**2013年**

1.t(R)传递闭包，S（R）为对称闭包，r(R)为自反闭包；证明t(s(r(R)))为等价关系

2.G为p^n阶群，p为素数，证明G存在p^(n-1)阶子群

3.（1）证明3-正则图节点数必为偶数；（2）画出2个不同构的6阶3-正则图

4.证明若e>(v^2-3v+2)/2，G连通（e为边数，V为点数）

5.是一个谓词证明题

**2012年**

1、设 A 是一集合，s=p(A)-A-空集, 一、证明（s，包含符号）不含最大元和最小元。

二、求 s 的所有极小元组成的集合和所有极大元组成的集合。 三、s 的极小元组成的集合与极大元组成的集合等势。

2、G 为群，S 为 G 的子群，证明 S 的左右陪集数目相等。

3、用一元谓词逻辑证明：

已知：一、∀x(p(x,x)->(p(x,x)->p(c,c)))；二、∃x(p(x,x)) 用上述条件可以推出 p(c,c).

4、s={x1,x2,...,xn}为平面上点的集合，且任意点间距离至少为1，证明这些点至多有3n 对距 离为1的点，

注意（xi,xj)与（xj,xi）是一样的。

5、G 是简单无向图，且不含 k4（4阶完全图），证明|E|<=1/3×(V\*V),|E|和|V|分别为 G 的边数 和点数。

**参考答案**

1、课件上有一样的

2、《离散，屈婉玲，高教》第十章 P189 页

3、《离散，屈婉玲，高教》第五章 P69 页 ，用“量词辖域收缩与扩张等值式”可以将任意转为存在。

4、先证明任意一点至多与 3 个点距离为 1。

以任意点 Xi 画半径为 1 的圆，与 Xi 距离为 1 的点只能分布在圆周上，该圆周长为 3.14 又因为圆周上的各点距离至少为 1，所以圆周上只能有 3 个点。

再利用归纳假设证明题目假设 n 个点至多有 3n 对距离为 1 的点。

现有 n+1 个点，因为对于新加的点，至多有 3 个点与它距离为 1，所以至多有 3n+3 对距离为 1 的点，得证

5、那个 任意选取一个 K3，那么其他任意一个节点到这三个点只能由两边，那么这三个点的边数和为 5，是在顶点为 n+1 的情况下，忘说这个了，选了一个 K3，剩下 n-2 个顶点，这 n-2 个顶点到这三个点做多有 2\*（n-2)条边，那么这三个点的边数和就是 2\*（n-2)+3 = 2n-1，所以必存在一个点的关联边数小于等于（2n-1)/3，那么把这一个点和关联的边删除，剩下的就是 N 个顶点的图，由归纳法 N 个顶点的不含K4 的图边数为 N^2/3，那么 N+1 个顶点的边数必小于 N^2/3+(2n-1)/3 <(N+1)^2/3

**2011 年**

1.R 为 A 上的等价关系，|A|=n,|R|=r,|A/R|=t,证明 n2<=rt

2.σ1=(0 1@1 0) σ2=(0 -i@i 0) （两个是二阶复数矩阵），证明<G,0>为 8 阶群。0 为矩阵乘 法，G 为σ1、σ2 的任意幂或乘积的集合。

3.证明 6 阶简单连通图 G，在 G 中或其补图中存在 3 阶完全子图。

4.证明任意简单连通图均存在生成树。

5.在命题逻辑中，定义-->\*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| p | q | p-->\*q |
| T | T | F |
| T | F | T |
| F | T | F |
| F | F | F |

证明使用-->和-->\*可以表示所有的命题连接词。

6.证明~∀x(p(x)→q(x))→∃x(p(x)∧~q(x)) （~表示逻辑非）

**参考答案**

1、因为|A/R|=t，所以有 t 个等价类，设每个等价类中的关系个数为 Xi，则所有等价类的关系个数之和为|R|

即 X12+X22+.....+Xt2=r

rt-n2 = t\*(X12+X22+.....+Xt2)-（X1+X2+....+Xt)2

= (X1-X2)2+(X1-X3)2+..+(X1-Xt)2+(X2-X3)2+.....+(X3-X4)2+.....

PS:无法理解最后一个式子的可以用 t=2,3,4 来试下

2、未做出正确答案

3、书本 P295 50 题，第十四章课后习题最后一题

4、宋方敏课件第 26 讲

5、原来的答案不见了，大家自己做吧，该题比较简单

6、未做出正确答案

**2010年**

一.S，T 是定义在集合A 上的关系，T（X）是X 的传递闭包

（1）S，T 是A 上的对称关系，证明S°T 对称当且仅当S°T=T°S

（2）S，T 是A 上的关系，证明T（SUT）=T（T（S）UT（T））

二.G 是奇数阶的Abel 群，证明G 中所有元素之积为单位元

三.H 和K 是群G 的正规子群，且H∩K={e}，证明：h∈ H 且k∈K，有hk=kh

四.G 的顶点数大于3，且u、v 属于V，u、v 不相邻，且满足D（u）+D（v）>=n。 证明G 为Hamilton 图当且仅当G+e 为Hamilton 图，e 为u、v 新边

五.用一阶谓词逻辑推导证明(∀xA->B)->(∃xA->B),B 与 X 无关。

**参考答案**

一、（1）用定理证明很简单

（2）∵S⊆T(S)，T⊆T(T)

∴S U T ⊆ T（S）UT（T）

∴T（SUT）⊆T（T（S）UT（T））

∵T(S)⊆T（SUT），T(T)⊆T（SUT）

∴ T（S）UT（T）⊆T（SUT） 又∵T（S）UT（T）为传递的

∴T（S）UT（T）=T（T（S）UT（T））

∴T（T（S）UT（T））⊆T（SUT）

二、先取 a 属于 G ,令 a\*是 a 的逆元,注意 a 不等于 a\*,

因为若他们相等则a的阶是2,这与G的阶是奇数矛盾(Lagrange定理)。故 G 中除e外，任意a与a\*成对存在。

G 中所有元素之积,由于 G 为 Abel 群，可交换 a 与 a\*在一起，最后结果为单位元。

三、k 逆 hk 属于 H，h 逆也属于 H，他们乘起来为 h 逆 k 逆 hk，也自然属于 H

h 逆 k 逆 h 属于 K，k 也属于 K， 他们乘起来为 h 逆 k 逆 hk，也自然属于 k

所以h逆k逆hk∈H∩K={e}，h逆k逆hk=e,hk=kh

四、P306 第 10 题（书上课后习题）

五、原式化成 （任意 xA 且非 B）或（非存在 xA 或 B） 然后对或分配 任意 xA 或 B 或任意 X 非 A 然后任意（A 或非 A）或 B

所以为 1