Дипломна работа

Диана Генева <dageneva@qtrp.org>

2018

Нека с $g(\omega)$ означим модула на $\mathcal{H}$

$$g(\omega) = \frac{b_0^2(1-2a_1\,cos\,\omega + a_1^2)}{(1-2a_1\,cos\,\omega + a_1^2)^2} = \frac{b_0^2}{1-2a_1\,cos\,\omega + a_1^2}$$

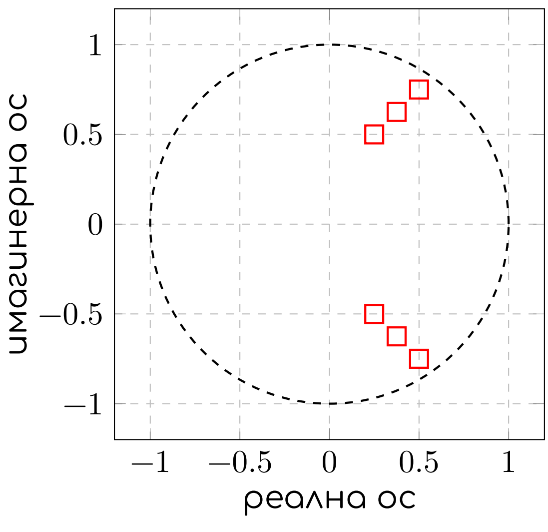
На Фигура .2.2 се вижда графиката на $g(\omega)$ за различни стойности на a_1 и b_0 Такива филтри се наричат **резонатори**, тъй като честотите във върха на графиката ще се усилят. Резонаторите се описват главно чрез своята **амплитуда** - височината на максимума, **честота** - къде е върхът върху честотната ос, **честотна лента** - колко е широка графиката, което определя колко честоти ще се усилят.

В случая на IIR филтътр от първи ред, амплитудата и честотаната лента се определят от a_1 и b_0, а върха на графиката винаги ще е в 0. Тоест, този вид филтри могат да усилват само честотите около 0. За да се преместим нанякъде по честотната ос, трябва a_1 да е комплексно. Ако трансферната функция има само един полюс, a_1 винаги е реално, затова ни трябва поне една комплексно спрегната двойка. Нека разгледаме филтър от втори ред.

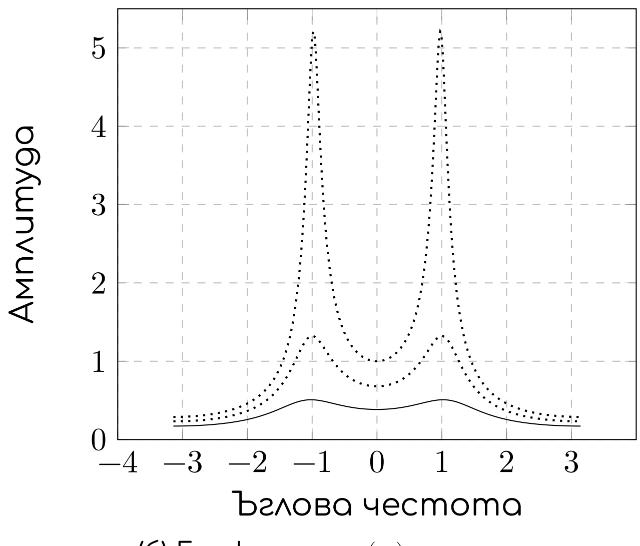
$$y[n] = b_0x[n] + a_1y[n-1] + a_2y[n-2]$$

$$\mathcal{H}(z) = \frac{b_0}{1 - a_1z^{-1} - a_2z^{-2}}$$

$$\mathcal{H}(z) = G\frac{1}{(1-\alpha_1z^{-1})(1-\alpha_2z^{-1})}$$

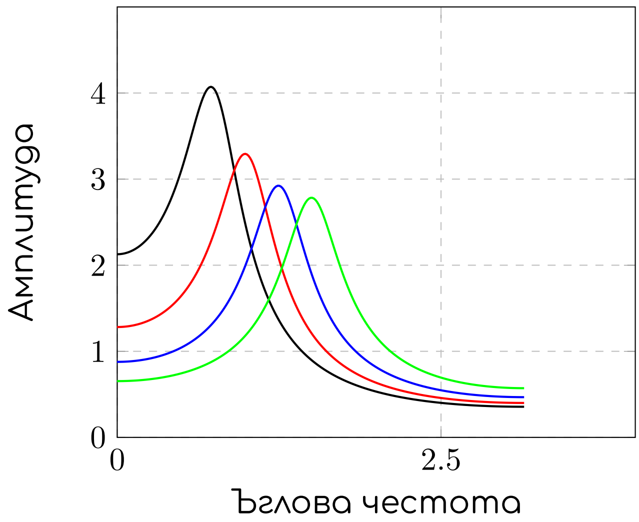


(а) Полюс-нула графика за $\mathcal{H}$



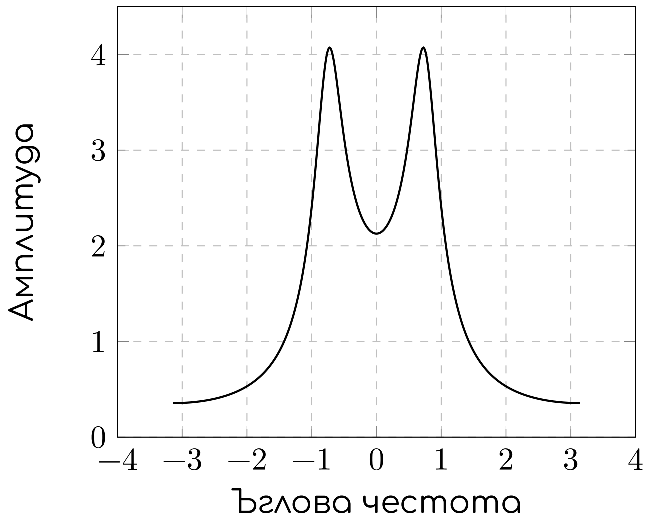
(б) Графика на $g(\omega)$ в $-\pi, \pi$

Фигура Б.2.3: Действие на IIR филтър от втори ред за $\alpha_1 = (0.25 + 0.5i), (0.5 + 0.75i), (0.375 + 0.625)$

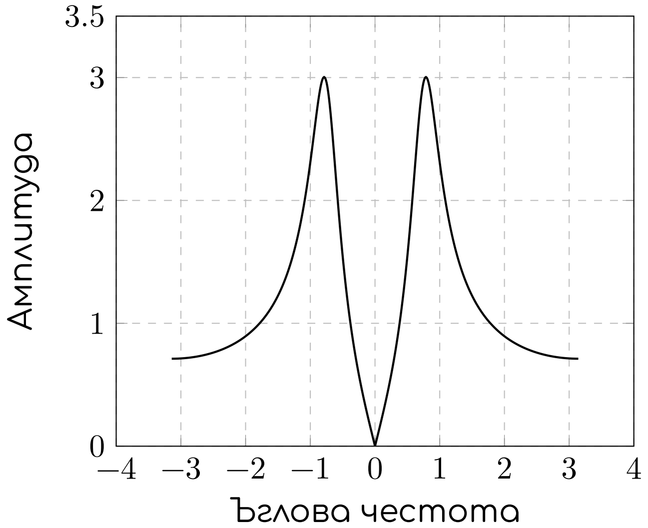


Фигура Б.2.4: Графика на g с отдалечаващи се от реалната ос полюси

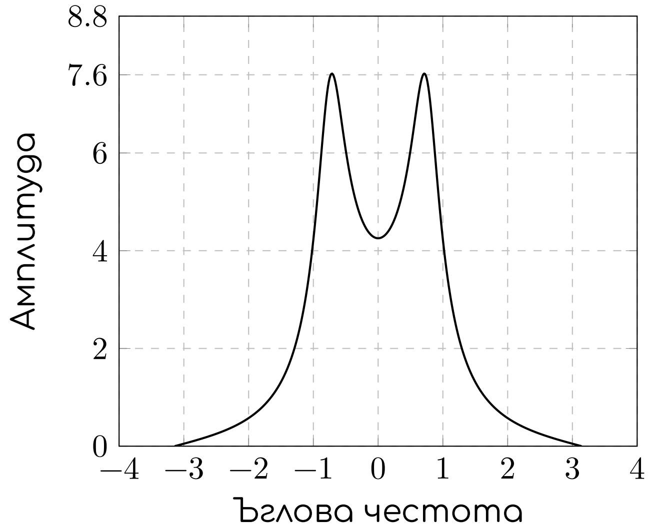
Местенето на полюсите по-далеч от реалната ос, раздалечава върховете по честотната лента, както се вижда на Фигура Б.2.4



(а) $b_0 = 1, b_1 = 0$



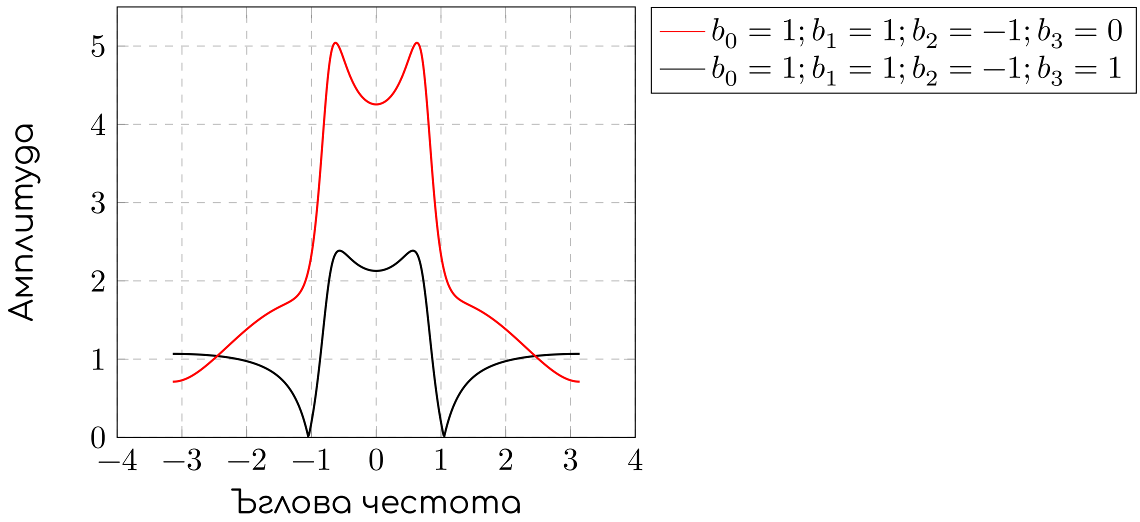
(б) $b_0 = 1, b_1 = 1$



(в) $b_0 = 1, b_1 = -1$

Фигура Б.2.5: Действие на IIR филтър от втори ред за различни стойности на b и $a_1 = 1.17, a_2 = -0.64$

Видът на резонатора (тоест честотна ента, честота и амплитуда), се определят главно от полюсите. Добавянето на нули също влияе на вида на филтъра, както може да се види от Фигура $.2.5$ В единият случай се добавя нула в нулата, в другия - в края на спектъра.



Фигура Б.2.6: Действие на IIR филтър от вида $\mathcal{H}(e^{i\omega}) = \frac{b_0 - b_1 e^{-i\omega} - b_2 e^{-2i\omega} - b_3 e^{-3i\omega}}{1 - a_1 e^{-i\omega} - a_2 e^{-2i\omega}}$ за $a_1 = 1.17, a_2 = -0.64$

Добавянето на допълнителни нули може да се види на Фигура Б.2.6. Тези нули се наричат **антирезонанси**.

Използвайки вида на IIR филтрите от първи и втори ред, можем да разложим даден сложен филтър $\mathcal{H}$ на произвдение на по-прости филтри от първи и втори ред, чиито вид може по-лесно да се моделира чрез промяна на коефициентите. След това съчетаването им е просто произведение в честотния домейн и свойствата на Фурие преобразуванията ни дават вида и във времевия домейн.

Приложение В

Приложение към Емоции в реч

Пример 1. $\mathcal{V}(z)$ за $N = 2$

$$\frac{1}{\mathcal{V}(z)} = \frac{U_G(z)}{U_L(z)} = z^{N/2} \left[\frac{2}{1+r_G}, \quad -\frac{2r_G}{1+r_G} \right] \prod_{i=1}^{N} \hat{Q}_i \left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \right] = \tag{2.2.22}$$

$$= z \left[\frac{2}{1+r_G}, \quad -\frac{2r_G}{1+r_G} \right] \hat{Q}_1 \hat{Q}_2 \left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \right] =$$

$$= z \left[\frac{2}{1+r_G}, \quad -\frac{2r_G}{1+r_G} \right] \left[\begin{array}{cc} \dfrac{1}{1+r_1} & \dfrac{-r_1}{1+r_1} \\[2ex] \dfrac{-r_1 z^{-1}}{1+r_1} & \dfrac{z^{-1}}{1+r_1} \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} \dfrac{1}{1+r_2} & \dfrac{-r_2}{1+r_2} \\[2ex] \dfrac{-r_2 z^{-1}}{1+r_2} & \dfrac{z^{-1}}{1+r_2} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \right] =$$

$$= 2z \left[\frac{1 + r_G r_1 z^{-1}}{(1+r_G)(1+r_1)}, \quad -\frac{r_1 + r_G z^{-1}}{(1+r_G)(1+r_1)} \right] \left[\begin{array}{cc} \dfrac{1}{1+r_2} & \dfrac{-r_2}{1+r_2} \\[2ex] \dfrac{-r_2 z^{-1}}{1+r_2} & \dfrac{z^{-1}}{1+r_2} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \right] =$$

$$= 2z \left[\frac{1 + r_G r_1 z^{-1} + r_1 r_2 z^{-1} + r_G r_2 z^{-2}}{(1+r_G)(1+r_1)(1+r_2)}, \quad -\frac{r_2 + r_G r_1 r_2 z^{-1} + r_1 z^{-1} + r_G z^{-2}}{(1+r_G)(1+r_1)(1+r_2)} \right] \left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \right]$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$\mathcal{V}(z) = \frac{0.5(1+r_G) \prod_{i=1}^{2} (1+r_i) z^{-1}}{1 + (r_G r_1 + r_1 r_2) z^{-1} + (r_G r_2) z^{-2}}$$

$\square$