
Группа Р3213, Р3211 К работе допущен _____

Студенты Поленов Кирилл Александрович, Малышев Михаил Александрович

Работа выполнена _____

Преподаватель Иванов Владимир Сергеевич Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.03

Изучение центрального соударения двух тел. Проверка второго
Закона Ньютона.

Цель работы.

- Исследование упругого и неупругого центрального соударения тел на примере тележек, движущихся с малым трением.
- Исследование зависимости ускорения тележки от приложенной силы и массы тележки.

Задачи, решаемые при выполнении работы.

- Измерение скоростей тележек до и после соударения.
- Измерение скорости тележки при ее разгоне под действием постоянной силы.
- Исследование потерь импульса и механической энергии при упругом и неупругом соударении двух тележек.
- Исследование зависимости ускорения тележки от приложенной силы и массы тележки. Проверка второго закона Ньютона.

Объект исследования.

- Упругие и неупругие соударения тележек.
- Движение тележки под действием постоянной силы.

Метод экспериментального исследования.

- Замер таких величин как: масса тележек, скорость тележек.

Рабочие формулы и исходные данные.

- $p_{10x} = m_1 v_{10x}$, $p_{1x} = m_1 v_{1x}$, $p_{2x} = m_2 v_{2x}$ - Импульсы тел
- $\delta_p = \frac{\Delta p_x}{p_{10x}} = \frac{(p_{1x} + p_{2x})}{p_{10x}} - 1$ - Значение относительного изменения импульса для абсолютно упругого соударения
- $\delta_W = \frac{\Delta W_K}{W_{k0}} = \frac{m_1 v_{1x}^2 + m_2 v_{2x}^2}{m_1 v_{10x}^2} - 1$ - Значение относительного изменения кинетической энергии для абсолютно упругого соударения
- $\bar{\delta}_p = \frac{\sum_{i=1}^N \delta_{p_i}}{N}$ – Среднее значение относительного изменения импульса для абсолютно упругого соударения
- $\bar{\delta}_W = \frac{\sum_{i=1}^N \delta_{W_i}}{N}$ - Среднее значение относительного изменения кинетической энергии для абсолютно упругого соударения
- $\Delta \bar{\delta}_p = t_{\alpha, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_{p_i} - \bar{\delta}_p)^2}{N(N-1)}}$ – Погрешность среднего значения относительного изменения импульса для а. у. с.
- $\Delta \bar{\delta}_W = t_{\alpha, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_{W_i} - \bar{\delta}_W)^2}{N(N-1)}}$ – Погрешность среднего значения относительного изменения импульса для а. н. с.
- $t_{\alpha, N} = 2.78$ – коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности $\alpha_{\text{дов}} = 0,95$ для 5 измерений
- $\delta_W^{(\text{Э})} = -\frac{\Delta W_k}{W_{k0}} = -\frac{(m_1 + m_2)v_2^2}{m_1 v_{10}^2} - 1$ - Экспериментальное значение относительного изменения механической энергии
- $\delta_W^{(T)} = -\frac{W_p}{\frac{m_1 v_{10}^2}{2}} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2}$ - Теоретическое значение относительного изменения механической энергии
- $a = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2(x_2 - x_1)}$ – Ускорение тележки
- $T = m(g - a)$ – Сила натяжения нити

Измерительные приборы.

Наименование средства измерения	Предел измерений	Цена деления	Класс точности	Погрешность
<i>Линейка на рельсе</i>	1.30 м	1 см/дел	-	0.5 см
<i>ПКЦ-3 в режиме измерения скорости</i>	9.99 м/с	0.01 м/с	-	0.01 м/с
<i>Лабораторные весы</i>	250 г	0.01 г	-	0.01 г

Схема установки.

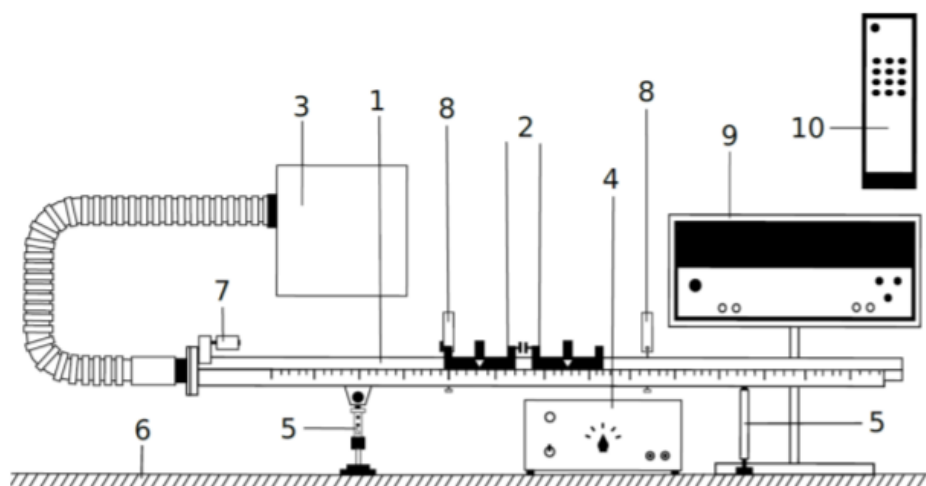


Рис. 1 Общий вид экспериментальной установки

1. Рельс с сантиметровой шкалой на лицевой стороне
2. Сталкивающиеся тележки
3. Воздушный насос
4. Источник питания ВС 4-12
5. Опоры рельса
6. Опорная плоскость (поверхность стола)
7. Фиксирующий электромагнит
8. Оптические ворота
9. Цифровой измерительный прибор ПКЦ-3
10. Пульт дистанционного управления прибором ПКЦ-3

Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 1. Результаты измерения величин во время центрального упругого соударения

№ опыта	m_1 , г	m_2 , г	v_{10x} , м/с	v_{1x} , м/с	v_{2x} , м/с
1	47	50	0.43	0	0.32
2			0.43	0	0.34
3			0.42	0	0.31
4			0.43	0	0.32
5			0.41	0	0.33

Таблица 2. Результаты измерения величин во время центрального упругого соударения с утяжелителем

№ опыта	m_1 , г	m_2 , г	v_{10x} , м/с	v_{1x} , м/с	v_{2x} , м/с
1	47	98	0.41	-0.17	0.22
2			0.43	-0.05	0.17
3			0.42	-0.07	0.25
4			0.40	-0.08	0.24
5			0.42	-0.15	0.25

Таблица 3. Результаты измерения величин во время центрального неупругого соударения

№ опыта	m_1 , г	m_2 , г	v_{10} , м/с	v , м/с
1	51	52	0.38	0.16
2			0.40	0.14
3			0.36	0.13
4			0.38	0.16
5			0.38	0.16

Таблица 4. Результаты измерения величин во время центрального неупругого соударения с утяжелителем

№ опыта	m_1 , г	m_2 , г	v_{10} , м/с	v , м/с
1	51	101	0.41	0.14
2			0.40	0.12
3			0.41	0.13
4			0.40	0.12
5			0.37	0.12

Таблица 5. Результаты измерения величин во время движения тележки с шайбами на подвесе

Масса тележки $M_1 = 53$ г

№ опыта	Состав гирьки	m, г	v_1 , м/с	v_2 , м/с
1	подвеска	2	0.22	0.51
2	подвеска + одна шайба	3	0.28	0.62
3	подвеска + две шайбы	3	0.32	0.73
4	подвеска + три шайбы	4	0.39	0.86
5	подвеска + четыре шайбы	5	0.43	0.96
6	подвеска + пять шайб	6	0.39	1.00
7	подвеска + шесть шайб	6	0.49	1.12

Таблица 6. Результаты измерения величин во время движения утяжелённой тележки с шайбами на подвесе

Масса тележки $M_1 = 101$ г

№ опыта	Состав гирьки	m, г	v_1 , м/с	v_2 , м/с
1	подвеска	2	0.07	0.15
2	подвеска + одна шайба	3	0.19	0.47
3	подвеска + две шайбы	3	0.22	0.53
4	подвеска + три шайбы	4	0.27	0.64
5	подвеска + четыре шайбы	5	0.30	0.68
6	подвеска + пять шайб	6	0.33	0.75
7	подвеска + шесть шайб	6	0.35	0.81

Расчет результатов косвенных измерений.

Таблица 7. Измерение импульса и потери энергии в 1 опыте

№ опыта	p_{10x} , мН*с	p_{1x} , мН*с	p_{2x} , мН*с	δ_p	δ_w
1	20.21	0	16.00	-0.21	-0.41
2	20.21	0	17.00	-0.16	-0.33
3	19.74	0	15.55	-0.21	-0.42
4	20.21	0	16.00	-0.21	-0.41
5	19.27	0	16.50	-0.14	-0.31
			Средние значения	-0.19	-0.38
			Доверительные интервалы	0.04	0.06

Среднее значение относительного изменения импульса:

$$\bar{\delta}_p = \frac{\sum_{i=1}^N \delta_{p_i}}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{(p_{1x_i} + p_{2x_i})}{p_{10x_i}} - 1 \right) = -0.19 \text{ кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Среднее значение относительного изменения кинетической энергии:

$$\bar{\delta}_w = \frac{\sum_{i=1}^N \delta_{w_i}}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{m_1 v_{1x_i}^2 + m_2 v_{2x_i}^2}{m_1 v_{10x_i}^2} - 1 \right) = -0.38 \text{ Дж}$$

Таблица 8. Измерение импульса и потери энергии в 2 опыте

№ опыта	p_{10x} , мН*с	p_{1x} , мН*с	p_{2x} , мН*с	δ_p	δ_w
1	19.27	-7.99	21.56	-0.30	-0.23
2	20.21	-2.35	16.66	-0.29	-0.66
3	19.74	-3.29	24.50	0.07	-0.22
4	18.80	-3.76	23.52	0.05	-0.21
5	19.74	-7.05	24.50	-0.12	-0.13
			Средние значения	-0.12	-0.29
			Доверительные интервалы	0.22	0.26

Таблица 9. Измерение импульса и потери энергии в 3 опыте

№ опыта	$p_{10}, \text{мН}\cdot\text{с}$	$p, \text{мН}\cdot\text{с}$	δp	$\delta_W^{(\text{э})}$	$\delta_W^{(\text{т})}$
1	19.38	16.48	-0.15	-0.64	-0.50
2	20.40	14.42	-0.29	-0.75	
3	18.36	13.39	-0.27	-0.74	
4	19.38	16.48	-0.15	-0.64	
5	19.38	16.48	-0.15	-0.64	
		Средние значения	-0.20	-0.68	
		Доверительные интервалы	0.09	0.07	

Среднее значение относительного изменения импульса:

$$\bar{\delta}_p = \frac{\sum_{i=1}^N \delta p_i}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{p_{1x_i}}{p_{10x_i}} - 1 \right) = -0.20 \text{ кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Среднее значение относительного изменения кинетической энергии:

$$\bar{\delta}_W^{(\text{э})} = \frac{\sum_{i=1}^N \delta p_i}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{(m_1 + m_2)v_{2x_i}^2}{m_1 v_{10x_i}^2} - 1 \right) = -0.68 \text{ Дж}$$

Экспериментальное значение относительного изменения механической энергии:

$$\delta_W^{(\text{т})} = -\frac{W_p}{\frac{m_1 v_{10}^2}{2}} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} = -0.50 \text{ Дж}$$

Таблица 10. Измерение импульса и потери энергии в 4 опыте

№ опыта	$p_{10}, \text{мН}\cdot\text{с}$	$p, \text{мН}\cdot\text{с}$	δp	$\delta_W^{(\text{э})}$	$\delta_W^{(\text{т})}$
1	20.91	21.28	0.02	-0.65	-0.66
2	20.4	18.24	-0.11	-0.73	
3	20.91	19.76	-0.05	-0.7	
4	20.4	18.24	-0.11	-0.73	
5	18.87	18.24	-0.03	-0.69	
		Средние значения	-0.06	-0.7	
		Доверительные интервалы	0.07	0.04	

Таблица 11. Измерения значения ускорения тележки под действием силы натяжения нити

№ опыта	m, г	a, м/с ²	T, мН
1	2	0.17	19.30
2	3	0.24	28.74
3	3	0.33	28.47
4	4	0.45	37.48
5	5	0.57	46.25
6	6	0.65	55.02
7	6	0.78	54.24

Для массы подвеса равной 2 г получено:

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2\Delta x} = 0.17 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$T = m(g - a) = 19.30 \text{ мН}$$

Таблица 12. Измерения значения ускорения утяжелённой тележки под действием силы натяжения нити

№ опыта	m, г	a, м/с ²	T, мН
1	2	0.01	19.62
2	3	0.14	29.04
3	3	0.18	28.92
4	4	0.26	38.24
5	5	0.29	47.65
6	6	0.35	56.82
7	6	0.41	56.46

Таблицы 13 и 14. Расчёты линейной зависимости между силой натяжения нити и ускорением тележки, полученные с помощью МНК, для 5-ого и 6-ого опытов

M_1	60.2 г	$F_{\text{тр}1}$	10.81 мН
$\sigma(M_1)^2$	39.81	$\sigma(F_{\text{тр}1})^2$	10.13
$\sigma(M_1)$	6.31	$\sigma(F_{\text{тр}1})$	3.18
ΔM_1	12.62	$\Delta F_{\text{тр}1}$	6.36

M_2	103.91 г	$F_{\text{тр}2}$	15.64 мН
$\sigma(M_2)^2$	161.35	$\sigma(F_{\text{тр}2})^2$	11.07
$\sigma(M_2)$	12.70	$\sigma(F_{\text{тр}2})$	3.33
ΔM_2	25.40	$\Delta F_{\text{тр}2}$	6.66

$$\bar{a} = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^{n=7} a_i - \text{среднее значение ускорения}$$

$$\bar{T} = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^{n=7} T_i - \text{среднее значение силы натяжения нити}$$

$$b = \frac{\sum (a_i - \bar{a})(T_i - \bar{T})}{\sum (a_i - \bar{a})^2} - \text{угловой коэффициент прямой}$$

$$k = \bar{T} - b\bar{a} - \text{свободный коэффициент прямой}$$

$$d_i = T_i - (k + ba_i) - \text{параметр}$$

$$D = \sum (a_i - \bar{a})^2 - \text{параметр}$$

$$\sigma_b^2 = \frac{1}{D} \frac{\sum d_i^2}{7-2} - \text{среднеквадратичное отклонение углового коэффициента}$$

$$\sigma_k^2 = \left(\frac{1}{7} + \frac{\bar{a}^2}{D} \right) \frac{\sum d_i^2}{7-2} - \text{среднеквадратичное отклонение свободного коэффициента}$$

$$\Delta_b = 2\sigma_b - \text{границы доверительного интервала углового коэффициента}$$

$$\Delta_k = 2\sigma_k - \text{границы доверительного интервала свободного коэффициента}$$

Расчёты для опыта 5:

$$\bar{a} = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^{n=7} a_i = 0.46 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\bar{T} = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^{n=7} T_i = 38.50 \text{ мН}$$

$$b = \frac{\sum (a_i - \bar{a})(T_i - \bar{T})}{\sum (a_i - \bar{a})^2} = \frac{\sum (a_i - 0.46)(T_i - 38.50)}{\sum (a_i - 0.46)^2} = 60.2 \frac{\text{мН}}{\frac{\text{м}}{\text{с}^2}}$$

$$k = 38.50 - 60.2 * 0.46 = 10.81 \text{ мН}$$

$$d_i = T_i - (10.81 + 60.2 * a_i)$$

$$\sum d_i^2 = 59.72$$

$$D = \sum (a_i - 0.46)^2 = 0.3 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^4}$$

$$\sigma_b^2 = \frac{1}{0.3} \frac{59.72}{7-2} = 39.8 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^4}$$

$$\sigma_k^2 = \left(\frac{1}{7} + \frac{0.46^2}{0.3} \right) \frac{59.72}{7-2} = 10.13 \text{ мН}^2$$

$$\Delta_b = 2\sigma_b = 2 * 6.31 = 12.62$$

$$\Delta_k = 2\sigma_k = 2 * 3.18 = 6.36$$

Расчет погрешностей измерений

Погрешности средних значений относительного изменения импульса и кинетической энергии для первого опыта (погрешности для 2, 3 и 4 опытов находятся по тем же формулам):

$$\Delta \overline{\delta_p} = t_{\alpha, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_{pi} - \overline{\delta_p})^2}{N(N-1)}}$$

$$= 2.78$$

$$\cdot \sqrt{\frac{(-0.21 + 0.19)^2 + (-0.16 + 0.19)^2 + (-0.21 + 0.19)^2 + (-0.21 + 0.19)^2 + (-0.14 + 0.19)^2}{4 \cdot 5}}$$

$$= 2.78 \cdot \sqrt{\frac{0.0004 + 0.0009 + 0.0004 + 0.0004 + 0.0025}{20}} = 2.78 \cdot \sqrt{0.00023} \approx 0.04$$

$$\Delta \overline{\delta_W} = t_{\alpha, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_{Wi} - \overline{\delta_W})^2}{N(N-1)}} = 0.06$$

Графики

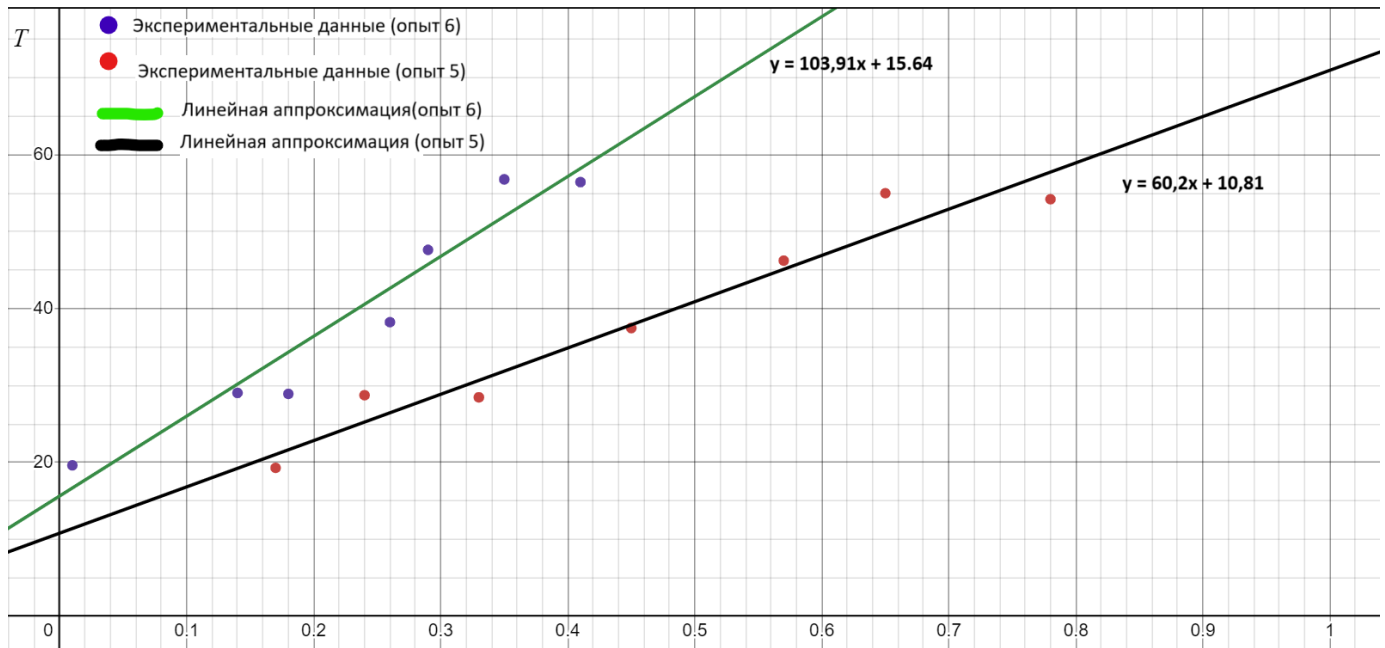


График 1. Линейная зависимость между силой натяжения нити и ускорением для тележки без утяжелителя и с ним

Окончательные результаты.

Доверительные интервалы для относительных изменений импульса и энергии при упругом соударении двух легких тележек и соударении легкой тележки с утяжеленной

$\overline{\delta_p}, \overline{\delta_W}$

1) $\overline{\delta_p} = -0.19 \pm 0.04$

$\overline{\delta_W} = -0.38 \pm 0.06$

2) $\overline{\delta_p} = -0.12 \pm 0.22$

$\overline{\delta_W} = -0.29 \pm 0.26$

Доверительные интервалы для относительных изменений импульса и энергии при неупругом соударении двух легких тележек и соударении легкой тележки с

утяжеленной $\delta_p, \delta_W^{(\text{э})}$

1) $\delta_p = -0.20 \pm 0.09$

$\delta_W^{(\text{э})} = -0.68 \pm 0.07$

2) $\delta_p = -0.06 \pm 0.07$

$\delta_W^{(\text{э})} = -0.70 \pm 0.04$

Теоретическое значение относительного изменения механической энергии

$\delta_W^{(T)}(3) = -0.50$

$\delta_W^{(T)}(4) = -0.66$

Масса M_1 неутяжеленной тележки и доверительный интервал этой величины

$$M_1 = 60.20 \pm 13.00 \text{ г}$$

Масса M_1 утяжеленной тележки и доверительный интервал этой величины

$$M_2 = 103.91 \pm 25.00 \text{ г}$$

Средне-массовый	n^0	Состав смеси	m, L	$\sigma, \mu/c$	$\sigma, \mu/c$
	1	поглощение	$m = 2$	0,22	0,51
	2	$n + 1 \mu$	3	0,23	0,62
	3	$n + 2 \mu$	3	0,32	0,43
	4	...	4	0,33	0,86
	5	...	5	0,43	0,86
	6	...	5	0,53	1,00
	7	$n + 6 \mu$	6	0,43	1,12

масса смеси $M_1 = 1,012$ 0,47

Средне-массовый	n^0	Состав смеси	m, L	$\sigma, \mu/c$	$\sigma, \mu/c$
	1	выпуск	2	0,07	0,15
	2		3	0,18	0,47
	3	- // -	3	0,22	0,53
	4		4	0,27	0,64
	5		5	0,30	0,68
	6		5	0,33	0,75
	7		6	0,35	0,81

$M_{\text{мелко}} = 1,012$

АНУУ (Sev ymer.)				
N	$m_{1,2}$	$m_{2,1}$	$\frac{v_{10,11}}{v_{10,11}}$	$\frac{v_{10,11}}{v_{10,11}}$
1			0,38	0,16
2			0,40	0,14
3	0,51	0,52	0,36	0,13
4			0,38	0,16
5			0,38	0,16

АНУУ (с ymer.)				
N	$m_{1,2}$	$m_{2,2}$	$\frac{v_{10,11}}{v_{10,11}}$	$\frac{v_{10,11}}{v_{10,11}}$
1			0,41	0,14
2	0,51	0,51	0,40	0,12
3			0,41	0,13
4			0,40	0,12
5			0,37	0,12

Цэперинг сэрвсн
меленн при се
разоно нод гентсв.
носм. смбе
-он

11

Ассиметрические
узоры (сегменты)

Номера	$m_{1,2}$	$m_{2,2}$	$\sigma_{10x,1}^{w/c}$	$\sigma_{1x,1}^{w/c}$	$\sigma_{2x,1}^{w/c}$
1	0,47	0,50	0,43	0	0,32
2	-11-	-11-	0,43	0	0,34
3	-11-	-11-	0,42	0	0,31
4	-11-	-11-	0,43	0	0,32
5	-11-	-11-	0,41	0	0,33

АУУ (сегменты)

Номера	$m_{1,2}$	$m_{2,2}$	$\sigma_{10x,1}^{w/c}$	$\sigma_{1x,1}^{w/c}$	$\sigma_{2x,1}^{w/c}$
1			0,41	-0,17	0,32
2	0,47	0,50	0,43	-0,05	0,34
3			0,42	-0,07	0,31
4			0,40	-0,08	0,32
5			0,42	-0,15	0,33

0,22; 0,17; 0,25;

0,24; 0,25

Выводы и анализ результатов работы.

- 1) Было исследовано центральное соударение двух тел — упругое и неупругое. Были измерены скорости тележек до и после соударений, а также определены изменения импульса кинетической энергии в каждом из случаев. Из косвенных измерений были получены практические и теоретические значения потери энергии при соударениях: $\delta_W^{(\text{э})}(3) = -0.68 \pm 0.07$, $\delta_W^{(T)}(3) = -0.50$, $\delta_W^{(\text{э})}(4) = -0.70 \pm 0.04$, $\delta_W^{(T)}(4) = -0.66$. Теоретические значения потери энергии в третьем опыте отличаются от практических примерно на 25% и не попадают в доверительный интервал. Теоретические значения потери энергии в четвертом опыте отличаются от практических примерно на 5% и попадают в доверительный интервал. Как при упругом, так и при неупругом соударении, происходит изменение импульса, но в упругом соударении сохраняется и импульс, и кинетическая энергия, а в неупругом сохраняется только импульс, кинетическая энергия частично теряется. Так, значение потери энергии при неупругом соударении в проведенных опытах оказалось в два раза выше значения потери энергии при упругом соударении: $\overline{\delta_W}(1) = -0.38 \pm 0.06$, $\delta_W^{(\text{э})}(3) = -0.68 \pm 0.07$, $\overline{\delta_W}(2) = -0.29 \pm 0.26$, $\delta_W^{(\text{э})}(4) = -0.70 \pm 0.04$.
- 2) Из построения зависимости были получены массы рассматриваемых объектов: $M_1 = 60.20 \pm 13.00$ г, $M_2 = 103.91 \pm 25.00$ г. Измеренные массы тележек были такими: $M_1 = 47$ г, $M_2 = 101$ г. Теоретические значения первой массы отличаются от фактических примерно на 20%, и попадают в доверительный интервал вычисленных значений. Теоретические значения второй массы отличаются от фактических на 2%, и также попадают в доверительный интервал вычисленных значений.