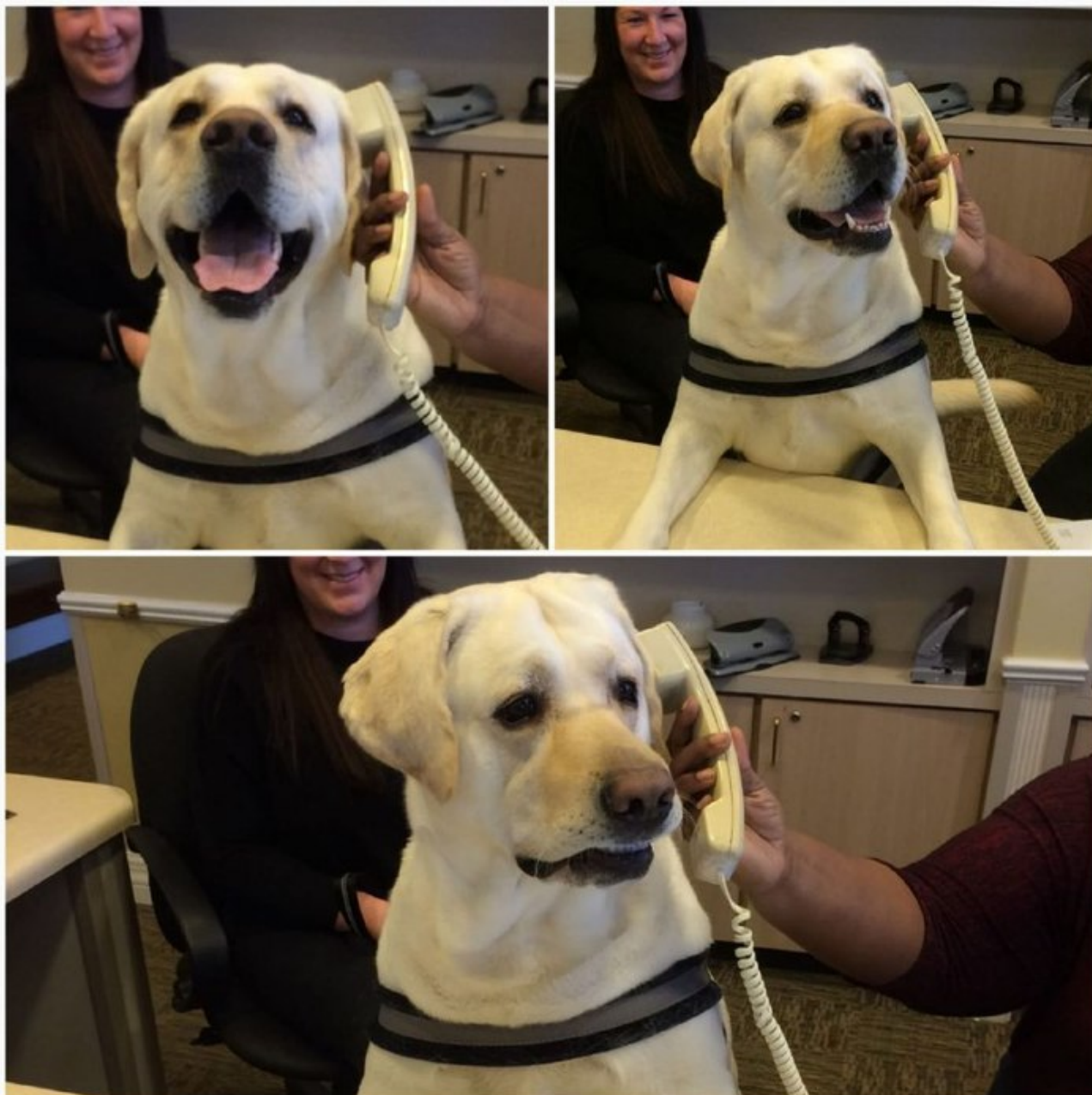


# Дифференциальные уравнения листок 5

Мишандрил Антюх, Биршерт Алешксей

Февраль 2019

Когда звонят и говорят, что завтра уже диффуры, а ты еще не затехал листок.



## Задача 1

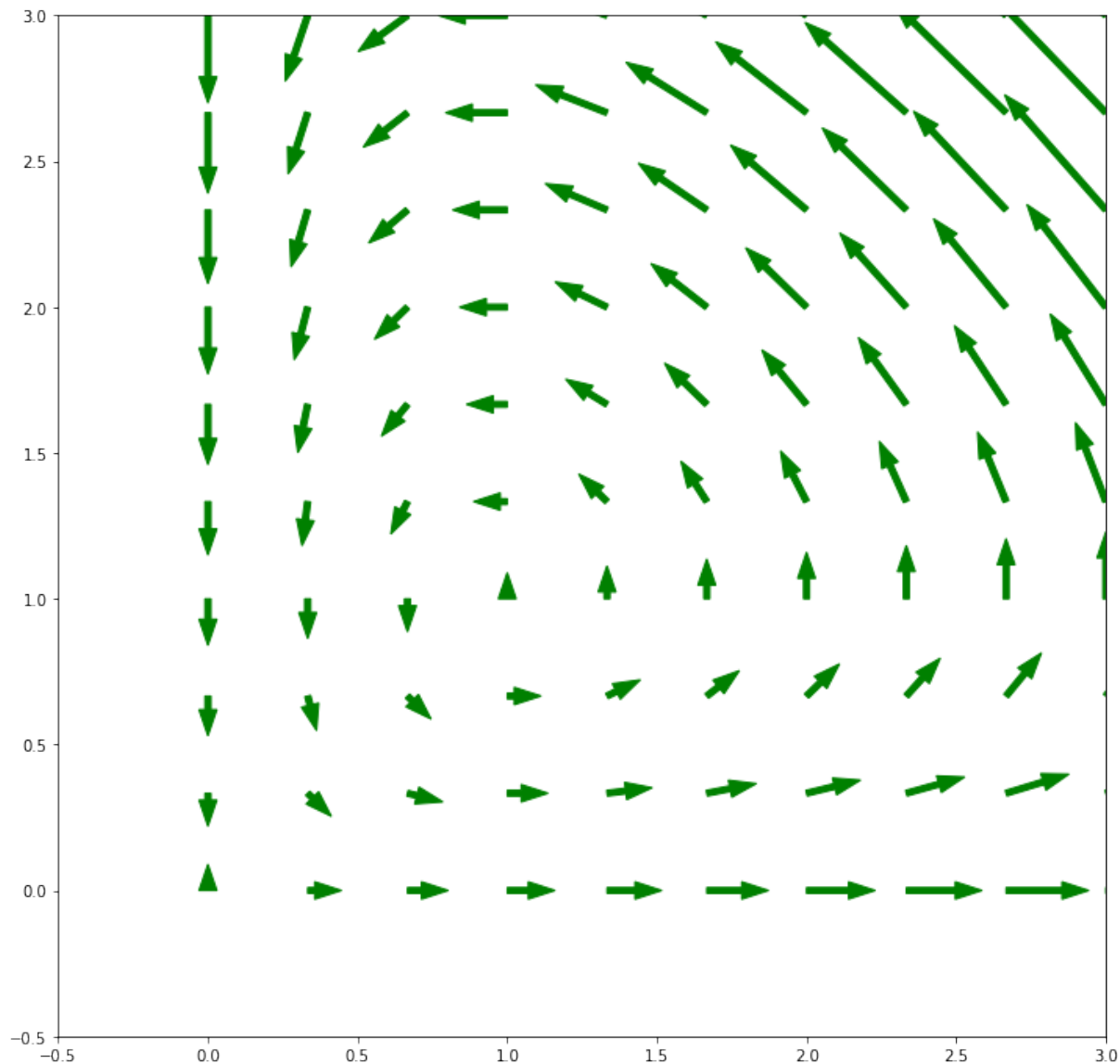
$$\dot{x} = kx - axy, \quad \dot{y} = -ly + bxy$$

$$a, b, k, l > 0, \quad x \geq 0, y \geq 0$$

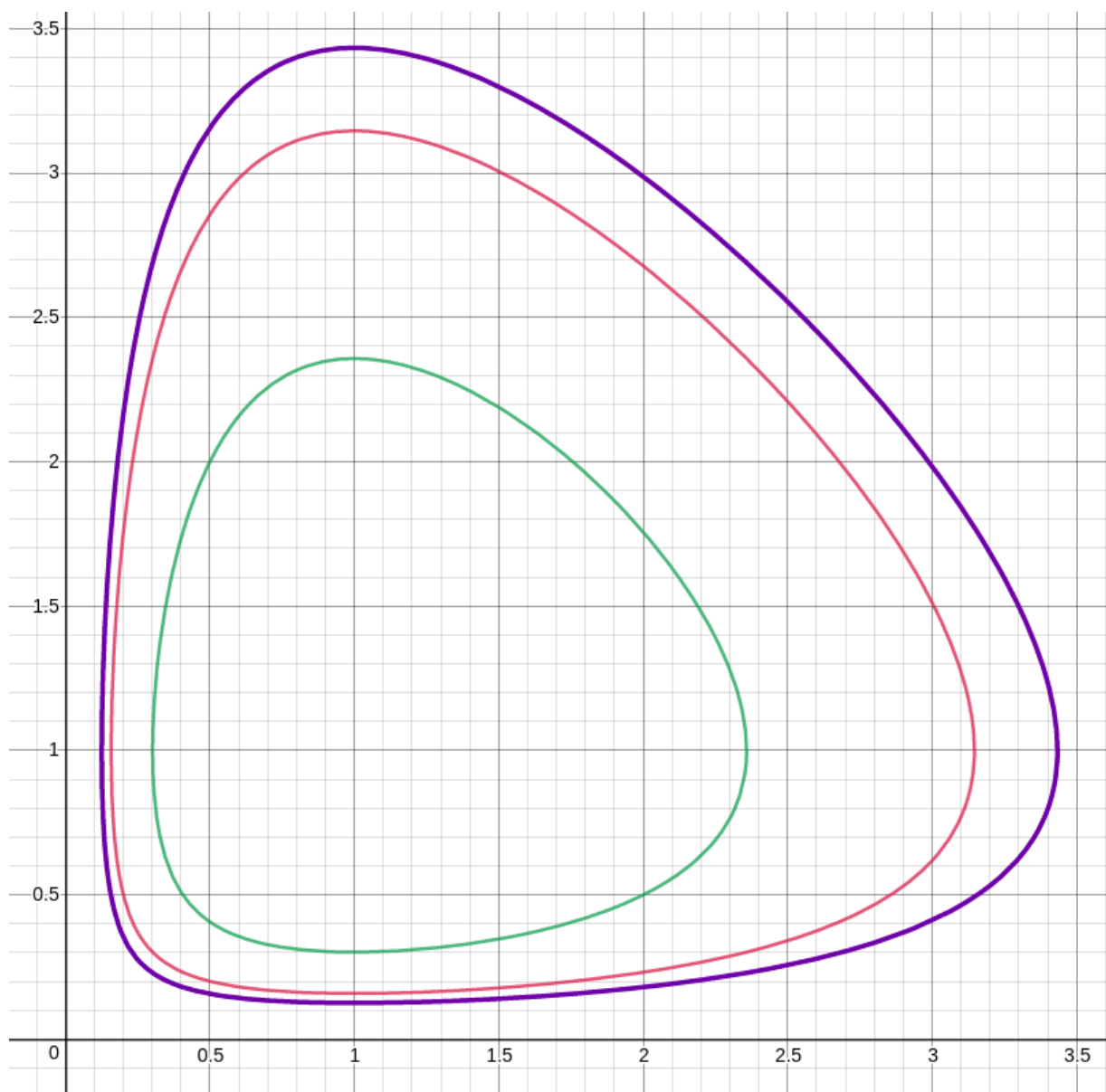
(a) Найдём все особые точки векторного поля, соответствующие уравнению.

$$kx - axy = 0, -ly + bxy = 0 \rightarrow (x = 0 \cap y = 0) \cup (x = \frac{l}{b} \cap y = \frac{k}{a})$$

(b) Нарисуем векторное поле для  $a = b = k = l = 1$



(с) Нарисуем эскиз фазовых кривых для  $a = b = k = l = 1$



(d) Запишем неавтономное дифференциальное уравнение, кривые которого совпадают с фазовыми кривыми системы

$$\frac{dx}{dt} = kx - axy, \quad \frac{dy}{dt} = -ly + bxy \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{bxy - ly}{kx - axy}$$

(е) Решим полученное уравнение!

$$\frac{dy}{dx} = \frac{bxy - ly}{kx - axy} \rightarrow k \ln(y) - ay = b \ln(x) - lx + C$$

(f + g) Уже нарисовал выше. Интерпретирую: Система замкнута и циклична, чем больше хищников, тем меньше жертв, тем меньше хищников, тем больше жертв, тем больше хищников и сначала.

## Задача 2

$$\omega(P, v) = f_1(P) \cdot v_1 + \dots + f_n(P) \cdot v_n$$

(a)  $\omega(P, v) = x + y$  **Нет**

(b)  $\omega(P, v) = v_x$  **Да**

(c)  $\omega(P, v) = x_x + x_y + 1$  **Нет**

(d)  $\omega(P, v) = xyv_x$  **Да**

(e)  $\omega(P, v) = x^2v_x + y^2v_y$  **Да**

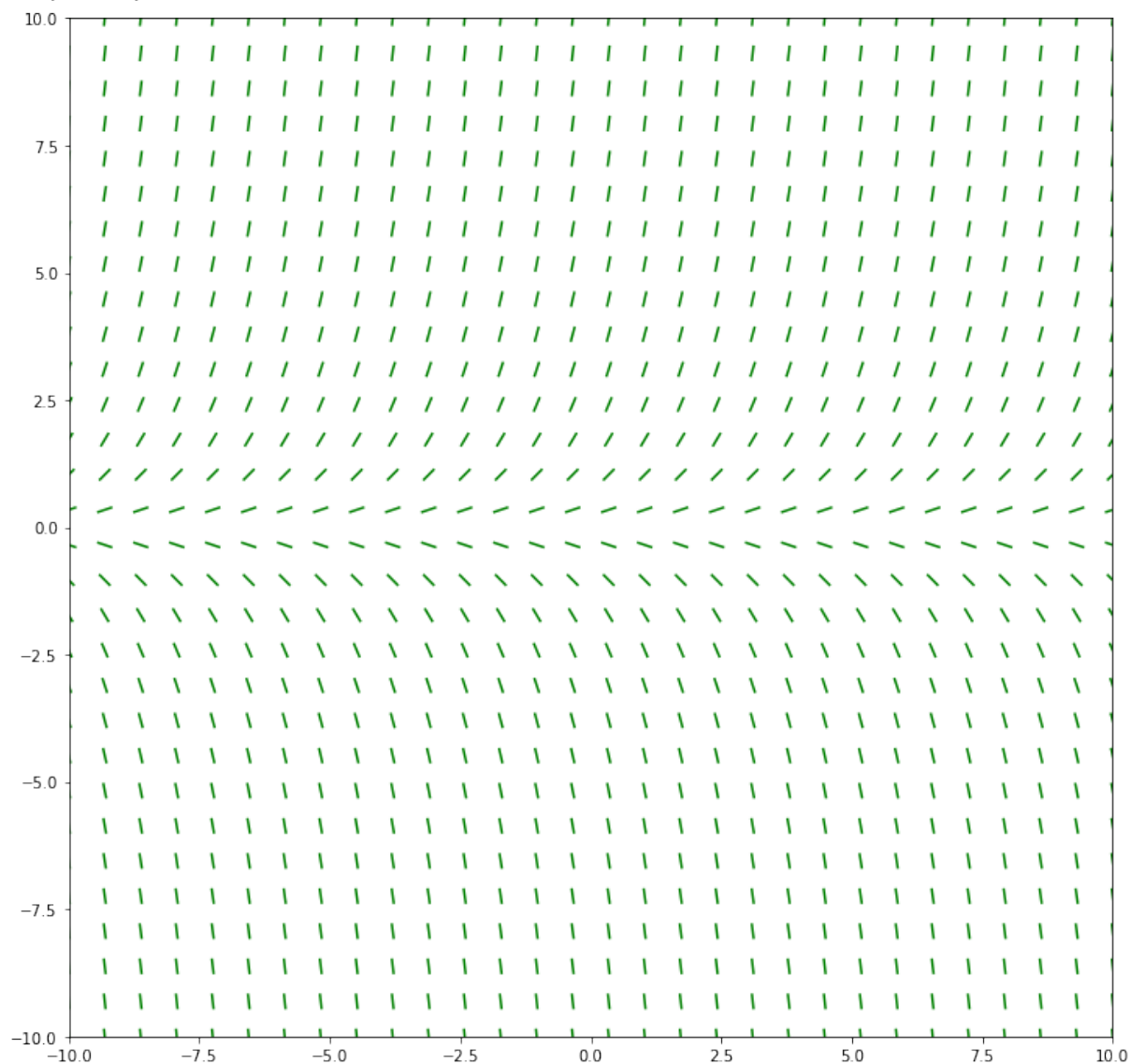
(f)  $\omega(P, v) = xv_xv_y$  **Нет**

### Задача 3

$$\omega = f(x, y)dx - g(x, y)dy$$

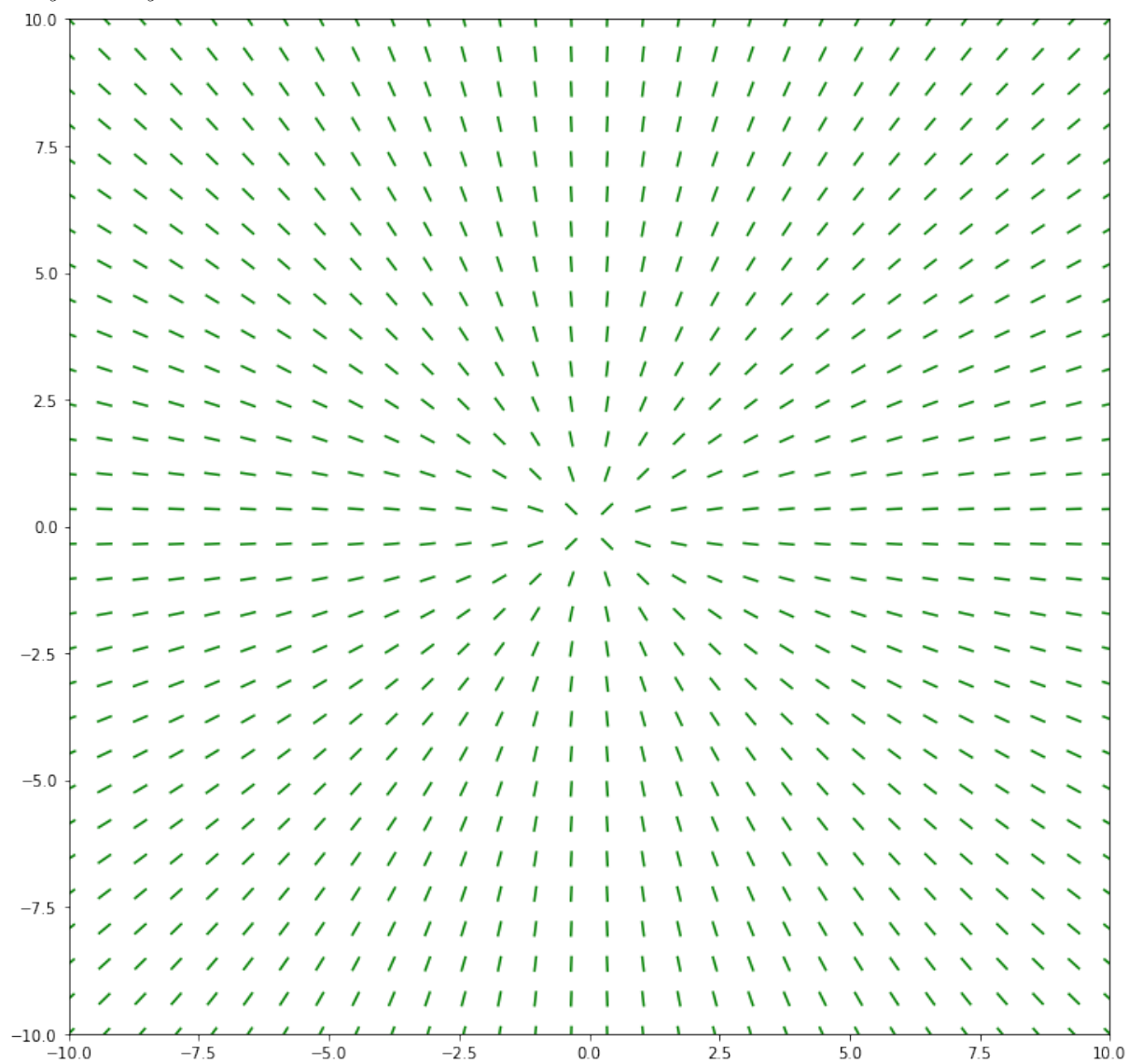
(a)  $y' = y$

$$\omega = ydx - dy$$



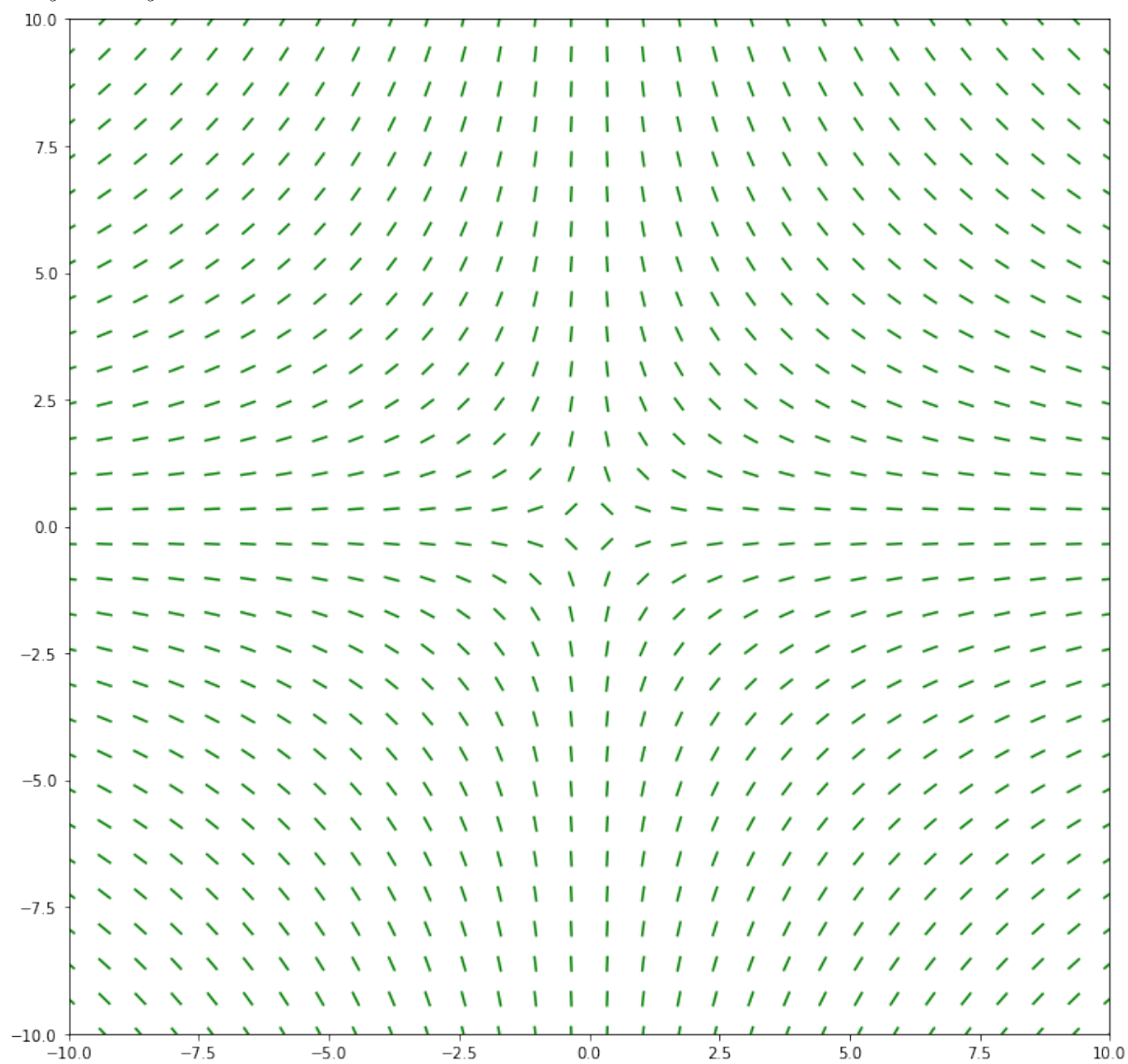
(b)  $y' = y/x$

$$\omega = ydx - xdy$$



(c)  $y' = -y/x$

$$\omega = ydx + xdy$$



(d)  $y' = -x/y$

$$\omega = xdx + ydy$$

