

Institut für Theoretische Informatik
Peter Widmayer
Michael Gatto, Beat Gfeller

Karatsuba-Rechenbeispiel

Wir berechnen hier $2328 \cdot 1742$ mit der Methode von Karatsuba/Ofman.
Zuerst eine kurze Repetition des Schemas:

$$AB \cdot CD = \begin{array}{c|c|c} A \cdot C & & \\ & A \cdot C & \\ & B \cdot D & \\ & (A - B) \cdot (D - C) & \\ \hline & & B \cdot D \end{array}$$

Um also $2328 \cdot 1742$ zu berechnen, müssen wir das Schema wie folgt anwenden: $A = 23$, $B = 28$, $C = 17$, $D = 42$.

Wir müssen also zuerst $A \cdot C = 23 \cdot 17$ ausrechnen:

$$\begin{array}{r|l} 23 \cdot 17 = & \begin{array}{c} 2 \\ 2 \\ -6 \end{array} \\ \hline & 3 \quad 9 \quad 1 \end{array}$$

Danach $B \cdot D = 28 \cdot 42$:

$$\begin{array}{r|l} 28 \cdot 42 = & \begin{array}{c} 8 \\ 1 \\ 1 \end{array} \\ \hline & 11 \quad 7 \quad 6 \end{array}$$

Schliesslich müssen wir noch $(A - B) \cdot (D - C) = (23 - 28) \cdot (42 - 17) = -5 \cdot 25$ rechnen (das könnte man auch im Kopf, aber der Vollständigkeit halber hier mit Karatsuba). Wir rechnen hier $5 \cdot 25$ und setzen dann erst ein $-$ vor das Resultat:

$$\begin{array}{r|l} 05 \cdot 25 = & \begin{array}{c} 0 \\ 2 \\ -1 \end{array} \\ \hline & 1 \quad 2 \quad 5 \end{array}$$

Also ist $-5 \cdot 25 = -125$.

Jetzt haben wir alle Zwischenresultate zusammen, um $2328 \cdot 1742$ zu berechnen:

$$\begin{array}{r|l} 2328 \cdot 1742 = & \begin{array}{c} 391 \\ 11 \\ -(1) \end{array} \\ \hline & 405 \quad 53 \quad 76 \end{array}$$

Wir erhalten $2328 \cdot 1742 = 4'055'376$.