

# ELE130 Anvendt fysikk og matematikk i robotprogrammering

## Øving 2

### Introduksjon til simulering i Simulink<sup>1</sup>

Levert av Lasse Lorentzen

---

<sup>1</sup>Tilhørende filer: [oving2\\_skallfiler.zip](#) og L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-mal i [oving2.zip](#)

## Om øvingen og innleveringen

- For å bli kjent med Simulink på en effektiv måte, er alle oppgavene i denne øvingen svært nyttige, og de vil fungere som et oppslagsverk for deg.
- For å tilrettelegge for at du skal gjøre flest mulig oppgaver, så skal du laste ned og pakke opp **oving2\_skallfiler.zip**. Denne inneholder følgende to filer:
  - Simulink-skallfilen **oving2\_skallfil.slx** hvor relaterte oppgaver kan implementeres i egne subsystem.
  - skallfil-skriptet **oving2\_i\_o\_p\_skallfil.m** som du må kjøre før du kjører **oving2\_skallfil.slx** for oppgavene 2i), 2o) og 2p).

Simulink-skallfilen er spesifisert med *Eulers forovermetode* som integrasjonsmetode og tidsskritt  $T_s$  lik 0.01 sekund.

- Resultater i scope kan du overføre til en Matlab-figur med menyvalget **File -> Print to Figure**, som du igjen kan bruke **SaveMyFigure** på.
- Dersom du ikke er en erfaren programmerer, anbefales det at du prøver deg på alle oppgavene slik at du får mengdetrenings.
- **For å få øvingen godkjent må du gjøre minst følgende oppgaver:**
  - a), e), f), g), i), k), o), p)**
- Oppgavene **b), c), d), h), j), l), m), n)** er også lærerike og nyttige, men frivilige. Dette er markert i toppteksten.
- **For å ta eksamen i emnet ELE130 så må denne øving være godkjent. Husk at øvingene må leveres individuelt.**
- Basis for denne øvingen er **kapittel 4 og 5** i kompendiet.
- På samme måte som i øving 1 finner du en L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-mal i filen **oving2.zip**.

Så langt det er mulig skal du benytte blokker fra **Eget bibliotek** slik at nyttig informasjon om blokkene vises i blokkdiagrammet. Du skal benytte **Scope**-blokkene som heter **Scope, tynne linjer** eller **Scope, tykke linjer** fra Eget bibliotek til å vise resultatene i.

Øvingen og skallfilen er organisert i følgende deler/subsystem:

- “Om *Integrator*-blokken”, oppgave 2a) - 2e)
- “Om *Sine Wave*-blokken”, oppgave 2f) - 2h)
- “Om *Lookup Table*-blokken”, oppgave 2i) - 2l)
- “Litt diverse”, oppgave 2m) - 2p)

## Forskjellig L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-kode

- Resultatet fra scopet er vist i figur 1. Husk å oppdatere referansen til figuren for hver ny figur.



Figur 1: Resultat av blokkskjemaet i modellen.

- Svaret er gitt i ligning (4).

$$y = 4 \tag{1}$$

- Eksempel på bruk av `align` er vist i ligning (2). For å bruke kommandoen `\uuline` må du bruke pakken `ulem` som `\usepackage{ulem}`.

$$\begin{aligned} A &= \int_0^1 2 \cdot \sin(5 \cdot t) dt \\ &= -\frac{2}{5} \cdot \cos(5 \cdot t) \Big|_0^1 \\ &= -\frac{2}{5} \cdot \cos(5 \cdot 1) - \left( -\frac{2}{5} \cos(0) \right) \\ &= \underline{0.287} \end{aligned} \tag{2}$$

- Du finner også mye L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-kode i hver av .tex-filene til delxoppgavene.

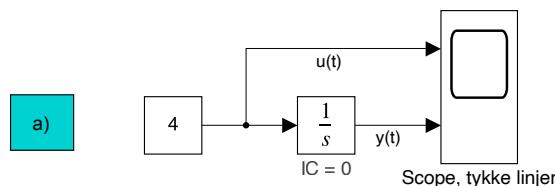
## Om Integrator-blokken

Alle modellene i denne delen av øvingen skal implementeres i subsystemet **Om Integrator-blokken, oppgave 2a)-2e)** i skallfilen **oving2\_skallfil.slx**, og alle modellene skal benytte integratorblokken som utfører numeriske beregninger som tilsvarer følgende operasjon

$$y(t) = \int_0^t u(\tau) d\tau + y(0) \quad (3)$$

hvor  $y(0)$  er initialverdien.

- a) I denne deloppgaven er  $u(t)$  en konstant, og du skal relatere simuleringsresultatet til integralregning fra matematikken. Implementer modellen vist under.



Utgangen fra **Constant**-blokken er  $u(t)$  og utgangen fra **Integrator**-blokken er  $y(t)$ . La initialverdien til integratorblokken være  $y(0)=0$ . **La simuleringstiden være 25 sekund.**

- Bruk ligning (3) og la  $u(t)=4$ . Hva blir det matematiske uttrykket for  $y(t)$  når  $y(0)=0$ ?
- Beregn verdien av  $y(t)$  ved tidspunkt  $t=25$  sekund.
- Simuler modellen og ta med resultatet i besvarelsen din. Viser simuleringsresultatet det samme som svaret du fant i forrige spørsmål?

Som hjelpemiddel kan du gjerne bruke avlesningsverktøyet som du finner under **Tools -> Measurements -> Cursor Measurements**.

Ved bruk av menyvalget **File -> Print to Figure** fra scopet, så blir ikke avlesningsdelen med i Matlab-figuren.

- Endre initialverdien til  $y(0) = -20$  og simuler. Hvordan endres det matematiske uttrykket  $y(t)$ ? Vis at simuleringsresultatet overstemmer med det matematiske uttrykket.

**Svar**

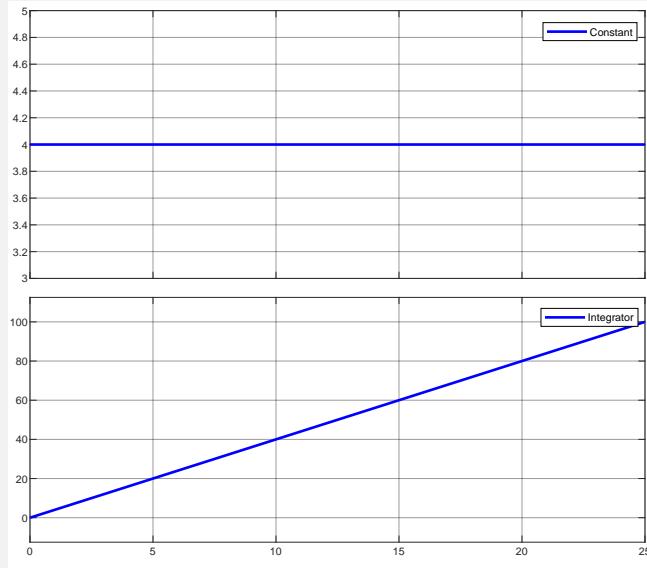
- Med  $u(t)=4$  og  $y(0)=0$ , blir integraluttrykket for  $y(t)$  som vist i ligning (4).

$$y(t) = \int_0^t 4d\tau + 0 = 4t \quad (4)$$

- Beregning av verdien ved tidspunkt  $t=25$  er vist i ligning (5)

$$y(25) = 4 \cdot 25 = \underline{\underline{100}} \quad (5)$$

- Resultatet fra scopet er vist i figur 2. Simuleringsresultatet gir samme svar som i (5).



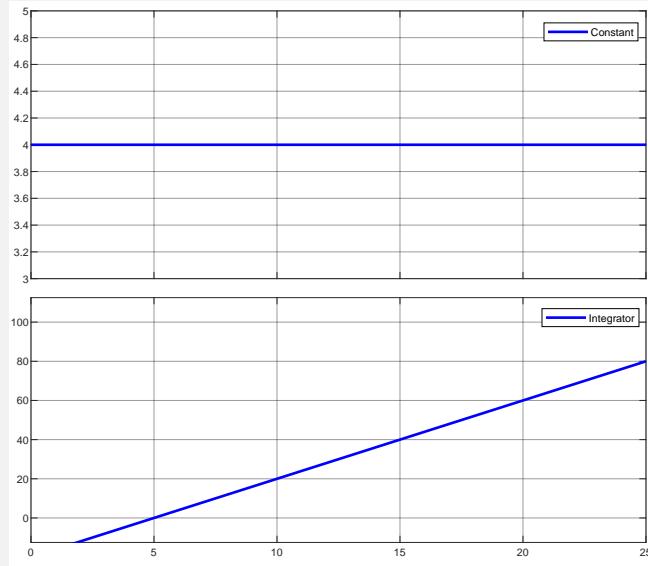
Figur 2: Resultat av blokkskjemaet i modellen.

- Resultatet fra scopet er vist i figur 2. Simuleringsresultatet gir samme svar som i (5).
- Det matematiske uttrykket for  $y(t)$  ved  $u(t)=4$  og  $y(0)=-20$  er vist i ligning (6).

$$y(t) = \int_0^t 4d\tau - 20 \quad (6)$$

- Det gir utregning som vist i (7).

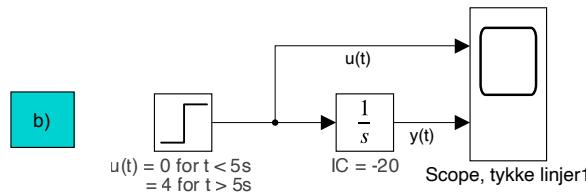
$$\begin{aligned} &= 4t - 20 \\ &= 4 \cdot 25 - 20 \\ &= \underline{\underline{80}} \end{aligned} \tag{7}$$



Figur 3: Resultat av blokkskjemaet i modellen.

- Simuleringsresultatet vist i figur 3 stemmer overens med resultatet i utregning (6). Initialverdien er -20, og verdien ved  $t=25$  er 80.

- b) Lag følgende modellen hvor Constant-blokken i oppgave a) er byttet ut med en Step-blokk som går fra 0 til 4 ved  $t=5$  som vist under



Uttrykket for utgangen  $u(t)$  er

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t < 5 \\ 4 & \text{for } t \geq 5 \end{cases} \quad (8)$$

La simuleringstiden fortsatt være 25 sekund.

- Benytt initialverdi  $y(0) = -20$ , og simuler modellen. Skriv ned det matematiske uttrykket for responsen  $y(t)$  formulert som

$$y(t) = \begin{cases} \dots & \text{for } t < 5 \\ \dots & \text{for } t \geq 5 \end{cases} \quad (9)$$

- Er simuleringsresultatet ved  $t=25$  sekund identisk med tilsvarende verdi funnet fra  $y(t=25)$  fra ligning (9).

### Svar

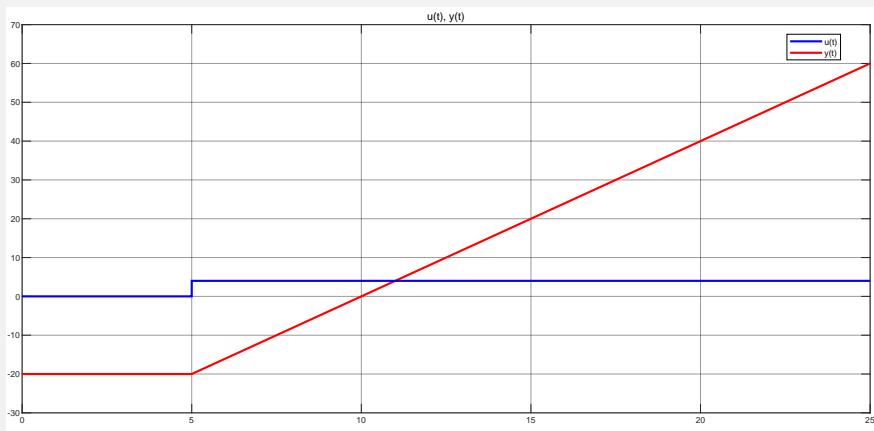
- Det matematiske uttrykket for responsen  $y(t)$  er vist i ligning (10).

$$y(t) = \begin{cases} -20 & \text{for } t < 5 \\ 4(t - 5) - 20 & \text{for } t \geq 5 \end{cases} \quad (10)$$

- For  $t=25$  blir utregning som vist i (11).

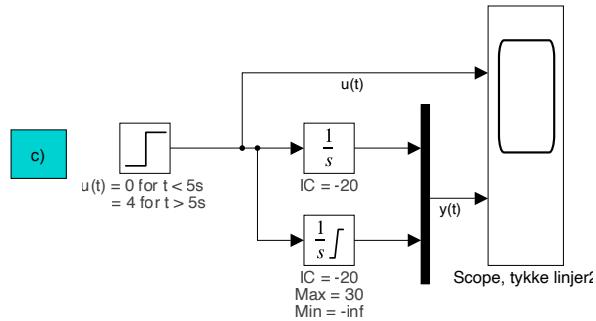
$$y(25) = 4 \cdot (25 - 5) - 20 = \underline{\underline{60}} \quad (11)$$

- Simuleringsresultatet ved  $t=25$  sekund er identisk med tilsvarende verdi funnet for  $y(t=25)$  i utregning (11). Dette er vist i figur 4.



Figur 4: Resultat av blokkskjemaet i modellen.

- c) Lag følgende modell som er en utvidelse av modellen fra oppgave b).

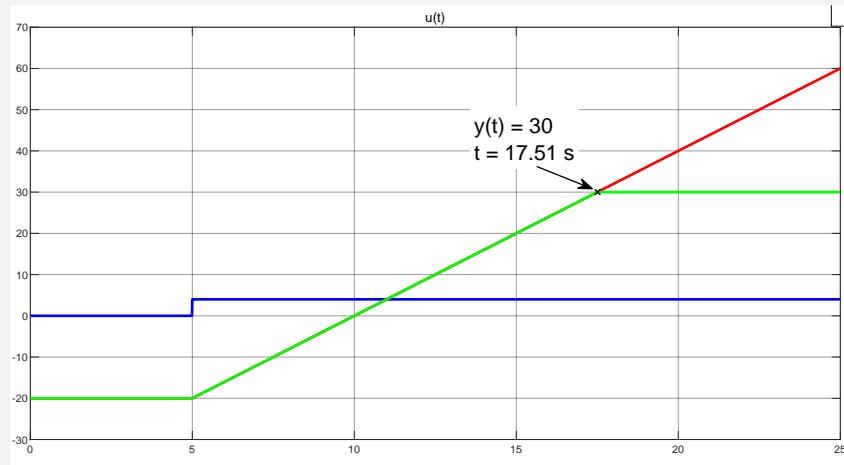


hvor det benyttes en **Integrator med begrensning**-blokk i parallel med den første integrator-blokkene hvor den nye blokken også har initialverdi  $y(0) = -20$ , men hvor utgangen er begrenset oppad til  $y_{max} = 30$ . La simuleringstiden fortsatt være **25 sekund**.

- Simuler modell og vis at utgangen fra den nye integratoren stoppes ved  $y_{max}$ .
- Hvordan ville du prinsipielt implementert integratorbegrensning i kode?

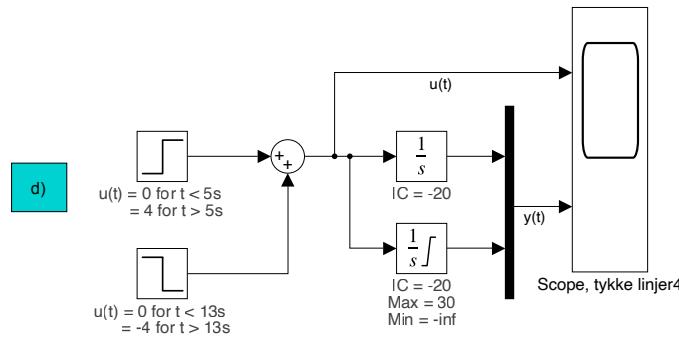
### Svar

- Som vist i simuleringsresultatet i figur 5 stoppes utgangen fra den nye integratoren ved  $y_{max} = 30$ .



Figur 5: Resultat av blokkskjemaet i modellen.

- d) Lag følgende modell, som er en utvidelse av modellen i oppgave c)



hvor signalet  $u(t)$  fortsatt går fra 0 til 4 ved  $t=5$  sekund, men at det går tilbake til 0 ved  $t=13$  sekund. La simuleringsiden fortsatt være 25 sekund. Simuler modellen.

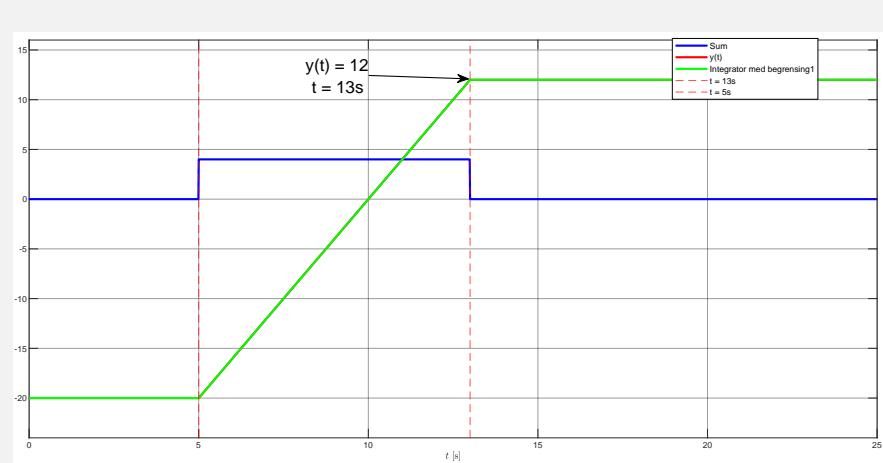
- Estimer arealet under  $u(t)$  og vis at det tilsvarer endringen i  $y(t)$ .
- Hvorfor beholder  $y(t)$  sin verdi når  $u(t)$  går tilbake til 0?

### Svar

- Beregningen av arealet under  $u(t)$  gjøres ved å integrere  $u(t)$  med hensyn på tid. Dette arealet vil tilsvare endringen i  $y(t)$  siden en integrator akkumulerer input over tid.
- $y(0)=-20$ .
- Areal akkumuleres deretter iht. verdiendringer i  $u(t)$ :
  - For  $0 \leq t < 5$  akkumuleres areal pålydende 0.
  - Fra  $5 \leq t < 13$  akkumuleres areal pålydende  $4 \times (13 - 5) = 32$ .
  - For  $t \geq 13$  akkumuleres areal pålydende 0.
- Totalt akkumulert areal: 32.
- Areal under kurven  $y(25)$  er vist i ligning (12)

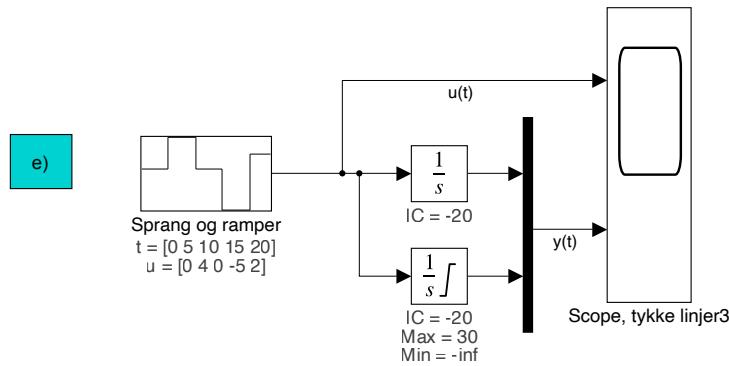
$$y(25) = 32 - 20 = \underline{\underline{12}} \quad (12)$$

- Som vist i simuleringsresultatet i figur 6 stoppes utgangen fra den nye integratoren ved  $y_{max}=30$ .



Figur 6: Resultat av blokkskjemaet i modellen.

e) Lag følgende modellen



Spesifiser **Sprang/ramper**-blokken med følgende verdier

- Tidspunkter som  $[0 \ 5 \ 10 \ 15 \ 20]$
- Utgangsverdier som  $[0 \ 4 \ 0 \ -5 \ 2]$

som betyr at

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } 0 \leq t < 5 \\ 4 & \text{for } 5 \leq t < 10 \\ 0 & \text{for } 10 \leq t < 15 \\ -5 & \text{for } 15 \leq t < 20 \\ 2 & \text{for } t \geq 20 \end{cases} \quad (13)$$

La simuleringstiden fortsatt være 25 sekund.

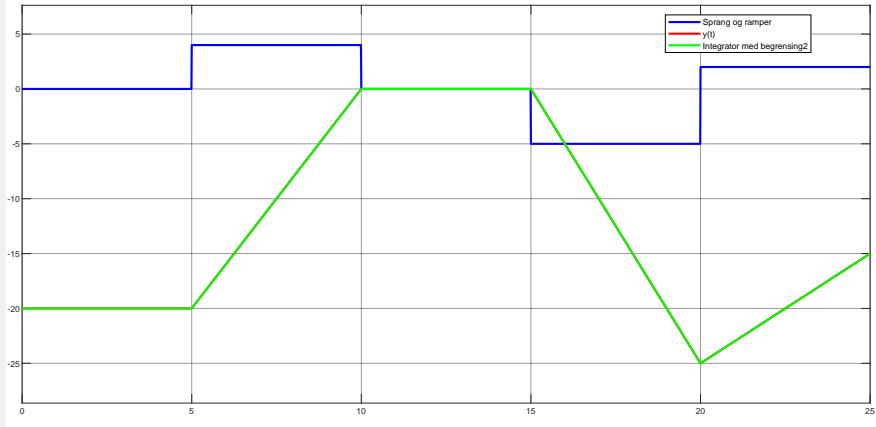
- Simuler modellen og ta med resultatet i besvarelsen din. Estimer arealet under  $u(t)$  (både positiv og negativt) og vis at summen tilsvarer endringen i  $y(t)$ .
- Endre signalet  $u(t)$  fra sprang til ramper ved å bytte interpolasjonsmetode fra **Trappetrinn** til **Linear** i rullegardinmenyen inne i **Sprang/ramper**-blokken. Simuler modellen på ny. Gjør en grovt estimat av arealet  $u(t)$  og vis at dette tilsvarer endringen i  $y(t)$ .

Vær klar over at du kan skrive både matematiske uttrykk, kommentarer, funksjoner og kode i alle feltene i alle Simulink-blokkene. Under vises noen eksempler på hva du kan skrive i feltet **Utgangsverdier**:

- $[0 \ 4 \ 0 \ -5 \ 2]*0.1$
- $[0 \ -3 \ 2 \ 0 \ 1] \quad \%[0 \ 4 \ 0 \ -5 \ 2]$
- `randn(1,5)`
- `1:0.1:1.4`

**Svar**

- Resultat av simulering med interpolasjonsmetode **Trappetrinn** er vist i figur 7.



Figur 7: Resultat av blokkskjemaet i modellen med interpolasjonsmetoden **Trappetrinn**.

- Estimert areal under  $u(t)$  er gitt av ligning (14).

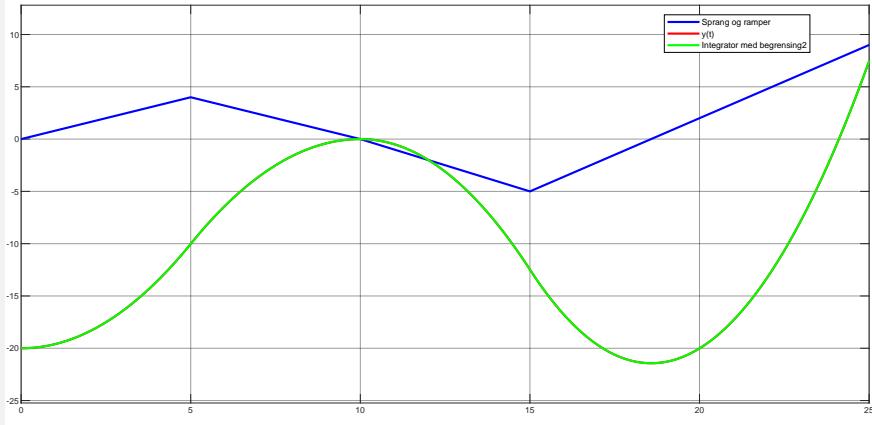
$$A(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } 0 \leq t < 5 \\ 4 \cdot 5 = 20 & \text{for } 5 \leq t < 10 \\ 0 & \text{for } 10 \leq t < 15 \\ -5 \cdot 5 = -25 & \text{for } 15 \leq t < 20 \\ 2 \cdot 5 = 10 & \text{for } 20 \leq t < 25 \end{cases} \quad (14)$$

- Endringer i  $y(t)$  er gitt av ligning (15).

$$\Delta y(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } 0 \leq t < 5 \\ 0 - (-20) = 20 & \text{for } 5 \leq t < 10 \\ 0 & \text{for } 10 \leq t < 15 \\ -25 - 0 = -25 & \text{for } 15 \leq t < 20 \\ -15 - (-25) = 10 & \text{for } 20 \leq t < 25 \end{cases} \quad (15)$$

- Vi kan se at hvert tidsintervall har samme areal i (14) og (??).
- Summen av arealene under  $u(t)$  er 5.  $y(25) - y(0) = 5$ . De er tilsvarende.

- Resultat av simulering med interpolasjonsmetode **Linear** er vist i figur 8.



Figur 8: Resultat av blokkskjemaet i modellen med interpolasjonsmetode **Linear**.

- Arealet under  $u(t)$  estimeres i ligning (17). For  $15 \leq t < 20$  er det delvis negativt og delvis positivt areal. Utregning av areal under kurven i dette tidsrommet er gitt av ligning (16).

$$\begin{aligned} \text{Slope} &= \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{2 - (-5)}{5} = \frac{7}{5} \\ \text{Negativt Areal (NA)} &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{5 \cdot 5}{7} \right) \cdot (-5) = -8.9 \\ \text{Positivt Areal (PA)} &= \frac{1}{2} \cdot \left( 5 - \frac{5 \cdot 5}{7} \right) \cdot 2 = 1.4 \\ \text{Areal} &= \text{NA} + \text{PA} = -7.5 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{Areal under } u(t) = \begin{cases} \frac{4.5}{2} = 10 & \text{for } 0 \leq t < 5 \\ \frac{4.5}{2} = 10 & \text{for } 5 \leq t < 10 \\ \frac{-5.5}{2} = -12.5 & \text{for } 10 \leq t < 15 \\ -7.5 & \text{for } 15 \leq t < 20 \\ \frac{7.5}{2} + 2 \cdot 5 = 27.5 & \text{for } 20 \leq t < 25 \end{cases} \quad (17)$$

- Totalt er arealet under kurven  $u(t) = 27.5$ .
- Endringen i  $y(t)$ :  $y(25) - y(0) = 7.5 - (-20) = 27.5$
- Arealet under  $u(t)$  samsvarer med endringen i  $y(t)$ .

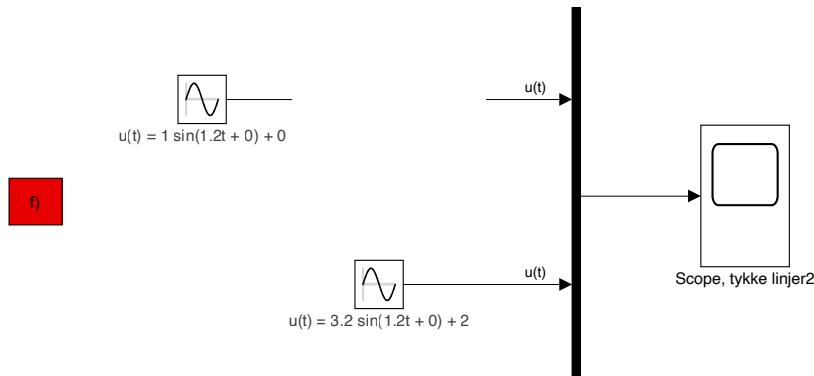
## Om Sine Wave-blokken

Alle modellene i denne delen av øvingen skal implementeres i subsystemet  
 Om Sine Wave-blokken, oppgave 2f)-2h) i skallfilen oving2\_skallfil.slx.

f) I denne oppgaven skal du implementere følgende signal på 2 måter.

$$u(t) = 3.2 \sin(1.2t) + 2 \quad (18)$$

Den ene varianten tar utgangspunkt i en Sine Wave-blokk som kun gir ut  $\sin(1.2t)$ . Det betyr at du må bygge opp signalet ved å bruke et utvalg av andre blokker, som f.eks. Gain, Constant, Product og Sum. Det er flere måter å gjøre dette på, og detaljene om dette er skjult i modellen under.



Den andre varianten er en Sine Wave-blokk direkte som vist nederst i modellen.  
 La simuleringstiden fortsatt være 25 sekund.

- Bygg opp og simuler modellen og vis at kurvene ligger over hverandre. Endre gjerne den røde kurven til å være stiplet slik at det er lettere å se at de ligger over hverandre.
- Uttrykket for  $u(t)$  i ligning (18) kan generelt skrives som

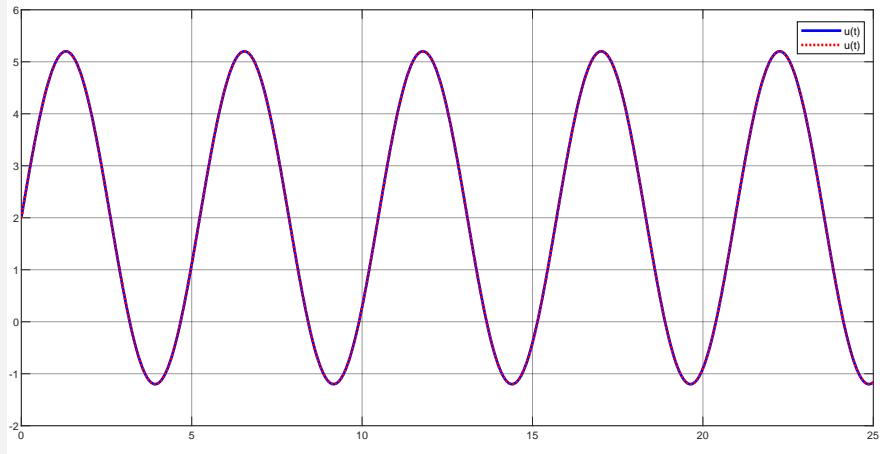
$$u(t) = U \cdot \sin(\omega \cdot t) + u_A \quad (19)$$

Vis hvordan du ved kun hjelp av avlesninger fra kurven scopet kan beregne estimater av følgende størrelser:

- amplituden  $U$
- frekvensen  $\omega$
- likevektsverdien  $u_A$

### Svar

- Kurvene ligger over hverandre, som vist i figur 9



Figur 9: Resultat av blokkskjemaet i modellen som viser at kurvene overlapper.

- For å finne amplituden,  $U$ , kan vi måle distansen mellom topp- og bunnpunkt og dele på 2. I vårt konkrete tilfelle blir det fra like over 5 til like under -1.  $U = 6.4 / 2 = 3.2$ .
- For å finne frekvens,  $\omega$ , kan vi måle perioden,  $T$ , og deretter regne det ut slik:  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ . I vårt konkrete tilfelle er  $T \approx 5.23$ s, og  $\omega = 1.2$ .
- Likevektsverdien er gjennomsnittsverdien som sinuskurven oscillerer rundt, altså midtpunktet mellom topp- og bunnpunkt:  $uA = 5.2 - 3.2 = 2.0$ .

g) I denne oppgaven skal du implementere følgende 3 signal ved bruk av en **Ramp**-blokk og to **Sine Wave**-blokker.

$$v_1(t) = 3.2 \sin(1.2t) + 2 \quad (20)$$

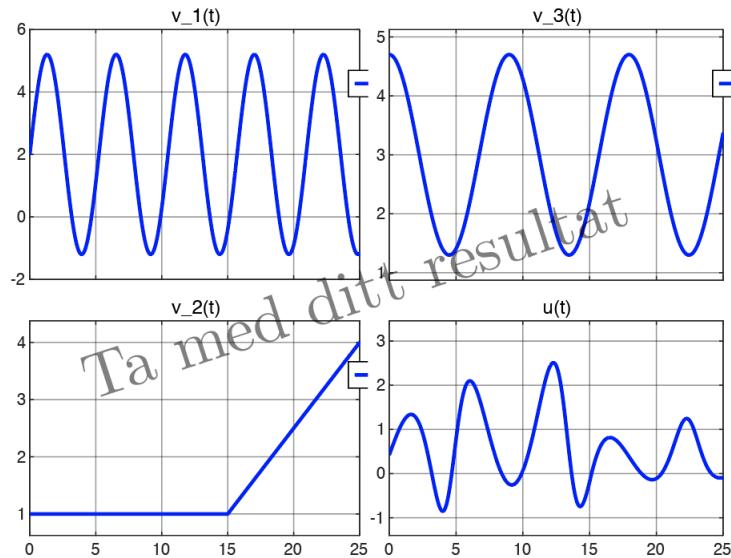
$$v_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{for } 0 \leq t < 15 \text{ sekund} \\ 1 + 0.3 \cdot (t - 15) & \text{for } t \geq 15 \text{ sekund} \end{cases} \quad (21)$$

$$v_3(t) = 1.7 \cos(0.7t) + 3 \quad (22)$$

Lag deretter et signal  $u(t)$  som baserer seg på de 3 signalene på følgende måte.

$$u(t) = \frac{v_1(t)}{v_2(t) \cdot v_3(t)} \quad (23)$$

Bruk kun én **Produkt**-blokk til å lage  $u(t)$ . Send alle 4 signalene til et scope, og vis at du får følgende resultat. La simuleringstiden fortsatt være 25 sekund.

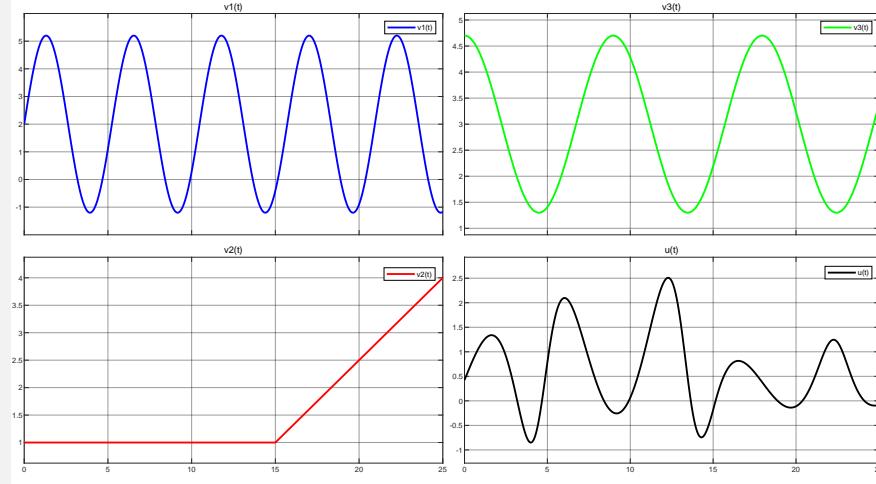


Figur 10: Simuleringsresultatet

Velg et vilkårlig tidspunkt etter  $t=15$  sekund og les av en verdi fra  $u(t)$ . Sett inn samme tidspunkt i ligning (23) innsatt  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  og  $v_3(t)$ , og vis at resultatet stemmer med simuleringen.

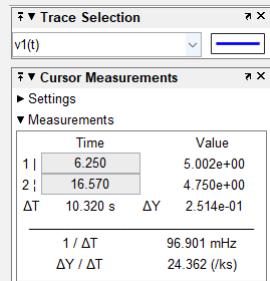
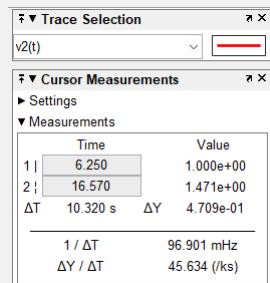
### Svar

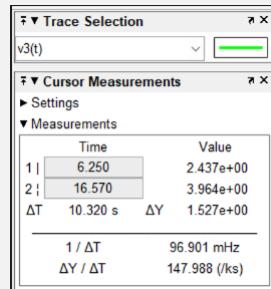
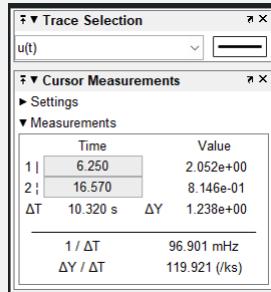
Resultat for  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$ ,  $v_3(t)$ ,  $u(t)$  er vist i figur 11.



Figur 11: Resultat av blokkskjemaet i modellen.

Ayleste verdier er avbildet i figur 12- 15.

Figur 12: Ayleste verdier for  $v1(t)$  ved  $t = 16.570$ .Figur 13: Ayleste verdier for  $v2(t)$  ved  $t = 16.570$ .

Figur 14: Avleste verdier for  $v3(t)$  ved  $t = 16.570$ .Figur 15: Avleste verdier for  $u(t)$  ved  $t = 16.570$ .

Ved  $t=16.570$ s er funksjonsverdiene som vist i (24).

$$v1(t = 16.570) = 4.750 \quad (24)$$

$$v2(t = 16.570) = 1.471$$

$$v3(t = 16.570) = 3.964$$

$$u(t = 16.570) = \underline{0.8146}$$

Vi setter verdiene inn i (23) og regner ut  $u(t)$ , for deretter å sammenligne med målt verdi. Resultatet er vist i (25).

$$u(t = 16.570) = \frac{4.750}{1.471 \cdot 3.964} \\ u(t = 16.570) \approx \underline{0.8146} \quad (25)$$

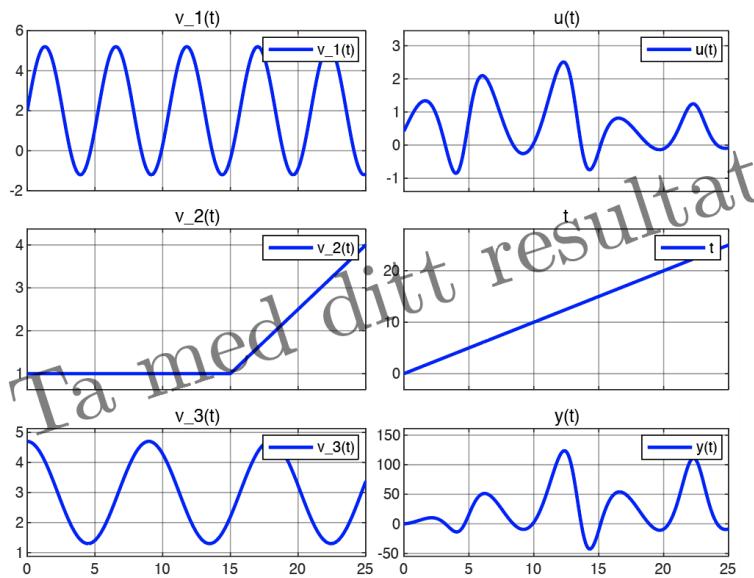
Beregnet verdi er lik simulert verdi.

h) Kopier modellen fra g) og lag et nytt signal som

$$y(t) = 4 \cdot u(t) \cdot t \quad (26)$$

ved å bruke en **Gain**-blokk, en **Clock**-blokk og en **Product**-blokk.

Utvil Scopet til 6 innganger med 6 delfigurer for å vise  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$ ,  $v_3(t)$ ,  $u(t)$ ,  $t$  og  $y(t)$ , og vis at du får følgende resultat. La simuleringstiden fortsatt være 25 sekund.



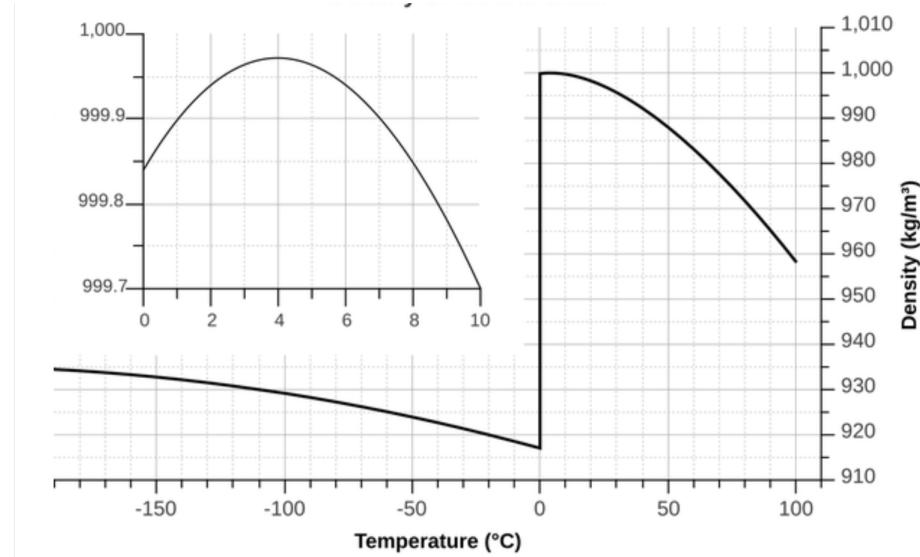
Figur 16: Simuleringsresultatet

Svar

## Om Lookup Table-blokken

Alle modellene i denne delen av øvingen skal implementeres i subsystemet **Om Lookup Table-blokken, oppgave 2i)-21)** i skallfilen **oving2\_skallfil.slx**.

- i) I denne oppgaven skal du begynne på en ny modell. Tettheten til vann som funksjon av temperatur er vist i figuren under



Figur 17: Tettheten vann som funksjon av temperatur. Detaljene mellom 0 og 10 grader er vist i egen delfigur.

Målet med oppgaven er å implementere sammenhengen i figur 17 i en **1-D Lookup table**-blokk som tar tempertur som et inngangssignal og gir ut tetthet som utgangssignal. Denne type blokk brukes for å implementere sammenhenger som ikke kan uttrykkes matematisk med en ligning. Blokken må spesifiseres med to vektorer med tallverdier som representerer kombinasjoner av verdier fra henholdsvis x-aksen og y-aksen. Ved å interpolere mellom punktene får du en kontinuerlig sammenhengen mellom inngangssignalet og utgangssignalet.

For å få med endringene i tetthet rundt 0°C samt detaljene mellom 0 og 10°C vist i delfiguren i figur 17, så tar vi utgangspunkt i følgende vektor med temperaturer fra -150°C til 100°C. Om du vil kan du legge inn flere punkter selv.

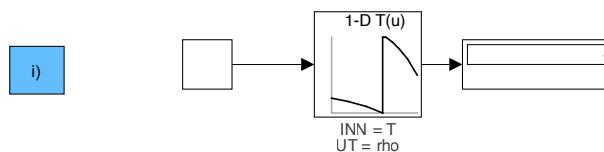
$$T = [-150, -100, -50, -0.001, 0, 2, 4, 6, 8, 10, 30, 50, 70, 100]$$

- Åpne skallfilen **oving2\_i\_o.p.m** og fullfør den tilhørende vektoren **rho** med tettheter avlest fra figur 17. Dette innebærer at for hver verdi i vektoren T ovenfor, så leser du av tilhørende tetthet fra figuren.

I .m-filen lages en figur som viser sammenhengen slik at du får bekreftet at du har avlest riktige verdier, og riktig antall verdier. Bakgrunnen for å bruke en .m-fil først er at det er lettere å oppdage feil der enn i selve Lookup Table-blokken.

- I Simulinkmodellen henter du inn en **1-D Lookup table**-blokk hvor du benytter disse to vektorene til å spesifisere blokken. Du kan nå velge å enten
  - kopiere inn vektorene med tallverdier i feltene
  - eller skrive **rho** og **T** i feltene. Dette betinger at du kjører .m-filen først slik at disse variablene er tilgjengelig i **Workspace**.

Fronten på blokken vil vise sammenhengen mellom temperatur og tetthet som vist under

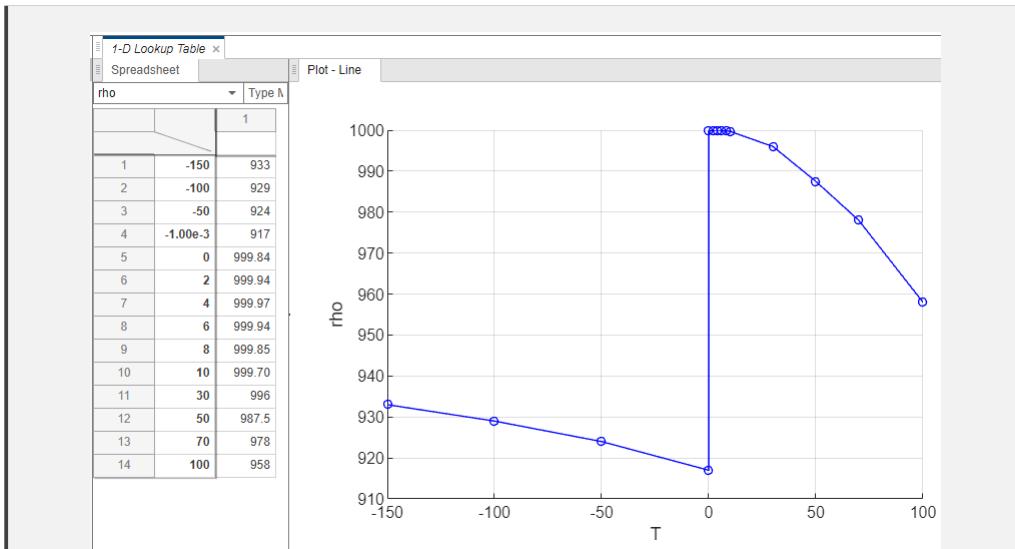
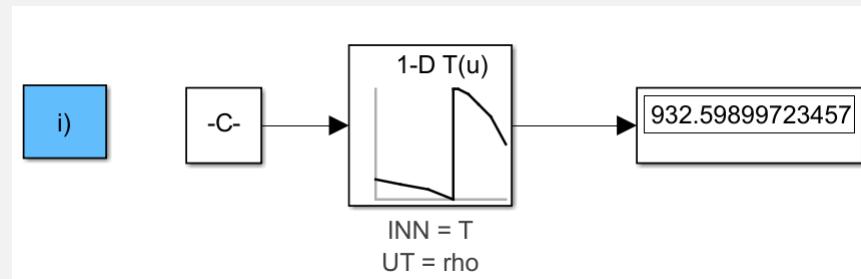


Inngangen kommer fra en **Constant**-blokk som representerer temperaturen, og utgangen går til en **Display**-blokk som viser tilhørende tetthet. Du kan dobbelklikke på **Display**-blokken og velge **Numeric display format** som **Long**.

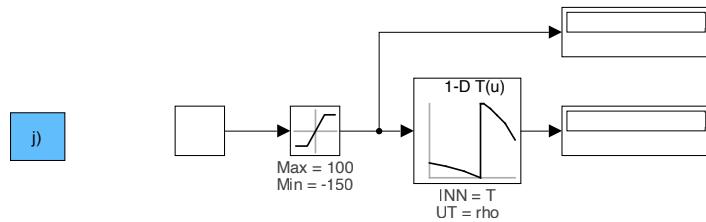
- Skrive inn en HELT vilkårlig temperaturverdier (gjerne med masse desimaler) mellom  $-150^{\circ}\text{C}$  til  $100^{\circ}\text{C}$  i **Constant**-blokka. **La simuleringstiden fortsatt være 25 sekund**. **Display**-blokken viser da en interpolert verdi. Ta med skjermdump av dette i innleveringen.  
Måten blokken interpolerer på er bestemt i fanen **Algorithm** under **Interpolation method**. Defaultverdien er som du ser **Linear point shape**.

### Svar

Data for vektor  $T$  og  $\rho$  er vist i figur 18.

Figur 18: Vektor  $T$  og  $\rho$ , og tilhørende plot.Figur 19: Resultat med  $C = -144.9874654321$  og interpolation method *Linear point-slope*.

- j) Kopier modellen fra i), og skriv inn et tall utenfor område  $-150^{\circ}\text{C}$  til  $100^{\circ}\text{C}$ . Som du ser vil blokka gi en verdi som er lineært interpolert utover det område blokka er spesifisert for. Siden dette ikke er korrekt i forhold til figur 17, skal du nå begrense verdien på det som sendes inn ved å benytte en **Saturation**-blokk som vist under



Spesifiser nedre grense lik  $-150$  og øvre grense lik  $100$ , og plasser blokken som vist over.

Legg gjerne til en ny **Display**-blokk som viser hvilken verdi som sendes inn til 1-D Lookup table-blokken.

Test ut med å skrive inn f.eks.  $-200$ ,  $200$  eller  $1000$  i Constant-blokken.

**La simuleringstiden fortsatt være 25 sekund.**

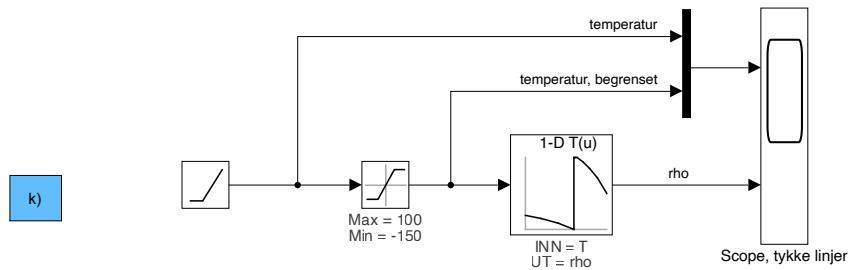
Ta med skjermdump av resultatet.

**Svar**

- k) Kopier modellen fra j), og erstatt **Constant**-blokken med en **Ramp**-blokk. Spefisifer rampen på en slik måte at temperaturen stiger fra  $-200^{\circ}\text{C}$  til  $+200^{\circ}\text{C}$  i løpet av simuleringstiden på 25 sekund ut fra følgende sammenheng

$$T(t) = -200 + a \cdot t \quad (27)$$

Endre videre modellen som vist under, og simuler modellen.



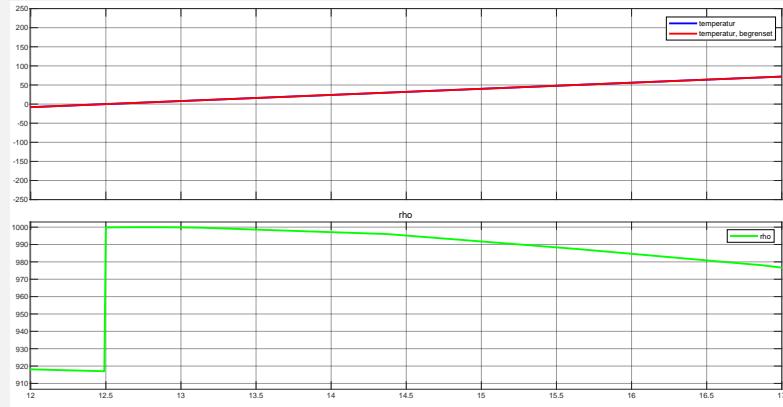
La simuleringstiden fortsatt være 25 sekund.

Forstør utgangssignalet mellom  $12 < t < 17$  sekund og ta med i innleveringen. Som du ser består kurven av lineære elementer som viser den lineære interpolasjonen som blokken utfører.

### Svar

Fordi temperatur skal stige lineært fra  $-200^{\circ}\text{C}$  til  $+200^{\circ}\text{C}$  i løpet av 25 sekunder blir ligningen for  $T(t)$  som vist i (28).

$$\begin{aligned} T(t) &= -200 + a \cdot t \\ a &= \frac{200 - (-200)}{25} = 16 \\ T(t) &= -200 + 16t \end{aligned} \quad (28)$$

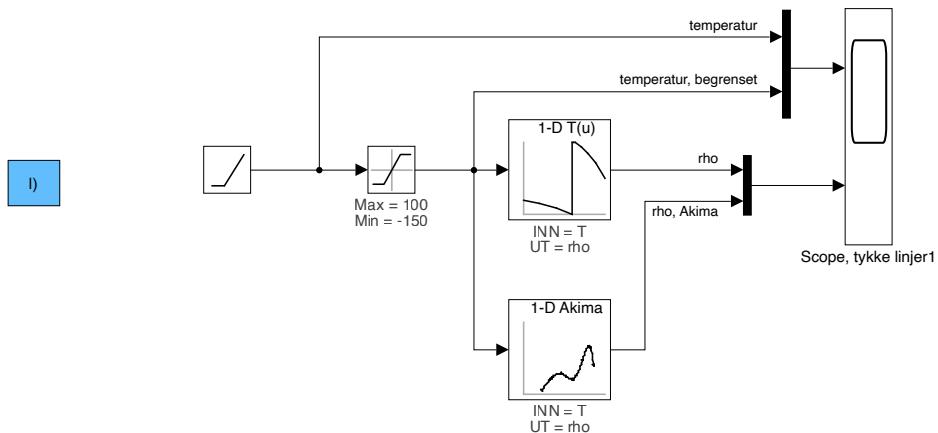


Figur 20: Resultat av 1-D Lookup Table med  $T$  generert av ligning (28) begrenset iht. ligning (29) ved hjelp av en *saturation*-komponent. Diagrammet er forstørret innenfor  $[12 < t < 17]$ .

$$u(t)_{max} = 100 \quad (29)$$

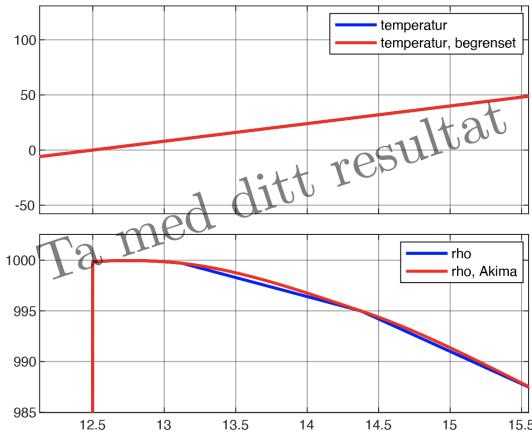
$$u(t)_{min} = -150$$

- 1) Kopier modellen fra deloppgave k). For å se forskjellen mellom to aktuelle interpolasjonsmetoder, skal du kopiere den allerede eksisterende **1-D Lookup Table**-blokka og legge den i parallel med den første som vist under.



Endre deretter interpolasjonsmetoden i den kopierte blokka til **Akima Spline**, sjekk [https://en.wikipedia.org/wiki/Akima\\_spline](https://en.wikipedia.org/wiki/Akima_spline). La simuleringstiden fortsatt være **25 sekund**.

Simuler modellen på ny, forstør et område rundt der hvor tettheten er  $\rho=1000$ , og vis at du får resultatet vist under.



Hva viser resultatet om forskjellen på interpolasjonsmetodene?

**Svar**

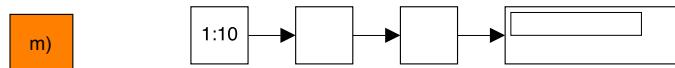
## Litt diverse

Alle modellene i denne delen av øvingen skal implementeres i subsystemet **Litt diverse, oppgave 2m)-2p)** i skallfilen **oving2\_skallfil.slx**.

- m) Implementer en Simulinkmodell for ligning (30)

$$a = \sum_{n=1}^{10} n^2 \quad (30)$$

Ta utgangspunkt i følgende struktur



hvor du ser at i **Constant**-blokken er tallene for  $n$  som **1:10** angitt. Bruk ellers en **Math Function**-blokk (velg operasjon fra menyen), en **Sum of elements**-blokk og en **Display**-blokk.

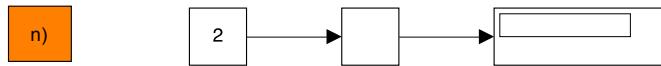
La simuleringstiden fortsatt være 25 sekund.

Svar

n) Implementer en modell som bruker eksponentialfunksjonen

$$e^x \quad (31)$$

Ta utgangspunkt i følgende struktur hvor konstantblokken med verdi 2 innebærer at  $x = 2$ .

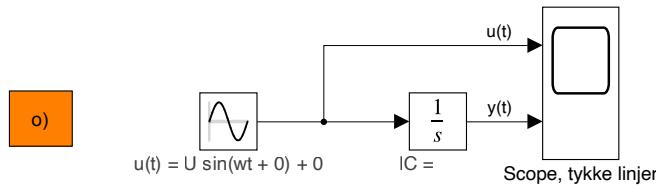


Bruk igjen en **Math Function**-blokk (velg riktig funksjon i menyen) og en **Display**-blokk.

La simuleringstiden fortsatt være 25 sekund.

Svar

- o) Kjør først filen `oving2_i_o_p.m`, og lag deretter modellen vist under



Som du ser har vi spesifiser  $u(t)$  som

$$u(t) = U \sin(\omega \cdot t) \quad (32)$$

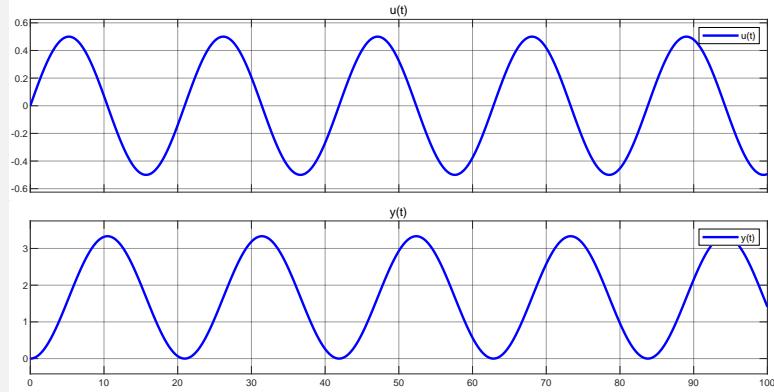
hvor  $U=0.5$  og  $\omega=0.3$  rad/s gitt i .m-filen. Ved å integrere  $u(t)$  med initialverdi  $y(0)=0$  finner vi uttrykket for  $y(t)$  som

$$y(t) = -\frac{U}{\omega} \cdot \cos(\omega \cdot t) + \frac{U}{\omega} \quad (33)$$

La simuleringstiden nå være 100 sekund, og ikke 25 sekund som tidligere.

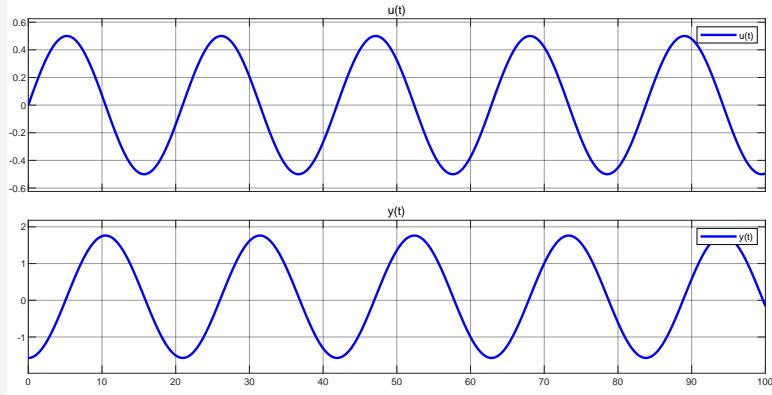
- Sett initialverdien til **0** i integratoren.  
Simuler modellen og vis at responsen til  $y(t)$  alltid er større enn 0.
- Vi ønsker å få  $y(t)$ -kurven til å svinge omkring  $y=0$ , og den eneste måten å få dette til på er å redusere initialverdien  $y(0)$  i integratoren. Bestem ny initialverdi som gjør at  $y(t)$  svinger omkring  $y=0$ , og simuler på ny.

### Svar



Figur 21: Resultat av 100s simulering av  $u(t)$  og integralet,  $y(t)$ .

Initialverdien som gjør at  $y(t)$  svinger omkring  $y = 0$  er negative halve amplituden, altså  $-\frac{\pi}{2}$ . Resultatet med ny initialverdi for  $y(t)$  er vist i figur 22



Figur 22: Nesten samme simulering som vist i figur 24 med én forskjell: initialverdien for  $y(t)$  er endret til  $-\frac{\pi}{2}$  slik at  $y(t)$  nå svinger omkring  $y = 0$ .

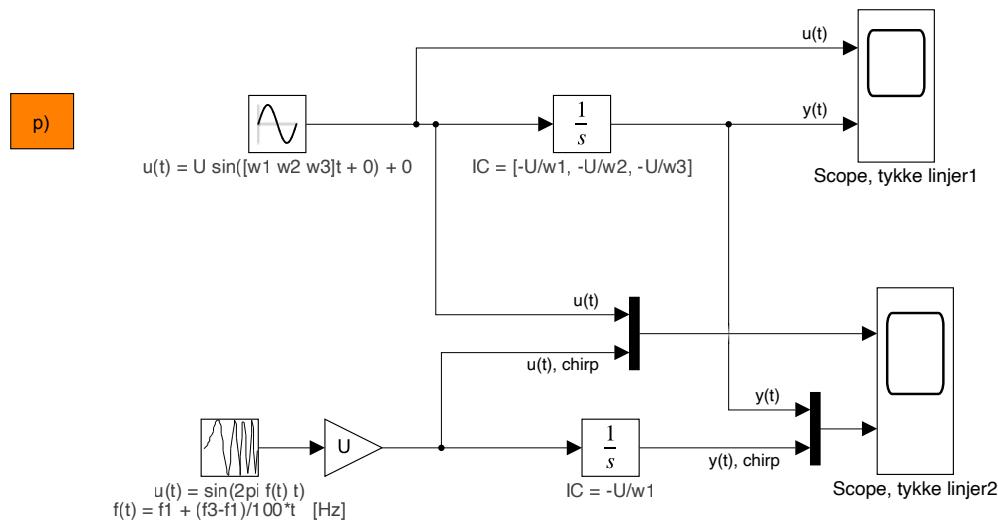
p) I denne oppgaven skal du integrerer følgende 3 signal.

$$u_1(t) = 0.5 \sin(0.3t) \quad (34)$$

$$u_2(t) = 0.5 \sin(0.55t) \quad (35)$$

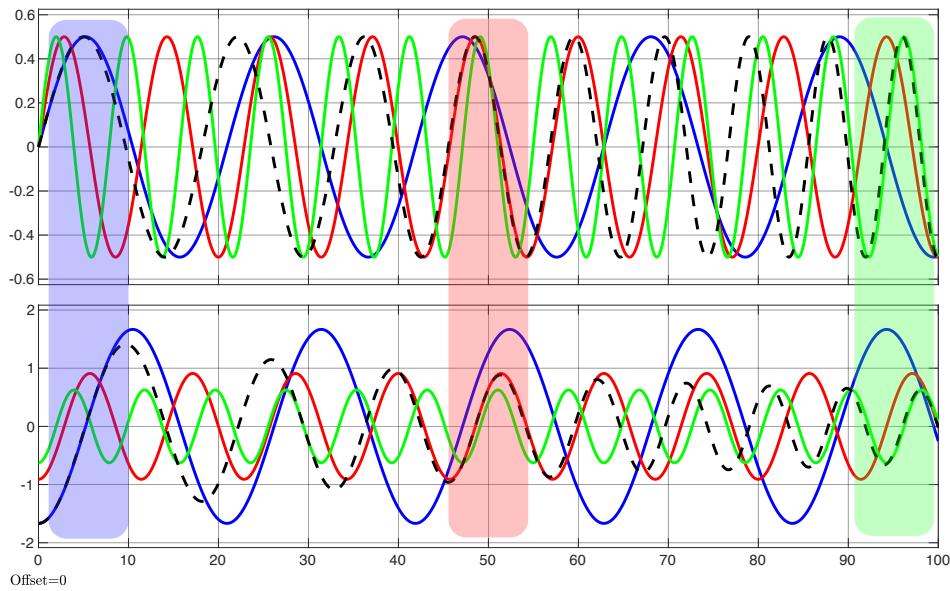
$$u_3(t) = 0.5 \sin(0.8t) \quad (36)$$

Hensikten med oppgaven er å vise hvordan disse 3 sinussignalene henger sammen med **Chirp**-blokken. Kjør først filen **oving2\_i\_o\_p.m**, og lag deretter modellen vist under



La simuleringstiden nå være 100 sekund.

- I **Sine Wave**-blokken spesifiserer du Frequency-feltet som **[w1, w2, w3]**.
- I **Chirp**-blokken spesifiserer du
  - **f1** som Initial frequency,
  - **f3** som Target frequency og
  - **100** som Target time (tilsvarer simuleringstiden).
- Spesifiser initialverdiene som vist i figuren slik at cosinuskurvene svinger omkring  $y=0$ .
- Simuler modellen og vis at du får et resultat som ligner på responsen i figur 23, hvor vi har endret den svarte kurven til stiplet slik at det er lettere å identifisere *Chirp*-signalet.



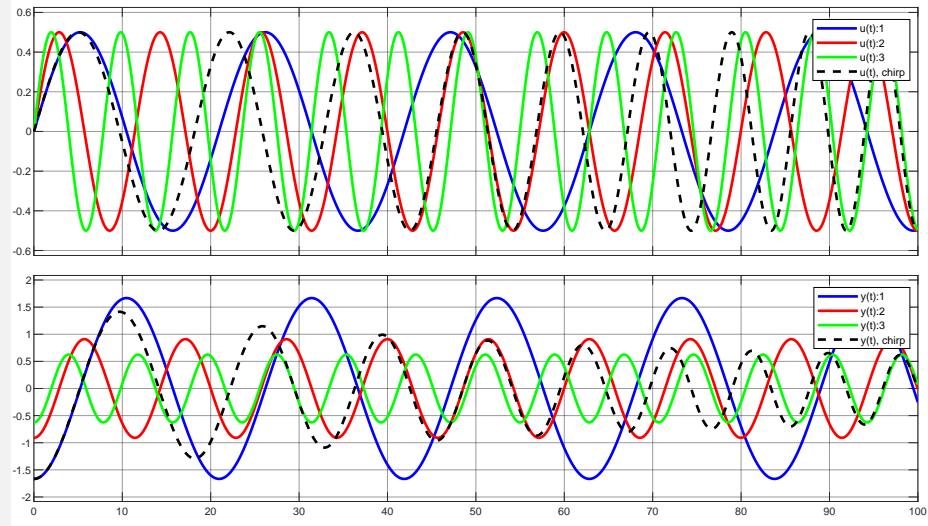
Figur 23: Simuleringsresultat. De fargelagte områdene er gjort i tegneprogram etterpå.

- Som du ser “overlapper” det svart-stippled chirp-signalen
  - med den blå sinuskurven i det blå feltet i begynnelsen,
  - med den røde sinuskurven i det røde feltet i midten,
  - med den grønne sinusslurven i det grønne feltet kurven i slutten
 og dette gjelder både i den øverste og nederste delfiguren.
- Som du ser så reduseres amplituden  $Y$  i integralet  $y(t)$  når frekvensen  $\omega$  øker. Forklar, ut fra et matematisk ståsted, hvorfor dette skjer? I forklaringen din kan du ta utgangspunkt i at uttrykket for  $y(t)$  er gitt av følgende sammenheng.

$$\begin{aligned}
 y(t) &= \int_0^t u(\tau)d\tau + y(0) \\
 &= \int_0^t U \cdot \sin(\omega \cdot \tau)d\tau + y(0) \\
 &= \dots \\
 &= \dots
 \end{aligned}$$

Fortsett på denne utledningen og finn det analytiske uttrykket for  $y(t)$ , og bruk dette til å forklare hvorfor amplituden til  $y(t)$  synker med økende frekvens  $\omega$ .

## Svar



Figur 24: Resultat av 100s simulering av blokkdiagrammet over.

- Sammenhengen mellom amplitude og vinkelfrekvens i integralet av et sinussignal er vist i ligning (37).

$$\begin{aligned} y(t) &= \int U \cdot \sin(\omega t) dt \\ &= -\frac{U}{\omega} \cos(\omega t) + C \end{aligned} \quad (37)$$

Amplituden,  $Y = \frac{U}{\omega}$ , er invers proporsjonal med  $\omega$ . Amplituden vil reduseres når vinkelfrekvensen øker, og motsatt.

- Det analytiske uttrykket for  $y(t)$  er vist i ligning (37)