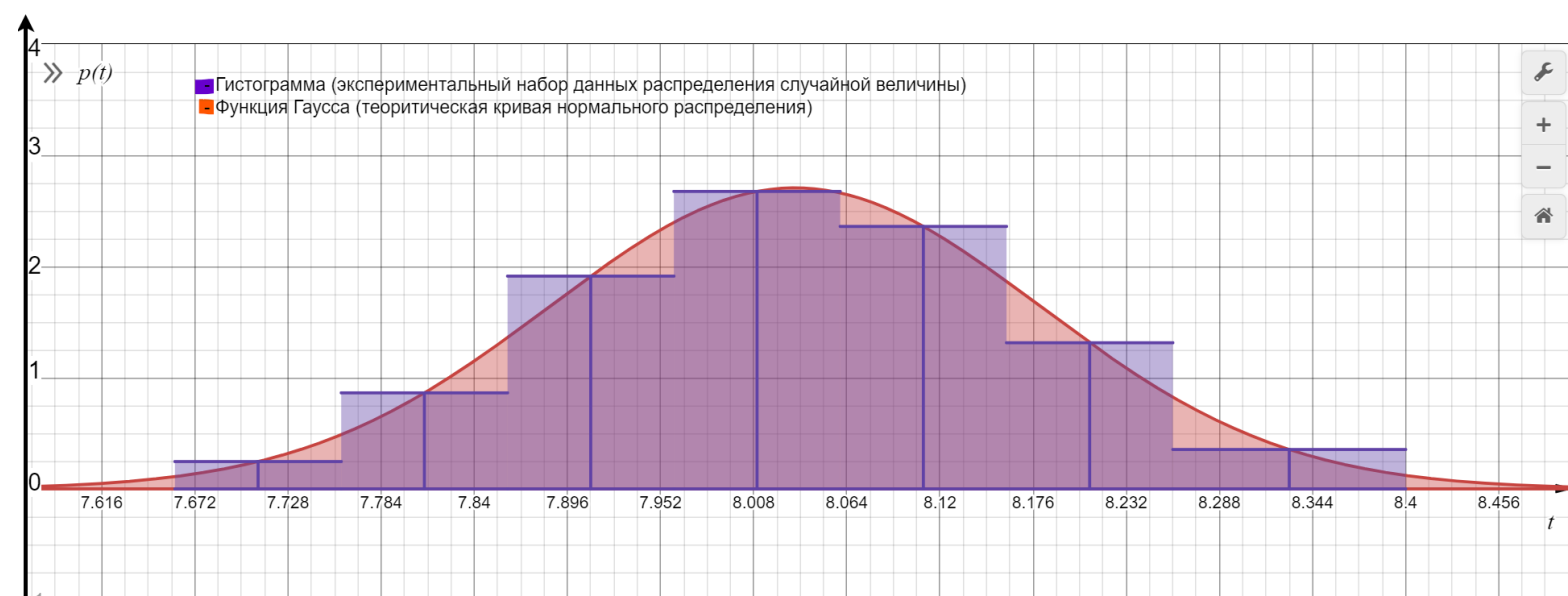
$$t_{\alpha, N} = 2.01$$

$$\Delta_{ux} = 0.005 \text{ сек}$$

Абсолютная погрешность с учетом погрешности прибора:

$$\Delta = \sqrt{(\Delta t)^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{ux}\right)^2} = 0.042 \text{ сек}$$

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).



## 12. Окончательные результаты.

- Среднеквадратичное отклонение среднего значения  $\sigma_{\langle t \rangle} = 0.0208 = 0.021$  сек
- Табличное значение коэффициента Стьюдента  $t_{\alpha, N}$  для доверительной вероятности:  
 $\alpha = 0.95$   
 $t_{\alpha, N} = 2.01$
- Доверительный интервал  
 $\Delta t = 0.0418$  сек  $= 0.04$  сек
- Абсолютная погрешность с учётом погрешности прибора:  
 $\Delta = 0.042 = 0.04$  сек
- Среднее арифметическое всех результатов измерений  
 $\langle t_N \rangle = 8.0328 = 8.03$  сек  $\pm 0.04$  сек
- Выборочное среднеквадратичное отклонение:  $\sigma_N = 0.1474 = 0.15$  сек
- Максимальное значение плотности распределения  $\rho_{max} = 2.7065 = 2.7$  сек<sup>-1</sup>

## 13. Выводы и анализ результатов работы.

Общий набор данных случайной величины всегда стремится к нормальному распределению. По мере увеличения числа замеров увеличивается точность определения погрешности. Гистограмма отражает распределение данных и может иметь отклонения от идеальной формы, потому что получена на основе конечного числа измерений. Кривая Гаусса представляет теоретическую модель нормального распределения, которая предполагает бесконечное количество замеров.