

Лекция 1. Перевод из одной СС в другую.

Пример 1

Университет ИТМО

2021



Позиционные системы счисления (СС)

$$X = 2017,042 = 2 * 1000 + 0 * 100 + 1 * 10 + 7 * 1 + 4/100 + 2/1000$$

$$X_{(q)} = x_{n-1}x_{n-2}x_1x_0.x_{-1}x_{-2}x_{-m}$$

- $X_{(q)}$ – запись числа в системе счисления с основанием q ;
- x_i – натуральные числа меньше q , т.е. цифры;
- n – число разрядов целой части;
- m – число разрядов дробной части.

$$X_{(q)} = x_{n-1}q^{n-1} + x_{n-2}q^{n-2} + \dots + x_1q^1 + x_0q^0 + x_{-1}q^{-1} + \dots + x_{-m}q^{-m}$$

$$X_{(q)} = \sum_{i=-m}^{n-1} x_i q^i$$

ПРИМЕРЫ: $123_{(4)} = 1 * 4^2 + 2 * 4 + 3$

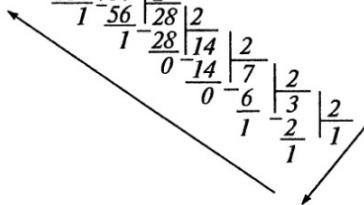
(если основание СС не указано => 10-ричная СС)

$$456,78_{(10)} = 4 * 10^2 + 5 * 10^1 + 6 * 10^0 + 7 * 10^{-1} + 8 * 10^{-2}$$

Перевод из одной СС в другую. Пример 2

Задача: $231_{(10)} = ?_{(2)}$

Ход решения:

$$\begin{array}{r} 231 \div 2 \\ \underline{-230} \quad 1 \\ 115 \div 2 \\ \underline{-114} \quad 1 \\ 57 \div 2 \\ \underline{-56} \quad 1 \\ 28 \div 2 \\ \underline{-28} \quad 0 \\ 14 \div 2 \\ \underline{-14} \quad 0 \\ 7 \div 2 \\ \underline{-6} \quad 1 \\ 3 \div 2 \\ \underline{-2} \quad 1 \\ 1 \div 2 \\ \underline{-1} \quad 1 \end{array}$$


Ответ: $231_{(10)} = 11100111_{(2)}$

Перевод из СС с основанием 2 в СС с основанием 4

Сложный путь: 1) СС-2 \rightarrow СС-10: $10100_{(2)} = 20_{(10)}$

2) СС-10 \rightarrow СС-4: $20_{(10)} = 110_{(4)} \Rightarrow 10100_{(2)} = 110_{(4)}$

Примечание: «СС-N» означает «система счисления с основанием N»

Простой путь:

$$x_{i+1}2^{i+1} + x_i2^i + \dots + x_32^3 + x_22^2 + x_12^1 + x_02^0$$

$$x_{2k+1}2^{2k+1} + x_{2k}2^{2k} + \dots + x_32^{2*1+1} + x_22^{2*1} + x_12^1 + x_02^0$$

$$2^{2k}(x_{2k+1}2^1 + x_{2k}) + \dots + 2^2(x_32^1 + x_2) + 2^0(x_12^1 + x_0)$$

$$4^k(x_{2k+1}2^1 + x_{2k}) + \dots + 4^1(x_32^1 + x_2) + 4^0(x_12^1 + x_0)$$

Преобразование из $CC-2$ в $CC-2^k$ и обратно

2-я \leftrightarrow 4-я	2-я \leftrightarrow 8-я	2-я \leftrightarrow 16-я
00 \leftrightarrow 0	000 \leftrightarrow 0	0000 \leftrightarrow 0
01 \leftrightarrow 1	001 \leftrightarrow 1	0001 \leftrightarrow 1
10 \leftrightarrow 2	010 \leftrightarrow 2	0010 \leftrightarrow 2
11 \leftrightarrow 3	011 \leftrightarrow 3	0011 \leftrightarrow 3
	100 \leftrightarrow 4	...
	101 \leftrightarrow 5	1101 \leftrightarrow D
	110 \leftrightarrow 6	1110 \leftrightarrow E
	111 \leftrightarrow 7	1111 \leftrightarrow F

Пример: $1111110001, 1110001_{(2)} = 001111110001, 11100010_{(2)} = 3F1, E2_{(16)}$

Преобразование из $CC-N$ в $CC-N^k$ и обратно

Из $CC-N$ в $CC-N^k$

- дополнить число, записанное в CC с основанием N , незначащими нулями так, чтобы количество цифр было кратно k ;
- разбить полученное число на группы по k цифр, начиная от нуля;
- заменить каждую такую группу эквивалентным числом, записанным в CC с основанием N^k .

Задача: $1020101_{(3)} = ?_{(27)}$

Решение: $1020101_{(3)} = 001020101_{(3)} = 16A?_{(27)}$

Из $CC-N^k$ в $CC-N$

- заменить каждую цифру числа, записанного в CC с основанием N^k , эквивалентным набором из k цифр CC с основанием N .

Задача: $2345_{(125)} = ?_{(5)}$

Решение: $2345_{(125)} = 002003004010_{(5)} = 2003004010_{(5)}$