Trabajo semanal 11- Síntesis de func. transferencia descargadas NO disipativas

1) Ej. 6 TP Síntesis de Cuadripolos)

Sintetizar un cuadripolo que cumpla con los siguientes parámetros:

$$Y_{11} = \frac{I1}{V1}\Big|_{V_2=0} = \frac{3s.\,(s^2+7/3)}{(s^2+2)(s^2+5)}$$

$$Y_{21} = \frac{I2}{V1}\Big|_{V_2=0} = \frac{s.\,(s^2+1)}{(s^2+2)(s^2+5)}$$

a) Obtener la topología mediante la **síntesis gráfica**, es decir la red sin valores.
b) Calcular el valor de los componentes, es decir la **síntesis analítica.**
c) Verificar los parámetros en el cuadripolo sintetizado.

2) Sintetizar un cuadripolo que implemente la siguiente transferencia de tensiones en vacío:

$$\frac{V_2}{V_1}\Big|_{I_2=0} = \frac{(s^2+2)(s^2+9)}{(s^2+1)(s^2+3)}$$

a) Obtener la topología mediante la **síntesis gráfica**, es decir la red sin valores.
b) Calcular el valor de los componentes, es decir la **síntesis analítica.**
c) Verificar los parámetros en el cuadripolo sintetizado.

Algunas pistas:

- Ojo con los **componentes de cierre**. Prestar atención a las condiciones de medición de las restricciones (parámetros, transferencias, etc)

- Verificar la topología obtenida analizando las transferencias prescritas en sus **puntos clave**, es decir extremos de banda, ceros de transferencia, etc.

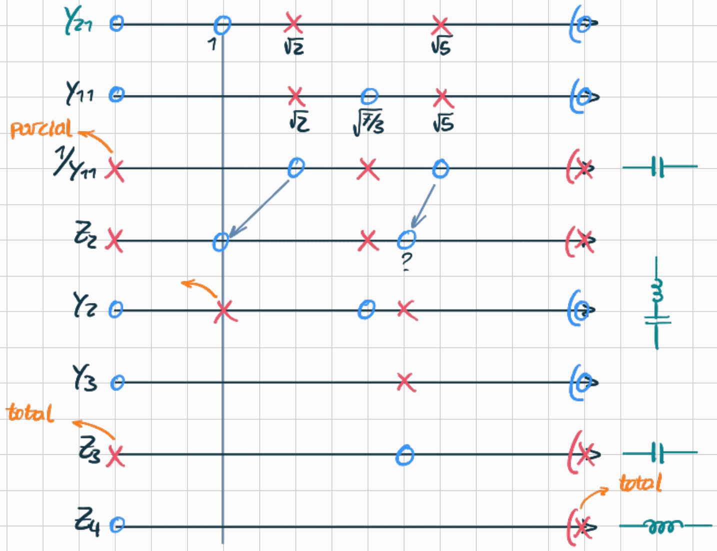
- Ver ejercicios similares en el **libro de Araujo**, con varias alternativas de resolución.

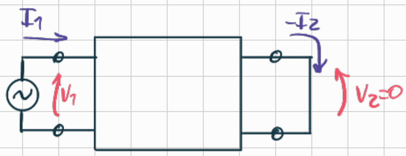
Bonus:

- +20 💎 Simulación simbólica de la función transferencia
- +20 🎓 Simulación circuital de la red obtenida
- +5 🍺 Presentación en jupyter notebook

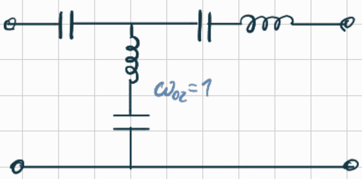
#1 $Y_{11} = \left.\dfrac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0} = \dfrac{3s(s^2+7/3)}{(s^2+2)(s^2+5)}$ $\qquad Y_{21} = \left.\dfrac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0} = \dfrac{s(s^2+1)}{(s^2+2)(s^2+5)}$

a)





* Debe terminar en serie ya que la condición de medición es con la salida en corto. Y si se coloca el último elemento en derivación, este no forma parte de la func inmitancia
* En $s^2=1$ se debe hacer $I_2=0 \longrightarrow$ lo describe Y_{21}



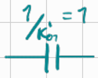
b)

$$Z_1 = 1/Y_{11} = \frac{(s^2+2)(s^2+5)}{3s(s^2+7/3)} = \frac{s^4+7s^2+10}{3s^3+7s}$$

*[1] Remoción parcial en DC

$$Z_{2(s)}\Big|_{s=j1} = \left[Z_{1(s)} - \frac{K_{01}'}{s} \right]_{s=j1} = 0 \longrightarrow K_{01}' = s\, Z_{1(s)}\Big|_{s=j}$$

$$K_{01}' = \cancel{s}\, \left.\frac{s^4+7s^2+10}{3s^{\cancel{3}\,2}+7\cancel{s}}\right|_{s=j} = 1$$

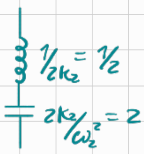


$$Z_{2(s)} = \frac{s^5+7s^3+10s-3s^3-7s}{3s^2(s^2+7/3)} = \frac{s^4+4s^2+3}{3s^3+7s}$$

$$Y_{2(s)} = \frac{3s^3+7s}{s^4+4s^2+3}$$

*[2] Remoción finita

$$2K_2 = \lim_{s^2\to-1} \frac{s^2+1}{s}\,\frac{3s^3+7s}{s^4+4s^2+3} = \lim_{s^2\to-1} \frac{\cancel{s^2+1}}{\cancel{s}}\,\frac{\cancel{s}(3s^2+7)}{(\cancel{s^2+1})(s^2+3)} = 2$$

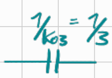


$$Y_{3(s)} = Y_{2(s)} - \frac{2K_2 s}{s^2+\omega_2^2} = \frac{3s^3+7s}{(s^2+1)(s^2+3)} - \frac{2s}{(s^2+1)} = \frac{3s^3+7s-2s^3-6s}{(s^2+1)(s^2+3)} = \frac{s^3+s}{s^4+4s^2+3}$$

$$Z_{3(s)} = \frac{s^4+4s^2+3}{s^3+s}$$

*[3] Remoción en DC

$$K_{03} = \lim_{s\to0} \cancel{s}\, \frac{s^4+4s^2+3}{s^{\cancel{3}\,2}+\cancel{s}} = 3$$

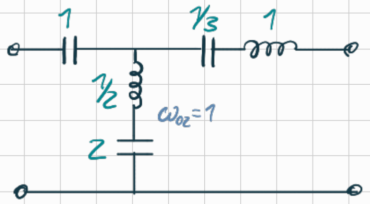


$$Z_{4(s)} = Z_{3(s)} - \frac{3}{s} = \frac{s^5+4s^3+\cancel{3s}-3s^3-\cancel{3s}}{s(s^3+s)} = \frac{s(\cancel{s^2+1})}{\cancel{s^2+1}} = s$$

*4 Remoción en ∞

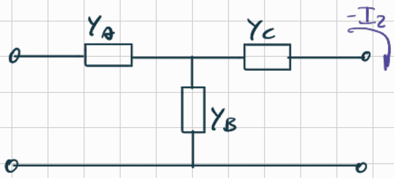
$$K_{\infty 4} = \lim_{s\to\infty} \frac{1}{\cancel{s}}\,\cancel{s} = 1$$

*



c) Verificación:

* Red Tee



$$Y_A = s$$

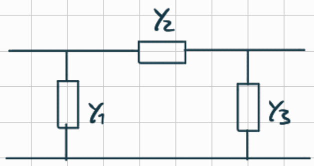
$$Z_B = \frac{s}{2}+\frac{1}{2s} = \frac{s^2+1}{2s} \longrightarrow Y_B = \frac{2s}{s^2+1}$$

$$Z_C = s+\frac{3}{s} = \frac{s^2+3}{s} \longrightarrow Y_C = \frac{s}{s^2+3}$$

- $$Y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0} = Y_A /\!/ (Y_B+Y_C) = Y_A /\!/ \left(\frac{2s}{s^2+1}+\frac{s}{s^2+3}\right) = Y_A /\!/ \frac{3s(s^2+7/3)}{(s^2+1)(s^2+3)}$$

$$Y_{11} = \frac{\cancel{s}\cdot\frac{3s(s^2+7/3)}{(s^2+1)(s^2+3)}}{\cancel{s}+\frac{3s(s^2+7/3)}{(s^2+1)(s^2+3)}} = \frac{3s(s^2+7/3)}{(s^2+1)(s^2+3)+3(s^2+7/3)} = \frac{3s(s^2+7/3)}{s^4+4s^2+3+3s^2+7} = \frac{3s(s^2+7/3)}{s^4+7s^2+10}$$ ✓ verifica

- Y_{21}:



$$Y_1 = \frac{Y_A+Y_B}{Y_A+Y_B+Y_C}$$

$$Y_2 = \frac{Y_A Y_C}{Y_A+Y_B+Y_C}$$

$$Y_3 = \frac{Y_B Y_C}{Y_A+Y_B+Y_C}$$

equivalencias

no lo tengo en cuenta

$$Y_{21} = -Y_2 = \frac{Y_A Y_C}{Y_A+Y_B+Y_C} = \frac{\frac{s^2}{s^2+3}}{s+\frac{2s}{s^2+1}+\frac{s}{s^2+3}} = \frac{\frac{s^2}{\cancel{s^2+3}}}{\frac{s(s^2+1)(s^2+3)+2s(s^2+3)+s(s^2+1)}{(s^2+1)\cancel{(s^2+3)}}}$$

$$Y_{21} = \frac{s(s^2+1)}{s^4+4s^2+3+2s^2+6+s^2+1} = \frac{s(s^2+1)}{s^4+7s^2+10} = \frac{s(s^2+1)}{(s^2+5)(s^2+2)}$$ ✓ verifica

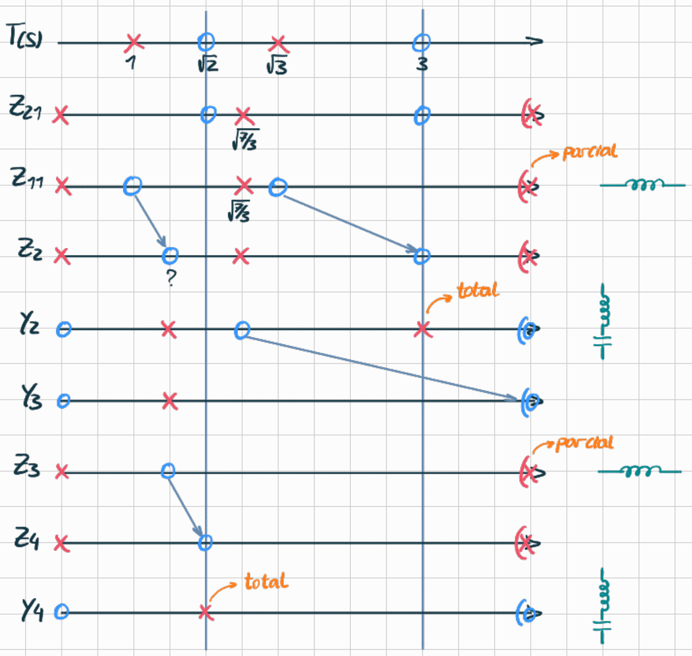
#2

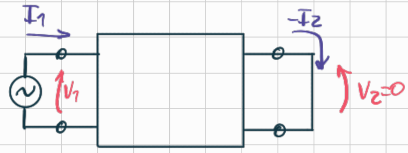
$$T_{(s)} = \left.\frac{V_{2(s)}}{V_{1(s)}}\right|_{I_2=0} = \frac{(s^2+2)(s^2+9)}{(s^2+1)(s^2+3)} \longrightarrow \frac{V_{2(s)}}{V_{1(s)}} = \frac{Z_{21}}{Z_{11}} = \frac{P/D}{Q/D}$$

$$\begin{cases} Z_{11(s)} = \dfrac{(s^2+1)(s^2+3)}{s(s^2+7/3)} \\[2ex] Z_{21(s)} = \dfrac{(s^2+2)(s^2+9)}{s(s^2+7/3)} \end{cases}$$

* se propone ese D para cumplir con la alternancia que sea par/impar y que la diferencia de grados entre num y den no sea mayor a 1 } FRP

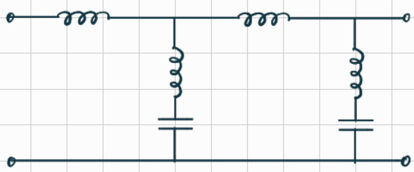
a)





* Debe comenzar en serie para que este componente forme parte de la transferencia de V

* Debe terminar en derivación, ya que la condición de medición es con la salida a circuito abierto. Y si se coloca en serie no formaría parte de la func transferencia



b)

$$Z_{11(s)} = \frac{(s^2+1)(s^2+3)}{s(s^2+7/3)}$$

*[1] Remoción parcial en ∞

$$\left.Z_{2(s)}\right|_{s=j3} = \left.\left[Z_{11(s)} - K'_{\infty}\, s \right]\right|_{s=j3} = 0$$

$$K'_{\infty} = \left[\frac{1}{s}\,\frac{(s^2+1)(s^2+3)}{s(s^2+7/3)}\right]_{s=j3} = \frac{4}{5}$$

$4/5$

$$Z_{2(s)} = \frac{(s^2+1)(s^2+3)}{s(s^2+7/3)} - \frac{4}{5}s = \frac{s^4+4s^2+3-\frac{4}{5}s^4-\frac{28}{15}s^2}{s^3+\frac{7}{3}s} = \frac{s^4+\frac{32}{3}s^2+15}{5s(s^2+7/3)} = \frac{(s^2+9)(s^2+5/3)}{5s(s^2+7/3)}$$

$$Y_{2(s)} = \frac{5s(s^2+7/3)}{(s^2+9)(s^2+5/3)}$$

*[2] Remoción finita

$$2k_2 = \lim_{s^2\to -9} \frac{\cancel{s^2+9}}{\cancel{s}}\,\frac{5\cancel{s}(s^2+7/3)}{(\cancel{s^2+9})(s^2+5/3)} = \frac{50}{11}$$

$\frac{1}{2k_2} = 11/50$

$\frac{2k_2}{\omega_2^2} = 50/99$

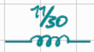
$$Y_{3(s)} = \frac{5s(s^2+7/3)}{(s^2+9)(s^2+5/3)} - \frac{50/11\, s}{s^2+9} = \frac{5s(s^2+7/3) - 50/11\, s(s^2+5/3)}{(s^2+9)(s^2+5/3)} = \frac{5}{11}\,\frac{s}{(s^2+5/3)}$$

$$Z_{3(s)} = \frac{11}{5}\,\frac{(s^2+5/3)}{s}$$

*[3] Remoción parcial en ∞

$$Z_{4(s)}\Big|_{s=j\sqrt{2}} = \left[\frac{11}{5}\,\frac{(s^2+5/3)}{s} - K'_{3\infty}\, s\right]_{s=j\sqrt{2}} = 0$$

$$K'_{3\infty} = \left[\frac{11}{5}\,\frac{(s^2+5/3)}{s^2}\right]_{s=j\sqrt{2}} = \frac{11}{30}$$

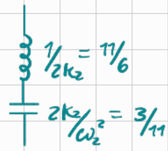


$$Z_{4(s)} = \frac{11}{5}\,\frac{(s^2+5/3)}{s} - \frac{11}{30}\, s = \frac{11}{6}\,\frac{s^2+2}{s}$$

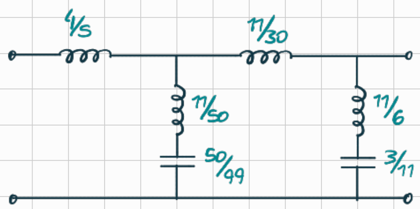
*[4] Remoción finita

$$Y_{4(s)} = \frac{6}{11}\,\frac{s}{s^2+2}$$

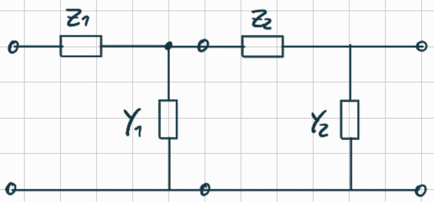
$$2k_4 = \lim_{s^2\to -2} \frac{s^2+2}{s}\,\frac{6}{11}\,\frac{s}{s^2+2} = \frac{6}{11}$$



*



c) Verificación:



$$T_T = \begin{pmatrix} 1+ZY & Z \\ Y & 1 \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} 1+Z_1Y_1 & Z_1 \\ Y_1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1+Z_2Y_2 & Z_2 \\ Y_2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} Z_1 = L_1\, s \\ Y_1 = \dfrac{sC_2}{s^2L_2C_2+1} \\ Z_2 = L_3\, s \\ Y_2 = \dfrac{sC_4}{s^2L_4C_4+1} \end{cases}$$

Solo necesitamos $\frac{1}{A} = \frac{V_2}{V_1}\Big|_{I_2=0}$

$$A = (1+Z_1Y_1)(1+Z_2Y_2) + Z_1Y_2$$

Reemplazando y simplificando con simulación simbólica queda:

$$\frac{V_2}{V_1}\Big|_{I_2=0} = \frac{1}{A} = \frac{1}{6}\,\frac{s^4+11s^2+18}{s^4+4s^2+3} = \overset{K}{\frac{1}{6}}\,\frac{(s^2+9)(s^2+2)}{(s^2+3)(s^2+1)}$$ ✓ Verifica