

# Decidibilidade

Esdras Lins Bispo Jr.  
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação  
Bacharelado em Ciência da Computação

17 de abril de 2018

# Plano de Aula

## 1 Decidibilidade

# Sumário

## 1 Decidibilidade

# Introdução

## Propósitos da Teoria da Computação

- Conhecer o poder dos algoritmos;
- Explorar os limites da solubilidade algorítmica;
- Identificar algoritmos insolúveis.

# Introdução

## Propósitos da Teoria da Computação

- Conhecer o poder dos algoritmos;
- Explorar os limites da solubilidade algorítmica;
- Identificar algoritmos insolúveis.

## Por que devemos estudar insolubilidade?

- Relaxamento dos requisitos;
- Conhecimento das limitações dos modelos computacionais.

# Linguagens Decidíveis

## Exemplos de Linguagens Decidíveis

São úteis porque

- Algumas linguagens decidíveis estão associadas a aplicações;
- Algumas linguagens aparentemente triviais não são decidíveis.

# Linguagens Decidíveis

## Exemplos de Linguagens Decidíveis

São úteis porque

- Algumas linguagens decidíveis estão associadas a aplicações;
- Algumas linguagens aparentemente triviais não são decidíveis.

## Problema da aceitação

Dado um modelo computacional  $MC$  e uma cadeia de entrada  $\omega$ , identificar se  $MC$  aceita  $\omega$ .

# Problema da aceitação para AFDs

## Problema da aceitação para AFDs

Dado um AFD  $B$  e uma cadeia de entrada  $\omega$ , identificar se  $B$  aceita  $\omega$ .



# Problema da aceitação para AFDs

## Problema da aceitação para AFDs

Dado um AFD  $B$  e uma cadeia de entrada  $\omega$ , identificar se  $B$  aceita  $\omega$ .

## Problema

$A_{AFD} = \{\langle B, \omega \rangle \mid B \text{ é um AFD que aceita a cadeia de entrada } \omega\}$

# Problema da aceitação para AFDs

## Problema da aceitação para AFDs

Dado um AFD  $B$  e uma cadeia de entrada  $\omega$ , identificar se  $B$  aceita  $\omega$ .

## Problema

$A_{AFD} = \{\langle B, \omega \rangle \mid B \text{ é um AFD que aceita a cadeia de entrada } \omega\}$

## Estratégia de Resolução

Resolver o problema da aceitação para AFDs é decidir se  $\omega \in A_{AFD}$ .

# Problema da aceitação para AFDs

## Teorema 4.1

$A_{AFD}$  é uma linguagem decidível.

# Problema da aceitação para AFDs

## Teorema 4.1

$A_{AFD}$  é uma linguagem decidível.

## Ideia da Prova

$M =$  “Sobre a entrada  $\langle B, \omega \rangle$ , em que  $B$  é um AFD, e  $\omega$ , uma cadeia:

- 1 Simule  $B$  sobre a entrada  $\omega$ ;
- 2 Se a simulação termina em um estado de aceitação, **aceite**. Senão, **rejeite**.”

# Problema da aceitação para AFDs

## Detalhes de implementação

- A entrada  $\langle B, \omega \rangle$  representa um AFD e uma cadeia;
  - Uma representação razoável de  $B$  seria uma lista de seus cinco componentes:  $Q, \Sigma, \delta, q_0$  e  $F$ ;
  - $M$  simula  $B$  de forma que  $M$  **aceita** se  $B$  estiver em um estado final, e **rejeita**, caso contrário.

# Problema da aceitação para AFNs

## Problema da aceitação para AFNs

Dado um AFN  $B$  e uma cadeia de entrada  $\omega$ , identificar se  $B$  aceita  $\omega$ .

# Problema da aceitação para AFNs

## Problema da aceitação para AFNs

Dado um AFN  $B$  e uma cadeia de entrada  $\omega$ , identificar se  $B$  aceita  $\omega$ .

## Problema

$A_{AFN} = \{ \langle B, \omega \rangle \mid B \text{ é um AFN que aceita a cadeia de entrada } \omega \}$

# Problema da aceitação para AFNs

## Problema da aceitação para AFNs

Dado um AFN  $B$  e uma cadeia de entrada  $\omega$ , identificar se  $B$  aceita  $\omega$ .

## Problema

$A_{AFN} = \{ \langle B, \omega \rangle \mid B \text{ é um AFN que aceita a cadeia de entrada } \omega \}$

## Estratégia de Resolução

Decidir se  $\langle B, \omega \rangle \in A_{AFN}$ .



# Problema da aceitação para AFNs

## Teorema 4.2

$A_{AFN}$  é uma linguagem decidível.

# Problema da aceitação para AFNs

## Teorema 4.2

$A_{AFN}$  é uma linguagem decidível.

## Prova

$N =$  “Sobre a entrada  $\langle B, \omega \rangle$ , em que  $B$  é um AFN, e  $\omega$ , uma cadeia:

- 1 Converta AFN  $B$  para um AFD equivalente  $C$ , usando o procedimento para essa conversão dado no Teorema 1.39;
- 2 Rode a MT  $M$  do Teorema 4.1 sobre a cadeia  $\langle C, \omega \rangle$ ;
- 3 Se  $M$  aceita, **aceite**. Caso contrário, **rejeite**.”

# Problema da Vacuidade de uma Linguagem

## Descrição

Dada uma linguagem  $L$ , identificar se  $L = \emptyset$ .

## Problema aplicado a AFDs

$$V_{AFD} = \{\langle A \rangle \mid A \text{ é um AFD e } L(A) = \emptyset\}$$

## Estratégia de Resolução

Decidir se  $\langle A \rangle \in V_{AFD}$ .

# Problema da Vacuidade de uma Linguagem

## Teorema 4.4

$V_{AFD}$  é uma linguagem decidível.

# Problema da Vacuidade de uma Linguagem

## Teorema 4.4

$V_{AFD}$  é uma linguagem decidível.

## Prova

A seguinte MT  $T$  decide  $V_{AFD}$ .

$T$  = “Sobre a entrada  $\langle A \rangle$ , em que  $A$  é uma AFD:

- ① Marque o estado inicial de  $A$ ;
- ② Repita até que nenhum estado novo venha a ser marcado;
  - ① Marque qualquer estado que tenha uma transição chegando nele a partir de qualquer estado que já está marcado.
- ③ Se nenhum estado final estiver marcado, **aceite**. Caso contrário, **rejeite**.”



# Decidibilidade

Esdras Lins Bispo Jr.  
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação  
Bacharelado em Ciência da Computação

17 de abril de 2018