

2012 级计算机学院《数值分析》期末试卷 A 卷

班级_____学号_____姓名_____成绩_____

注意: ① 答题方式为闭卷。 ② 可以使用计算器。

③ 请将填空题的答案直接填在试卷上, 计算题答在答题纸上。

一、填空题 (每空 2 分, 共 40 分)

1. 对精确数进行截断舍入法得到的近似值为 3.0078×10^{-6} , 其绝对误差限是【_____】。
 2. 要使 $\sqrt{80}$ 的近似值的相对误差限为 0.1%, 至少要取【_____】位有效数字。
 3. 若误差限为 0.5×10^{-5} , 那么近似数 0.003400 有【_____】位有效数字。
 4. 使用对分法求 $1-x-\sin x=0$ 在 $[0,1]$ 内的根, 要求根的误差不大于 0.5×10^{-4} 要对分【_____】次。
 5. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 9 & -7 \\ -3 & 4 & -3 & 19 \\ 4 & -2 & 6 & -21 \end{bmatrix}$, $\|A\|_{\infty} = \text{【_____】}$, $\|A\|_1 = \text{【_____】}$ 。
 6. $X = (0, -3, -3.75, 4)$, $\|X\|_2 = \text{【_____】}$ 。
 7. 线性方程组
$$\begin{cases} 10x_1 + x_3 - 5x_4 = -7 \\ x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 11 \\ 3x_1 + 2x_2 - 8x_3 + x_4 = 23 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 7x_4 = 17 \end{cases}$$
, 雅克比迭代方法的迭代公式为
-
8. $n+1$ 个节点的高斯求积公式的代数精确度为【_____】, n 个求积节点的插值型求积公式的代数精确度至少为【_____】次。
 9. 求 $x^3 - x^2 - 1 = 0$ 在 $[1.3, 1.6]$ 内的根时, 分别使用迭代公式 $x_{n+1} = \sqrt[3]{1+x_n^2}$ 和 $x_{n+1} = 1 + \frac{1}{x_n^2}$, 【_____】 (填: 前者或后者) 收敛速度较快。

10. 用牛顿下山法求 $f(x) = x^3 - x - 1 = 0$ 的在 $[0, 1.5]$ 内的根, 取 $x_0 = 0.6$, 计算出 $x_1 = 17.9$, 此时下山条件不满足, 当下山因子 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 下山条件满足, 此时计算 $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
11. 为求 $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10 = 0$, 构造迭代函数 $\varphi(x) = x + f(x) = x + x^3 + 4x^2 - 10$, 使用埃特肯法, 取初值 $x_0 = 1.5$, 埃特肯迭代一次后的值 $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
12. 对任意初始向量 $X^{(0)}$ 及任意向量 N , 线性方程组的迭代公式 $X^{(k+1)} = MX^{(k)} + N$ ($k=0, 1, \dots$) 收敛于方程组的精确解的充分必要条件是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
13. 用高斯消元法解线性方程组, 消元能进行到底的充分必要条件是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
14. 已知插值节点 $(-1, 3), (1, 1), (2, -1)$ 。求 $f(x)$ 的二次拉格朗日插值多项式为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- $$L(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x-2) - \frac{1}{2}(x+1)(x-2) - \frac{1}{3}(x+1)(x-1)$$
15. 在牛顿-柯特斯求积公式中, 当牛顿-柯特斯系数有负值时, 公式稳定性不能得到保证, 所以实际应用中只使用 $n \leq \underline{\hspace{2cm}}$ 的牛顿-柯特斯公式。
16. 若 $S(x) = \begin{cases} x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ (x-1)^2 + a(x-1) + b & 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$ 是三次样条函数, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、 计算题 (每题 10 分, 共 60 分)

1. 用 Newton 法求 $f(x) = x - \cos x = 0$ 的近似解, 计算结果保留小数点后 4 位。
2. 已知函数 $y=f(x)$ 的如下数据, 用牛顿基本差商公式计算 $f(0.596)$ 的近似值, 要求计算结果保留小数点后 5 位。

x_i	0.40	0.55	0.65	0.80
$f(x_i)$	0.41075	0.57815	0.69675	0.88811

3. 用赛德尔迭代法解线性方程组 $\begin{cases} 20x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 24 \\ 2x_1 - 3x_2 + 15x_3 = 30 \\ x_1 + 8x_2 + x_3 = 12 \end{cases}$, 初始向量 $X^{(0)} = (0, 0, 0)^T$, 计算过程保留小数后 4 位。

4. 利用龙贝格公式计算定积分 $\int_{-1}^7 \sqrt{x+2} dx$. (计算到 R_1 即可), 计算结果保留小数点后 4 位。

5. 用克劳特消元法解
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 7 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$
, 计算过程保留小数后 4 位。

6. 已知函数 $y=f(x)$ 有关数据如下:

x_i	-1	0	1
$f(x_i)$	-1	2	1
$f'(x_i)$		0	

构造次数不超过 3 次的 H 插值多项式。