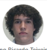
Métodos Numéricos

Mostrar/Ocultar



Nuno Ricardo Teixeira da Costa

1 2 3 4 5 6

Mostrar uma página de cada vez

Terminar revisão

Início	terça, 5 de janeiro de 2021 às 19:30
Estado	Prova submetida
Data de submissão:	terça, 5 de janeiro de 2021 às 20:59
Tempo gasto	1 hora 29 minutos
Nota	**17,5** de um máximo de 20,0 (**88**%)

Pergunta 1

Respondida Pontuou 5,000 de 6,000 Destacar pergunta

Um sistema físico é descrito por uma dada equação diferencial

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t)$$

Pretendemos saber quando uma concretização particular do sistema atinge o valor zero.

Sugira uma estratégia numérica para o fazer. Discuta a natureza do problema, os métodos possíveis e qual a qualidade esperada da solução.

Responda de forma concisa na área de texto. Se quiser entregar um ficheiro complementar **APENAS para esta resposta**, faça-o na área de entrega abaixo.

O objetivo deste problema é encontrar uma raiz de uma função dada uma equação diferencial que a representa. Por outras palavras, uma função x(t) que representa o sistema. A derivada desta função, x'(t), será representada por f(x,t). No entanto, não temos a função x(t) para, diretamente, poder obter o resultado dos seus possíveis zeros com um dos métodos para tal.

Assim, uma abordagem possível seria a de utilizar um dos métodos de aproximação de equações diferenciais. Para tal, numa perspetiva de estudo do sistema, deveria ser visto o gráfico de f(x,t), por forma a conseguir visualizar a evolução da derivada do sistema, dado um ponto inicial (já que também depende de x, o sistema depende do seu ponto inicial) e, a partir daí, calcular, com um dos métodos de equações diferenciais, a evolução do sistema num intervalo de tempo e passo relativamente grandes (para ter uma ideia do evoluir do sistema). Por exemplo, dado o desconhecimento do sistema, poderia ser usado o método de Runge Kutta 4, para uma maior precisão - à custa de maior peso computacional - mas também poderia ser usado tanto o método de Euler como o de Runge Kutta 2, caso isso fosse um problema.

Após obter um perfil do sistema, poderia ser verificado quando é que, nos valores de x obtidos, o seu sinal se trocava. Quando tal se verificasse, seria indicativo que a função teria passado pelo valor zero. Associando os valores de tempo que se obteram para os x's correspondentes, o sistema podia ser novamente aproximado, com menor passo, nesse intervalo de tempo agora mais pequeno. Caso a nova aproximação do sistema apenas desse valores de um sinal (só positivos ou só negativos), significaria que os erros cometidos nas iterações do uso do método antes da redefinição do intervalo teriam sido grosseiros (para este problema), pelo que o intervalo deveria ser reajustado (caso apenas valores negativos fossem mostrados, por exemplo, bastaria olhar para o sinal da derivada de x(t), ou seja, de f(x,t), e verificar se era positivo naquele intervalo ou negativo. Caso fosse positivo, significaria que a função era crescente, pelo que o zero provavelmente estaria depois do intervalo escolhido. Caso fosse negativo, estaria antes. O mesmo raciocínio pode ser aplicado ao caso de valores positivos.). Após o reajuste do intervalo, mantendo, por exemplo, a sua amplitude, deveria ser calculado de novo a aproximação, agora no novo intervalo.

Este ciclo poderia ser repetido indefinidamente, até obtermos um valor de intervalo aceitável, dando por terminada a busca do zero.

É claro que a qualidade da solução não seria a mais precisa: acaba por ser uma aproximação ingénua através dos métodos de aproximação de equações diferenciais. No entanto, seria possível enquadrar num intervalo, com relativamente boa confiança, a solução procurada.

Também poderia ser feita uma regressão linear do sistema após o cálculo da aproximação num intervalo de tempo, criando assim um x(t) fictício, e com esse x(t), utilizando por exemplo o método de Newton (com x'(t) = f(x,t)) , calcular o zero. No entanto, esta solução estaria sujeita a dois possíveis erros, pois sao feitos dois métodos, e também estaria sujeito às debilidades de ambos. Logo, a primeira solução afigura-se preferível.

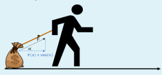
Comentário:

Pergunta 2

Respondida Pontuou 4,500 de 6,000 Destacar pergunta

O trabalho (**W**) realizado para arrastar um saco pode ser obtido através da seguinte fórmula:

$$\mathbf{W} = 2 \cdot \pi \int_{x_0}^{x_n} F(x) \cos(\alpha)\, dx$$



Recorrendo aos dados presentes na tabela, calcule o trabalho (**W**) recorrendo aos métodos que aprendeu.

x	F(x)	α
0	0,00	0,00
1	0,30	0,07
2	0,60	0,13
2,5	0,75	0,17
3	0,90	0,20
3,5	1,05	0,23
4	1,20	0,26
4,5	1,35	0,30
5	1,50	0,33
5,5	1,65	0,36
6	1,80	0,40
7	2,10	0,46
8	2,40	0,53

Responda às seguintes perguntas:

a. Qual o valor do trabalho (**W**)?
b. Consegue estimar o valor do erro ?
   Qual é o seu valor?

Responda de forma concisa na área de texto.
Apresente justificações, cálculo e código.
Se quiser entregar um ficheiro complementar **APENAS para esta resposta**, faça-o na área de entrega abaixo.

a) Tomando x0 = 0 e xf = 8, será possível calcular uma aproximação do trabalho usando um passo de 4, 2 ou 1, já que não sabemos qual é o ângulo em todas as posições intermédias. Seria possível aproximar esse valor com um passo de 0.5, no entanto, fazendo, por exemplo, para a posição x=6.5, alpha = (0.4 + 0.46)/2 . Também foi tida em conta essa possibilidade. Assim, ambos os resultados encontram-se no ficheiro anexo.

W (h=4) = 56,20861

W (h=2) = 65,85112

W (h=1) = 51,70013

W (h=0.5) -> Aproximado = 44,585572

b) O seu valor pode ser estimado caso o QC seja válido utilizando um passo menor. Para tal, teria de ser usado um passo de 2 para, respetivamente, poder ser calculado S -> h= 2, S' -> h=1 e S'' -> 0.5. No entanto, o QC ronda os 1.989 (valor claramente indicativo de imprecisão de cálculo), e tratando-se de um método de quarta ordem, está bastante longe dos 16 necessários, pelo que nao é possível calcular o erro para que possa ser aceite. O mesmo acontece com S -> h=4, S'-> h=2 e S''->h=1. Os resultados encontram-se no anexo.

Pergunta 2 - Método de Simpson.py

Comentário:
Tem alguns erros de código, mas a estratégia era esta

Pergunta 3

Correta Pontuou 4,000 de 4,000 Destacar pergunta

Seja dado o sistema de equações lineares:

A. x = b

em que

A				b	**x0**	**x1**
6,00000	0,50000	3,00000	0,25000	2,50000	-0,81959	-0,78021
1,20000	3,00000	0,25000	0,20000	3,80000	1,40167	1,39216
-1,00000	0,25000	4,00000	2,00000	10,00000	2,15095	2,16284
2,00000	4,00000	1,00000	8,00000	7,00000	0,11019	0,10362

Usando os valores iniciais **x0**, calcule uma iteração pelo **Método de Gauss-Seidel**.

A resposta são números em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais.

Pergunta 4

Correta Pontuou 1,000 de 1,000 Destacar pergunta

Dada a seguinte função real de variável real, cujos zeros se pretende determinar:

$$x^3 + 2x^2 + 10x - 12 = 0$$

Em qual dos seguintes intervalos está contida a maior raíz real da equação ?

- a. [-2,5 , -1,5]
- b. Não sei, não respondo
- c. Nenhum dos intervalos
- d. [-3,5 , -1,5]
- e. [2,5 , 4,5]
- f. [-1,5 , 2,5]

Pergunta 5

Correta Pontuou 3,000 de 3,000 Destacar pergunta

Para resolver a equação seguinte, usaremos o **Método de Newton**

$$x^3 + 2x^2 + 10x - 12 = 0$$

Quais serão os valores para as três primeiras iterações (x_0 , x_1, x_2), iniciando a aplicação do método com um *guess* de 0 (zero)?

- a. 0; 1,2000; 0,9590
- b. 0; 2,0000; 2,2590
- c. 0; 1,7000; 1,9590
- d. Não sei, não respondo /I don't know (no penalty)
- e. 1; 3,3000; 4,3590
- f. Nenhuma das sucessões / None of the successions

Pergunta 6

Respondida Não classificada Destacar pergunta

Submissão de ficheiros suplementares

Entregue aqui os ficheiros justificativos / suplementares das suas respostas ao teste.
Pode entregar até três ficheiros isolados.
Se necessitar de mais, deve zipá-los.

Deve identificar os seus ficheiros quer internamente (colocando comentários identificativos) quer externamente, usando nomes como:
up??????-nomeAluno-pergunta#.extensão

Em anexo envia-se o código das perguntas 3 e 5.

Pergunta 3 - Método Gauss-Seidel.py

Pergunta 5 - Método de Newton.py

Terminar revisão