

Trabajo semanal 11- Síntesis de func. transferencia descargadas
NO disipativas

1) Ej. 6 TP Síntesis de Cuadripolos)

Sintetizar un cuadripolo que cumpla con los siguientes parámetros:

$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} \Big|_{V_2=0} = \frac{3s \cdot (s^2 + 7/3)}{(s^2 + 2)(s^2 + 5)}$$

$$Y_{21} = \frac{I_2}{V_1} \Big|_{V_2=0} = \frac{s \cdot (s^2 + 1)}{(s^2 + 2)(s^2 + 5)}$$

- a) Obtener la topología mediante la **síntesis gráfica**, es decir la red sin valores.
- b) Calcular el valor de los componentes, es decir la **síntesis analítica**.
- c) Verificar los parámetros en el cuadripolo sintetizado.

2) Sintetizar un cuadripolo que implemente la siguiente transferencia de tensiones en vacío:

$$\frac{V_2}{V_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{(s^2 + 2)(s^2 + 9)}{(s^2 + 1)(s^2 + 3)}$$

- a) Obtener la topología mediante la **síntesis gráfica**, es decir la red sin valores.
- b) Calcular el valor de los componentes, es decir la **síntesis analítica**.
- c) Verificar los parámetros en el cuadripolo sintetizado.

Algunas pistas:

- Ojo con los **componentes de cierre**. Prestar atención a las condiciones de medición de las restricciones (parámetros, transferencias, etc)
- Verificar la topología obtenida analizando las transferencias prescritas en sus **puntos clave**, es decir extremos de banda, ceros de transferencia, etc.
- Ver ejercicios similares en el **libro de Araujo**, con varias alternativas de resolución.

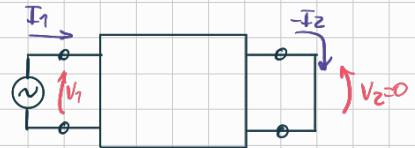
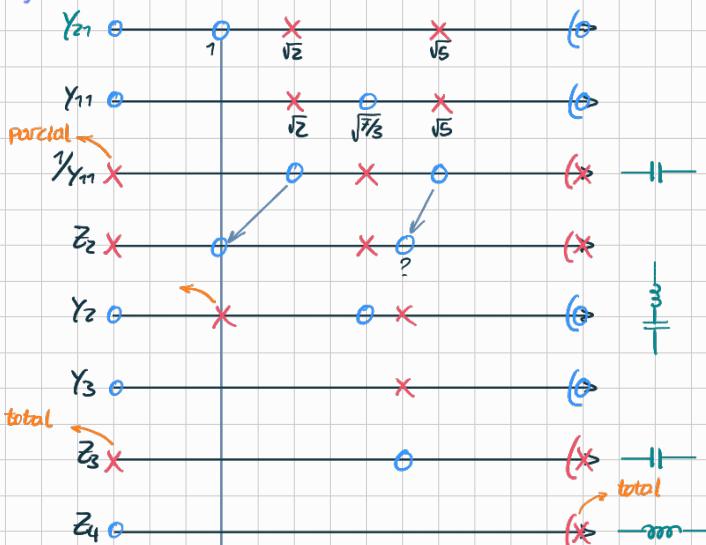
Bonus:

- +20 💡 Simulación simbólica de la función transferencia
- +20 🎓 Simulación circuital de la red obtenida
- +5 🍷 Presentación en jupyter notebook

$$\#1 \quad Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} \Big|_{V_2=0} = \frac{3s(s^2 + \frac{7}{3}s)}{(s^2+2)(s^2+s)}$$

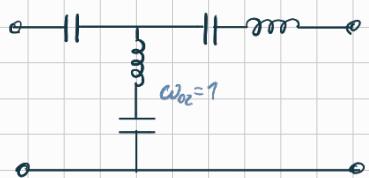
$$Y_{21} = \frac{I_2}{V_1} \Big|_{V_2=0} = \frac{s(s^2+1)}{(s^2+2)(s^2+s)}$$

a)



* Debe terminar en serie ya que la condición de medición es con la salida en cato. Y si se coloca el último elemento en derivación, este no forma parte de la func admittance.

* En $s^2=1$ se debe hacer $I_2=0$ \rightarrow lo describe Y_{21}



b)

$$Z_1 = \frac{Y}{Y_{11}} = \frac{(s^2+2)(s^2+s)}{3s(s^2+\frac{7}{3}s)} = \frac{s^4 + 7s^2 + 10}{3s^3 + 7s}$$

* Remoción parcial en DC

$$Z_2(s) \Big|_{s=j_1} = \left[Z_2(s) - \frac{k_{01}}{s} \right] \Big|_{s=j_1} = 0 \longrightarrow k_{01} = s Z_2(s) \Big|_{s=j_1}$$

$$k_{01} = s \frac{s^4 + 7s^2 + 10}{3s^3 + 7s} \Big|_{s=j_1} = 1 \quad \frac{1}{k_{01}} = 1$$

$$Z_2(s) = \frac{s^5 + 7s^3 + 7s - 3s^3 - 7s}{3s^2(s^2 + \frac{7}{3}s)} = \frac{s^4 + 4s^2 + 3}{3s^3 + 7s}$$

$$Y_{21}(s) = \frac{3s^3 + 7s}{s^4 + 4s^2 + 3}$$

* Remoción finita

$$Z_{K2} = \lim_{s^2 \rightarrow -1} \frac{s^2 + 1}{s} \frac{3s^3 + 7s}{s^4 + 4s^2 + 3} = \lim_{s^2 \rightarrow -1} \frac{s^2 + 1}{s} \frac{s(3s^2 + 7)}{(s^2 + 1)(s^2 + 3)} = 2$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2k_2} &= \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2k_2} \omega_2^2 &= 2 \end{aligned}$$

$$Y_{31}(s) = Y_{21}(s) - \frac{Z_{K2}s}{s^2 + \omega_2^2} = \frac{3s^3 + 7s}{(s^2 + 1)(s^2 + 3)} - \frac{2s}{(s^2 + 1)} = \frac{3s^3 + 7s - 2s^3 - 6s}{(s^2 + 1)(s^2 + 3)} = \frac{s^3 + s}{s^4 + 4s^2 + 3}$$

$$Z_{K3} = \frac{s^4 + 4s^2 + 3}{s^3 + s}$$

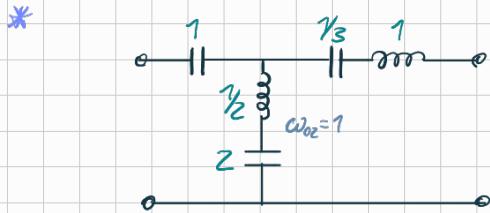
* Remoción en DC

$$k_{03} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{\frac{s^4 + 4s^2 + 3}{s^3 + s}} = 3 \quad \frac{k_{03}}{1} = \frac{1}{3}$$

$$Z_{4(s)} = Z_{3(s)} - \frac{3}{s} = \frac{s^5 + 4s^3 + 3s - 3s^3 - 3s}{s(s^3 + s)} = \frac{s(s^2 + 1)}{s^2 + 1} = s$$

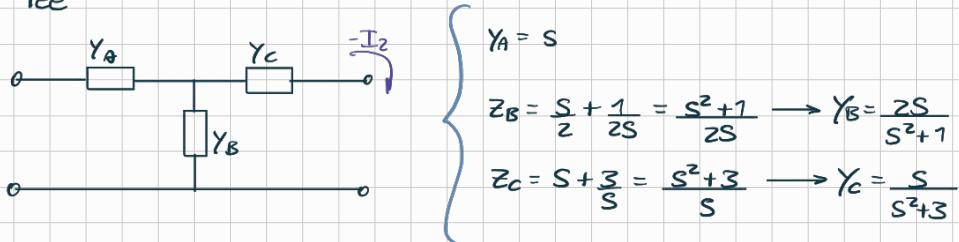
*⁴ Remoción en ∞

$$K_{\infty 4} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} = 1 \quad \text{---} \quad K_{\infty 4} = 1$$



c) Verificación:

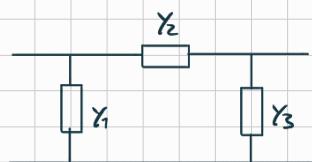
* Red Tee



$$Y_1 = \frac{I_1}{V_1} \Big|_{V_2=0} = Y_A // (Y_B + Y_C) = Y_A // \left(\frac{2s}{s^2+1} + \frac{s}{s^2+3} \right) = Y_A // \frac{3s(s^2+\frac{7}{3}s)}{(s^2+1)(s^2+3)}$$

$$Y_{11} = \frac{s \cdot \frac{3s(s^2+\frac{7}{3}s)}{(s^2+1)(s^2+3)}}{s + \frac{3s(s^2+\frac{7}{3}s)}{(s^2+1)(s^2+3)}} = \frac{3s(s^2+\frac{7}{3}s)}{(s^2+1)(s^2+3) + 3(s^2+\frac{7}{3}s)} = \frac{3s(s^2+\frac{7}{3}s)}{s^4 + 4s^2 + 3 + 3s^2 + 7} = \frac{3s(s^2+\frac{7}{3}s)}{s^4 + 7s^2 + 10} \quad \checkmark \text{ Verifica}$$

Y_{21} :



$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= \frac{Y_A + Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C} \\ Y_2 &= \frac{Y_A Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \\ Y_3 &= \frac{Y_B Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \end{aligned} \right\} \text{equivalencias}$$

$$Y_{21} = -Y_2 = \frac{Y_A Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} = \frac{\frac{s^2}{s^2+3}}{s + \frac{2s}{s^2+1} + \frac{s}{s^2+3}} = \frac{\frac{s^2}{s^2+3}}{\frac{s(s^2+1)(s^2+3) + 2s(s^2+3) + s(s^2+1)}{(s^2+1)(s^2+3)}} = \frac{\frac{s^2}{s^2+3}}{\frac{s(s^2+7s^2+10)}{(s^2+1)(s^2+3)}}$$

$$Y_{21} = \frac{s(s^2+1)}{s^4 + 4s^2 + 3 + 2s^2 + 6 + s^2 + 1} = \frac{s(s^2+1)}{s^4 + 7s^2 + 10} = \frac{s(s^2+1)}{(s^2+s)(s^2+2)} \quad \checkmark \text{ Verifica}$$

#2

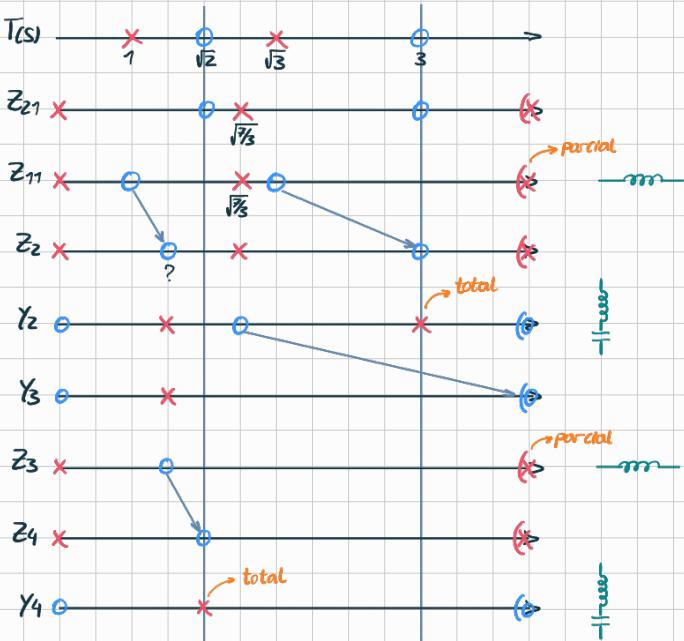
$$T(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} \Big|_{I_2=0} = \frac{(s^2+2)(s^2+9)}{(s^2+1)(s^2+3)} \longrightarrow \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{Z_{21}}{Z_{11}} = \frac{P_D}{Q_D}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_{11(s)} = \frac{(s^2+1)(s^2+3)}{s(s^2+\frac{7}{3})} \\ Z_{21(s)} = \frac{(s^2+2)(s^2+9)}{s(s^2+\frac{7}{3})} \end{array} \right.$$

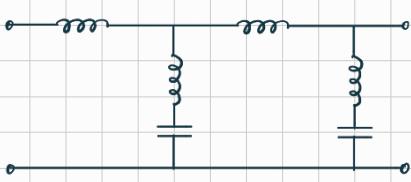
* se propone ese D para cumplir con la alterancia que sea par/impar y que la diferencia de grados entre num y den no sea mayor a 1

} FRP

a)



- * Debe comenzar en serie para que este componente forme parte de la transferencia de V
- * Debe terminar en derivación, ya que la condición de medición es con la salida a circuito abierto. Y si se coloca en serie no formaría parte de la func transferencia



b)

$$Z_{11(s)} = \frac{(s^2+1)(s^2+3)}{s(s^2+\frac{7}{3})}$$

*¹ Remoción parcial en ∞

$$Z_2(s) \Big|_{s=j3} = \left[Z_{11}(s) - K_{1\infty}^1 s \right] \Big|_{s=j3} = 0$$

$$K_{1\infty}^1 = \left[\frac{1}{s} \frac{(s^2+1)(s^2+3)}{s(s^2+\frac{7}{3})} \right]_{s=j3} = \frac{4}{5} \quad \frac{4s}{m}$$

$$Z_2(s) = \frac{(s^2+1)(s^2+3)}{s(s^2+\frac{7}{3})} - \frac{4}{5}s = \frac{s^4 + 4s^2 + 3 - \frac{4}{5}s^4 - \frac{28}{15}s^2}{s^3 + \frac{7}{3}s} = \frac{s^4 + \frac{32}{3}s^2 + 15}{5s(s^2 + \frac{7}{3})} = \frac{(s^2+9)(s^2+\frac{5}{3})}{5s(s^2 + \frac{7}{3})}$$

$$Y_2(s) = \frac{5s(s^2+\frac{5}{3})}{(s^2+9)(s^2+\frac{5}{3})}$$

*² Remoción finita

$$Z_{k_2} = \lim_{s^2 \rightarrow 9} \frac{s^2+9}{s^2} \frac{5s(s^2+\frac{5}{3})}{(s^2+9)(s^2+\frac{5}{3})} = \frac{50}{11}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{3} \frac{1}{2k_2} &= \frac{11}{50} \\ \frac{1}{2k_2} &= \frac{50}{99} \end{aligned}$$

$$Y_{3(s)} = \frac{5s(s^2 + \frac{7}{3})}{(s^2 + 9)(s^2 + \frac{5}{3})} - \frac{\frac{50}{11}s}{s^2 + 9} = \frac{5s(s^2 + \frac{7}{3}) - \frac{50}{11}s(s^2 + \frac{5}{3})}{(s^2 + 9)(s^2 + \frac{5}{3})} = \frac{5}{11} \frac{s}{(s^2 + \frac{5}{3})}$$

$$Z_{3(s)} = \frac{11}{5} \frac{(s^2 + \frac{5}{3})}{s}$$

*³ Remoción parcial en oo

$$Z_4(s) \Big|_{s=j\sqrt{2}} = \left[\frac{11}{5} \frac{(s^2 + \frac{5}{3})}{s} - K_{3\infty}^1 s \right]_{s=j\sqrt{2}} = 0$$

$$K_{3\infty}^1 = \left[\frac{11}{5} \frac{(s^2 + \frac{5}{3})}{s^2} \right]_{s=j\sqrt{2}} = \frac{11}{30} \text{ m}$$

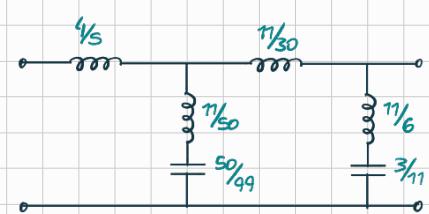
$$Z_4(s) = \frac{11}{5} \frac{(s^2 + \frac{5}{3})}{s} - \frac{11}{30} s = \frac{11}{6} \frac{s^2 + 2}{s}$$

*⁴ Remoción finita

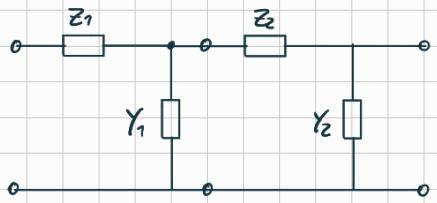
$$Y_4(s) = \frac{6}{11} \frac{s}{s^2 + 2}$$

$$2k_4 = \lim_{s^2 \rightarrow 2} \frac{s^2 + 2}{s} \frac{6}{11} \frac{s}{s^2 + 2} = \frac{6}{11}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} k_2 &= \frac{11}{6} \\ \frac{2k_2}{\omega_n^2} &= \frac{3}{11} \end{aligned}$$



c) Verificación:



$$T_7 = \begin{pmatrix} 1 + Z_1 Y_1 & Z_1 \\ Y_1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 + Z_1 Y_1 & Z_1 \\ Y_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 + Z_2 Y_2 & Z_2 \\ Y_2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Sólo necesitamos } \frac{1}{A} = \frac{V_2}{V_1} \Big|_{I_2=0}$$

$$A = (1 + Z_1 Y_1)(1 + Z_2 Y_2) + Z_1 Y_2$$

Reemplazando y simplificando con simulación simbólica queda:

$$\frac{V_1}{V_2} \Big|_{I_2=0} = \frac{1}{A} = \frac{1}{6} \frac{s^4 + 11s^2 + 18}{s^4 + 4s^2 + 3} = \frac{1}{6} \frac{(s^2 + 9)(s^2 + 2)}{(s^2 + 3)(s^2 + 1)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_1 = L_1 s \\ Y_1 = \frac{SC_2}{s^2 L_2 C_2 + 1} \\ Z_2 = L_3 s \\ Y_3 = \frac{SC_4}{s^2 L_4 C_4 + 1} \end{array} \right.$$