

# PROVA (PARTE 2)

Universidade Federal de Jataí (UFJ)  
Bacharelado em Ciência da Computação  
Lógica para Ciência da Computação  
Esdras Lins Bispo Jr.

09 de julho de 2019

## ORIENTAÇÕES PARA A RESOLUÇÃO

- A avaliação é individual, sem consulta;
- A pontuação máxima desta avaliação é 10,0 (dez) pontos, sendo uma das 06 (seis) componentes que formarão a média final da disciplina: quatro mini-testes (MT), uma prova final (PF), exercícios em formato de *Quizzes* (QZ) e questões conceituais (QC) aplicadas em sala de aula pelo método de Instrução pelos Colegas;
- A média final ( $MF$ ) será calculada assim como se segue

$$MF = MIN(10, S)$$
$$S = [(\sum_{i=1}^4 max(MT_i, SMT_i) + PF) \cdot 0,2 + QC + QZ]$$

em que

- $S$  é o somatório da pontuação de todas as avaliações, e
  - $SMT_i$  é a substitutiva do mini-teste  $i$ .
- O conteúdo exigido desta avaliação compreende o seguinte ponto apresentado no Plano de Ensino da disciplina: (3) Demonstrações.

Nome:
-------

## Terceiro Teste

1. (5,0 pt) [Alencar 9.3 Adaptado] Indicar a **Regra de Inferência** que justifica a **validade** dos seguintes argumentos:

- (a)  $p \rightarrow q, r \vee q \vdash (p \rightarrow q) \wedge (r \vee q)$       Regra da Conjunção  
 (b)  $q \rightarrow \sim r, \sim \sim r \vdash \sim q$       Regra *Modus Tollens*  
 (c)  $(u \leftrightarrow x) \rightarrow z \vdash (u \leftrightarrow x) \rightarrow (u \leftrightarrow x) \wedge z$       Regra da Absorção  
 (d)  $3 < 5 \rightarrow 4^2 \neq 16, \sqrt{3} \geq 1 \rightarrow \pi = 22/7, 4^2 = 16 \vee \pi \neq 22/7$   
 $\vdash 3 \geq 5 \vee \sqrt{3} < 1$       Regra do Dilema Destrutivo  
 (e)  $z < 8 \vee t = 5, t \neq 5 \vdash z < 8$       Regra do Silogismo Disjuntivo

2. (5,0 pt) Verificar que são **válidos** os seguintes argumentos, por meio de **regras de inferência**.

- (a) (2,0 pt) [Alencar 11.8 (e)]

$$p \rightarrow q, \sim q, \sim p \rightarrow r \vdash r$$

- (1)  $p \rightarrow q$   
 (2)  $\sim q$   
 (3)  $\sim p \rightarrow r$   


---

  
 (4)  $\sim p$       MT (1), (2)  
 (5)  $r$       MP (3), (4)

- (b) (3,0 pt) [Alencar 11.15 (e)]

$$\sim p \vee \sim q, \sim q \rightarrow \sim r, \sim p \rightarrow t, \sim t \vdash \sim r \wedge \sim t$$

- (1)  $\sim p \vee \sim q$   
 (2)  $\sim q \rightarrow \sim r$   
 (3)  $\sim p \rightarrow t$   
 (4)  $\sim t$   


---

  
 (5)  $\sim \sim p$       MT (3), (4)  
 (6)  $\sim q$       SD (1), (5)  
 (7)  $\sim r$       MP (2), (6)  
 (8)  $\sim r \wedge \sim t$       CONJ (4), (7)

## Quarto Teste

3. (5,0 pt) Usar a Regra DC (Demonstração Condicional) para mostrar que são **válidos** os seguintes argumentos: por meio de **regras de inferência** e **regras auxiliares**.

- (a) (2,0 pt) [Alencar 13.3 (c)]

$$p \wedge q \rightarrow \sim r \vee \sim s, r \wedge s \vdash p \rightarrow \sim q$$

(1)	$p \wedge q \rightarrow \sim r \vee \sim s$	P
(2)	$r \wedge s$	P
(3)	$p$	PA
<hr/>		
(4)	$r$	SIMP (2)
(5)	$s$	SIMP (2)
(6)	$\sim \sim r$	DN (4)
(7)	$\sim \sim s$	DN (5)
(8)	$\sim \sim r \wedge \sim \sim s$	CONJ (6), (7)
(9)	$\sim (\sim r \vee \sim s)$	DM (8)
(10)	$\sim (p \wedge q)$	MT (1), (9)
(11)	$\sim p \vee \sim q$	DM (10)
(12)	$\sim \sim p$	DN (3)
(13)	$\sim q$	SD (11), (12)

- (b) (3,0 pt) [Alencar 13.3 (e)]

$$(p \rightarrow q) \vee r, s \vee t \rightarrow \sim r, s \vee (t \wedge u) \vdash p \rightarrow q$$

(1)	$(p \rightarrow q) \vee r$	P
(2)	$s \vee t \rightarrow \sim r$	P
(3)	$s \vee (t \wedge u)$	P
(4)	$p$	PA
<hr/>		
(5)	$(s \vee t) \wedge (s \vee u)$	DIST (3)
(6)	$s \vee t$	SIMP (5)
(7)	$\sim r$	MP (2), (6)
(8)	$p \rightarrow q$	SD (1), (7)
(9)	$q$	MP (4), (8)

4. (5,0 pt) Usar a Regra DI (Demonstração Indireta) para mostrar que são **válidos** os seguintes argumentos: por meio de **regras de inferência** e **regras auxiliares**.

(a) (2,0 pt) [Alencar 13.6 (a)]

$$(p \rightarrow q) \vee (r \wedge s), \sim q \vdash p \rightarrow s$$

(1)	$(p \rightarrow q) \vee (r \wedge s)$	P
(2)	$\sim q$	P
(3)	$\sim (p \rightarrow s)$	PA
<hr/>		
(4)	$\sim (\sim p \vee s)$	COND (3)
(5)	$\sim \sim p \wedge \sim s$	DM (5)
(6)	$\sim s$	SIMP (6)
(7)	$((p \rightarrow q) \vee r) \wedge ((p \rightarrow q) \vee s)$	DIST (1)
(8)	$(p \rightarrow q) \vee s$	SIMP (7)
(9)	$p \rightarrow q$	SD (6), (8)
(10)	$\sim \sim p$	SIMP (7)
(11)	$p$	DN (10)
(12)	$q$	MP (9), (11)
(13)	$q \wedge \sim q$	CONJ (2), (12) [Contradição]

(b) (3,0 pt) [Alencar 13.6 (c)]

$$\sim p \rightarrow \sim q \vee r, s \vee (r \rightarrow t), p \rightarrow s, \sim s \vdash q \rightarrow t$$

$$(1) \sim p \rightarrow \sim q \vee r \quad \text{P}$$

$$(2) s \vee (r \rightarrow t) \quad \text{P}$$

$$(3) p \rightarrow s \quad \text{P}$$

$$(4) \sim s \quad \text{P}$$

$$(5) \sim (q \rightarrow t) \quad \text{PA}$$

---

$$(6) \sim p \rightarrow (q \rightarrow r) \quad \text{COND (1)}$$

$$(7) \sim \sim p \quad \text{MT (5), (6)}$$

$$(8) p \quad \text{DN (7)}$$

$$(9) s \quad \text{MP (3), (8)}$$

$$(10) s \wedge \sim s \quad \text{CONJ (4), (9) [Contradição]}$$

## Regras de Inferência

- Regra da Adição (AD)  
(i)  $p \vdash p \vee q$       (ii)  $p \vdash q \vee p$
- Regra da Simplificação (SIMP)  
(i)  $p \wedge q \vdash p$       (ii)  $p \wedge q \vdash q$
- Regra da Conjunção (CONJ)  
(i)  $p, q \vdash p \wedge q$       (ii)  $p, q \vdash q \wedge p$
- Regra da Absorção (ABS)  
 $p \rightarrow q \vdash p \rightarrow (p \wedge q)$
- Regra *Modus Ponens* (MP)  
 $p \rightarrow q, p \vdash q$
- Regra *Modus Tollens* (MT)  
 $p \rightarrow q, \sim q \vdash \sim p$
- Regra do Silogismo Disjuntivo (SD)  
(i)  $p \vee q, \sim p \vdash q$       (ii)  $p \vee q, \sim q \vdash p$
- Regra do Silogismo Hipotético (SH)  
 $p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$
- Regra do Dilema Construtivo (DC)  
 $p \rightarrow q, r \rightarrow s, p \vee r \vdash q \vee s$
- Regra do Dilema Destrutivo (DD)  
 $p \rightarrow q, r \rightarrow s, \sim q \vee \sim s \vdash \sim p \vee \sim r$

## Regras Auxiliares

- Regra da Dupla Negação (DN)  
(i)  $p \vdash \sim\sim p$       (ii)  $\sim\sim p \vdash p$
- Regra do Bicondicional (BIC)  
(i)  $p \leftrightarrow q \vdash (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$       (ii)  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \vdash p \leftrightarrow q$
- Regra de De Morgan (DM)  
(i)  $\sim(p \vee q) \vdash \sim p \wedge \sim q$       (ii)  $\sim p \wedge \sim q \vdash \sim(p \vee q)$   
(iii)  $\sim(p \wedge q) \vdash \sim p \vee \sim q$       (iv)  $\sim p \vee \sim q \vdash \sim(p \wedge q)$
- Regra do Condicional (COND)  
(i)  $p \rightarrow q \vdash \sim p \vee q$       (ii)  $\sim p \vee q \vdash p \rightarrow q$
- Regra Distributiva (DIST)  
(i)  $p \vee (q \wedge r) \vdash (p \vee q) \wedge (p \vee r)$       (ii)  $(p \vee q) \wedge (p \vee r) \vdash p \vee (q \wedge r)$