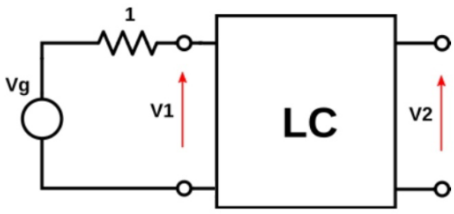
/ /

Trabajo semanal 12 - Síntesis de cuadripolos simplemente cargados

1) Dada la siguiente **transferencia de tensiones**:



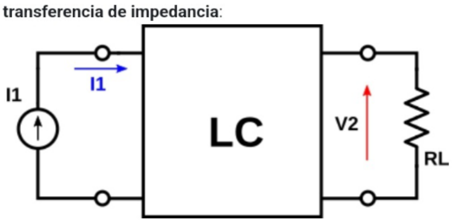
$$T(s) = \frac{V_2}{V_g} = \frac{k.s.(s^2 + 1/16)}{s^3 + 2.s^2 + 2.s + 1}$$

a) Sintetizar un cuadripolo pasivo sin pérdidas, que cumpla con la **transferencia de tension** indicada, cargando a la entrada con una impedancia como se muestra en la figura.

b) Verificar la **transferencia de tension** del circuito obtenido.

c) Hallar el valor de k que cumple con la síntesis y valor de los componentes hallados.

2) Dada la siguiente **transferencia de impedancia**:



$$T(s) = \frac{V_2}{I_1} = \frac{k.(s^2 + 9)}{s^3 + 2.s^2 + 2.s + 1}$$

a) Sintetizar un cuadripolo pasivo sin pérdidas, que cumpla con la **transimpedancia** indicada, cargado a la salida con una impedancia como se muestra en la figura.

b) Verificar la transimpedancia del circuito obtenido.

c) Hallar el valor de k que cumple con la síntesis y valor de los componentes hallados.

Algunas pistas:

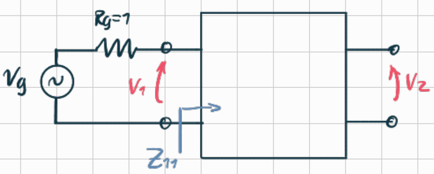
- Revisar las metodologías presentadas para transferencias simplemente cargadas en
- Ojo con los **componentes de cierre**. Prestar atención a las condiciones de medición de las restricciones (parámetros, transferencias, etc)
- Verificar la topología obtenida analizando las transferencias prescritas en sus **puntos clave**, es decir extremos de banda, ceros de transferencia, etc. **Nota**: La verificación puede facilitarse con las herramientas vistas de interconexión y conversion de parametros de cuadripolos.

Bonus:

- +20 💎 Simulación simbólica de la función transferencia
- +20 🎓 Simulación circuital de la red obtenida
- +5 🍺 Presentación en jupyter notebook

\#1

$$T_{(s)} = \frac{V_2}{V_g} = \frac{K\, s(s^2+1/16)}{s^3+2s^2+2s+1}$$



$$V_1 = V_g \frac{Z_{11}}{R_g + Z_{11}}$$

$$\frac{V_2}{V_g} = \frac{V_2}{V_1}\cdot\frac{V_1}{V_g} = \frac{Z_{21}}{\cancel{Z_{11}}}\,\frac{\cancel{Z_{11}}}{R_g+Z_{11}} = \frac{Z_{21}}{R_g+Z_{11}}$$

$$\frac{V_2}{V_g} = \frac{Z_{21}}{R_g+Z_{11}} = \frac{P}{Q} = \frac{P}{\underbrace{N}_{par}+\underbrace{M}_{impar}} \rightarrow \frac{P/N}{1+M/N} \qquad \frac{P/M}{1+N/M}$$

Z_{11} FRP $\therefore$ $\frac{par}{impar}$ v $\frac{impar}{par}$

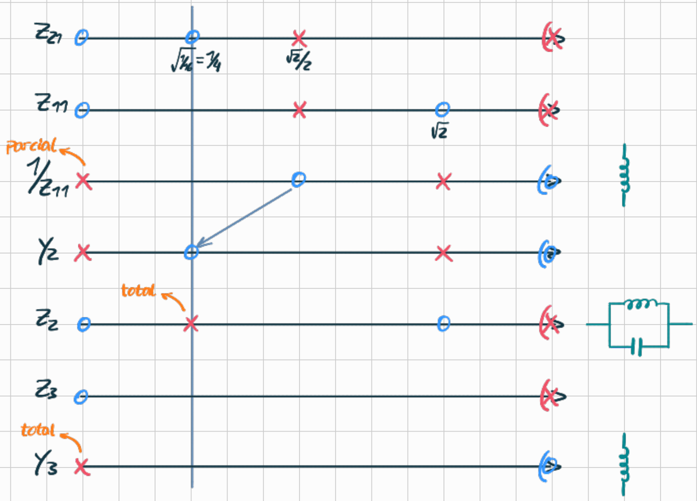
Z_{21} $\xrightarrow{\text{camino seguro}}$ $\frac{par}{impar}$ v $\frac{impar}{par}$

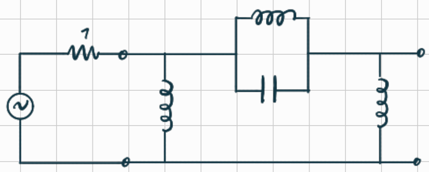
$P_{(s)} = s^3 + s\,1/16$ (impar) $\longrightarrow$ $Z_{21} = \frac{P}{N}$ $\frac{(impar)}{(par)}$

$$T_{(s)} = \frac{V_2}{V_g} = \frac{K\, s(s^2+1/16)}{s^3+2s^2+2s+1}$$

$$Z_{21} = \frac{P}{N} = \frac{s(s^2+1/16)}{2s^2+1} = \frac{1}{2}\,\frac{s(s^2+1/16)}{(s^2+1/2)}$$

$$Z_{11} = \frac{M}{N} = \frac{s^3+2s}{2s^2+1} = \frac{1}{2}\,\frac{s(s^2+2)}{(s^2+1/2)}$$





$$\frac{1}{Z_{11}} = \frac{2(s^2+1/2)}{s(s^2+2)}$$

*[1] Remoción parcial en DC

$$K_{01}' = s\,\frac{1}{Z_{11}}\Big|_{s=j\frac{1}{4}} = \frac{2(s^2+1/2)}{s^2+2}\Big|_{s=j\frac{1}{4}} = \frac{14}{31}$$

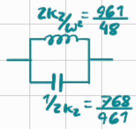
$1/K_{01} = 31/14$

$$Y_2 = \frac{1}{Z_{11}} - \frac{K_{01}'}{s} = \frac{2(s^2+1/2)}{s(s^2+2)} - \frac{14}{31}\,\frac{1}{s} = \frac{2s^3+s-\frac{14}{31}s^3-\frac{28}{31}s}{s^2(s^2+2)} = \frac{\frac{48}{31}s^2-\frac{3}{31}}{s(s^2+2)} = \frac{48}{31}\,\frac{s^2+1/16}{s(s^2+2)}$$

*2 Remoción finita

$$Z_2 = \frac{31}{48}\,\frac{s(s^2+2)}{s^2+1/16}$$

$$2k_2 = \lim_{s^2\to -1/16} \frac{\cancel{s^2+1/16}}{\cancel{s}}\,\frac{31}{48}\,\frac{\cancel{s}(s^2+2)}{\cancel{s^2+1/16}} = \frac{961}{768}$$

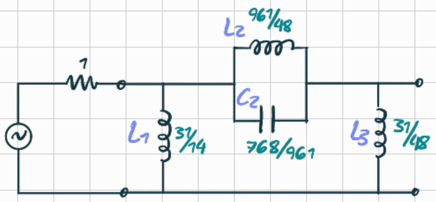


$$Z_3 = Z_2 - \frac{2k_2 s}{s^2+1/16} = \frac{31}{48}\,\frac{s(s^2+2)}{s^2+1/16} - \frac{961}{768}\,\frac{s}{s^2+1/16} = \frac{31/48\, s^3 + 31/24\, s - 961/768\, s}{s^2+1/16} = \frac{31}{48}\,\frac{s\cancel{(s^2+1/16)}}{\cancel{(s^2+1/16)}} = \frac{31}{48}\, s$$

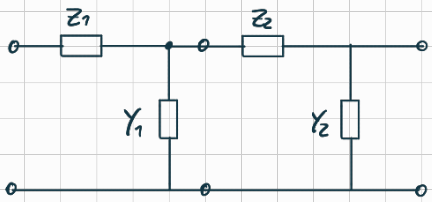
*3 Remoción total en DC

$$Y_3 = \frac{48}{31}\,\frac{1}{s} \longrightarrow K_{03} = \frac{48}{31} \qquad 1/K_{03} = 31/48$$

*



* Verificación:



$$T_1 = \begin{pmatrix} 1+ZY & Z \\ Y & 1 \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} 1+Z_1Y_1 & Z_1 \\ Y_1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1+Z_2Y_2 & Z_2 \\ Y_2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} Z_1 = R_g \\ Y_1 = \dfrac{1}{sL_1} \\ Z_2 = \dfrac{sL_2}{s^2L_2C_2+1} \\ Y_2 = \dfrac{1}{sL_3} \end{cases}$$

Solo necesitamos $\frac{1}{A} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_2=0}$

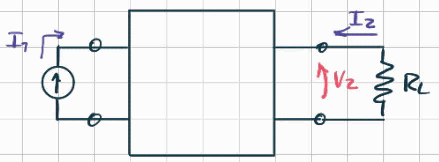
$$A = (1+Z_1Y_1)(1+Z_2Y_2) + Z_1Y_2$$

Reemplazando y simplificando con simulación simbólica queda:

$$\left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_2=0} = \frac{1}{A} = \frac{16s^3+s}{16s^3+32s^2+32s+16} = \frac{1 \cdot s(s^2+1/16)}{s^3+2s^2+2s+1} \qquad K=1$$

2

$$T_{(s)}=\frac{V_2}{I_1}=\frac{k\,(s^2+9)}{s^3+2s^2+2s+1}$$



$$I_2=-\frac{V_2}{R_L}$$

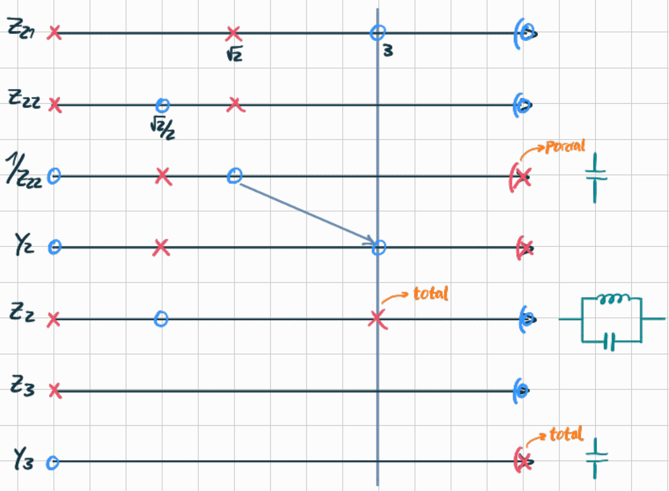
$$\begin{cases} V_1 = I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12} \\ V_2 = I_1 Z_{21} + I_2 Z_{22} \end{cases}$$

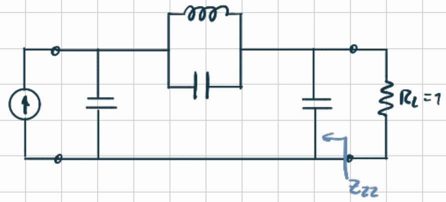
$$V_2 = I_1 Z_{21} - V_2\frac{Z_{22}}{R_L} \longrightarrow V_2\left(1+\frac{Z_{22}}{R_L}\right) = I_1 Z_{21} \longrightarrow \frac{V_2}{I_1}=\frac{Z_{21}}{1+\frac{Z_{22}}{R_L}}$$

$$\frac{V_2}{I_1}=\frac{Z_{21}}{1+\frac{Z_{22}}{R_L}}=\frac{P}{N+M}$$

$P_{(s)}=s^2+9$ (Par) $\longrightarrow$ Saco factor común M para que $P_{(s)}=\frac{(Par)}{(Impar)}$

$$\frac{V_2}{I_1}=\frac{P/M}{1+N/M}\qquad \begin{cases} Z_{21}=\frac{P}{M}=\frac{s^2+9}{s^3+2s}=\frac{s^2+9}{s(s^2+2)} \\ Z_{22}=\frac{N}{M}=\frac{2s^2+1}{s^3+2s}=\frac{2(s^2+1/2)}{s(s^2+2)} \end{cases}$$





*[1] Remoción parcial en ∞

$$\frac{1}{Z_{22}}=\frac{s(s^2+2)}{2(s^2+1/2)}$$

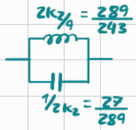
$$K'_\infty=\frac{1}{\cancel{s}}\,\frac{\cancel{s}(s^2+2)}{2(s^2+1/2)}\bigg|_{s=j3}=\frac{7}{17}\qquad K'_{\infty 1}=\frac{7}{17}$$

$$Y_2=\frac{1}{Z_{22}}-sK'_\infty=\frac{s(s^2+2)}{2(s^2+1/2)}-\frac{7}{17}s=\frac{s^3+2s-{}^{14}/_{17}s^3-{}^{7}/_{17}s}{2(s^2+1/2)}=\frac{3}{34}\,\frac{s(s^2+9)}{s^2+1/2}$$

$$Z_2=\frac{34}{3}\,\frac{s^2+1/2}{s(s^2+9)}$$

*² Remoción finita

$$2k_2 = \lim_{s^2 \to -9} \frac{\cancel{s^2+9}}{s} \, \frac{34}{3} \, \frac{s^2+1/2}{s(\cancel{s^2+9})} = \frac{289}{27}$$

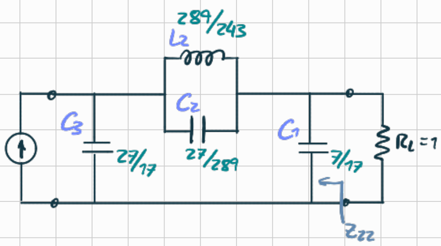


$$Z_3 = Z_2 - \frac{2k_2 s}{s^2+9} = \frac{34}{3}\,\frac{s^2+1/2}{s(s^2+9)} - \frac{289/27\, s}{s^2+9} = \frac{34/3\, s^2 + 34/6 - 289/27\, s^2}{s(s^2+9)} = \frac{17}{27}\,\frac{(\cancel{s^2+9})}{s(\cancel{s^2+9})} = \frac{17}{27}\,\frac{1}{s}$$

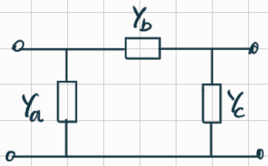
$$Y_3 = \frac{27}{17}\, s \longrightarrow K_{\infty 3} = \frac{27}{17}$$

$K_{\infty 3} = \frac{27}{17}$

*



* Verificación:



$$\begin{cases} Y_a = sC_3 \\ Y_b = sC_2 + \dfrac{1}{sL_2} = \dfrac{s^2 L_2 C_2 + 1}{sL_2} \\ Y_c = R_L + sC_1 \end{cases}$$

$$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0}$$

$$V_2 = V_1 \frac{Y_b}{Y_b + Y_c} = \frac{I_1}{Y_a + \dfrac{Y_b \cdot Y_c}{Y_b + Y_c}} \cdot \frac{Y_b}{Y_b + Y_c}$$

$$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0} = \frac{Y_a Y_b + Y_a Y_c + Y_c Y_b}{Y_b}$$

Reemplazando y simplificando con simulación simbólica:

$$\left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{1}{C} = \underbrace{\frac{1}{4}}_{K} \, \frac{s^2+9}{s^3+2s^2+2s+1}$$

$K = \frac{1}{4}$