

CS1: Thái Hà: 0902.920.389

CS2: Hoàng Quốc Việt: 094.868.8992

CS3: Nguyễn Chí Thanh - Thành Công: 081.999.8992

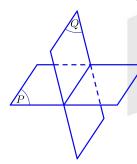
Luyện thi các môn Toán – Lý – Hóa – Sinh – Anh THPT QUỐC GIA – ĐGNL ĐHQGHN (HSA) – ĐGTD BKHN (TSA)

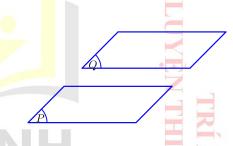
HAI MẶT PHẮNG SONG SONG – 11T

# PHẦN I: LÝ THUYẾT

### ĐỊNH NGHĨA

Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q). Có hai khả năng xảy ra:





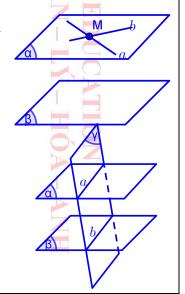
$$(P),(Q)$$
 có 1 điểm chung:  $(P) \cap (Q) = a$ 

$$(P),(Q)$$
 không có điểm chung:  $(P)//(Q)$ 

## TÍNH CHẤT

#### Các tính chất cơ bản:

- Nếu hai mặt phẳng song song với nhau thì đường thẳng bất kì nằm trong mặt phẳng này song song với mặt phẳng kia.
- Nếu mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng  $(\beta)$  thì  $(\alpha)$  song song với  $(\beta)$ .
- Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.
- Cho hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.
- Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.

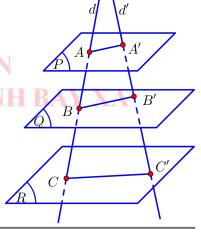


#### Định lý Thales trong không gian:

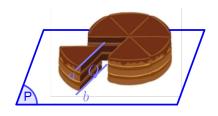
Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

**Chú ý:** Nếu hai cát tuyến d,d' cắt ba mặt phẳng song song (P)//(Q)//(R) lần lượt tại các giao điểm A,B,C và A',B',C'

thì 
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$$



**Câu 1:** Khi cắt bánh sinh nhật, mặt cắt và mặt khay đựng bánh lần lượt gợi nên hình ảnh mặt phẳng (Q) và mặt phẳng (P); mép trên và mép dưới của lát cắt lần lượt gợi nên hình ảnh hai đường thẳng a và b trong đó a song song với mặt phẳng (P). Khẳng định nào dưới đây là đúng?



- **A.** Hai đường thẳng a và b song song với nhau.
- **B.** Hai đường thẳng a và b cắt nhau.
- **C.** Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q).
- **D.** Đường thẳng b song song với mặt phẳng (Q).
- Câu 2: Để xác định mực nước trong một chiếc bể có dạng hình hộp (tham khảo hình vẽ bên), bác Hoa đặt một thanh gỗ dài 120cm vào trong bể sao cho một đầu của thang gỗ dựa vào mép của nắp bể, đầu còn lại nằm trên đáy bể. Sau đó bác rút thanh gỗ ra ngoài và đo được độ dài phần gỗ bị ngâm trong nước là 40cm. Hãy tính chiều cao mực nước trong bể biết rằng chiều cao của bể là 90cm.

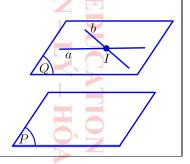


## PHẦN II: BÀI TẬP

**Phương pháp:** Chứng minh hai mặt phẳng song song  $(\alpha)//(\beta)$ 

Ta chứng minh mặt phẳng  $(\alpha)$  có hai đường thẳng **CẮT NHAU** và lần lượt song song với mặt phẳng  $(\beta)$ .

Cụ thể 
$$\begin{cases} a / / (\beta) \\ b / / (\beta) \\ a, b \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) / / (\beta)$$
$$a \cap b = I$$



**Ví dụ:** Cho hình chóp S.ABCD với đáy ABCD là hình thang mà AD//BC và AD=2BC. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và AD. Chứng minh: (BMN)//(SCD), từ đó suy ra BM//(SCD).

#### <u>Lời giải:</u>

Ta có: M,N lần lượt là trung điểm của  $S\!A$  và  $A\!D$  .

 $\Rightarrow$  MN là đường trung bình của  ${\scriptscriptstyle \Delta}SAD \Rightarrow MN \, / \, /SD$  .

Ta có: 
$$\begin{cases} MN //SD \\ SD \subset (SCD) \Rightarrow MN //(SCD). \\ MN \not\subset (SCD) \end{cases}$$

JCATION HÁP CÁNBI BAY XAC NDC

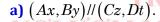
Mà có 2ND = AD = 2BC và ND / /BC nên suy ra BNDC là hình bình hành  $\Rightarrow BN / /CD$ .

Ta có: 
$$\begin{cases} NB / / CD \\ CD \subset (SCD) \Rightarrow NB / / (SCD) \text{. Khi đó: } \\ NB \not\subset (SCD) \end{cases} \begin{cases} MN, NB / / (SCD) \\ MN, NB \subset (BMN) \Rightarrow (BMN) / / (SCD) \text{.} \\ MN \cap NB = N \end{cases}$$

Mặt khác, do  $BM \subset (BMN)$  nên BM / / (SCD).

- **Câu 3:** Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA,SD.
  - a) Chứng minh rằng: (OMN)//(SBC).
  - b) Gọi P,Q,R lần lượt là trung điểm của AB,ON,SB. Chứng minh:  $PQ/\!/(SBC)$ ,  $(MOR)/\!/(SCD)$ .
- **Câu 4:** Cho hình chóp S.ABCD c<mark>ó đ</mark>áy là hình thang, đáy lớn AD gấp đôi đáy bé BC. Gọi  $O=AC\cap BD$ , M thuộc cạnh SA sao cho AM=2MS và N thuộc cạnh SB sao cho 2BN=NS.
  - a) Chứng minh rằng (OMN)//(SCD).
  - b) Gọi  $d=(OMN)\cap (ABCD), P=d\cap AD, Q=d\cap BC$  . Chứng minh tứ giác PQCD là hình bình hành.
- Câu 5: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang,  $AD \parallel BC, AD = 2BC$ . Gọi G, H lần lượt là trọng tâm tam giác SAB,SCD và O là giao điểm của AC và BD. Gọi I là trung điểm của AD.
  - a) Chứng minh IG // (SCD).
  - b) Chứng minh (OGH) // (SBC).
- Câu 6: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang, AD //BC. Gọi M là trọng tâm tam giác SAD, N thuộc canh AC sao cho 2NA = NC, P thuộc canh CD sao cho PC = 2PD.
  - a) Tìm giao điểm của (MNP) và SD.
  - b) Chứng minh (MNP) # (SBC)
- **Câu 7:** Một chiếc lồng đèn có đáy là hình bình hành ABCD, các cạnh bên của lồng đèn nằm trên bốn tia song song cùng chiều Ax, By, Cz, Dt. Một mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt bốn tia theo thứ tự nói trên tại A',B',C',D' (tham khảo hình vẽ bên).

Xác định tính **đúng sai** của các khẳng định sau:



TAE

**b)** 
$$(Ax,Dt)//(By,Cz)$$
.

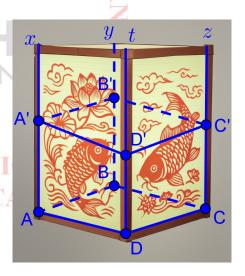
TAE

c) Tứ giác A'B'C'D' là hình chữ nhật.

TAE

**d)** 
$$AA' + CC' = 2(BB' + DD').$$

TAE



**Câu 8:** Cho tứ diện ABCD. Gọi  $G_1, G_2, G_3$  lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ADB. Gọi giao điểm của các đường thẳng AB, AC, AD với mặt phẳng  $\left(G_1G_2G_3\right)$  lần lượt là M, N, P. Tìm diện tích của tam giác MNP biết diện tích tam giác BCD bằng 9.



**Câu 9:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành có tâm O. Điểm M di động trên SC,  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua AM song song với BD.

a) Tìm các giao điểm H,K của  $(\alpha)$  với SB và SD  $(H \in SB,K \in SD)$ .

b) Chứng minh rằng  $\frac{SB}{SH} + \frac{SD}{SK} - \frac{SC}{SM}$  có giá trị không đổi.

**Câu 10: (Học kỳ I Chuyên Sư Phạm)** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang, AB//CD và AB = 2CD. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Lấy E thuộc cạnh SA, F thuộc cạnh SC sao cho  $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$ .

a) Xác định giao điểm N của đường thẳng SD với mặt phẳng (BEF).

b) Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (BEF). Gọi P là giao điểm của SD với  $(\alpha)$ . Tính tỉ số  $\frac{SP}{SD}$ .

**Câu 11:** Người ta muốn thiết kế trại chào mừng ngày 26/03 có dạng như hình dưới, có cửa chính giữa là đường tròn. Hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang (AB//CD), cạnh AB=3a, AD=CD=a. Tam giác SAB cân tại S, SA=2a. Mặt phẳng (P) song song với SA,AB cắt các cạnh AD,BC,SC,SD theo thứ tự tại M,N,P,Q. Đặt AM=x (0 < x < a). Gọi R=k.a là bán kính đường tròn nội tiếp tứ giác MNPQ. Tìm k (làm tròn đến hàng phần trăm).

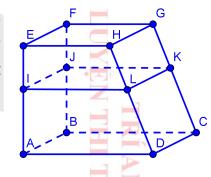


**Câu 12:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang (AB//CD), AB=2CD. Điểm M nằm trên AC thỏa mãn  $\overrightarrow{AC}=4\overrightarrow{AM}$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua

M và song song với mặt phẳng (SAB) cắt các cạnh AD,BC,SC,SD theo thứ tự tại E,F,G,H. Tính tỷ số giữa diện tích tứ giác EFGH và diện tích tam giác SAB?

# BÀI TẬP VỀ NHÀ

- **Câu 1:** Một tòa nhà có mái là mặt phẳng (M), song song với mặt phẳng mặt đất (G). Một thanh sắt được lắp nằm hoàn toàn trong mái nhà (thuộc mặt phẳng (M)). Hỏi khẳng định nào sau đây là đúng?
  - A. Thanh sắt vuông góc với mặt đất.
- B. Thanh sắt nằm trên mặt đất.
- C. Thanh sắt song song với mặt đất.
- D. Thanh sắt cắt mặt đất tại một điểm.
- Câu 2: Một kệ để đồ bằng gỗ có mâm tầng dưới (ABCD) và mâm tầng trên (EFGH) song song với nhau. Bác thợ mộc đo được AE=80cm, CG=90cm và muốn đóng thêm một mâm tầng giữa (IJKL) song song với hai mâm tầng trên và dưới sao cho khoảng cách EI=36cm. Độ dài GK bằng



- **A.** 90*cm* .
- **B.** 80*cm*.
- $\mathbf{C.}\ 40,5cm$ .
- **D.** 50,4cm.
- **Câu 3:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của SA, SD. Mệnh đề nào sau đây sai?

**A.** 
$$MN \# (SBC)$$
.

**B.** 
$$OM \# (SBC)$$
.

C. 
$$(OMN) // (SBC)$$
.

- **D.** AB không cắt mp (OMN).
- Câu 4: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi I là trung điểm của SD và J là một điểm thuộc mặt phẳng (ABCD) sao cho cách đều AB và CD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. 
$$IJ \# (SAB)$$
.

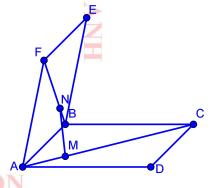
- **D.** *IJ* // (*SBC*).
- Câu 5: Cho hai hình bình hành ABCD và ABEF nằm trên hai mặt phẳng phân biệt. Gọi M, N lần lượt thuộc các đoạn AC, BF sao cho  $\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BF}$  (hình vẽ). Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào sau đây?



$$\mathbf{B}.\ (ADE).$$

C. 
$$(DCF)$$
.

**D.** (BCE).



Câu 6: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng đi qua O và song song với mặt phẳng (SAD). Mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt AB, CD, SC, SB lần lượt tại  $M,\ N,\ P,\ Q$ .

Xác định tính **đúng sai** của các khẳng định sau:

a) 
$$NQ \# (SAD)$$
.

TAE

	b) $MP \# (SAD)$ .	TAE
	c) $PN \# (SAB)$ .	TAE
	<b>d)</b> $OQ \# (SCD)$ .	TAE
Câu 7:	Cho hình chóp $S.ABC$ . Gọi $M,~N,~P$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $SA,$ Gọi $A'=BP\cap CN,~B'=CM\cap AP$ và $C'=AN\cap BM.$	SB, SC.
	Xác định tính <b>đúng sai</b> của các khẳng định sau:	
	a) (MNP) // (ABC).	TAE
	<b>b)</b> (A'B'C') // (ABC).	TAE
	c) (A'B'C') // (MNP).	TAE
	d) (ABC) cắt (MNP).	TAE
Câu 8:	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AD \parallel BC$ . Gọi $M$ là trọng giác $SAD$ ; $N$ là điểm thuộc đoạn $AC$ sao cho $NC=2NA$ ; $P$ là điểm thuộc sao cho $PC=2PD$ .	
	Xác định tính <b>đúng sai</b> của các khẳng định sau:	
	a) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(SBC)$ và $(MNP)$ là một đường thẳng qua	TAE
	M và song song với $BC$ .	
	b) MN cắt (SBC).	TAE
	c) (MNP) // (SAD).	TAE
	<b>d)</b> MN // (SBC) và (MNP) // (SBC).	TAE
Câu 9:	AB = 2CD. Gọi $O$ là giao điểm của $AC$ và $BD$ . Lấy $E$ thuộc $SA$ , $F$	DUCATION
	thuộc cạnh $SC$ sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$ . Gọi $(\alpha)$ là mặt phẳng qua $O$ và song	
	mặt phẳng $(BEF)$ . Giao tuyến của mặt phẳng $(SCD)$ và $(\alpha)$ cắt $SD$ tại $P$ .	Tính tỉ số
	$\frac{SP}{SD}$ . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)	
Câu 10:	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AD \parallel BC$ , $AD = xBC$ . Gọi $M$ , $N$ lần lượt là hai điểm nằm trên $AD$ , $SD$ thỏa mãn	DUCATION
	$\frac{AM}{AD} = \frac{SN}{SD} = y \cdot \text{Dể}(CMN) / / (SAB) \text{ thì khi đó giá trị } x.y \text{ bằng } PAYXA$	