Лекция 1. Перевод из одной СС в другую. Пример 1

Университет ИТМО

2021

Позиционные системы счисления (СС)

$$X = 2017,042 = 2*1000 + 0*100 + 1*10 + 7*1 + 4/100 + 2/1000$$

$$\boxed{X_{(q)} = x_{n-1}x_{n-2}x_1x_0.x_{-1}x_{-2}x_{-m}}$$

- $X_{(q)}$ – запись числа в системе счисления с основанием q;
- x_i – натуральные числа меньше q, т.е. цифры;
- n – число разрядов целой части;
- m – число разрядов дробной части.

$$\boxed{X_{(q)} = x_{n-1}q^{n-1} + x_{n-2}q^{n-2} + \ldots + x_1q^1 + x_0q^0 + x_{-1}q^{-1} + \ldots + x_{-m}q^{-m}}$$

$$\boxed{X_{(q)} = \sum_{i=-m}^{n-1} x_i q^i}$$

ПРИМЕРЫ: $123_{(4)} = 1*4^2 + 2*4 + 3$

(если основание СС не указано => 10-ричная СС)

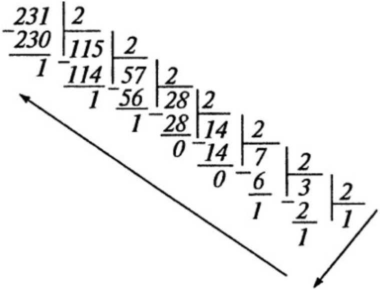
$456,78_{(10)} = 4*10^2 + 5*10^1 + 6*10^0 + 7*10^{-1} + 8*10^{-2}$

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Перевод из одной СС в другую. Пример 2

Задача: $231_{(10)} = ?_{(2)}$

Ход решения:



Ответ: $231_{(10)} = 11100111_{(2)}$

Перевод из СС с основанием 2 в СС с основанием 4

Сложный путь: 1) СС-2 -> СС-10: $10100_{(2)} = 20_{(10)}$
2) СС-10 -> СС-4: $20_{(10)} = 110_{(4)} \Rightarrow 10100_{(2)} = 110_{(4)}$
Примечание: «СС-N» означает «система счисления с основанием N»

Простой путь:

$$x_{i+1}2^{i+1} + x_i 2^i + \ldots + x_3 2^3 + x_2 2^2 + x_1 2^1 + x_0 2^0$$

$$x_{2k+1}2^{2k+1} + x_{2k}2^{2k} + \ldots + x_3 2^{2*1+1} + x_2 2^{2*1} + x_1 2^1 + x_0 2^0$$

$$2^{2k}(x_{2k+1}2^1 + x_{2k}) + \ldots + 2^2(x_3 2^1 + x_2) + 2^0(x_1 2^1 + x_0)$$

$$4^k(x_{2k+1}2^1 + x_{2k}) + \ldots + 4^1(x_3 2^1 + x_2) + 4^0(x_1 2^1 + x_0)$$

Преобразование из СС-2 в СС-2^k и обратно

2-я <-> 4-я	**2-я <-> 8-я**	**2-я <-> 16-я**
00 <-> 0	000 <-> 0	0000 <-> 0
01 <-> 1	001 <-> 1	0001 <-> 1
10 <-> 2	010 <-> 2	0010 <-> 2
11 <-> 3	011 <-> 3	0011 <-> 3
	100 <-> 4	...
	101 <-> 5	1101 <-> D
	110 <-> 6	1110 <-> E
	111 <-> 7	1111 <-> F

Пример: $1111110001, 1110001_{(2)} = 001111110001, 11100010_{(2)} = 3F1, E2_{(16)}$

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Преобразование из СС-N в СС-N^k и обратно

Из СС-N в СС-N^k

- дополнить число, записанное в СС с основанием N, незначащими нулями так, чтобы количество цифр было кратно k;
- разбить полученное число на группы по k цифр, начиная от нуля;
- заменить каждую такую группу эквивалентным числом, записанным в СС с основанием N^k.

Задача: $1020101_{(3)} = ?_{(27)}$

Решение: $1020101_{(3)} = 001020101_{(3)} = 16A?_{(27)}$

Из СС-N^k в СС-N

- заменить каждую цифру числа, записанного в СС с основанием N^k, эквивалентным набором из k цифр СС с основанием N.

Задача: $2345_{(125)} = ?_{(5)}$

Решение: $2345_{(125)} = 002003004010_{(5)} = 2003004010_{(5)}$