Aufgabe 17

Beweisen Sie folgende Aussagen durch formales Nachprüfen der Definition der Landauschen Symbole (limes-Definition benutzen!) aus der Vorlesung oder widerlegen Sie die Aussage durch Angabe eines Gegenbeispiels (mit Begründung, warum dies ein Gegenbeispiel ist):

a) $\boldsymbol{u(n) \in o\left(n^{\frac{1}{2}}\right) \Rightarrow u(n) * u(n) \in O(n)}$

Da bewiesen werden soll, dass $u^2(n)$ langsamer oder gleich schnell wächst wie n, wird für $u(n)$ die obere Schranke hergenommen. Wenn $u(n)$ langsamer wächst als die Schranke, wächst $u^2(n)$ auf jeden Fall auch langsamer.

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^{\frac{1}{2}} * n^{\frac{1}{2}}}{n}\right) = \lim_{n\to\infty} 1 = 1 \le c$$

Die Aussage ist somit wahr.

b) $\boldsymbol{u(n) \in O(n^2)}$ **und** $\boldsymbol{v(n) \in \Theta(n^2) \Rightarrow u(n) + v(n) \in O(n^2)}$

$u(n) = n^2, v(n) = n^2$

$u(n) + v(n) = 2n^2$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2}{n^2}\right) = \lim_{n\to\infty} 2 = 2 \le c$$

Die Aussage ist vermutlich auch wahr, nur entzieht es sich dem Verständnis des Autors warum das so ist.