100052205

数字信号处理
Digital Signal Processing

李慧琦 教授

信息与电子学院

北京理工大学

Tel: +86 (10) 68918239

Email: huiqili@bit.edu.cn

本节主要内容

- 傅里叶变换的对称性质
- z变换定义、收敛域
- 拉氏变换、傅氏变换及z变换间关系
- 逆z变换

§2-6 傅立叶变换的对称性质

一、几个术语

1. 对任意实序列:

1. $x(n)$为实序列，若$x(n)=x(-n)$，则称偶对称

记为：$x_e(n)=x_e(-n)$ even

2. $x(n)$为实序列，若$x(n)=-x(-n)$，则称奇对称

记为：$x_o(n)=-x_o(-n)$ odd

3. $x(n)$为实序列，$\frac{1}{2}\left[x(n)+x(-n)\right]$是偶序列

即：$x_e(n)=\frac{1}{2}\left[x(n)+x(-n)\right]$

4. $x(n)$为实序列，$\frac{1}{2}\left[x(n)-x(-n)\right]$是奇序列

即：$x_o(n)=\frac{1}{2}\left[x(n)-x(-n)\right]$

$\Rightarrow x(n)=x_e(n)+x_o(n)$

结论：任一实序列可由偶序列和奇序列之和构成。

2. 对任意复序列：

1.$x(n)$为复序列，若$x(n)=x^*(-n)$，则称共轭对称

记为：$x_e(n)=x_e^*(-n)$

2.$x(n)$为复序列，若$x(n)=-x^*(-n)$，则称共轭反对称

记为：$x_o(n)=-x_o^*(-n)$

3.$x(n)$为复序列，$\frac{1}{2}\left[x(n)+x^{*}(-n)\right]$是共轭对称序列

即：$x_e(n)=\frac{1}{2}\left[x(n)+x^{*}(-n)\right]$

4.$x(n)$为复序列，$\frac{1}{2}\left[x(n)-x^{*}(-n)\right]$是共轭反对称序列

即：$x_o(n)=\frac{1}{2}\left[x(n)-x^{*}(-n)\right]$

$\Rightarrow x(n)=x_e(n)+x_o(n)$

结论：任一复序列可由共轭对称序列和共轭反对称序列之和构成。

3. DTFT的共轭对称与共轭反对称：

*DTFT*离散时间傅里叶变换

$$\begin{cases} X\left(e^{j\omega}\right)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-j\omega n} \\ x\left(n\right)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X\left(e^{j\omega}\right)e^{j\omega n}d\omega \end{cases}$$

傅里叶变换 $X\left(e^{j\omega}\right)$ 可分解为共轭对称函数和共轭反对称函数之和

$$X(e^{j\omega})=X_e(e^{j\omega})+X_o(e^{j\omega})$$

$$X_e(e^{j\omega})=\frac{1}{2}\left[X(e^{j\omega})+X^*(e^{-j\omega})\right]$$是共轭对称函数

即： $X_e(e^{j\omega})=X_e(e^{-j\omega})$

$$X_o(e^{j\omega})=\frac{1}{2}\left[X(e^{j\omega})-X^*(e^{-j\omega})\right]$$是共轭反对称函数

即： $X_o(e^{j\omega})=-X_o(e^{-j\omega})$

DTFT的对称性质：

*DTFT*离散时间傅里叶变换

$$\begin{cases} X\left(e^{j\omega}\right)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-j\omega n} \\ x(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X\left(e^{j\omega}\right)e^{j\omega n}d\omega \end{cases}$$

即：

$$x(n)\leftrightarrow X\left(e^{j\omega}\right)$$

$$x^*(n)\leftrightarrow X^*\left(e^{-j\omega}\right)$$

$$x^*(-n)\leftrightarrow X^*\left(e^{j\omega}\right)$$

$$1.DTFT\left[x^*(n)\right]=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^*(n)e^{-j\omega n}=\left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{j\omega n}\right]^*=\left[X\left(e^{-j\omega}\right)\right]^*=X^*\left(e^{-j\omega}\right)$$

$$2.DTFT\left[x^*(-n)\right]=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^*(-n)e^{-j\omega n}=\sum_{m=-\infty}^{+\infty} x^*(m)e^{j\omega m}=\left[\sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m)e^{-j\omega m}\right]^*$$

$$=\left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-j\omega n}\right]^*=\left[X\left(e^{j\omega}\right)\right]^*=X^*\left(e^{j\omega}\right)$$

*DTFT*离散时间傅里叶变换

$$\begin{cases} X\left(e^{j\omega}\right)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-j\omega n} \\ x\left(n\right)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X\left(e^{j\omega}\right)e^{j\omega n}d\omega \end{cases}$$

$$x\left(n\right)\leftrightarrow X\left(e^{j\omega}\right)$$

$$x^*\left(n\right)\leftrightarrow X^*\left(e^{-j\omega}\right)$$

$$x^*\left(-n\right)\leftrightarrow X^*\left(e^{j\omega}\right)$$

$$\mathrm{Re}\left\{x\left(n\right)\right\}=\frac{1}{2}\left[x\left(n\right)+x^*\left(n\right)\right]\leftrightarrow\frac{1}{2}\left[X(e^{j\omega})+X^*(e^{-j\omega})\right]=X_e(e^{j\omega})$$

$$j\,\mathrm{Im}\left\{x\left(n\right)\right\}=\frac{1}{2}\left[x\left(n\right)-x^*\left(n\right)\right]\leftrightarrow\frac{1}{2}\left[X(e^{j\omega})-X^*(e^{-j\omega})\right]=X_o(e^{j\omega})$$

$$x_e\left(n\right)=\frac{1}{2}\left[x\left(n\right)+x^*\left(-n\right)\right]\leftrightarrow\frac{1}{2}\left[X(e^{j\omega})+X^*(e^{j\omega})\right]=\mathrm{Re}\left\{X(e^{j\omega})\right\}$$

$$x_o\left(n\right)=\frac{1}{2}\left[x\left(n\right)-x^*\left(-n\right)\right]\leftrightarrow\frac{1}{2}\left[X(e^{j\omega})-X^*(e^{j\omega})\right]=j\,\mathrm{Im}\left\{X(e^{j\omega})\right\}$$

实序列:$x(n) \leftrightarrow X(e^{j\omega})$是共轭对称

$$x(n) \leftrightarrow X\left(e^{j\omega}\right)$$
$$x^*(n) \leftrightarrow X^*\left(e^{-j\omega}\right)$$
$$x^*(-n) \leftrightarrow X^*\left(e^{j\omega}\right)$$

1.$x(n) = x^*(n) \Rightarrow X(e^{j\omega}) = X^*(e^{-j\omega})$

$$2.\begin{cases} X(e^{j\omega}) = \mathrm{Re}\left\{X(e^{j\omega})\right\} + j\,\mathrm{Im}\left\{X(e^{j\omega})\right\} \\ X^*(e^{-j\omega}) = \mathrm{Re}\left\{X(e^{-j\omega})\right\} - j\,\mathrm{Im}\left\{X(e^{-j\omega})\right\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \mathrm{Re}\left\{X(e^{j\omega})\right\} = \mathrm{Re}\left\{X(e^{-j\omega})\right\} & \text{实部相等} \\ \mathrm{Im}\left\{X(e^{j\omega})\right\} = -\mathrm{Im}\left\{X(e^{-j\omega})\right\} & \text{虚部相反} \end{cases}$$

$X(e^{j\omega})$实部是$\boxed{\text{偶函数，}}$ 虚部是$\boxed{\text{奇函数}}$

3.极坐标形式：$X(e^{j\omega}) = \left|X(e^{j\omega})\right| e^{j\arg\left[X(e^{j\omega})\right]}$

$\boxed{\text{幅度是}\omega\text{的偶函数}}$ $\left|X(e^{j\omega})\right| = \left|X(e^{-j\omega})\right|$

$\boxed{\text{相位是}\omega\text{的奇函数}}$ $\arg\left[X(e^{j\omega})\right] = -\arg\left[X(e^{-j\omega})\right]$

例 2.20 若 $x(n)=R_5(n)=u(n)-u(n-5)$，求此序列的傅里叶变换 $X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$。

解

$$X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=\mathrm{DTFT}[R_5(n)]$$

$$=\sum_{n=0}^{4}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega n}=\frac{1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}5\omega}}{1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega}}=\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{5}{2}\omega}}{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{1}{2}\omega}}\left(\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{5}{2}\omega}-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{5}{2}\omega}}{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{1}{2}\omega}-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{1}{2}\omega}}\right)$$

$$=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\omega}\left[\frac{\sin\left(\frac{5}{2}\omega\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\omega\right)}\right]=\left|X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})\right|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi(\omega)}$$

其中，幅频特性

$$\left|X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})\right|=\left|\frac{\sin\left(\frac{5}{2}\omega\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\omega\right)}\right|$$

相频特性

$$\varphi(\omega)=-2\omega+\arg\left[\frac{\sin\left(\frac{5}{2}\omega\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\omega\right)}\right]$$

式中，arg[·]表示方括号内表达式引入的相移，此处，其值在不同ω区间分别为 0，π，2π，3π，…图2.10画出了$R_5(n)$及其幅频特性和相频特性。

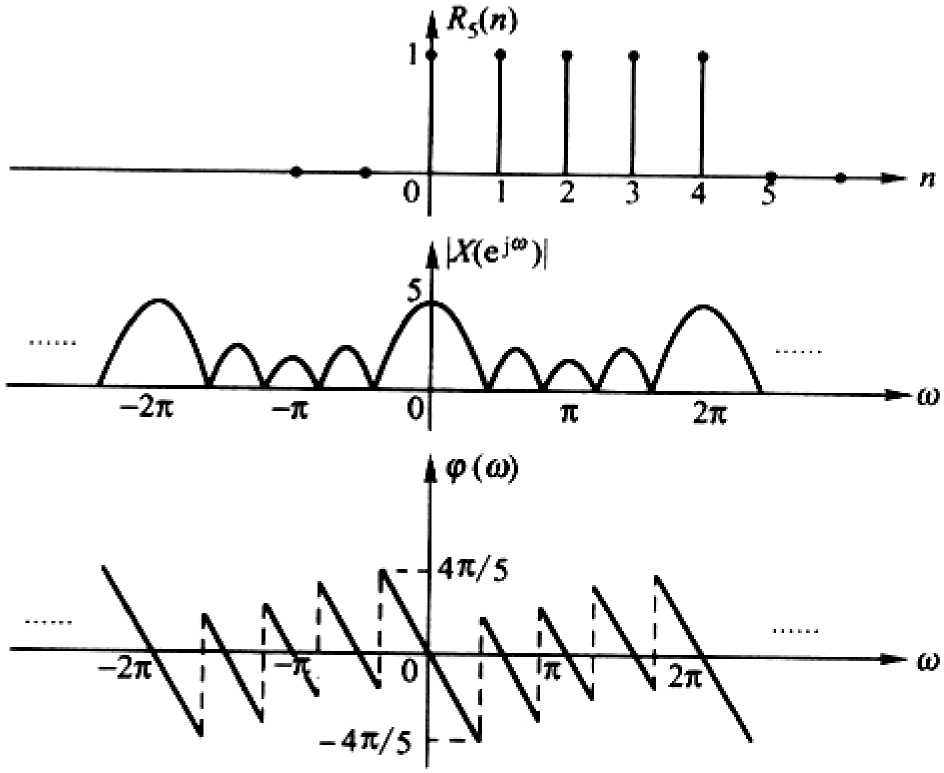


图 2.10　序列$R_5(n)$的傅里叶变换

TABLE 4.4 SYMMETRY PROPERTIES OF THE DISCRETE-TIME FOURIER TRANSFORM

Sequence	DTFT
$x(n)$	$X(\omega)$
$x^*(n)$	$X^*(-\omega)$
$x^*(-n)$	$X^*(\omega)$
$x_R(n)$	$X_e(\omega) = \frac{1}{2}[X(\omega) + X^*(-\omega)]$
$jx_I(n)$	$X_o(\omega) = \frac{1}{2}[X(\omega) - X^*(-\omega)]$
$x_e(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x^*(-n)]$	$X_R(\omega)$
$x_o(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x^*(-n)]$	$jX_I(\omega)$
Real Signals	
Any real signal $x(n)$	$X(\omega) = X^*(-\omega)$ $X_R(\omega) = X_R(-\omega)$ $X_I(\omega) = -X_I(-\omega)$ $\lvert X(\omega)\rvert = \lvert X(-\omega)\rvert$ $\measuredangle X(\omega) = -\measuredangle X(-\omega)$
$x_e(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x(-n)]$ (real and even)	$X_R(\omega)$ (real and even)
$x_o(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x(-n)]$ (real and odd)	$jX_I(\omega)$ (imaginary and odd)

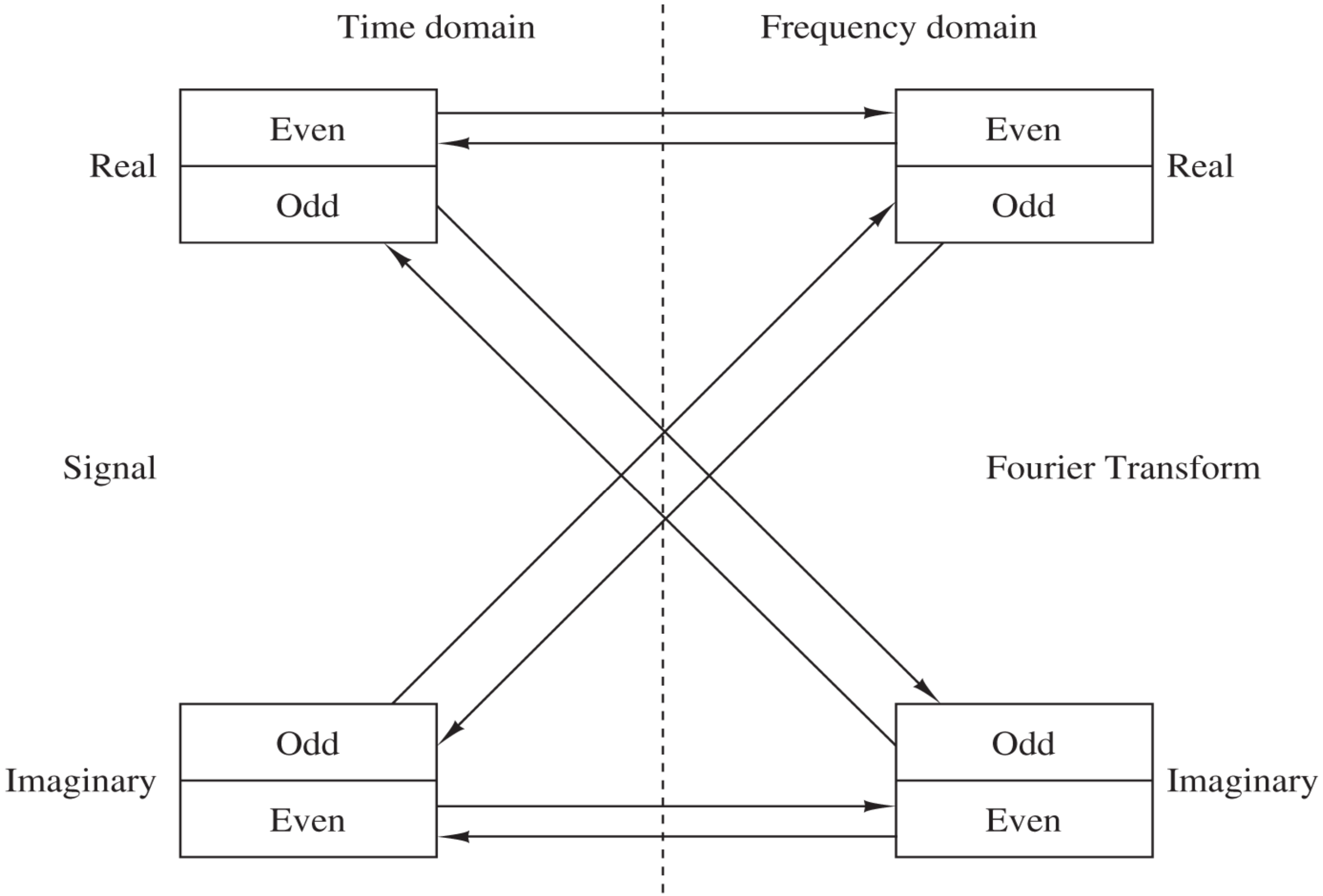


Figure 4.4.2 Summary of symmetry properties for the Fourier transform.

§2-7 z 变换

z 变换的定义

$$\begin{cases} X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) z^{-n} \\ z = r \cdot e^{j\omega} \end{cases}$$

z是一个复变量，所在复平面称为z平面

双边Z变换

$$\Rightarrow X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\left(r \cdot e^{j\omega}\right)^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \boxed{x(n) r^{-n}} \cdot e^{-j\omega n} = F\left\{x(n) r^{-n}\right\}$$

L变换是连续时间信号与系统的复频域变换，是F变换的推广，把不绝对可积的信号变为指数函数的积分形式；

Z变换是离散时间傅里叶变换的推广，把不绝对可和的信号变为指数函数的求和形式；

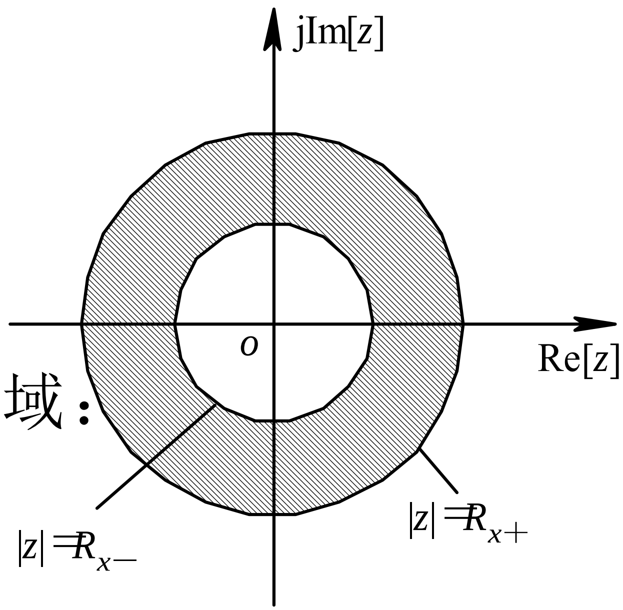
Z变换的收敛域

定义：使某一序列$x(n)$的z变换$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$级数收敛的z平面上所有z值的集合。

收敛条件：$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left|x(n)z^{-n}\right| < \infty$ 绝对可和

一般幂级数收敛域为z平面上某个环形区域：

$R_{x-} < |z| < R_{x+}$



常用的z变换是一个有理函数，用两个多项式之比表示：

$$X(z)=\frac{P(z)}{Q(z)}$$

分子多项式***P*(*z*)**的根是***X*(*z*)**的零点，分母多项式***Q*(*z*)**的根是***X*(*z*)**的极点。在极点处**Z**变换不存在，因此收敛域中没有极点， 收敛域总是用极点限定其边界。 藠

序列x(n)的特性与X（z）的收敛域

1. 有限长序列: $X(z)=\sum_{n=N_1}^{N_2} x(n)z^{-n}$

2. 右边序列: $X(z)=\sum_{n=N_1}^{\infty} x(n)z^{-n}$

3. 左边序列: $X(z)=\sum_{n=-\infty}^{N_2} x(n)z^{-n}$

4. 双边序列: $X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$

1.有限长序列:

$$x(n)=\begin{cases} x(n) & n_1 \le n \le n_2 \\ 0 & \text{其他}n \end{cases}$$

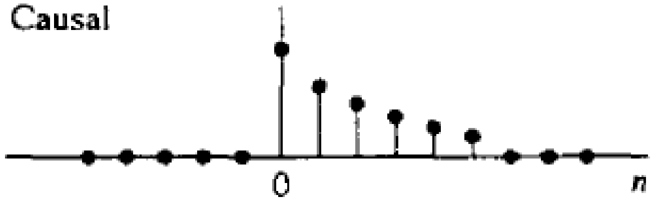
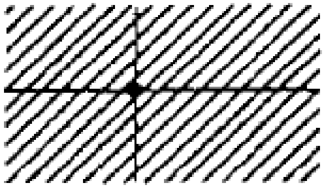
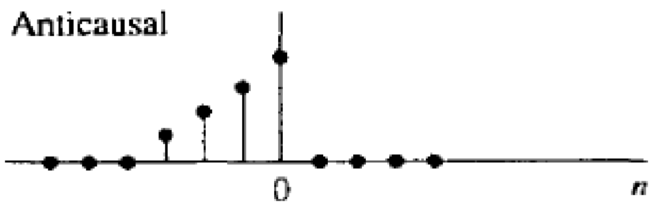
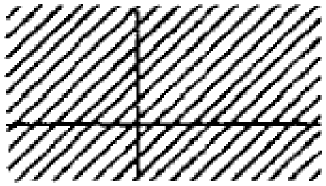
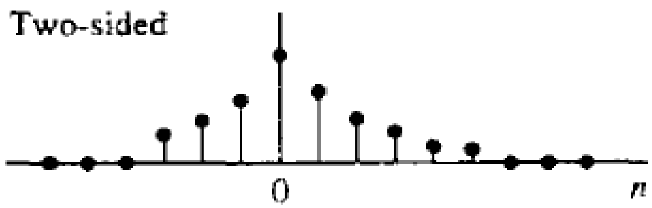
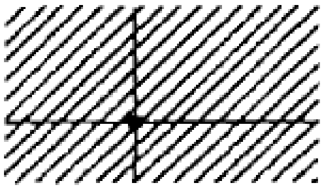
其z变换为 $$X(z)=\sum_{n=n_1}^{n_2} x(n)z^{-n}$$

|x(n)|< ∞

收敛域取决于 $|z|^{-n} < \infty \qquad n_1 \le n \le n_2$

有限长序列

TABLE 3.1 CHARACTERISTIC FAMILIES OF SIGNALS WITH THEIR CORRESPONDING ROC

Signal		ROC	
	Finite-Duration Signals		
Causal			Entire z-plane except $z = 0$
Anticausal			Entire z-plane except $z = \infty$
Two-sided			Entire z-plane except $z = 0$ and $z = \infty$

例：求单位脉冲序列$\delta(n)$的z变换。

例: 求矩形序列$x(n)=R_N(n)$的Z变换及其收敛域。

解

$$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}R_N(n)z^{-n}=\sum_{n=0}^{N-1}z^{-n}$$

$$=1+z^{-1}+z^{-2}+\cdots+z^{-(N-1)}$$

这是一个有限项几何级数之和。因此

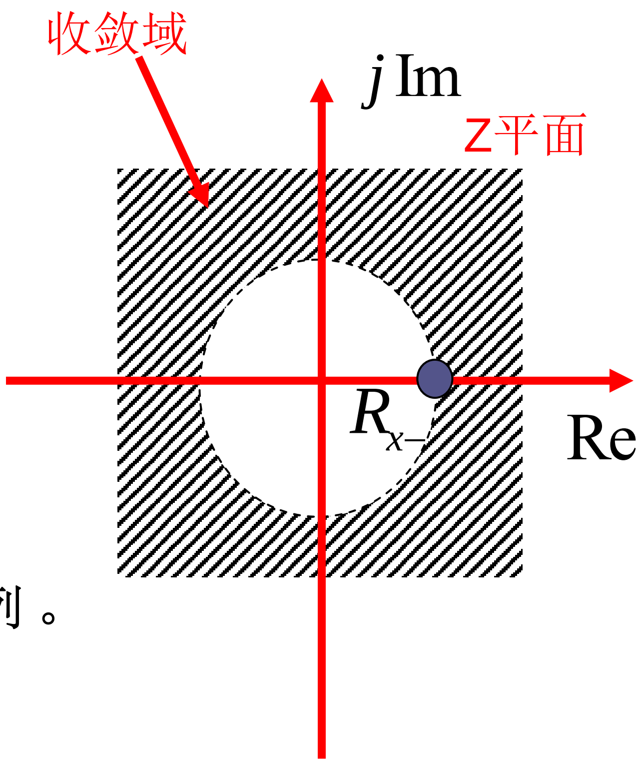
$$X(z)=\frac{1-z^{-N}}{1-z^{-1}}\qquad 0<|z|\le\infty$$

2. 无限长-右边序列

$$X(z)=\sum_{n=n_1}^{\infty}x(n)z^{-n}=\sum_{n=n_1}^{-1}x(n)z^{-n}+\sum_{n=0}^{\infty}x(n)z^{-n}$$

收敛域为:

$\boldsymbol{R_{x-}}<|\mathbf{z}|<\infty$



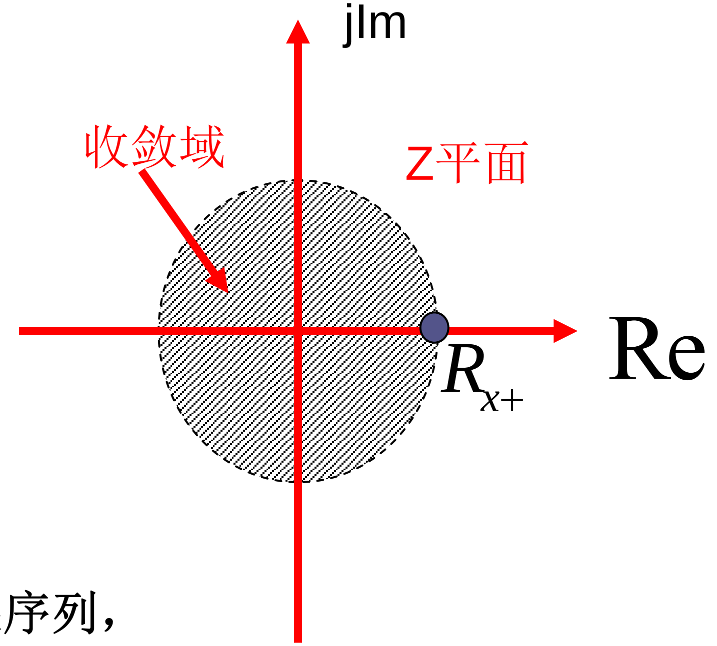
特例：如果右边序列的 $n_1\geq 0$，则称该序列为因果序列 。其ZT的收敛域为 $R_{x-}<|z|\leq\infty$ 。

3.无限长-左边序列

$$x(n)=\begin{cases} x(n), & n\le n_2 \\ 0, & n\text{为其他值} \end{cases}$$

收敛域为：

$$|z|<R_{z+}$$



特例：如果左边序列的 $n_2\le 0$，则称该序列为逆因果序列，其收敛域为： $0\le|z|<R_{z+}$ 可见，收敛域可以包括 0 。

4. 双边序列

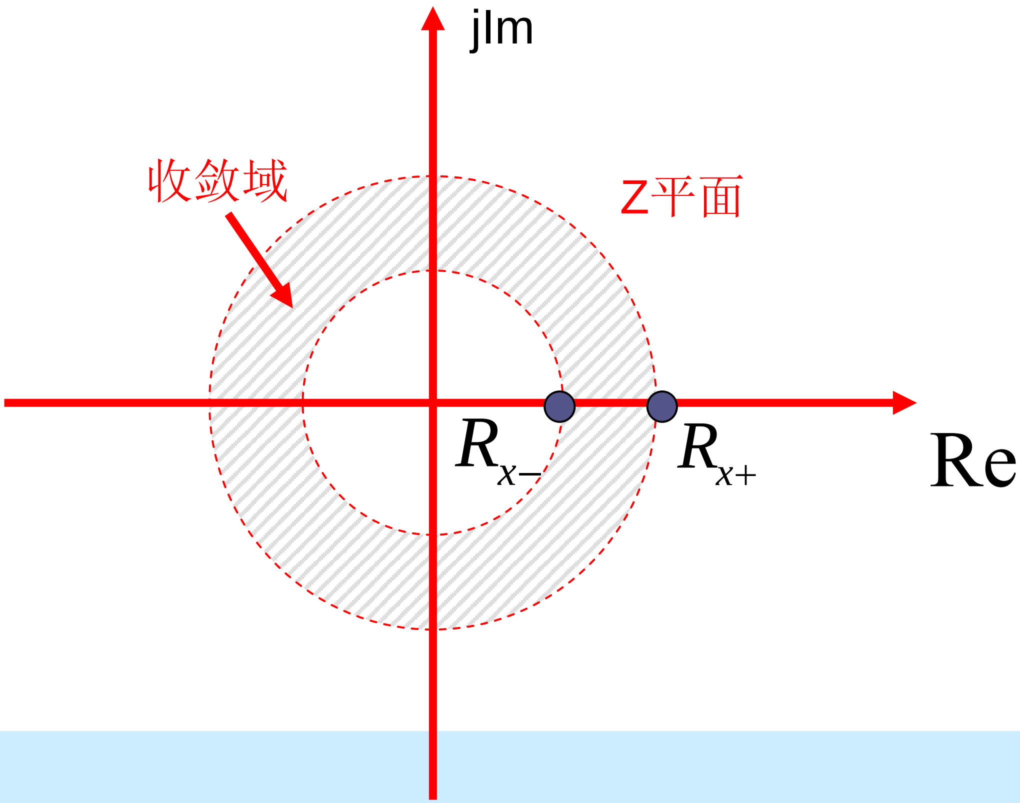
一个双边序列可以看作一个右边序列和一个左边序列之和， 即

$$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)z^{-n}=\sum_{n=0}^{\infty}x(n)z^{-n}+\sum_{n=-\infty}^{-1}x(n)z^{-n}$$

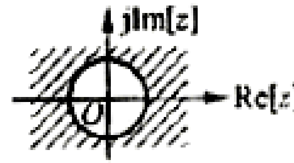
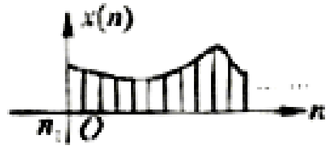
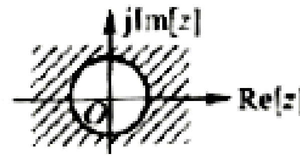
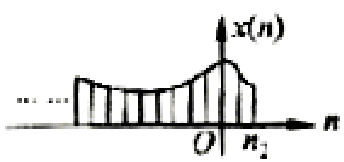
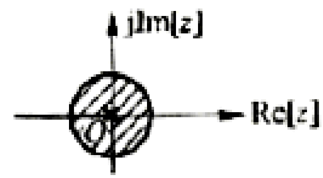
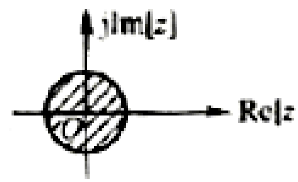
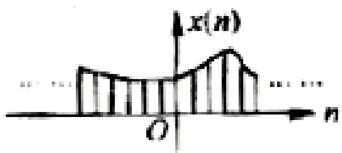
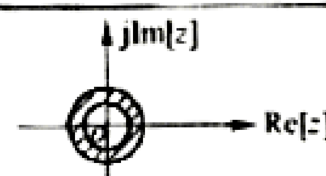
双边序列ZT的收敛域是这两个序列ZT的收敛域的公共部分，即为一个环域:

$$R_{z-} < |z| < R_{z+}$$

如果 $R_{z-} \ge R_{z+}$，则 $X(z)$ 无收敛域，所以该序列的ZT不存在。



（续表）

序列形式		z变换收敛域	
右边序列 1. $n_1<0$ $n_2=\infty$			$R_{x1}<\|z\|<\infty$
2. $n_1\geq 0$ $n_2=\infty$ 因果序列			$R_{x1}<\|z\|$
左边序列 1. $n_1=-\infty$ $n_2>0$			$0<\|z\|<R_{x2}$
2. $n_1=-\infty$ $n_2\leq 0$			$\|z\|<R_{x2}$
双边序列 $n_1=-\infty$ $n_2=\infty$			$R_{x1}<\|z\|<R_{x2}$

例：求如下两个函数的z变换

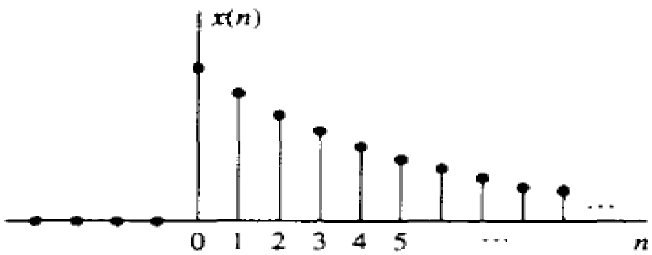
1. $x(n)=\alpha^{n}\mu(n)$

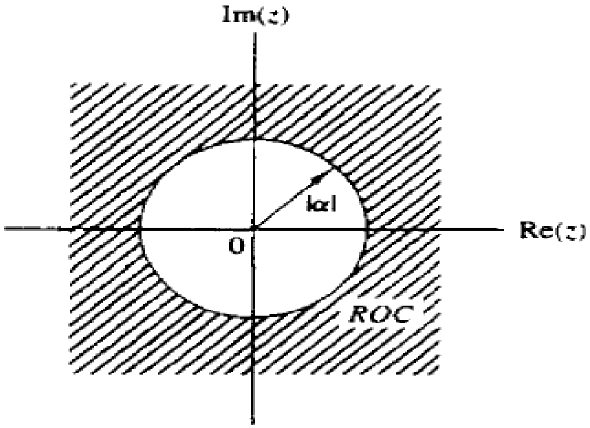
2. $-\alpha^{n}\mu(-n-1)$

1. $x(n) = \alpha^n \mu(n)$

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} (az^{-1})^n$$

$$x(n) = a^n u(n) \xleftrightarrow{z} X(z) = \frac{1}{1-az^{-1}}$$ ROC: **|z|>| α |**



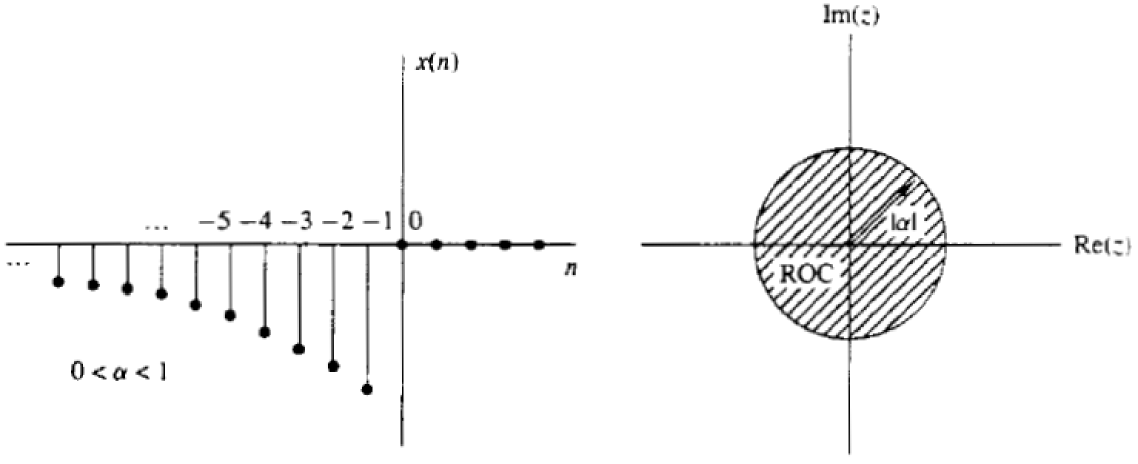


2. $-\alpha^{n}\mu(-n-1)$

$$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{-1}(-\alpha^{n})z^{-n}=-\sum_{t=1}^{\infty}(\alpha^{-1}z)^{t}$$

$$X(z)=-\frac{\alpha^{-1}z}{1-\alpha^{-1}z}=\frac{1}{1-\alpha z^{-1}}$$

ROC: **|z|<| α |**



(a) (b)

$$Z\{\alpha^{n}u(n)\}=Z\{-\alpha^{n}u(-n-1)\}=\frac{1}{1-\alpha z^{-1}}$$

相同z变换，不同收敛域

常用序列的 z 变换 表 2—1

序列	z 变换	收敛域
1. $\delta(n)$	1	$0\leqslant\|z\|\leqslant\infty$
2. $u(n)$	$1/(1-z^{-1})$	$\|z\|>1$
3. $R_N(n)$	$(1-z^{-N})/(1-z^{-1})$	$\|z\|>0$
4. $nu(n)$	$z^{-1}/(1-z^{-1})^2$	$\|z\|>1$
5. $a^n u(n)$	$1/(1-az^{-1})$	$\|z\|>\|a\|$
6. $na^n u(n)$	$az^{-1}/(1-az^{-1})^2$	$\|z\|>\|a\|$
7. $e^{jn\omega_0}u(n)$	$1/(1-e^{j\omega_0}z^{-1})$	$\|z\|>1$
8. $\sin n\omega_0\cdot u(n)$	$z^{-1}\sin\omega_0/(1-z^{-1}2\cos\omega_0+z^{-2})$	$\|z\|>1$
9. $\cos n\omega_0\cdot u(n)$	$(1-z^{-1}\cos\omega_0)/(1-z^{-1}2\cos\omega_0+z^{-2})$	$\|z\|>1$
10. $e^{-an}\sin n\omega_0\cdot u(n)$	$z^{-1}e^{-a}\sin\omega_0/(1-z^{-1}2e^{-a}\cos\omega_0+z^{-2}e^{-2a})$	$\|z\|>e^{-a}$
11. $e^{-an}\cos n\omega_0\cdot u(n)$	$(1-z^{-1}e^{-a}\cos\omega_0)/(1-z^{-1}2e^{-a}\cos\omega_0+z^{-2}e^{-2a})$	$\|z\|>e^{-a}$

§2-8 拉氏变换、傅氏变换及z变换间关系

序列的z 变换与拉氏变换的关系

设连续信号为**$x(t)$**，理想采样后的采样信号为 $\hat{x}_a(t)$，它们的拉普拉斯变换分别为:

$$X(s)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-st}dt$$

$$\hat{X}_a(s)=\int_{-\infty}^{\infty}\hat{x}_a(t)e^{-st}dt$$

$$\hat{X}(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT)\delta(t-nT)e^{-st}dt$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_a(nT)\delta(t-nT)e^{-st}dt$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT)e^{-nsT}$$

采样序列$\boldsymbol{x(n)=x_a(nT)}$的**Z**变换为

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT)z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$$

对比看出，当$z=e^{sT}$时，采样序列的Z变换就等于其理想采样信号的拉普拉斯变换：

$$X(z)\big|_{z=e^{ST}}=X(e^{sT})=\hat{X}_a(s)$$

这说明，从理想采样信号的拉普拉斯变换到采样序列的Z变换，就是由复变量S平面到复变量Z平面的映射，其映射关系为:

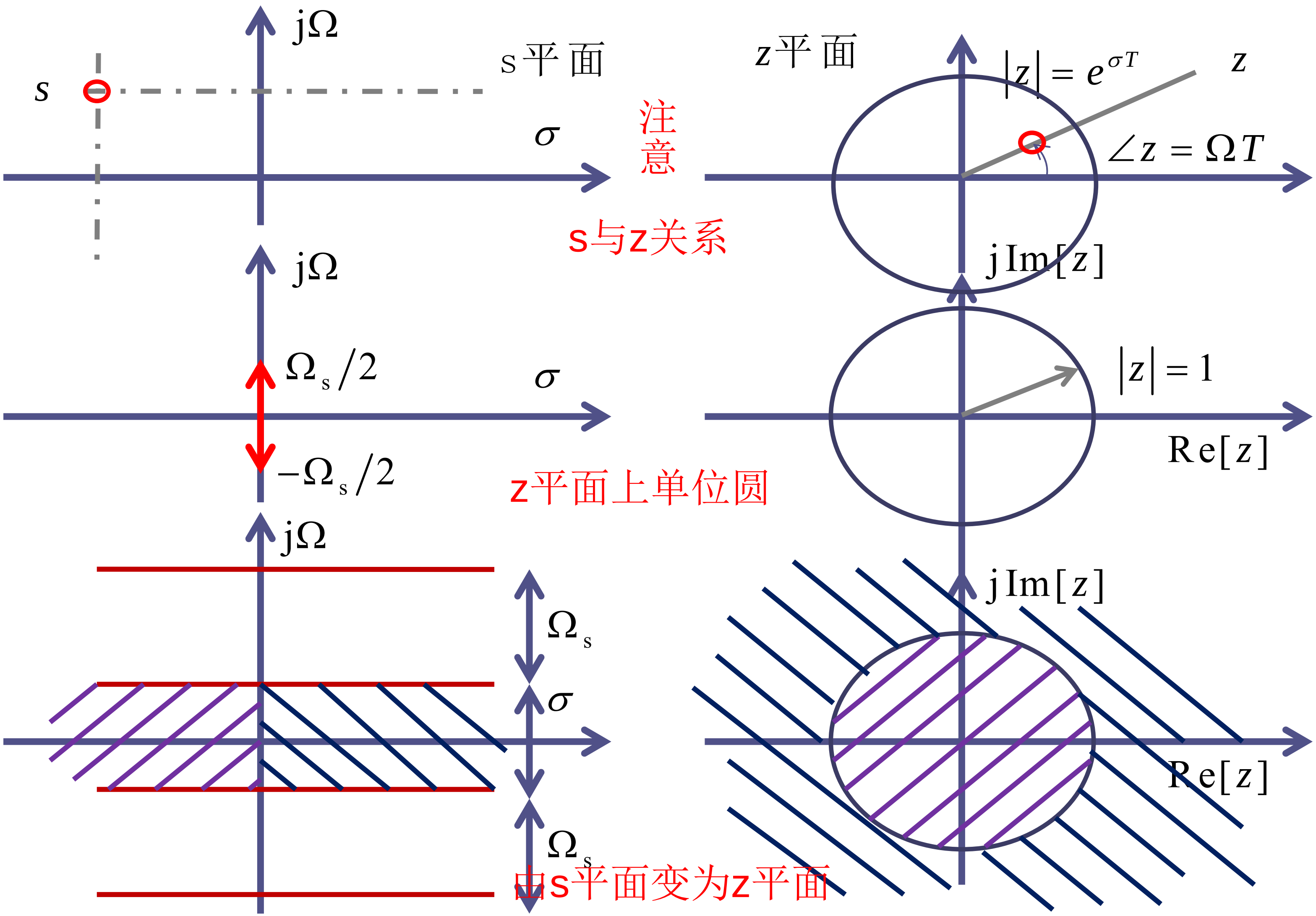
$$\begin{cases} z=e^{sT} \\ s=\dfrac{1}{T}\ln z \end{cases}$$

映射关系：$z = e^{sT}$

$$\begin{cases} s = \sigma + j\Omega \\ z = re^{j\omega} \end{cases}$$

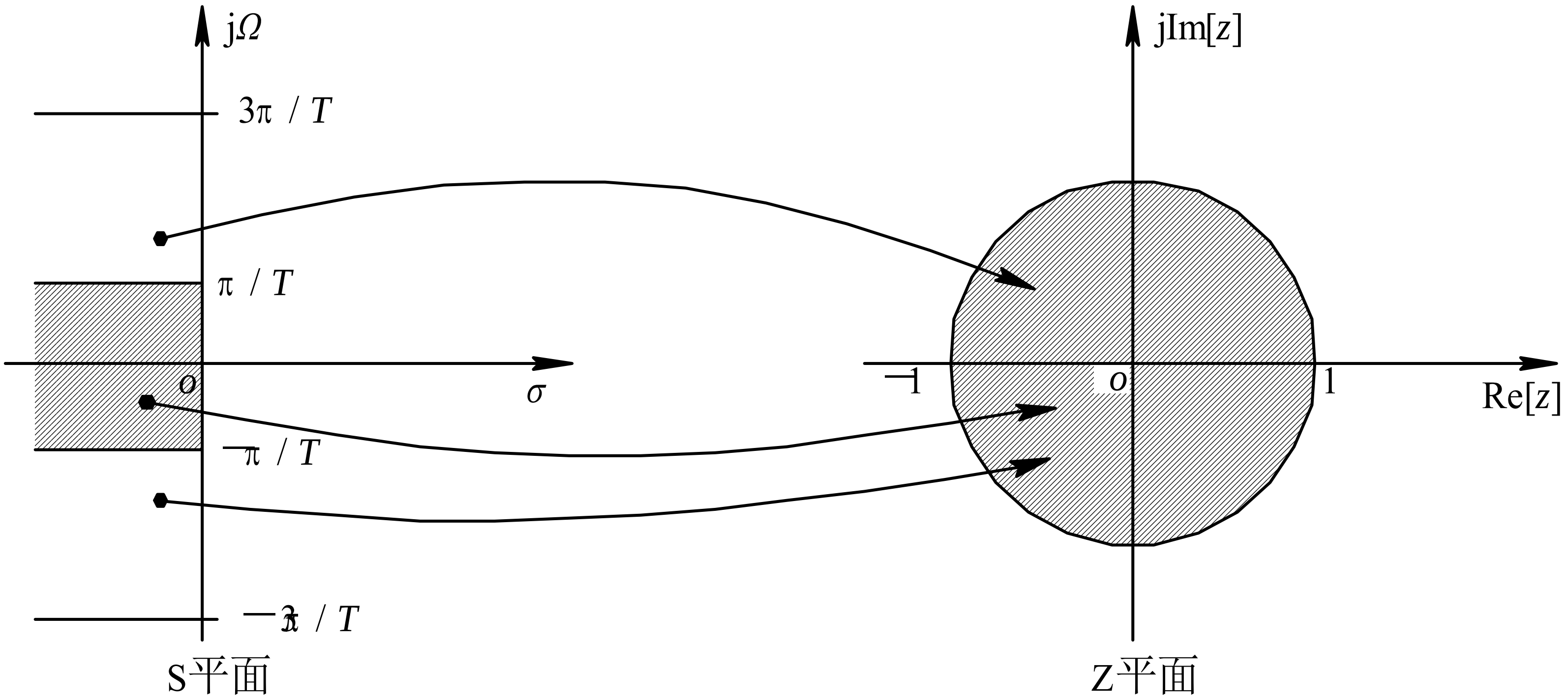
$$\Rightarrow z = re^{j\omega} = e^{sT} = e^{\sigma T} \bullet e^{j\Omega T}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |z| = r = e^{\sigma T} \\ \angle z = \omega = \Omega T \end{cases}$$



r 与 σ 的关系 $r = e^{\sigma T}$

ω 与 **Ω**的关系 $\omega = \Omega T$



S平面与Z平面多值映射关系

序列的Z变换与傅氏变换的关系

Z变换是傅里叶变换在离散时间信号和系统中的推广

$$X(z)|_{z=re^{j\omega}} = X\left(re^{j\omega}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\left(r \cdot e^{j\omega}\right)^{-n}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) r^{-n} \cdot e^{-j\omega n} = F\left\{x(n) r^{-n}\right\}$$

单位圆上的**Z**变换即序列的**F**变换， $r=1$

$$X(z)|_{z=e^{j\omega}} = X\left(e^{j\omega}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\omega n}$$

Example

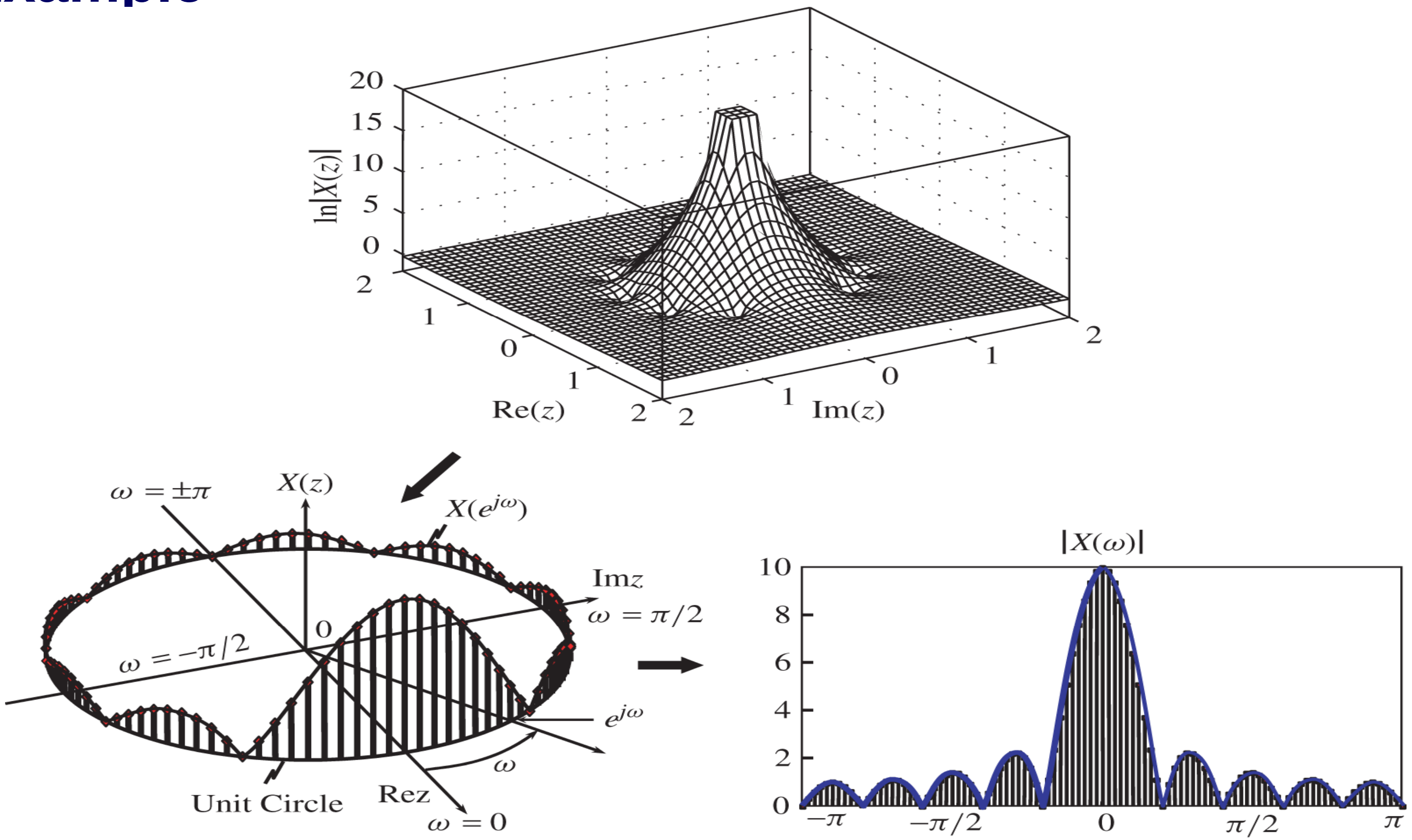


Figure 4.2.9 relationship between $X(z)$ and $X(\omega)$ for the sequence in Example 4.2.4, with $A = 1$ and $L = 10$

§ 2-9 逆z变换

已知函数$X(z)$及其收敛域，

$$x(n) = Z^{-1}\left[X(z)\right]$$

一般公式：

$$x(n) = \frac{1}{2\pi j}\oint_c X(z) z^{n-1} dz$$

$$c \in \left(R_{x1} \quad R_{x2}\right)$$

c是包围$X(z)z^{n-1}$所有极点之逆时针闭合积分线路，

通常选z平面收敛域内以原点为中心的圆。

逆Z变换的三种常用方法

- 围线积分法（留数法）
- 部分分式展开法
- 幂级数展开法（长除法）