覆盖性质的特征理论

一般拓扑学论题之一

蒋继光

序　言

本书介绍基本覆盖性质的特征理论, 重心是仿紧空间和次亚紧空间的刻画. 所谓基本覆盖性质还包括亚紧性, 次仿紧性, 正规覆盖, 可缩性和強仿紧性等. 某类覆盖性质的特征或刻画 (characterizations) 是指与该性质的原始定义等价的命题. 这些特征命题一般比原始定义更弱. 自从 A.H.Stone [1948] 建立 T_2 仿紧性的重合定理以来，寻找仿紧空间及广义仿紧空间的各种各样的特征的努力一直延续至今. 发现不少美妙定理与精巧技术，形成系统理论. 本书试图叙述这一领域的主要成果，全部给予证明. 仿紧空间的刻画分别在 §2.3 与 §4.2 介绍, §2.3 介绍不附加分离公理的仿紧性的刻画. §4.2 则介绍包含 T_2 仿紧空间为子类的 λ 完满正规空间的刻画. 作为它的另一子类, 正规 λ 强仿紧空间, 在 §4.3 中介绍. §2.1 介绍次亚紧空间的刻画. 这三节是特征理论的重心. §3.1 介绍正规覆盖的刻画，包含了点集拓扑学发展早期的一些好结果. §3.2 介绍集体正规空间与可缩空间的刻画. 这两节的内容是基本的, 不仅有其自身的意义，也是 §4.2 中定理证明需要引用的. §4.1 与 §2.2 分别介绍次仿紧与亚仿紧空间的刻画. 每种覆盖性质有一类型刻画，我们称之为分解定理, 即这种刻画表现为比它较弱的两种拓扑性质之和 (或两类较弱空间类的交). 其中一类是可扩型空间，另一类我们称之为弱覆盖性质. 我们在 §1.2 与 §1.3 中分别介绍这些空间需要的知识. 其中也有值得学习和欣赏的好结果。

有关覆盖性质的特征理论的已有文献，我愿推荐: [Bur84], [Jun80], [Gao2008] 和 [Yas89].

本书假定读者了解点集拓扑学的基础知识, 如 [Eng77] 的前 5 章, 或 [Gao2008] 的前 6 章. 集合论只需了解基数与序数的一般性质.

本书的参考文献只限于本书所引用者. 我在此向每一位作者谨致敬意和谢忱. 最后, 我对部分作者被引用的工作 (他们引入的概念和建立的定理的) 做了一个索引. 按照每一位作者被引用论文的最早发表年份为序排列他们的姓名. 这个索引有助于了解特征理论的发展历史.

蒋继光
于成都四川大学竹林村
乙未暮春

目 录

第一章 预备

覆盖性质有一类型的刻画是把它们分解成另两类较弱的拓扑性质的和. 其中一类是可扩型性质，另一类是较弱的其它覆盖性质. 例如, 一个拓扑空间是仿紧的当且仅当它是可扩的和次亚紧的. 我们把这种类型的刻画叫分解定理. 本章第 2 节介绍用于各种分解定理的弱覆盖性质. 第 3 节则介绍用作另一分解因子的可扩型性质. 它们的应用将在后面的章节中介绍.

1.1 记号、术语与基本事实

集合简称*集*, 集的元素简称*元*. 本书中的全称量词“对每一个”或符号“$\forall$”经常省略. 例如, “对每一个 $\alpha \in \Delta$, $A_\alpha \subset B_\alpha$”, 常简述为“$A_\alpha \subset B_\alpha$”. 但存在量词 $\exists$ 不可省略. 等号“$=$”的基本用法是, 它两端的集具有相同的元. 我们还赋与它一种广义的用法, 让 P, Q 表示由若干字母组成的符号, 则 $P = Q$ 可以表示 P 是 Q 的一个名称 (暂用的或专用的). 例如 $A = \{x, y\}$, 这里 A 是右边那个无序对的暂用名称. $\mathbb{R} = \{x : x \text{ 是一个实数}\}$ 表示我们总用 $\mathbb{R}$ 表示实数直线并赋予区间拓扑. $\phi = \{u : u \neq u\}$ 表示唯一的*空集*. P 也可以是 Q 的一个缩写或简记. 如 $\mathscr{P}(X) = \{A : A \subset X\}$, 叫 X 的幂集. $(x, y) = \{\{x\}, \{x, y\}\}$ 叫一个*有序对*. 当 $A \neq \phi$ 且 $B \neq \phi$ 时, $A \times B = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$. $B^A = \{f \subset A \times B : f \text{ 是从 } A \text{ 到 } B \text{ 内的一个函数}\}$. $A \times \phi = \phi$. $B^\phi = \{\phi\}$. 映射与函数同义. 若 $f \in B^A$, 常记 $f : A \to B$. 称 f 是一个单射或者 1-1 的, 如果 A 内不同的元在 f 下有不同的像. 称为 f 是一个满射或到上的, 如果 B 的每个元皆是 A 内某个元的像. 既是单射又是满射则称为一个双射. 设 $C \subset A$, 则 $A|_C = f \cap (C \times B)$ 叫 f 在 C 上的*限制*.

我们用 α, β, γ 等表示序数. $\alpha = \{\beta : \beta < \alpha\}$. $\beta \in \alpha \Leftrightarrow \beta < \alpha$. 基数是初始序数, 用 κ, λ 等表示. $\omega = \{0, 1, 2, \ldots\}$ 表最小无限基数. 它的元, 即自然数, 用 m, n, i, k 等表示. 对 $n > 0, n = \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$. 我们用 $|A|$ 表示 A 的*势*或*基数*. 记 $[A]^0 = \{\phi\}$. 对 $n \geq 1, [A]^n = \{S \subset A : |S| = n\}$. $[A]^{<\omega} = \bigcup_{n<\omega} [A]^n$.

1.1.1 集族

设 Δ 是以序数为元的一个集. 符号 $\{D_\alpha : \alpha \in \Delta\}$ 称为集 X 的一个*子集族*或 X 内的一个*集族*是指存在一个函数 $f : \Delta \to \mathscr{P}(X)$ 使得 $\forall \alpha \in \Delta, f(\alpha) = D_\alpha$. Δ 叫这个集族的*指标集*. $\mathscr{P}(X)$ 的每子集 $\mathscr{A}$ 就是一个集族. 因为设 $|\mathscr{A}| = \lambda$ 且设 $f : \lambda \to \mathscr{A}$ 是一个双射. 令 $A_\alpha = f(\alpha)$, 则 $\mathscr{A} = \{A_\alpha : \alpha \in \lambda\}$.

现设 $\mathscr{D}=\{D_\alpha:\alpha\in\Delta\}$ 是 X 的一个子集族. 我们把 $|\Delta|$ 称为族 $\mathscr{D}$ 的势. 设 $E\subset X$. 下列记号是常用的.

$\mathscr{D}|_E=\{D_\alpha\cap E:\alpha\in\Delta\}$.

$(\mathscr{D})_E=\{D_\alpha:\alpha\in\Delta,D_\alpha\cap E\neq\phi\}$, $\mathrm{st}(E,\mathscr{D})=\bigcup(\mathscr{D})_E$.

设 $x\in X$. $(\mathscr{D})_x=\{D_\alpha:\alpha\in\Delta,x\in D_\alpha$, $\mathrm{st}(x,\mathscr{D})=\bigcup(\mathscr{D})_x$.

若 $\Gamma\subset\Delta$, 则集族 $\{D_\alpha:\alpha\in\Gamma\}$ 称 $\mathscr{D}$ 的一个子族. 当 Δ 是空集时, 我们认为所有的族 $\{D_\alpha:\alpha\in\phi\}$ 皆等于单元集 $\{\phi\}$.

与集族类似, 以序数 β 为定义域的函数 $x:\beta\to X$ 称集 X 内的的一个序列或点列, 记为 $x=\{x_\alpha:\alpha\in\beta\}$. 此处 $x_\alpha=x(\alpha)$ 称一个 β 序列. ω 序列也记为 $(x_0,x_1,\dots)$. 0 序列是 ϕ. 为了免与开区间混淆, (x_0,x_1) 也常记为 $<x_0,x_1>$.

1.1.2　空间与覆盖

拓扑空间简称为空间. 不附加任何分离公理. 正规、正则空间也不必是 T_1 的. 此后的, 凡 X,Y 皆表空间. 设 $x\in X$, 记 $\mathrm{top}(x)=\{W:W$ 是 X 的开集, 使得 $x\in W\}$. 此即 x 的邻域系. 设 $A\subset X$, A° 与 $\overline{A}$ 分别表示 A 在 X 中的内部和闭包. 设 $\mathscr{D}=\{D_\alpha:\alpha\in\Delta\}$ 是 X 的一个子集族, 则记 $\mathscr{D}^\circ=\{D_\alpha^\circ:\alpha\in\Delta\}$, $\overline{\mathscr{D}}=\{\overline{D}_\alpha:\alpha\in\Delta\}$. 当 $\bigcup\mathscr{D}=X$ 时, 称 $\mathscr{D}$ 是 X 的一个覆盖. 二覆盖之间的一个基本关系叫加细. 设 $\mathscr{V}=\{V_\beta:\beta\in\Gamma\}$ 是 X 的另一子集族, 称 $\mathscr{V}$ 加细 $\mathscr{D}$, 如果 $\forall\beta\in\Gamma$, $\exists\delta(\beta)\in\Delta,V_\beta\subset D_{\delta(\beta)}$. 称 $\mathscr{V}$ 垫于 $\mathscr{D}$, 如果 $\mathscr{V}$ 加细 $\mathscr{D}$ 且 $\forall B\subset\Gamma$, $\overline{\bigcup_{\beta\in B}V_\beta}\subset\bigcup_{\beta\in B}D_{\delta(\beta)}$. 若 $\mathscr{V}$ 加细 $\mathscr{D}$ ($\mathscr{V}$ 垫于 $\mathscr{D}$), 则称 $\mathscr{V}$ 是 $\mathscr{D}$ 的一个部分加细 (部分垫状加细). 若进一步合条件 $\bigcup\mathscr{V}=\bigcup\mathscr{D}$, 则称 $\mathscr{V}$ 是 $\mathscr{D}$ 的一个加细 (垫状加细). 称 $\mathscr{W}$ 是 $\mathscr{D}$ 的一个收缩 (精确加细), 如果 $\mathscr{W}=\{W_\alpha:\alpha\in\Delta\}$ 使得 $\forall\alpha\in\Delta,\overline{W_\alpha}\subset D_\alpha$ ($W_\alpha\subset D_\alpha$) 且 $\bigcup\mathscr{W}=\bigcup\mathscr{D}$. 称 $\mathscr{W}$ 是 $\mathscr{D}$ 的精确垫状加细, 如果 $\bigcup\mathscr{W}=\bigcup\mathscr{D}$ 且对每个 $B\subset\Delta$, $\overline{\bigcup_{\alpha\in B}W_\alpha}=\bigcup_{\alpha\in B}D_\alpha$. 族 $\mathscr{D}$ 称为开的 (闭的), 如果它每个元是 X 的开 (闭) 子集.

定义 1.1.1. *设 $\lambda\geq 2$. X 是 λ 可缩的, 如果 X 的每个势 $\leq\lambda$ 的开覆盖有一个开收缩, ω 可缩常称为可数可缩.*

λ 可缩空间显然是正规的. 并且 X 是 λ 可缩的当且仅当它的每个势 $\leq\lambda$ 的开覆盖有一个闭收缩.

注释 1.1.1. 前一定义中的“势 $\leq\lambda$”与“势 $=\lambda$”等价. 换言之, X 是 λ 可缩的 $\Leftrightarrow$ X 的每一个形如 $\mathscr{V}=\{V_\beta:\beta\in\lambda\}$ 的开覆盖有一个开收缩.

事实上, 若 $\mathscr{U}=\{U_\alpha:\alpha\in\Delta\}$ 是合条件 $|\Delta|\leq\lambda$ 的开覆盖. 设 $f:\Delta\to\lambda$ 是双射

定义 1.1.2. *(i) 集族 $\mathscr{D}=\{D_\alpha:\alpha<\lambda\}$ 是上升的, 如果 $\forall\alpha,\beta\,(\alpha<\beta<\lambda\Rightarrow D_\alpha\subset D_\beta)$.*

(ii) 集族 $\mathscr{D}=\{D_\alpha:\alpha\in\Delta\}$ 是定向的, 如果 $\forall\alpha,\beta\in\Delta\,\exists\gamma\in\Delta\,(D_\alpha\bigcup D_\beta\subset D_\gamma)$. 对此 $\mathscr{D}$, 我们记 $\mathscr{D}^F=\{\bigcup_{\alpha\in S}D_\alpha:S\in[\Delta]^{<\omega}\}$, 易见 $\mathscr{D}^F$ 总是定向的. 并且 $\mathscr{D}$ 是定向 $\Leftrightarrow$ $\mathscr{D}^F$ 加细 $\mathscr{D}$.

二集 A 与 B 是相交的如果 $A\bigcap B\neq\phi$, 是非交的如果 $A\bigcap B=\phi$.

定义 1.1.3. 设 $\mathscr{D}=\{D_\alpha:\alpha\in\Delta\}$ 是 X 内的子集族.

(i) $\mathscr{D}$ 在 X 内是星形有限的 (非交的), 如果 $\forall\beta\in\Delta, |\Delta_\beta|<\omega$ $(|\Delta_\beta|\leq 1)$, 此处 $\Delta_\beta=\{\alpha\in\Delta:D_\alpha\bigcap D_\beta\neq\phi\}$.

(ii) $\mathscr{D}$ 在 $x\in X$ 处是点有限的 (点非交的), 如果 $|\Delta(x)|<\omega$ $(|\Delta(x)|\leq 1)$, 此处 $\Delta(x)=\{\alpha\in\Delta:x\in D_\alpha\}$. $\mathscr{D}=\{D_\alpha:\alpha<\Delta\}$ 在 X 内是点有限的 (点非交的), 如果 $\mathscr{D}$ 在 X 的每一点处是点有限的 (点非交).

易见:

1)

1.1.3 内部保持族与半开覆盖

1.1.4 函数开集

1.2 弱覆盖性质

1.3 可扩型空间

第二章　仿紧空间与次亚紧空间

本章介绍仿紧与次亚紧空的刻画, 且不附加分离公理. 无论从内容或方法来说, §2.1 和 §2.3 是本书的主要部分.

2.1　次亚紧空间

2.2　亚紧空间

2.3　仿紧空间

第三章　正规覆盖与集体正规空间

3.1　正规覆盖

3.2　集体正规空间

第四章 λ 完满正规与次仿紧空间

4.1 次仿紧空间

4.2 λ 完满正规空间

4.3 正规 λ 强仿紧空间

参考文献

Alexandroff, P.

[1924] Sur les ensembles de la premiere classe et les ensembles abstraits, C. R. Acad. Paris 178,185-187.

Alexandroff, P. and Urysohn, P.

[1923] Une condition necessaire et suffisante pour quune class (L) soit une class (D), C. R. Acad. Paris 177, 1274-1276.

Alster, K.

[1975] Subparacompactness in cartesian products of generalized ordered topological spaces, Fund. Math. ,87,7-27.

Alster, K. and Engelking, R.

[1972] Subparacompactness and product spaces, Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. ř Math. ,20,763-767.

Arens, R. and Dugundji,J.

[1950] Remark on the concept of compactness, Portugaliae Math. ,9, 141- 143.

Arhangelskit, A. V.

[1961] New criteria for paracompactness and metrizability of an arbitrary T_1 space, DokI. Akad. Nauk SSSR,141,1051-1055.

[1962] Open and almost open mappings of topological space, Soviet Math. Dokl.,3,1738-1741.

[1963] On a class of spaces containing all metric spaces and all locally bi-compact spaces, Sov. Math. Dokl. , 4,751-754. 1154 [1966] Mappings and spaces, Russian Math. Surveys 21, no. ,4,115-162.

[1966] Mappings and spaces, Russian Math. Surveys 21, no.4,115-162.

[1972] The property of paracompactness in the class of perfectly normal locally bicompact spaces ,Soviet. Math. Dokl. , 13,517-520.

Aull, C. E.

[1965] A note on countably paracompact spaces and metrization. Proc. Amer. Math. Soc., 16,1316-1317.

[1973] A generalization of a theorem of Aquaro, Bull, Austral. Math. Soc. 9,105-108.

Bennett, H. R. and Lutzer, D. L.

[1972] A note on weake 8-refinability , Gen. Topology Appl. , 2, 49-54. Bing, R. H.

[1951] Metrization of topological spaces, Canad. J. Math. ,3,175-y186.

Boone, J. R.

[1971] Some characterizations of paracompactness in k-spaces, Fund. Math. ,72,145-155.

[1973] A characteriztion of metacompactness in the class of A-refinable spaces, Gen. Topology Appl. 3,253-264.

[1975] On irreducible spaces, Bull. Austral. Math. Soc.,12,143-148.

Bourbaki.N.

[1961] Topologie generale, ch. I et I . Paris. Burke, D. K.

[1969] On subparacompact spaces, Proc. Amer. Math. Soc.,23,655-663.

[1970] On p-spaces and wA-spaces, Pacific J. Math. ,35,285-296.

[1974] A note on R. H. Bings Example G, Top. Conf. VPI. Lecture Notes in Mathematies, 375 (Springer-Verdag, New York) 47-52. 9

[1980] Orthocompactness and perfect mappings, Proc. Amer. Math. Soc. 49,484-486.

[1979] Refinements of locally countable collections, Topology Proc.;4,19-27.

[1984] Covering properties, in K. Kunen and J. Vaughan, Eds, Maniabook of Set-Theoetic Topology. (North-Holl and Amsterdam.)

Cech, E.

[1937] On bicompact spaces, Ann. of Math. ,38,823-844.

Chaber,J.

[1979] On subparacompactness and related properties, Gen. Topology Appl. 10,13-37.

Chiba,K.

[1986] On the D-property of o-products, Math. Japonica, 32,5-10. Corson,H. H.

[1959] Normality in subsets of product spaces, Amer. J. Math., 81, 785- 796.

Dai Mumin(戴牧民)

[1981] σ-按点族正规，σ-亚紧性和 σ-按点有限基, 数学学报, 24,656-667.

[1983] 一类包含 Lindelof 空间和可分空间的拓扑空间, 数学年刊, 4A (5),571-575.

[1983a] 包含 * Lindelof 数的几个拓扑空间基数不等式, 数学学报, 26, 731-735.

[1986] 涉及到 Calibre 和 * Lindelof 性的几个反例，数学学报;29,399-402.

Dieudonne,J.

[1944] Une généralisation des spaces compacts, Journ. de Math. Pures et Appl.,23,65-76.

Dowker, C. H.

[1951] On countably paracompact spaces, Canad. Journ. of Math., 3, 219-224.

Engelking, R.

[1977] General Topology (Polish Scientfic Publishers, Warszawa)

[1978] Dimension Theory (Polish Scientfic Publishers, Warszawa)

FrinK.A. H.

[1937] Distance functions and the metrization problem. Bull. Amer. Math Soc..43.133-142.

Go Guoshi(高国士)

[1980] 仿紧性与完备映象, 数学学报，第 5 期 794-796.

[1986] 两个映射定理，数学年刊,A,666-669. 〔1986al 关于闭包保持和定理，, 数学学报,29,58-62.

Gao zhimin (高智民) [1987] *I Siwiec 6 –1M.*#**,30,671-674.

Gittine, R. F.

[1974] Some results on weak covering conditions, Canad. J. Math., 20, 1152-1156. [1977] Open mapping theory, in : G. M. Reed, ed. Set-Theoretic Topologv (Academic Dress,New York 141-191. Cruenhagent. [1979] Paracompactness in normal locally connected, locally compact spaces Toology Proc. ,4,393-405. eP [1979a] On closed images of orthocompact spaces. Proc.tAmer. Math. Soc. 77,389-394. [19847 Generalized metric spaces, in : K. Kunen and J. Vaughan, Eds, Hand- oook of Set- Theoretic Topology (North-Holland Amsterdam) Guíko. S. P [1977] Un the properties of sets lying in 2-products, Dokl. Acad. Nauk. SSSR, 237,505-508. (in Russian). Heath,R. W. [1964] Screenabilitv. pointwise paracompactness and metrization of Moore

spaces, Canad. J. Math. 16.763-770.

Henriksen,M. and Isbell J. R [1958] Some Droperles of compactifications, Duke Math. Journ., 25, 842- 845. [19707 A note on subparacompact spaces, Proc. Amer. Math. Soc. ,25,842- 4

Huang Haoran (7 18) [1987〕关于 c-可膨账性和 csf-可膨账性工（I)，江西师范大学学报，第 2 期,1-10（第 4 期,27-34).

Jiang Jiguang(蒋继光)

[19867 关于仿紧性与拓扑空间的可度量往，数学学报，29,697-701.

[1987〕仿紧性的一个刻画，四川大学学报,24,256-261.

〔1987a]：仿紧性的一个刻画 (直)，科学通报，第 15 期，1128-1131.

[19877 Metrizability of topological spaces with a cs-regular base, O and A in General Topology, 5,243-248.

[1988 A characterization of submetacompactness, Chin. Ann. of Math. 9B (2),151-155.

[1989〕仿紧性与性质 b1, 数学学报，32,551-555

Jiang Shouli(I=7)

[1986] Every strict p-space is 6-refinable. Topology Proc.,11,309-316.

19887 On an Junnilas problem, O and A in General Topology, 6,43-4/

Jiang Zehan (江泽涵)

[1978]《拓扑学引论》, 上海科技出版社：

Jones E. B. L1937] Concerning normal and completely normal spaces, Bull. Amer. Soc. 43,671-677.

[1978] On submetacompactness, Topology PrOc.,3,375-405. [1978a] Covering properties and I quasi-uniformities of topological spaces Doctoral dissertation. V.P. I. and State Univ [1979] Paracompaciness, metacompactness,and sen 11-onen covers Proc Amer Math. Soc 1.73.244-

240. 1979a Metacompactness, paracompactness, and interior-preserving Open covers, Trans. Amer. Math. Soc. -249,373-385. [1980] Three covering properties, in; G. M. Reed, ed, Surveys in General Topology (Academic Press New York 195-245). Kao Kuoshi and Wu Lisheng() [1983] Mapping theoemss on mesocompact spaces, Proc. Amer. Soc., 89, 355-358. KatetovaM. [1951] Measures in fully normal spaces, Fund. Math. 38 73-8417 5 1958 Extension of locally finite coverings, Colloq. Math. 6,145-151. KatutaY. Japan Acad. 45,692-695. [19697 On strongly [1975] Expandability and its generalizations. Fund. Math. 87.231-250. Kombarov,A. P. and Malyhin, V.l. [1973] On -products, Dokl. Akad. Nauks SSSR, 213,774-776.. (in Rus- sian) Kramer T.R. [1973] A note on countably subparacompact spaces, Pacific J. Math. 46, [1976] 209-213. On the product of two topological spaces, Gen. Topology Apol..6.1- 16. Krajewski,L.L. [1971] Expanding locally finite collections, Canad. J. Math. ,23,58-68. Kuratowskiak [1933] Topologie I Warszawa Lane, D. J [1980] Paracompactness in perfectly normal, locally connected, locally com dact spaces, Proc. Amer. Math. Soc.,80.693-696. Lewis, I. W. [1977] On covering DroDerties of subspaces of R. H. Bing's Example G Gen. Topology Appl.,7,109-122。

Lin Shou(林寿)

[1988] 闭映射不能保持工仿紧性及紫式仿紧性，苏州大学学报, 第 2 期,184-187.

Liu Yingming (刘应明)

[1977] 一类包含弱仿紧空间与次仿紧空间的拓扑空间，数学学报，20，212-214.

[1978] σ-集体正规与正规，四川大学学报，第 1 期, 11-17.

Long Bing (龙冰)

[1986] 几个覆盖性质与分离性，数学学报，29,666-669.

LutzerAD.J. das [1972] Another property of the Sorgenfrey line, compositio Math. 24,359- 363. Macke. 1967 Directed covers and paracompact spaces, Canad. J. Math. , 19,049- 654 [1969] Product spaces and paracompactness, J. London Math. Soc.,1,90- 94

McAuley,L. F.

[1958] A note on complete collectionwise normalty and -Proc. Amer. Math. Soc. 9,796-799. Michael. .A 19537 A note on paracompact spaces,Proc. Amer. Math. Soc., 4 831-838. [1955] Point-finite and locally finite coverings, Canad. J. Math: , 7, 275. bat 270 G8811 [1957] Another note on paracompact spaces, Proc. Amer. Math. Soc. , 8 822-828. a 1959 Yet another note on paracompact spaces, Proc. Amer. Math. SoC. y 10,309-314. [1963] The product of a normal space and a metric space need. not oe nor- mal, Bull. Amer. Math. Soc. ,69,375-376. [1968] b1-quotient maps and cartesian product of goutient Maps, Ann. Inst Fourier (Grenoble) 18,287-302. 197119 Paracompactness and the Lindelof property in finite and countable cartesion products, Compositio Math. 23 199-214. Moore,R. L. (1935] A set of axioms for plane analysis situs, Fund. Math..25.13-28. MoritaK [1962] Paracompactness and product spaces Fund Math. 50. 223-236.'39 E19647 Products of normal spaces with metric spaces ,Math. Ann. ,154,365- 382. Mrowka.s. [19597 Compactness and product spaces, Coll. Math. 7,19-22. Nagami,K. [19557 Paracompactness and strong screenability, Nagaya Math. Journ., 8, 83-88. [1969] 2-

spaces. Fund. Math.65.168-192. Nagatay. [19577 A theorem for metrizability of a topological space, Proc. Japan A-cad. ,33,128-139. [1985] Modern General Topology, North-Hollark Publ. Co. Amsterdam. Nvikos,P.d. [1977] CoveriNń Droperl es on G-scalletedi spaces ; Topology. Proc., 2,509- 542. Pol, R ESTER [1977] A perfectly normal locally metrizable non-paracompact space, Fund Math. 97,37-42. Potocznyah. [1973] Closure-preserving families of compact sets, Gen. Topology ApDI. 3,243-248 Potoczny ,H. and Junnila H. J. K [1975]Closure-preserving families and metacompactness, Proc. Math. Soc. 53.523-529. Przvmusinste [1980] Normality and paracompactness in finite and countable cartesian products Fund. Math.. 105.87-104. [1984] Products of normal spaces, in. K. Kunen and J. Vaughan, Eds. Handbook Set-Theoretic Topology. North-Holland Amsterdam.

Pu Paoming, Jiang Jiguang and Hu Shuli. (蒲保明, 蒋继光, 胡淑礼)

[1985〕拓扑学，高等教育出版社。

Rudin.M. E.

[1971] A normal space X for which XX I is not normal, Fund. Math., 73, 179-186. [1975] The normality - of products with a compact factor, Gen. topology AD ,5,45-59. [1977] 2-products of metric spaces are normal, Preprint. [1983] A norma screnao non-arcompact snace. Topology Appl. , 15, 313-322. [1983a] Collectionwise norm ally in screenaole spaces, Proc. Amer. Matn Soc.,87,347-350. RudinaMbt.and StarbidaM 1975 Products with a metric factor, Gen. Topology Appl. ,5,235-248. Sconyers, W. B [1970] Metacompact spaces and well-ordered open coverings, Notices Amer Math. Soc..18,230 Singal,M. K. and Arva,S. [1969] On m-paracompact spaces, Math. Ann 13181.119-133. Siwiec, F. and Mancuso, V.J. [1971] Relations among Certain maDDIngs and conditions for therecque lence. Gen. Topology ADDl. 1,33-41. Smirnov, Yu. M. [1956] On strongly paracompact spaces, Izv. Akad. Nauk SSSR, Math. Ser. 20,253-274. Smith, J. C. [1975] Properties of weak refinable spaces, Proc. Amer. Math. Soc., 53, 511-517. [1976] On 0-expandable spaces, Glasnik Math. 11 (31) ,335-346. 19807 Irreducible spaces and property b, Topology Proc. 5,187-200. Smith J. C. and Krajewski,L. L collectionwise normality, Trans. Amer. Math. [1971] Exoandability and Soc.,160,437-451. Sorgenfrev-R.H. [1947] On the topological product of paracompact spaces, Bull. Amer. Math. Soc.,53,631-632. Starbird,M. [1974] Normality in products with a compact factor, Thesis, Univ. of wis consin. Madison [1948] Paracompactness and product spaces, Bull. Amer. Math. Soc.,54, 977-982. [1960] on paracompactness. facific lourn. of Math. ,10,1043-1047. [1971] a or prcompactness. rund. Matn..72.189-201. Telzarsky.R. [1975 Spaces defined by topological games,Fund. Math. ,88,193-223 [1976] Concerning two covering properties, Collog. Math. , 46,57-61. Teng Hui (M*F) [1989] On collectionwise normality of product spaces, O and A in General Topology,7,31-42. Tietze,H. $[_1 951 Uber Funktionen, dieaufeinerabgeschlossenen Mengestetigsind. Journ. furdiereineandangew. Math$
$14. Tukey. J.W. [1940] Convergence and uniformity in topology, Ann. of Math. Studies. Princeton. Urysohn, F$
$295. Vaughan IE. [1970] Linearly ordered collections and paracompactness, Proc. Amer, Math Soc, 24, 186-$
$192. Wang Guojun (IE(2) C 19887 I-fuzzy$, $Wang Shutang (ER*) 19647 Remarks on c, -additives$

136.[1981]*Therationallinepartitionseveryselt*−*densemetrizablespace*, *LOpolobyAppl.*, 12, 331−
332.*WatsonWas.*[1982]*Locallvcompactnormalspacesintheconstructioleuniverse*, *Canad.IMath.*, 34, 1091
1096.*wickedElle.andWorrellarsTam*[1979]*Acoveringpropertvwhichimpliesisocompactness.LopologyHrC*
224.1966*Acharacterizationofmetacompactspaces*, *Portugal.Math.*, 25, 1/1−174.[1966*a*]*TheClosedcontin*
179.[1967]*Somepropertiesoffullynormalcyandtheirrelationsto Cechcomdeteness.NoticesAmer.Math.DC*
830.[1979]*Acoveringpropertywhichimpliesisocompactness*, *Proc.Math.Soc.*, 79, 331−334.*WuLisheng*(*EA*
12

C1985] d-refinabilty and some related propertics, 中日一般拓扑学学术会议上的报告，北京：[1987〕关于序闭镶加细的一点注记，苏州大学学报，第 1 期,L-6 Xiong Jicheng (ME 4) [1982〕点集拓扑讲义，人民教育出版社．Yauma, I [1976] Solution of K. Telgarskys proolem, Proc. Japan. Acad. , 52, 4348- 350. [1984] Generalized metric spaces(在中国讲学的讲义) [1989] On a problem of paracompactness, in, Aostracts, China-Japan Topol- o:y Symposium. Yang Changcheng(7 K it.) [1986〕中紧性及其推广, 四川大学硕士论文摘要汇集, 1987 年,1-2 期 Yang Shoulian and Williams S. W. (74) [1987 On the countable box product of compact ordinals, Topology Proc. Zenor [1973] Certain subsets of products of -refinaole spaces are realcompact, Proc. Amer. Soc.,40,612-614. Zhong Ning(č 7) [19847 关于。一可膨账空间，硕士论文，数学年刊,7A(4),1986,482- 488 Zhu Jun ((2) [1984] 找仿紧和狭义我仿紧空间的一些性质, 数学研究与评论，第 1 期,9-13. [19887 On collectionwise subnormal spaces, Chin. Ann. of Math. 9B (2). 21 6-220

名词索引