上機習題 #3 (stack 之應用)

題目: 西洋棋騎士(knight)走完棋盤的順序

説明:

一個 $n \times n$ 的西洋棋盤上,騎士(knight)置於某位置(x,y),撰寫一個程式以便找出此騎士(n^2 -1)次移動的順序,而每個格子只拜訪過一次。實作方式<u>使用 stack,而不使用 recursion</u>。西洋棋騎士可能移動之方位共有 8 個如下:

		j				
		_1	2	3	4	5
	1		K8		K1	
	2	K7				K2
\downarrow	3			K		
i	4	K6				K3
•	5		K5		K4	

上圖中, K 代表目前騎士所在之位置, K1 至 K8 為可能移動之位置。假設 K 所在之位置為(i,j), 則移動後之位置差值如下:

	i之差值	j之差值	位置
K1	-2	1	(i-2,j+1)
K2	-1	2	(i-1,j+2)
K3	1	2	(i+1,j+2)
K4	2	1	(i+2,j+1)
K5	2	-1	(i+2,j-1)
K6	1	-2	(i+1,j-2)
K7	-1	-2	(i-1,j-2)
K8	-2	-1	(i-2,j-1)

可以利用<mark>嘗試錯誤的方法(backtracking)解決此問題</mark>。騎士在某位置時,可以選擇某條路往前走,走到不能繼續前進時(所有可能移動的位置,均已嘗試過),則退回上一個位置,再選擇其他路徑。由於騎士往前走,而將來又可能退回,故可利用 stack 記錄騎士所走過的路徑。

Stack 的每一個元素應至少記錄三項資料如下:

i軸之值、i軸之值、該位置已經走過的方向編號

例如: n=3

initial:

0	0	0
0	0	0
0	0	0

從左上角(1,1)出發, 3步之後:

1	0	0
0	0	2
3	0	0

上圖的 2 與 3 分別表示第二次與第三次拜訪的位置, 0 表示尚未 拜訪過。目前處於第三步, 此時的 stack 内容如下:

Stack 的内容:每一筆紀錄代表棋盤被走過的狀態。從第二步欲移至第三步時,需將(2,3,6)的資訊 push 到 stack,(2,3,6)表示第二步的位置在 i=2, j=3,已經偵測的方向為 6 (即 K6)。

接著, 從在前往第四步:

1	4	0
0	0	2
3	0	0

目前處於第四步,此時的 stack 内容如下:

3,1,1	
2,3,6	
1,1,3	

撰寫此程式,除了需要有一個 stack 外,還需要一個 n×n 的陣列 (array)。剛開始,陣列所有元素均設定為 0,此時的 0表示該位置尚未被拜訪過。如果騎士走了三步,則依序在其拜訪過的位置記錄為 1、2、3。將來若發現此條路徑不通需要退回時,則需將這些位置重設為 0,表示日後騎士尚可由其他路徑拜訪該位置。例如,從第三步退回至第二步時,亦即從位置(3,1)退回至位置(2,3)時,需將位置(3,1)重設為 0,且需從 stack 取出(2,3,6);代表需退回位置(2,3),並且上次已經嘗試方向 6 (即 K6);下次應從方向 7 (即 K6) 嘗試。

輸出:

以左上角(1,1)為起點,分別印出 n=1、2、3、4、5、6 之情形。如果無解,印出"no solution"。如果有解,則在各個格子內填入拜訪的順序 m,代表該位置是於第m步被拜訪的。例如 n=5,可印出:

1	20	17	12	3
16	11	2	7	18
21	24	19	4	13
10	15	6	23	8
25	22	9	14	5

對於有解的n,印出任一組解即可,不必印出所有的解。 注意:本習題不得使用 recursive 方法撰寫程式, 必須使用 C++ 自己實作 stack 物件,然後以自己所實 作的 stack 物件進行 push、pop 等運算。