Notat 1, del 9 (av totalt 9 deler)

Universitetet i Stavanger

Symbolsk matematikk

Symbolic Math Toolbox

- Frem til nå: Numerisk matematikk, der vi setter inn verdier i variablene før vi regner i vei.
- Nå: **Symbolsk matematikk**. Vi har variabler som ikke har noen verdi i seg. Vi kan jobbe med symboler alene.
- For å utføre symbolsk matematikk i MATLAB, brukes tilleggspakken «Symbolic Math Toolbox», som følger med studentlisensen.

Mulighetere i Symbolic Math Toolbox

- Manipulasjon og forenkling av uttrykk
- Løsning av algebraiske likninger
- Evaluering av uttrykk numerisk
- Derivasjon
- Integrasjon
- Analytiske løsning av differensiallikninger
- Laplace-transformasjon
- Fourier-transformasjon
- ...

Symbolsk algebra

- Symbolske objekter i MATLAB opprettes ved å bruke
- **sym** eller **syms**
- Eksempel: **x = sym('x')** eller **syms x**

Lage Symbolske variabler

- Bruk **sym** for å lage
  - En eller flere symbolske variabler med eller uten restriksjoner:
  - matrise med gitt størrelse
  - om variabelen kun skal uttrykke positive tall
- Bruk **syms** som *snarvei* til **sym**
  - Enklere syntaks
  - Kan også angi restriksjoner (men ikke like mange)
  - Nye symbolske variabler kan lages ved å bruke allerede definerte symbolske variabler. Eksempel:
  - **syms x**
  - **y = 2*(x+3)^2/(x^2+6*x+9)**

Se på variablene i workspace

Workspace

Name	Value	Size	Class
x	*1x1 sym*	1x1	sym
y	*1x1 sym*	1x1	sym

Både **x** og **y** er symbolske variabler

Manipulasjon av symbolske uttrykk

Noen nyttige funksjoner:

expand - utvide utrykk

```
syms x
expand((x-5)*(x+5))
ans = x^2 - 25
```

factor - faktorisere

```
factor(x^3 - 1)
ans = [ x - 1, x^2 + x + 1]
```

collect - trekke sammen

```
collect(2*(x+3)^2+x^2+6*x+9)
ans = 3*x^2 + 18*x + 27
```

simplify – forenkle

```
simplify(sin(x)^2 + cos(x)^2)
ans = 1
```

Substituering av deler symbolske uttrykk

Noen nyttige funksjoner:

subs - subsitituer

vpa – presentere verdier fra symbolske beregninger på en hensiktsmessig måte

```
>> syms x fx a b
>> fx=a*x^2 + b*x^3
fx = a*x^2 + b*x^3;

>> fx=subs(fx,{a,b},{2/55, 1/678})
fx = x^3/678 + (2*x^2)/55

>> f_a=subs(fx,x,2.3)
f_a = 313697/1491600

>> vpa(f_a,2)

ans = 0.21
```

Evaluering av symbolske uttrykk

Noen nyttige funksjoner:

eval – evaluer

```
syms x fx

>> fx = sin(x)*(x-1)^2
fx = sin(x)*(x-1)^2

>> x_verdier = [-2:1:2]
x_v =  -2     -1      0      1      2

>> fx = subs(fx,x,x_verdier)
fx = [-9*sin(2), -4*sin(1), 0, 0, sin(2)]

>> fx = eval(fx)
fx = -8.1837  -3.3659  0   0  0.9093
```

Du kan gjerne kombinere flere funksjoner som

```
>> fx = eval(subs(fx,x,x_verdier))
fx = -8.1837  -3.3659  0   0  0.9093
```

Løse uttrykk

`solve`-funksjonen (sette uttrykket til 0 og løse)

```
syms x
E = x-3
solve(E)
ans =
  3
```

```
syms x
solve(x^2-9)
ans =
 -3
  3
```

```
syms x
solve(x^2-9==0)
ans =
 -3
  3
```

Vi kan like enkelt bruke **`solve`** til å få svaret symbolsk, med hensyn på en variabel. F.eks. variabelen **a**

```
syms a b c x
solve(a*x^2 + b*x + c,a)
ans =
  -(c + b*x)/x^2
```

Løse likninger

$$k = k_0 \mathrm{e}^{-\frac{Q}{RT}}$$

```
syms k k_0 Q R T
T = solve(k == k_0*exp(-Q/(R*T)),T);

pretty(T)
        Q
- ------------
       /  k  \
  R log| --- |
       \ k_0 /

latex(T)

ans =

    '-\frac{Q}{R\,\ln\left(\frac{k}{k_{0}}\right)}'
```

Matematisk analyse

Derivasjon

$$f(x) = x^2 + 3x + 4$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x) = ?$$

diff-funksjonen

```
syms x
f = x^2 + 3*x + 4
fd = diff(f)
fd =
   2*x + 3
```

Integrasjon

$$f(x) = x^2$$

$$\int f(x) = ?$$

int-funksjonen

(mangler integrasjonskonst.)

```
syms x
f = x^2
fi = int(f)
fi =
   x^3/3
```

Høyere ordens deriverte

Dobbeltderivert

Eksempel:

$$f(x) = x^2 + 3x + 4$$

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} f(x) = ?$$

```
syms x
f = x^2 + 3*x + 4
fdd = diff(diff(f))
fdd =
   2
```

```
f = x^2 + 3*x + 4
fdd = diff(f,2)
fdd =
   2
```

Symbolic Differentiation

`diff(f)`	Returns the derivative of the expression ***f*** with respect to the default independent variable	`syms x z`
		`f = x^3 + z^2`
		`diff(f)`
		`ans = 3*x^2`

`diff(f,t)`	Returns the derivative of the expression ***f*** with respect to the variable ***t***.	`diff(f,z)` `ans = 2*z`
`diff(f,n)`	Returns the **n**th derivative of the expression ***f*** with respect to the default independent variable.	`diff(f,2)` `ans = 6*x`
`diff(f,t,n)`	Returns the **n**th derivative of the expression ***f*** with respect to the variable ***t***.	`diff(f,z,2)` `ans = 2`

Symbolic Integration

`int(f)`	The <u>indefinite</u> integral of the expression ***f*** with respect to the <u>default</u> independent variable	`syms x z`
		`f = x^3 + z^2`
		`int(f)`
		`ans = x^4/4 + x*z^2`

`int(f,t)`	The <u>indefinite</u> integral of the expression ***f*** with respect to the variable ***t***.	`int(f,z)` `ans = x^3*z + z^3/3`

`int(f,a,b)`	The <u>definite</u> integral with respect to the <u>default</u> variable, of the expression ***f*** with limits, a and b.	`int(f,2,3)`
		`ans = z^2 + 65/4`
		`syms a b`
		`int(f,a,b)`
		`ans = - a^4/4 - a*z^2 + b^4/4 + b*z^2`

`int(f,t,a,b)`	The <u>definite</u> integral with respect to the variable ***t***, of the expression ***f*** with limits, a and b.	`int(f,z,2,3)` `ans = x^3 + 19/3`

`int(f,int(f,t,a,b),v,a,b)`	Iterated <u>definite</u> integral with respect to the variable ***t*** and ***v***, of the expression ***f*** with limits, a, b, c and d.	`int(int(f,x,2,3),z,2,3)`
		`ans = 271/12`
		`int(int(f,z,2,3),x,2,3)`
		`ans = 271/12`
		`(looks good, Fubini!)`