

União, interseção e subgrafos

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria de Grafos
Bacharelado em Ciência da Computação

06 de junho de 2017



Plano de Aula

1 Revisão

- Grafo Bipartido (Cont.)
- Caminhos e Circuitos

2 União e Intersecção de Grafos

3 Subgrafos

Pensamento



Frase

I will build a great wall (and nobody builds walls better than me, believe me)... and I'll build them very inexpensively. I will build a great, great wall on our southern border, and I will make Mexico pay for that wall. Mark my words.

Quem?

Donald Trump (1946 - ???)
Atual presidente estadunidense.

Sumário

1 Revisão

- Grafo Bipartido (Cont.)
- Caminhos e Circuitos

2 União e Intersecção de Grafos

3 Subgrafos

Grafo Bipartido

$K_{p,q}$

Um $K_{p,q}$ é um grafo bipartido completo com p vértices brancos e q pretos.

Estrela

- Uma **estrela** é um grafo $K_{1,q}$;
- Se $q \geq 2$, o **centro** da estrela é o único vértice que incide em duas ou mais arestas;
- Se $q < 2$, a estrela não tem centro.

Caminhos e Circuitos

Caminho

Um grafo G é um **caminho** se V_G admite uma permutação (v_1, v_2, \dots, v_n) tal que

$$E_G = \{v_i v_{i+1} : 1 \leq i < n\}$$

- os vértices v_1 e v_n são os **extremos** do caminho;
- os demais vértices são **internos**;
- diremos que esse caminho **liga** v_1 a v_n .

Notação

Podemos denotar um caminho pela sequência representada pelos seus vértices:

$$v_1 v_2 \dots v_n$$



UFG

Regional Jataí



Caminhos e Circuitos

Círculo

Um grafo G é um **círculo** se V_G tem 3 ou mais elementos e admite uma permutação (v_1, v_2, \dots, v_n) tal que

$$E_G = \{v_i v_{i+1} : 1 \leq i < n\} \cup \{v_1 v_n\}$$

Notação

- Podemos denotar um circuito simplesmente por:

$$v_1 v_2 \dots v_n v_1$$

- O **comprimento** de um caminho ou circuito G é o número $m(G)$;
- Um **triângulo, quadrado, pentágono e hexágono** é o mesmo que um circuito de comprimento 3, 4, 5 e 6 respectivamente.



Sumário

1 Revisão

- Grafo Bipartido (Cont.)
- Caminhos e Circuitos

2 União e Intersecção de Grafos

3 Subgrafos

União e Intersecção de Grafos

União

A **união** de dois grafos G e H é o grafo $(V_G \cup V_H, E_G \cup E_H)$.
É natural denotar esse grafo por $G \cup H$.

União e Intersecção de Grafos

União

A **união** de dois grafos G e H é o grafo $(V_G \cup V_H, E_G \cup E_H)$.
É natural denotar esse grafo por $G \cup H$.

Intersecção

A **intersecção** de dois grafos G e H é o grafo $(V_G \cap V_H, E_G \cap E_H)$.
É natural denotar esse grafo por $G \cap H$.

União e Intersecção de Grafos

União

A **união** de dois grafos G e H é o grafo $(V_G \cup V_H, E_G \cup E_H)$.
É natural denotar esse grafo por $G \cup H$.

Intersecção

A **intersecção** de dois grafos G e H é o grafo $(V_G \cap V_H, E_G \cap E_H)$.
É natural denotar esse grafo por $G \cap H$.

Alguns cuidados...

Para evitar grafos sem vértices, só trataremos da
interação $G \cap H$ se $V_G \cap V_H$ não for vazio.



UFG
Regional Jataí

União e Intersecção de Grafos

Grafos disjuntos

Dois grafos G e H são **disjuntos** se os conjuntos V_G e V_H são disjuntos.

União e Intersecção de Grafos

Grafos disjuntos

Dois grafos G e H são **disjuntos** se os conjuntos V_G e V_H são disjuntos.

Corolário

Se G e H são disjuntos, então E_G e E_H são disjuntos.

Sumário

1 Revisão

- Grafo Bipartido (Cont.)
- Caminhos e Circuitos

2 União e Intersecção de Grafos

3 Subgrafos

Subgrafos

Definição

Um **subgrafo** de um grafo G é qualquer grafo H tal que $V_H \subseteq V_G$ e $E_H \subseteq E_G$.

Subgrafos

Definição

Um **subgrafo** de um grafo G é qualquer grafo H tal que $V_H \subseteq V_G$ e $E_H \subseteq E_G$.

Notações e Nomenclaturas

- É conveniente escrever “ $H \subseteq G$ ” para dizer que H é subgrafo de G ;

Subgrafos

Definição

Um **subgrafo** de um grafo G é qualquer grafo H tal que $V_H \subseteq V_G$ e $E_H \subseteq E_G$.

Notações e Nomenclaturas

- É conveniente escrever “ $H \subseteq G$ ” para dizer que H é subgrafo de G ;
- Um subgrafo H de G é **gerador** (*abrangente*, para alguns) se $V_H = V_G$;

Subgrafos

Definição

Um **subgrafo** de um grafo G é qualquer grafo H tal que $V_H \subseteq V_G$ e $E_H \subseteq E_G$.

Notações e Nomenclaturas

- É conveniente escrever “ $H \subseteq G$ ” para dizer que H é subgrafo de G ;
- Um subgrafo H de G é **gerador** (*abrangente*, para alguns) se $V_H = V_G$;
- Um subgrafo H de G é **próprio** se $V_H \neq V_G$ ou $E_H \neq E_G$ (notação: $H \subset G$).

Subgrafos

Subgrafo induzido - $G[X]$

O subgrafo de G **induzido** por um subconjunto X de V_G é o grafo (X, F) em que F é o conjunto $E_G \cap X^{(2)}$.
Esse subgrafo é denotado por $G[X]$.

Subgrafos

Subgrafo induzido - $G[X]$

O subgrafo de G **induzido** por um subconjunto X de V_G é o grafo (X, F) em que F é o conjunto $E_G \cap X^{(2)}$. Esse subgrafo é denotado por $G[X]$.

$G - X$

Para qualquer subconjunto X de V_G , denotaremos por $G - X$ o subgrafo $G[V_G \setminus X]$.

Subgrafos

Subgrafo induzido - $G[X]$

O subgrafo de G **induzido** por um subconjunto X de V_G é o grafo (X, F) em que F é o conjunto $E_G \cap X^{(2)}$. Esse subgrafo é denotado por $G[X]$.

$G - X$

Para qualquer subconjunto X de V_G , denotaremos por $G - X$ o subgrafo $G[V_G \setminus X]$.

$G - v$

Uma abreviação para $G - \{v\}$.

Subgrafos

$G - a$

Uma abreviação para o grafo $(V_G, E_G \setminus \{a\})$.



Subgrafos

$G - a$

Uma abreviação para o grafo $(V_G, E_G \setminus \{a\})$.

$G - A$

Se A é um subconjunto de E_G , então $G - A$ é uma abreviação para o grafo $(V_G, E_G \setminus A)$.

Subgrafos

$G - a$

Uma abreviação para o grafo $(V_G, E_G \setminus \{a\})$.

$G - A$

Se A é um subconjunto de E_G , então $G - A$ é uma abreviação para o grafo $(V_G, E_G \setminus A)$.

Corolário

$G - A$ é um grafo gerador de G .

União, interseção e subgrafos

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria de Grafos
Bacharelado em Ciência da Computação

06 de junho de 2017

