

Implicação Lógica

Esdras Lins Bispo Jr.
esdraspiano@gmail.com

Lógica para Ciência da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

30 de abril de 2019

Plano de Aula

1 Implicação Lógica

Implicação Lógica

Definição

Diz-se que uma proposição $P(p, q, r, \dots)$ implica logicamente ou apenas **implica** uma proposição $Q(p, q, r, \dots)$, se Q é verdadeira (V) todas as vezes que P for verdadeira (V).

Implicação Lógica

Definição

Diz-se que uma proposição $P(p, q, r, \dots)$ implica logicamente ou apenas **implica** uma proposição $Q(p, q, r, \dots)$, se Q é verdadeira (V) todas as vezes que P for verdadeira (V).

Notação

$$P(p, q, r, \dots) \Rightarrow Q(p, q, r, \dots)$$

Implicação Lógica

Definição

Diz-se que uma proposição $P(p, q, r, \dots)$ implica logicamente ou apenas **implica** uma proposição $Q(p, q, r, \dots)$, se Q é verdadeira (V) todas as vezes que P for verdadeira (V).

Notação

$$P(p, q, r, \dots) \Rightarrow Q(p, q, r, \dots)$$

Exemplos

$$p \wedge q \Rightarrow q \quad \text{e} \quad (p \vee q) \wedge \sim q \Rightarrow p$$

Caso particular

Toda proposição implica uma tautologia.

Somente uma contradição implica uma contradição.

Questão 023

[Q023]

Qual das alternativas abaixo é **falsa**?

(A) $p \wedge q \Rightarrow p$

(B) $q \Rightarrow p \vee q$

(C) $q \Rightarrow p \wedge q$

(D) $p \wedge q \Rightarrow p \wedge q$

Questão 024

[Q024]

Qual das alternativas abaixo é **verdadeira**?

(A) $p \Rightarrow p \rightarrow q$

(B) $q \Rightarrow p \rightarrow q$

(C) $p \rightarrow q \Rightarrow q$

(D) $p \rightarrow q \Rightarrow p$

Propriedades

Reflexiva

$$P(p, q, r, \dots) \Rightarrow P(p, q, r, \dots)$$

Propriedades

Reflexiva

$$P(p, q, r, \dots) \Rightarrow P(p, q, r, \dots)$$

Transitiva

$$\text{Se } P(p, q, r, \dots) \Rightarrow Q(p, q, r, \dots)$$

Propriedades

Reflexiva

$$P(p, q, r, \dots) \Rightarrow P(p, q, r, \dots)$$

Transitiva

Se $P(p, q, r, \dots) \Rightarrow Q(p, q, r, \dots)$
e $Q(p, q, r, \dots) \Rightarrow R(p, q, r, \dots)$ então

Propriedades

Reflexiva

$$P(p, q, r, \dots) \Rightarrow P(p, q, r, \dots)$$

Transitiva

$$\begin{array}{l} \text{Se } P(p, q, r, \dots) \Rightarrow Q(p, q, r, \dots) \\ \text{e } Q(p, q, r, \dots) \Rightarrow R(p, q, r, \dots) \text{ então} \\ \hline P(p, q, r, \dots) \Rightarrow R(p, q, r, \dots) \end{array}$$

Propriedades

Reflexiva

$$P(p, q, r, \dots) \Rightarrow P(p, q, r, \dots)$$

Transitiva

$$\begin{array}{l} \text{Se } P(p, q, r, \dots) \Rightarrow Q(p, q, r, \dots) \\ \text{e } Q(p, q, r, \dots) \Rightarrow R(p, q, r, \dots) \text{ então} \\ \hline P(p, q, r, \dots) \Rightarrow R(p, q, r, \dots) \end{array}$$

Exemplos

$$p \vee q \Rightarrow p \vee q$$

$$p \wedge q \Rightarrow p$$

$$p \Rightarrow p \vee q$$

Questão 025

[Q025]

Se

$$(p \vee q) \rightarrow r \Rightarrow r$$

e

$$r \Rightarrow (r \leftrightarrow p) \wedge p,$$

pode-se concluir que...

- (A) $(p \vee q) \rightarrow r \Rightarrow (r \leftrightarrow p) \wedge p$
- (B) $r \Rightarrow (p \vee q) \rightarrow r$
- (C) $(p \vee q) \rightarrow r \Rightarrow p$
- (D) $(r \leftrightarrow p) \wedge p \Rightarrow r$

Tautologias e Implicação Lógica

Teorema

$P(p, q, r, \dots) \Rightarrow Q(p, q, r, \dots)$
se, e somente se a condicional
 $P(p, q, r, \dots) \rightarrow Q(p, q, r, \dots)$
for uma tautologia.

Tautologias e Implicação Lógica

Teorema

$P(p, q, r, \dots) \Rightarrow Q(p, q, r, \dots)$
se, e somente se a condicional
 $P(p, q, r, \dots) \rightarrow Q(p, q, r, \dots)$
for uma tautologia.

Corolário

Se $P(p, q, r, \dots) \Rightarrow Q(p, q, r, \dots)$ então
 $P(P_0, Q_0, R_0, \dots) \Rightarrow Q(P_0, Q_0, R_0, \dots)$
quaisquer que sejam P_0, Q_0, R_0, \dots

Tautologias e Implicação Lógica

Teorema

$P(p, q, r, \dots) \Rightarrow Q(p, q, r, \dots)$
se, e somente se a condicional
 $P(p, q, r, \dots) \rightarrow Q(p, q, r, \dots)$
for uma tautologia.

Corolário

Se $P(p, q, r, \dots) \Rightarrow Q(p, q, r, \dots)$ então
 $P(P_0, Q_0, R_0, \dots) \Rightarrow Q(P_0, Q_0, R_0, \dots)$
quaisquer que sejam P_0, Q_0, R_0, \dots

Nota...

Os símbolos \rightarrow e \Rightarrow são distintos. O primeiro é uma operação lógica, enquanto o segundo é uma relação lógica.

Questão 026

[Q026]

A partir da tabela-verdade abaixo

p	q	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q) \wedge p$	$(p \leftrightarrow q) \wedge p \rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V

é correto **afirmar** que...

- (A) $p \leftrightarrow q \Rightarrow p$
- (B) $p \Rightarrow p \leftrightarrow q$
- (C) $(p \leftrightarrow q) \Rightarrow p \rightarrow q$
- (D) $(p \leftrightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$

Questão 027

[Q027]

Seja a implicação $(p \rightarrow q \rightarrow r) \wedge (r \vee p) \Rightarrow r \vee p$.
Pode-se dizer que ela é...

- (A) Verdadeira.
- (B) Falsa.

Implicação Lógica

Esdras Lins Bispo Jr.
esdraspiano@gmail.com

Lógica para Ciência da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

30 de abril de 2019