

UNIVERSIDAD DEL ROSARIO
ESCUELA DE CIENCIAS E INGENIERÍA
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA I

Taller de motivación del Teorema de Límite Central

Ejercicio 1. Genere 1000 valores aleatorios de una variable aleatoria dada por:

- **Grupo 1:** Una distribución uniforme sobre el intervalo $(5, 10)$

```
x <- runif(1000, min = 5, max = 10)
```

- **Grupo 2:** Una exponencial de parámetro escala igual a $\lambda = 1$

```
x <- rexp(1000, rate = 1)
```

- **Grupo 3:** Una binomial de parámetros $n = 10$ y $p = 0,5$

```
x <- rbinom(1000, size = 10, prob = 0.5)
```

- **Grupo 4:** Una normal con media 0 y desviación estándar 1

```
x <- rnorm(1000, mean = 0, sd = 1)
```

Ejercicio 2. Genere 400 muestras, cada una de tamaño 30, utilizando como población la variable aleatoria previamente generada.

```
x <- rexp(1000, rate=1) # Ejemplo para el Grupo 2; cambiar según corresponda
```

```
m <- 400 # Número de muestras
```

```
n <- 30 # Tamaño de cada muestra
```

```
muestras <- matrix(sample(x, n * m, replace = TRUE), n, m)
```

Ejercicio 3. Calcule la media aritmética de cada una de las muestras.

```
medias_muestrales <- apply(muestras, 2, mean)
```

Ejercicio 4. Determine la media y la desviación estándar de la variable aleatoria de la población del Ejercicio 1:

Grupo	Esperanza $\mathbb{E}(X)$	Varianza $\text{Var}(X)$
Grupo 1	$\mathbb{E}(X) = \frac{a+b}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$	$\text{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$
Grupo 2	$\mathbb{E}(X) = \lambda = \underline{\hspace{2cm}}$	$\text{Var}(X) = \lambda^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
Grupo 3	$\mathbb{E}(X) = np = \underline{\hspace{2cm}}$	$\text{Var}(X) = np(1-p) = \underline{\hspace{2cm}}$
Grupo 4	$\mathbb{E}(X) = \mu = \underline{\hspace{2cm}}$	$\text{Var}(X) = \sigma^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

Ejercicio 5. Genere los dos histogramas en el mismo cuadro de inspección utilizando la función `ggplot`.

```
Y      <- c(x, medias_muestrales)
grupo  <- c(rep("Obs_Exp", length(x)),
            rep("Medias", length(medias_muestrales)))

df <- data.frame(Y, group = grupo)

library(ggplot2)

ggplot(df, aes(x = Y, fill = group, colour = group)) +
  geom_histogram(alpha = 0.5, position = "identity") +
  theme(legend.position = "left")
```

Ejercicio 6. Con los resultados de cada histograma, sus promedios y sus desviaciones estándar, conteste:

¿Encuentra alguna relación entre la distribución de la variable original y la distribución de las medias muestrales?

Ejercicio 7. Determine la media y la desviación estándar de manera empírica con los datos del ejercicio 3 de la variable aleatoria medias muestrales de la población:

Grupo	Esperanza $\mathbb{E}(\bar{X})$	Varianza $\text{Var}(\bar{X})$
Grupo 1	$\mathbb{E}(\bar{X}) = \underline{\hspace{2cm}}$	$\text{Var}(\bar{X}) = \underline{\hspace{2cm}}$
Grupo 2	$\mathbb{E}(\bar{X}) = \underline{\hspace{2cm}}$	$\text{Var}(\bar{X}) = \underline{\hspace{2cm}}$
Grupo 3	$\mathbb{E}(\bar{X}) = \underline{\hspace{2cm}}$	$\text{Var}(\bar{X}) = \underline{\hspace{2cm}}$
Grupo 4	$\mathbb{E}(\bar{X}) = \underline{\hspace{2cm}}$	$\text{Var}(\bar{X}) = \underline{\hspace{2cm}}$

Ejercicio 8. Con los resultados de las tablas del punto 4 y del punto 7, conteste:

¿Encuentra alguna relación entre la distribución de la variable original y la distribución de las medias muestrales?