

Notat 1, del 9 (av totalt 9 deler)



Symbolisk matematikk

Symbolic Math Toolbox

- Frem til nå: Numerisk matematikk, der vi setter inn verdier i variablene før vi regner i vei.
- Nå: **Symbolisk matematikk**. Vi har variabler som ikke har noen verdi i seg. Vi kan jobbe med symboler alene.
- For å utføre symbolisk matematikk i MATLAB, brukes tilleggspakken «Symbolic Math Toolbox», som følger med studentlisensen.

Muligheter i Symbolic Math Toolbox

- Manipulasjon og forenkling av uttrykk
- Løsning av algebraiske likninger
- Evaluering av uttrykk numerisk
- Derivasjon
- Integrasjon
- Analytiske løsning av differensiallikninger
- Laplace-transformasjon
- Fourier-transformasjon
- ...

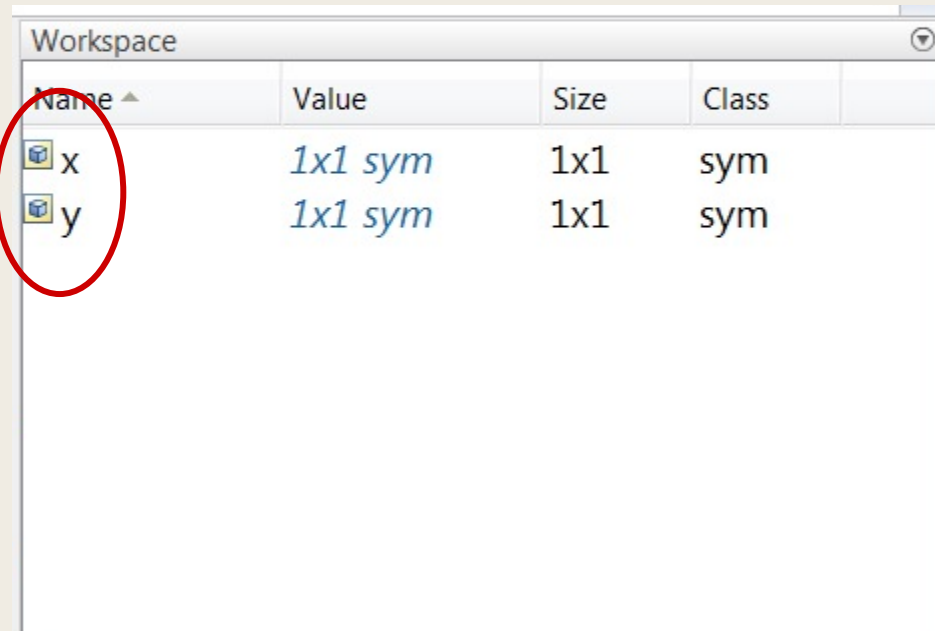
Symbolisk algebra

- Symbolske objekter i MATLAB opprettes ved å bruke
- **sym** eller **syms**
- Eksempel: **x = sym('x')** eller **syms x**

Lage Symbolske variabler

- Bruk **sym** for å lage
 - En eller flere symbolske variabler med eller uten restriksjoner:
 - matrise med gitt størrelse
 - om variabelen kun skal uttrykke positive tall
- Bruk **syms** som *sarvei* til **sym**
 - Enklere syntaks
 - Kan også angi restriksjoner (men ikke like mange)
 - Nye symbolske variabler kan lages ved å bruke allerede definerte symbolske variabler. Eksempel:
 - **syms x**
 - **$y = 2*(x+3)^2/(x^2+6*x+9)$**

Se på variablene i workspace



The image shows a screenshot of the MATLAB 'Workspace' window. It contains a table with four columns: 'Name', 'Value', 'Size', and 'Class'. Two rows are visible, representing variables 'x' and 'y'. Both variables are of size '1x1' and class 'sym'. A red circle is drawn around the 'Name' column for both 'x' and 'y'.

Name ^	Value	Size	Class
x	<i>1x1 sym</i>	1x1	sym
y	<i>1x1 sym</i>	1x1	sym

Både **x** og **y** er symbolske variabler

Manipulasjon av symbolske uttrykk

Noen nyttige funksjoner:

expand - utvide uttrykk

```
syms x
expand((x-5)*(x+5))
ans = x^2 - 25
```

factor - faktorisere

```
factor(x^3 - 1)
ans = [ x - 1, x^2 + x + 1]
```

collect - trekke sammen

```
collect(2*(x+3)^2+x^2+6*x+9)
ans = 3*x^2 + 18*x + 27
```

simplify – forenkle

```
simplify(sin(x)^2 + cos(x)^2)
ans = 1
```

Substituering av deler symbolske uttrykk

Noen nyttige funksjoner:

subs - subsitituer

vpa – presentere verdier fra symbolske beregninger på en hensiktsmessig måte

```
>> syms x fx a b
>> fx=a*x^2 + b*x^3
fx = a*x^2 + b*x^3;

>> fx=subs(fx,{a,b},{2/55, 1/678})
fx = x^3/678 + (2*x^2)/55

>> f_a=subs(fx,x,2.3)
f_a = 313697/1491600

>> vpa(f_a,2)

ans = 0.21
```


Evaluering av symbolske uttrykk

Noen nyttige funksjoner:

eval – evaluer

Du kan gjerne kombinere flere funksjoner som

```
syms x fx
```

```
>> fx = sin(x)*(x-1)^2  
fx = sin(x)*(x-1)^2
```

```
>> x_verdier = [-2:1:2]  
x_v = -2      -1      0      1      2
```

```
>> fx = subs(fx,x,x_verdier)  
fx = [-9*sin(2), -4*sin(1), 0, 0, sin(2)]
```

```
>> fx = eval(fx)  
fx = -8.1837 -3.3659 0 0 0.9093
```

```
>> fx = eval(subs(fx,x,x_verdier))  
fx = -8.1837 -3.3659 0 0 0.9093
```

Løse uttrykk

solve-funksjonen (sette uttrykket til 0 og løse)

```
syms x
E = x-3
solve(E)
ans =
     3
```

```
syms x
solve(x^2-9)
ans =
    -3
     3
```

```
syms x
solve(x^2-9==0)
ans =
    -3
     3
```

Vi kan like enkelt bruke **solve** til å få svaret symbolsk, med hensyn på en variabel. F.eks. variabelen **a**

```
syms a b c x
solve(a*x^2 + b*x + c, a)
ans =
    -(c + b*x)/x^2
```

Løse likninger

$$k = k_0 e^{-\frac{Q}{RT}}$$

```
syms k k_0 Q R T
T = solve(k == k_0*exp(-Q/(R*T)), T);

pretty(T)
      Q
  -  ----
      /  k  \
  R log| --- |
      \ k_0 /

latex(T)

ans =

'-\frac{Q}{R\, , \ln\left(\frac{k}{k_{0}}\right)}'
```

Matematisk analyse

Derivasjon

$$f(x) = x^2 + 3x + 4$$

diff-funksjonen

$$\frac{d}{dx} f(x) = ?$$

```
syms x
f = x^2 + 3*x + 4
fd = diff(f)
fd =
    2*x + 3
```

Integrasjon

$$f(x) = x^2$$
$$\int f(x) = ?$$

int-funksjonen

(mangler integrasjonskonst.)

```
syms x
f = x^2
fi = int(f)
fi =
    x^3/3
```

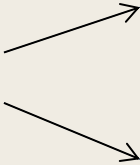
Høyere ordens deriverte

Dobbeltderivert

Eksempel:


$$f(x) = x^2 + 3x + 4$$

$$\frac{d^2}{dx^2} f(x) = ?$$



```
syms x
f = x^2 + 3*x + 4
fdd = diff(diff(f))
fdd =
     2
```

```
f = x^2 + 3*x + 4
fdd = diff(f,2)
fdd =
     2
```



Symbolic Differentiation

<code>diff(f)</code>	Returns the derivative of the expression f with respect to the <u>default</u> independent variable	<pre>syms x z f = x^3 + z^2 diff(f) ans = 3*x^2</pre>
<code>diff(f,t)</code>	Returns the derivative of the expression f with respect to the variable t .	<pre>diff(f,z) ans = 2*z</pre>
<code>diff(f,n)</code>	Returns the n th derivative of the expression f with respect to the <u>default</u> independent variable.	<pre>diff(f,2) ans = 6*x</pre>
<code>diff(f,t,n)</code>	Returns the n th derivative of the expression f with respect to the variable t .	<pre>diff(f,z,2) ans = 2</pre>

Symbolic Integration

<code>int(f)</code>	The <u>indefinite</u> integral of the expression f with respect to the <u>default</u> independent variable	<pre>syms x z f = x^3 + z^2 int(f) ans = x^4/4 + x*z^2</pre>
<code>int(f,t)</code>	The <u>indefinite</u> integral of the expression f with respect to the variable t .	<pre>int(f,z) ans = x^3*z + z^3/3</pre>
<code>int(f,a,b)</code>	The <u>definite</u> integral with respect to the <u>default</u> variable, of the expression f with limits, a and b.	<pre>int(f,2,3) ans = z^2 + 65/4 syms a b int(f,a,b) ans = - a^4/4 - a*z^2 + b^4/4 + b*z^2</pre>
<code>int(f,t,a,b)</code>	The <u>definite</u> integral with respect to the variable t , of the expression f with limits, a and b.	<pre>int(f,z,2,3) ans = x^3 + 19/3</pre>
<code>int(f,int(f,t,a,b),v,a,b)</code>	Iterated <u>definite</u> integral with respect to the variable t and v , of the expression f with limits, a, b, c and d.	<pre>int(int(f,x,2,3),z,2,3) ans = 271/12 int(int(f,z,2,3),x,2,3) ans = 271/12 (looks good, Fubini!)</pre>