МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Кафедра систем штучного інтелекту

Звіт

Лабораторна робота №6

з дисципліни

«Дискретна математика»

Виконала:

Студентка групи КН-113

Білинська Віолетта

Викладач:

Мельникова Н.І

Львів-2019р.

ТЕМА РОБОТИ

Генерація комбінаторних конфігурацій.

МЕТА РОБОТИ

набути практичних вмінь та навичок при комп'ютерній реалізації комбінаторних задач.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Комбінаторний аналіз - це складова частина комбінаторики, науки, межі якої, як і багатьох розділів математики, чітко не визначені, але основним завданням є перерахунок і перелічення елементів у скінченних множинах.
Головна задача комбінаторики – підрахунок та перелік елементів у скінчених множинах.
Правило додавання: якщо елемент – x може бути вибрано n способами, а y- іншими m способами, тоді
вибір „ x або y‖ може бути здійснено (m+n) способами.
Правило добутку: якщо елемент – x може бути вибрано n способами, після чого y - m способами, тоді вибір упорядкованої пари (x, y) може бути здійснено (m*n) способами.
Набір елементів $x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{im}$ з множини $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ називається вибіркою об'єму m з n елементів – (n, m) – вибіркою.
Упорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи не можуть повторюватися, називається (n, m) – **розміщеням**, кількість всіх можливих розміщень обчислюється за формулою:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}\ .$$

Упорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи можуть повторюватися, називається (n, m) – **розміщеням з повторюваннями**, кількість всіх можливих таких розміщень обчислюється за формулою:

$$\overline{A_n^m} = n^m$$

Неупорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи не можуть повторюватися, називається (n, m) – **сполученням**, кількість всіх можливих сполучень обчислюється за формулою:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Неупорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи можуть повторюватися, називається (n,m) - **сполученням з повторюваннями**, кількість всіх можливих таких сполучень обчислюється за формулою:

$$\overline{C_n^m} = C_{n+m-1}^m.$$

А – називається **перестановкою,** а кількість різних перестановок позначається та обчислюється за формулою:

$$P_n = n!.$$

Лексикографічний порядок – це природний спосіб упорядкування послідовностей на основі порівняння індивідуальних символів.

Алгоритм побудови лексикографічно наступного розміщення з повтореннями за розміщенням $a_1a_2...a_r$

Алгоритм подібний до звичайного визначення наступного числа.

Крок 1. Знаходимо позицію k першого справа числа, відмінного від n $a_k < n$.

Крок 2. Збільшуємо елемент $_k a$ на одиницю. Елементи $_i a$, де $i < k$ залишаються без змін. Елементи $_i a$, де $i > k$ стають рівними одиниці.

ЗАГАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ

Варіант №3.

Завдання №1.

У вчителя 4 однакових групи з англійської мови і 3 однакових- з французької. Кожен день він готовиться до однієї мови і проводить заняття в одній групі. Скількома способами він може вести таку підготовку?
Оскільки мов є 2, потрібно визначити кількома способами вчитель підготується до однієї з мови - або французька, або англійська.

$C^1_2 = 2! / 1! = 2$

Спочатку вибираємо англійську:
$C^1_4 = 4! / 3!\ 1! = 4$
Потім французьку:
$C^1_3 = 3! / 2!\ 1! = 3$

$C^1_2\ (C^1_4 + C^2_3) = 2!/1!\ (4!/3!1! + 3!/2!) = 2(3 + 4) = 14$

Відповідь: вчитель може вести таку підготовку 14 способами.

Завдання №2.

Садівник протягом трьох днів має посадити 10 дерев десяти різних сортів. Скількома способами він може розподілити за днями свою роботу?
Якщо він буде садити в день не менше одного дерева, то кількість способів обчислюється:

$$C29= 9! / 2!7! = 4*9 = 36$$

Відповідь: садівник може розподілити за днями 36 способами.

Завдання №3.

У поштовому відділенні продаються листівки 10 сортів. Скількома способами можна купити в ньому 12 листівок?

Оскільки в цьому випадку сорти листівок можуть повторюватись, то застосовуємо цю формулу.

$$\overline{C_n^m} = C_{n+m-1}^m$$

$C^{12}_{10} = C^{12}_{21} = 21! / 9!\ 12! = 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20 \cdot 21 / 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 14\ 108\ 640 \div 48 = 293\ 930$

Відповідь: 12 листівок із 10 сортів можна купити 293 930 способами.

Завдання №4.

Скільки існує різних нескоротних дробів, чисельниками і знаменниками яких є числа 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13, 17, 19?

Всього чисел є 10. 3 з них парні, 7 - непарні. Отже, можливі два варіанта: або дріб буде раціональний, або нераціональний, і ми або ділимо парне на непарне, або непарне на парне. Обчислюємо це за формулою:

$(C^1_3 * C^1_7) + C^2_7 = (3!/2! + 7!/5!) + 7!/5!2! = 21 + 21 = 42$

Відповідь: існує 42 нескоротних дробів.

Завдання №5.

З цифр 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9 утворюють різні п’ятицифрові числа, які не мають однакових цифр. Визначити кількість чисел, у яких зустрічаються цифри 6 і 8 одночасно.

Всього чисел 7, оскільки 6 і 8 мають позиції в п’ятицифровому числі, то необхідно знайти $C^3_5 * P_5$, адже ми повинні врахувати, що цифри можуть стояти у довільному порядку.

Отже, обчислюємо це:

$C^3_5 * P_5 = 5!/3!2! * 120 = 10 * 120 = 1200$

Відповідь: чисел, у яких зустрічаються цифри 6 і 8 одночасно є 1200.

Завдання №6.

Скількома способами можна роздати 6 різних предметів трьом особам так, щоб кожна отримала по 2 предмети?

Це упорядковане розбиття, де n=6, $n_1=n_2=n_3=2$. Тобто кількість можливих способів обчислюємо за формулою:

$C^{2,2,2}_6 = 6! / 2!2!2! = 3 * 30 = 90$

Завдання №7.

У спортивному клубі займаються 38 чоловік. З них 16 грають у баскетбол, 17 – у хокей, 18 – у волейбол. Баскетболом і хокеєм захоплюється 4 чоловіки, баскетболом і волейболом – 7, волейболом і хокеєм – 5. Скільки чоловік захоплюється одночасно хокеєм, баскетболом і волейболом? Скільки чоловік захоплюється лише одним із цих видів спорту?

За формулою включень та виключень маємо:
$N=38$, $N_0=0$
$S_1=16+17+18=51$
$S_2=4+7+5=16$

$$N_0 = N - S_1 + S_2 - S_3,$$

тоді

$$S_3 = N - S_1 + S_2 - N_0 = 38 - 51 + 16 = 3$$

Отже, 3 чоловік захоплюється одночасно хокеєм, баскетболом і волейболом .

Для того, щоб обчислити кількість людей, які займаються лише одним видом спорту, скористаємось цією формулою

$$\hat{N}_m = \sum_{k=0}^{n-m} (-1)^k C_{m+k}^{m} S_{m+k}.$$

N = S_1 - 2! / 1! S_2 + 3! / 1! 2! S_3 = 51 - 32 + 9 = 28 людей.

Завдання № 2

Запрограмувати за варіантом обчислення кількості розміщення(перестановок, комбінацій, алгоритму визначення наступної лексикографічної сполуки, перестановки) та формулу Ньютона і побудувати за допомогою неї розклад.

Задане додатне ціле число n і невід’ємне ціле число r (r <= n). Розташувати у лексикографічному порядку всі розміщення без повторень із елементів множини {1, 2, …, n}. Побудувати розклад $(x + y)^6$.

ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ

```
#include <iostream>

using namespace std;

long long int fact (int elem)
{
    if (elem <= 1) return 1;
    else return fact( elem: elem - 1) * elem;
}
int main()
{
    int number = 6;
    cout << "(x+y)^" << number << " = ";

    for (int i = 0; i <= number; i++) {
        if (i == 0) {
            cout << "x^" << number - i;
        }
        if (i != 0 && i != 1 && i != number - 1 && i != number) {
            cout << fact(number) / (fact(i) * fact( elem: number - i)) << "x^" << number - i << "y^" << i;
        }
        if (i == 1) {
            cout << fact(number) / (fact(i) * fact( elem: number - i)) << "x^" << number - i << "y";
        }
        if (i == number - 1) {
            cout << fact(number) / (fact(i) * fact( elem: number - i)) << "x" << "y^" << i;
        }
        if (i != number) {
            cout << " + ";
        }
        if (i == number) {
            cout << "y^" << i;
        }
    }
}
```

```cpp
#include <iostream>
using namespace std;

void crush(int *array, int i, int j) {
    int checkR = array[i];
    array[i] = array[j];
    array[j] = checkR;
}


bool checkRozm(int *a, int n, int m) {
    int elem;

    do {
        elem = n - 1;

        while (elem != -1 && a[elem] >= a[elem + 1]) elem--;

        if (elem == -1) {
            return false;
        }

        int k = n - 1;
        while (a[elem] >= a[k]) {
            k--;
        }
        crush(a, elem, k);

        int l = elem + 1, r = n - 1;

        while (l < r) {
            crush(a, l++, r--);
        }

    } while (elem > m - 1);
    return true;
}



void printR(int *a, int n)
{
    for (int i = 0; i < n; i++)
```

```cpp
    for (int i = 0; i < n; i++)
        cout << a[i] << " ";
    cout << endl;
}

int main() {
    int  *mas, n, r;
    cout << "Enter your first number: ";
    cin >> n;
    cout << "Enter your second number: ";
    cin >> r;

    mas = new int[n];
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        mas[i] = i + 1;
    }
    printR(mas, r);

    while (checkRozm(mas, n, r)) {
        printR(mas, r);
    }
}
```

РЕЗУЛЬТАТИ ПРОГРАМИ

```
Enter your first number: 4
Enter your second number: 3
1 2 3
1 2 4
1 3 2
1 3 4
1 4 2
1 4 3
2 1 3
2 1 4
2 3 1
2 3 4
2 4 1
2 4 3
3 1 2
3 1 4
3 2 1
3 2 4
3 4 1
3 4 2
4 1 2
4 1 3
4 2 1
4 2 3
4 3 1
4 3 2
```

```
(x+y)^6 = x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 + 15x^2y^4 + 6xy^5 + y^6
Process finished with exit code 0
```