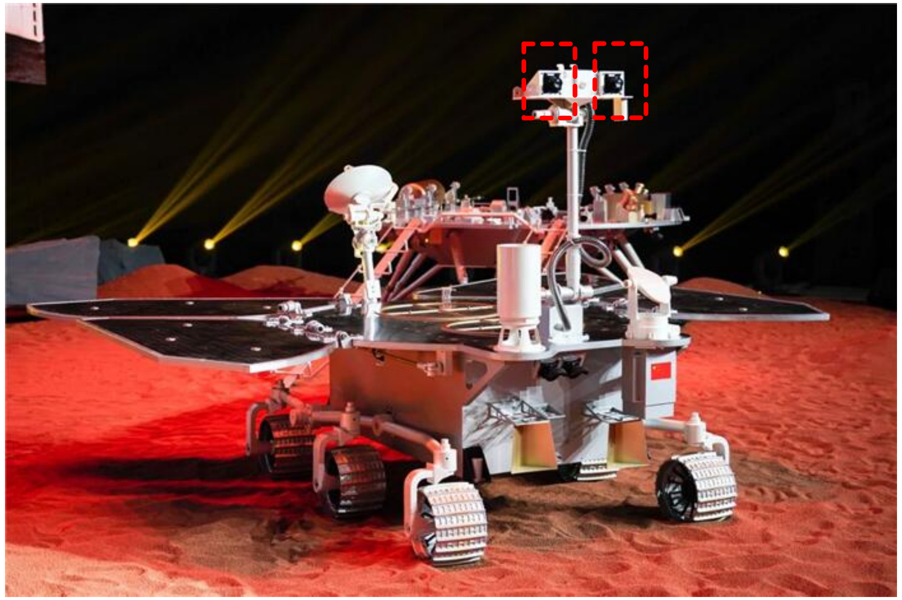
エピポーラ幾何学

徐　宏坤

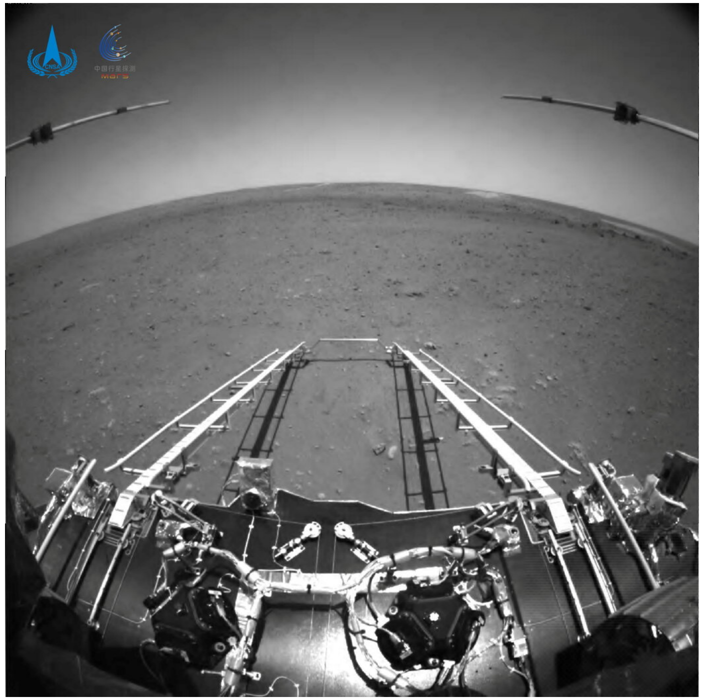
2021.05.23

ステレオビジョン

ステレオビジョン



惑星探査車

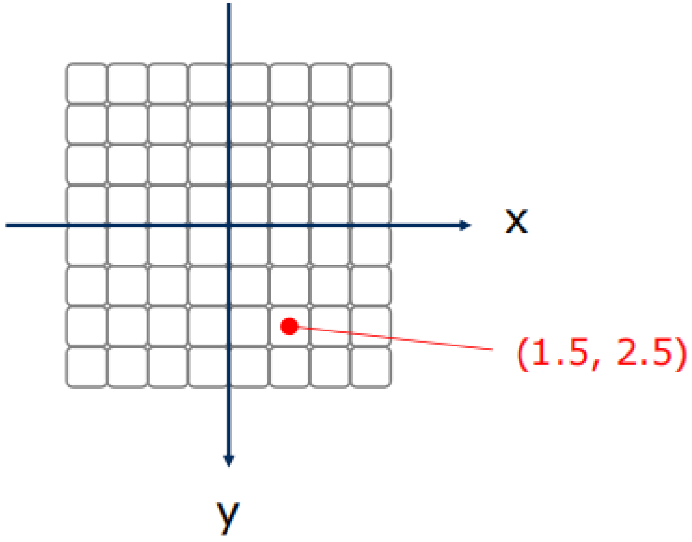


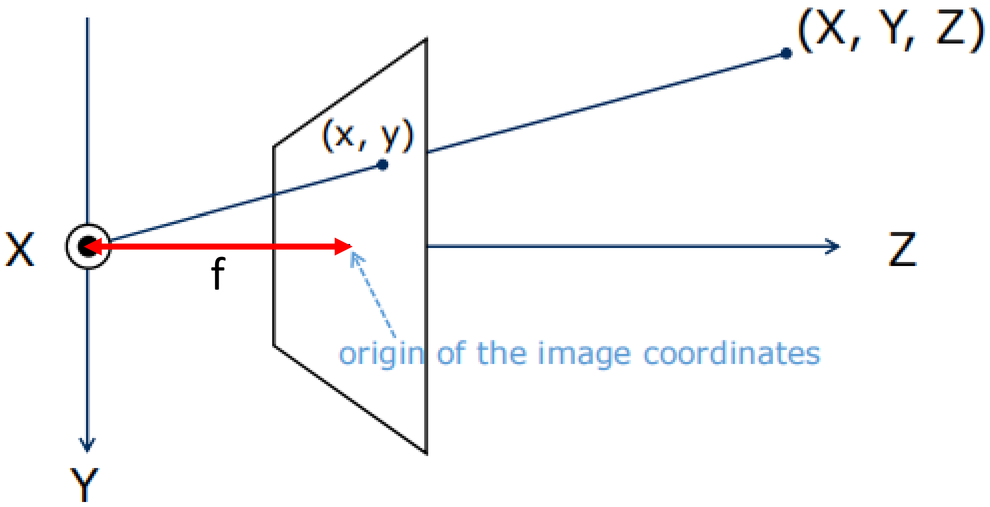
撮影した映像

画像座標系

- 画像の中心を原点とし、焦点距離をfとすると、

$$x = f\frac{X}{Z} \quad y = f\frac{Y}{Z}$$

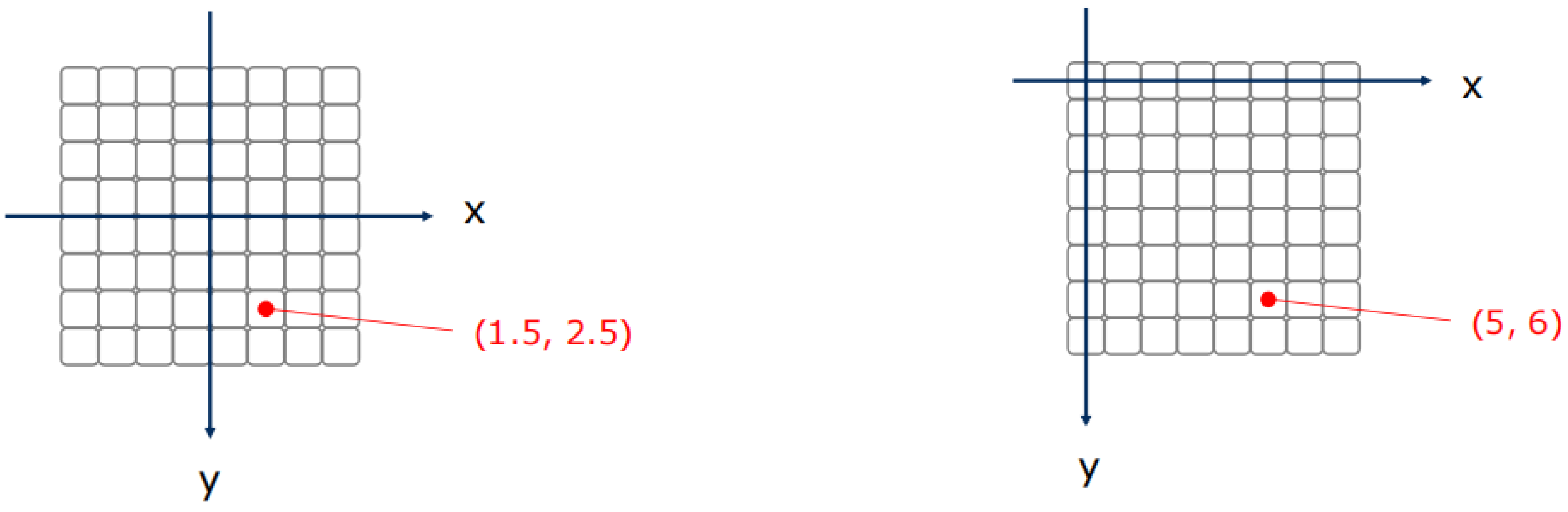




画像座標系

- 原点が画像の左上であれば、オフセットを加える。

$$x = f\frac{X}{Z} + c_x \qquad y = f\frac{Y}{Z} + c_y$$



画像座標系

- 原点が画像の左上であれば、オフセットを加える。

$$x = f\frac{X}{Z} + c_x \qquad y = f\frac{Y}{Z} + c_y$$

- 行列の積で表示されると

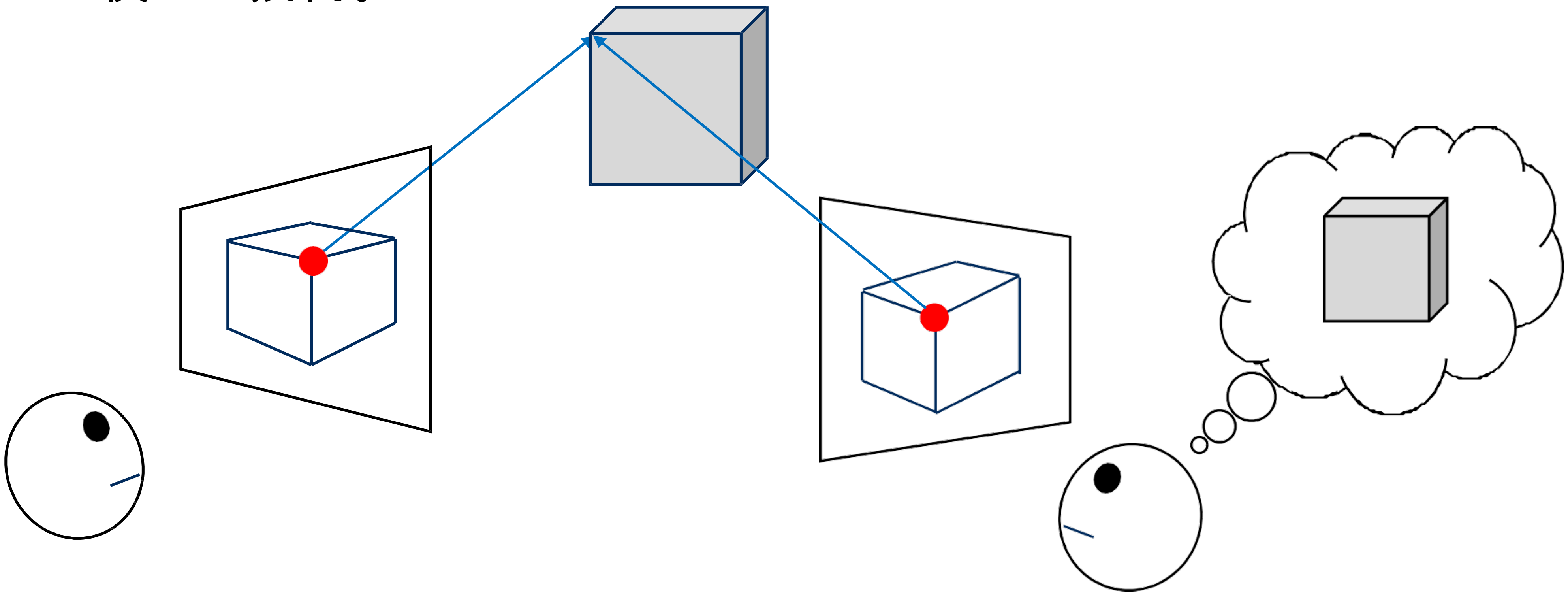
$$x = \frac{X'}{Z'} \qquad y = \frac{Y'}{Z'}$$

coor. of the image center

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \qquad P = \begin{bmatrix} f & 0 & c_x & 0 \\ 0 & f & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

エピポーラ幾何学

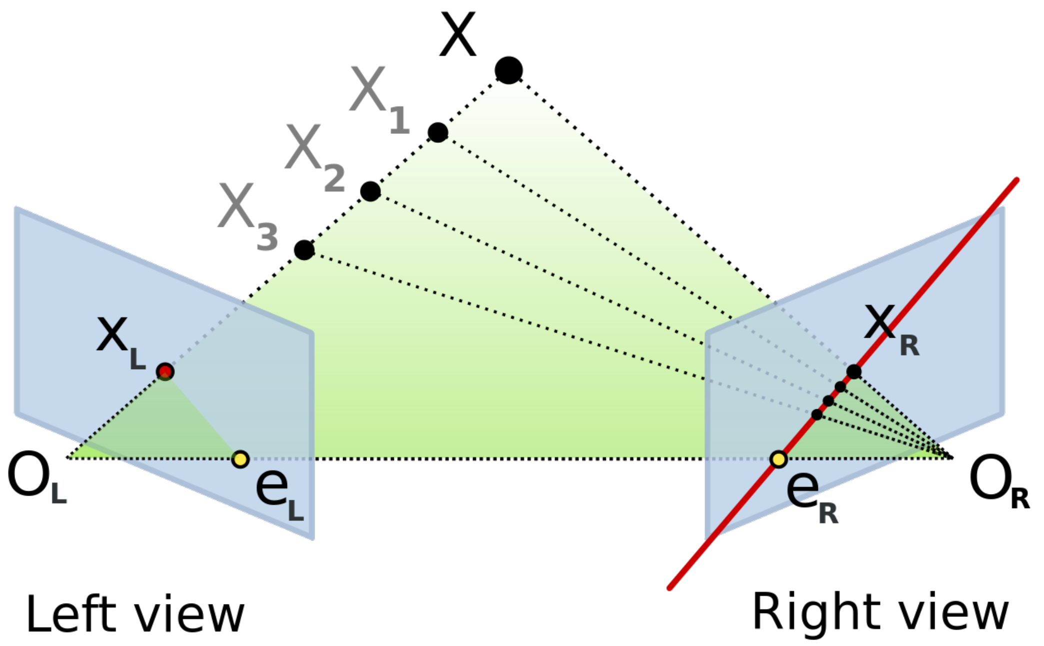
- **エピポーラ幾何**とは、2つ(または2つ以上の)のカメラで3次元空間を撮影する、ステレオビジョンに関する幾何のこと。2つ(または2つ以上の)の異なる位置から見た画像から、3次元の奥行き情報を復元したり、画像間の対応を求めたりするのに役立つ幾何。



エピポーラ幾何学

- 3次元空間上に存在する点Xが2つのカメラの投影面(Left view, Right view)に、投影(透視投影)されているとする。
- O_LとO_Rは、2つのカメラの投影中心。
- 点X_LとX_Rは、各投影面上における点Xの投影。

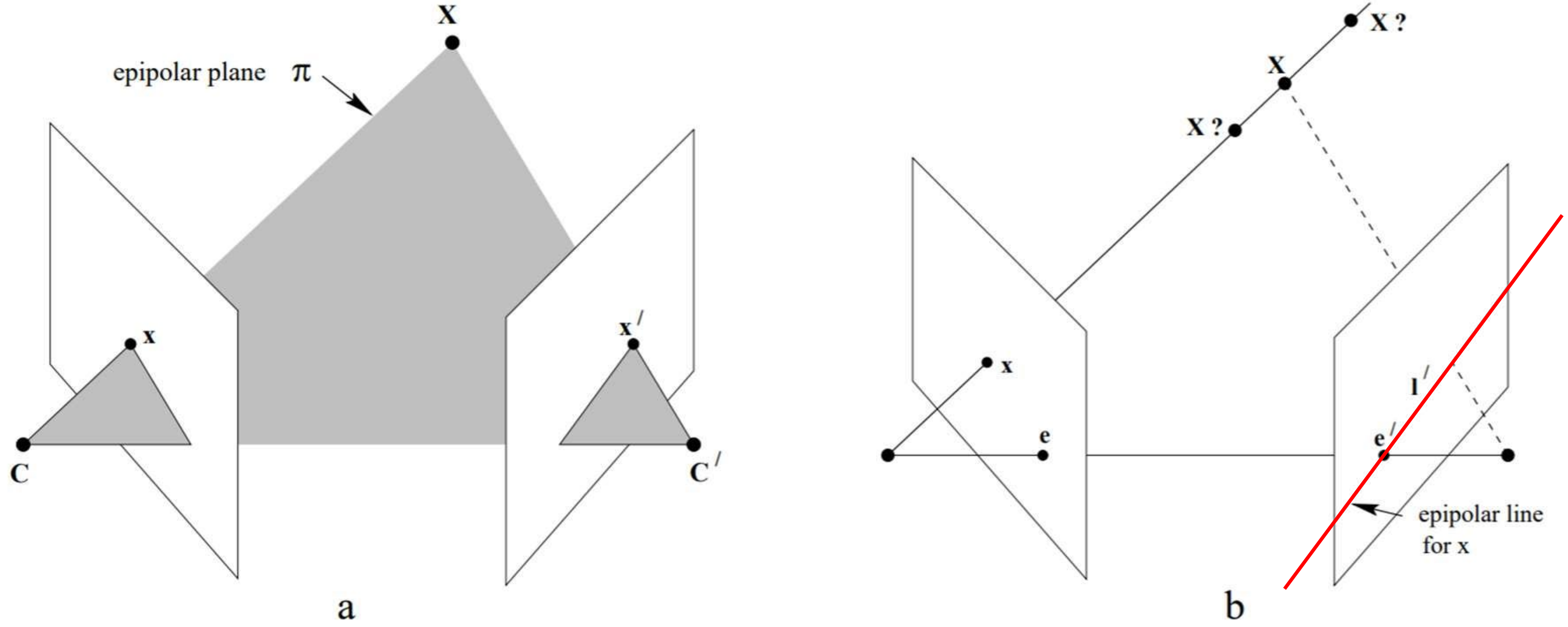
=> それぞれの平面上の点X_LとX_Rの2次元座標がわかれば、3次元空間内の点Xを一意に決定できる。



From Wikipedia: Epipolar geometry

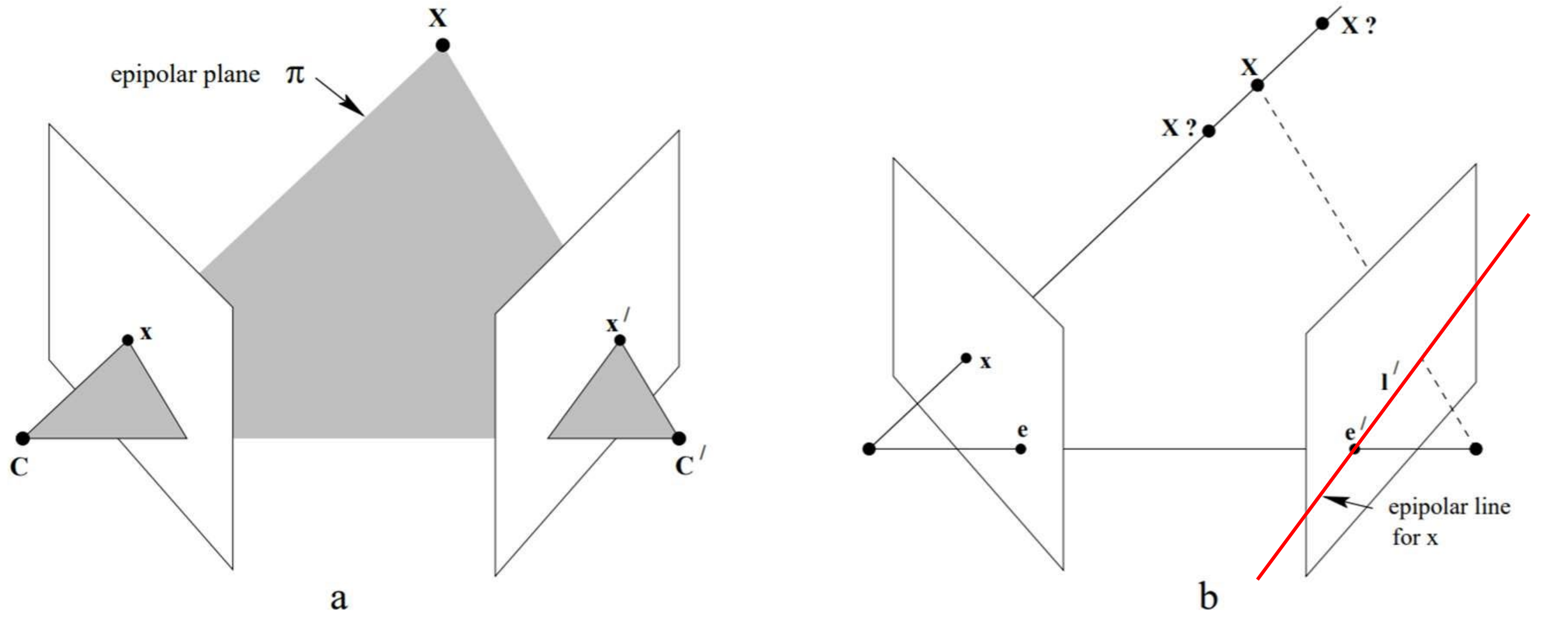
エピポーラ幾何学

- 2つのカメラの投影中心を結んだ線と、3次元空間上の点Xは、エピポーラ面（epipolar plane）を形成する。
- 点Xと左カメラでの2次元投影点xが与えられると、右カメラのエピポーラ線（epipolar line）が定義される。



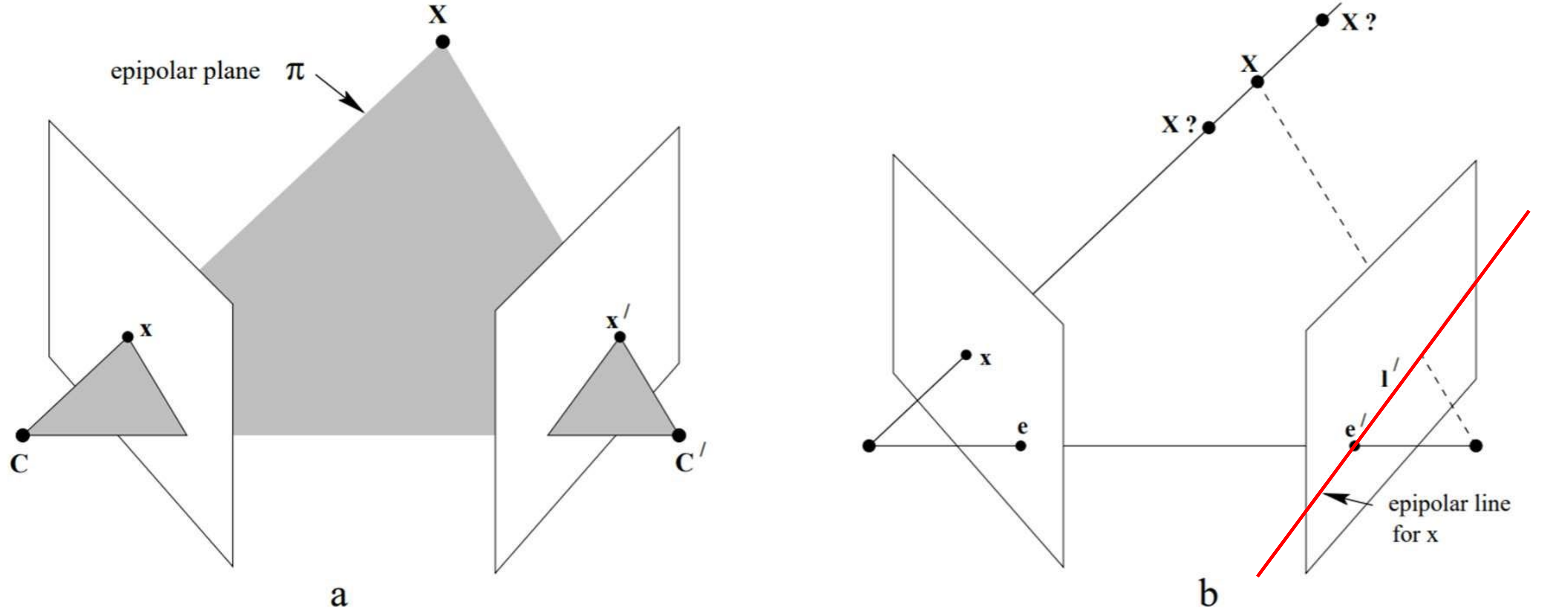
エピポーラ幾何学

- 点e, e'をエピポーラ点（epipolar point）と呼ぶ。
- エピポーラ線は点Xの3次元空間位置によって一意に定まるが、すべてのエピポーラ線はエピポーラ点を通る。

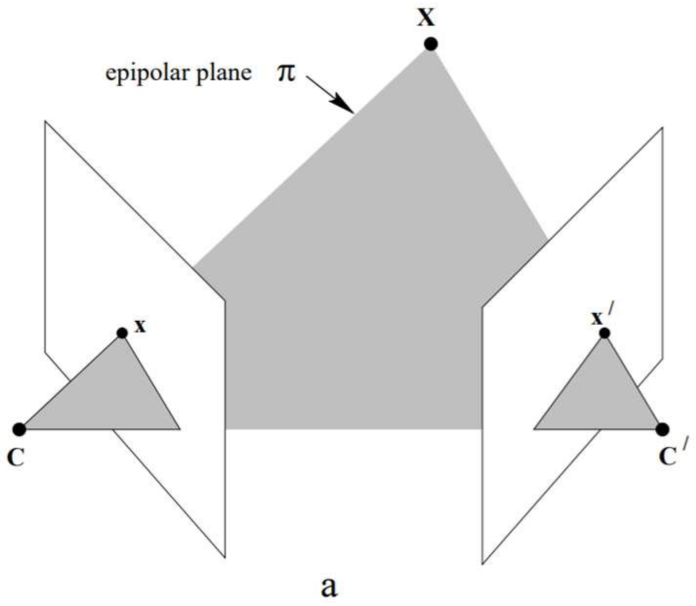


エピポーラ幾何学

- 点Xの右カメラでの投影x'は、エピポーラ線上のどこかにある。これをエピポーラ制約（epipolar constraint）と呼ぶ。



エピポーラ幾何学



$\overrightarrow{CC'}, \overrightarrow{CX}, \overrightarrow{C'X}$ はエピポーラ面、ゆえに

$$\overrightarrow{CX} \cdot \left(\overrightarrow{CC'} \times \overrightarrow{C'X}\right) = 0$$

すなわち

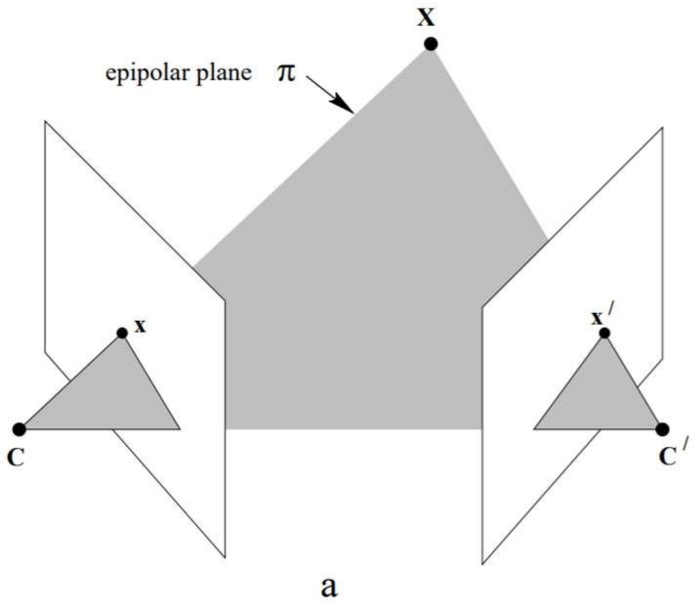
$$\begin{bmatrix} x \\ f \end{bmatrix} \cdot \left(T \times \left(R \begin{bmatrix} x' \\ f \end{bmatrix}\right)\right) = 0$$

ここで $T = \overrightarrow{CC'}$, Rは点Cを点C'に回転させる3次元回転行列を表す。

更に、

$$[x \quad f] E \begin{bmatrix} x' \\ f \end{bmatrix} = 0$$

エピポーラ幾何学



更に

$$[x \quad f]E\begin{bmatrix} x' \\ f \end{bmatrix} = 0$$

ここで $E = T \times R = T_{\times}R$

$$T_{\times} = \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix}_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -T_Z & T_Y \\ T_Z & 0 & -T_X \\ -T_Y & T_X & 0 \end{bmatrix}$$

$T_{\times}$ はベクトル外積演算の行列演算への置き換え、

行列Eを基本行列（Essential Matrix）と呼ぶ

エピポーラ幾何学

- 2つのカメラの位置と角度が固定されると、基本行列は固定値。
- したがって、両画面の同じ点の2つの2次元座標がわかれば、その点の実際の3次元座標を算出することができる。
- そこから3次元のモデルを構築することができる。

ご清聴ありがとうございました