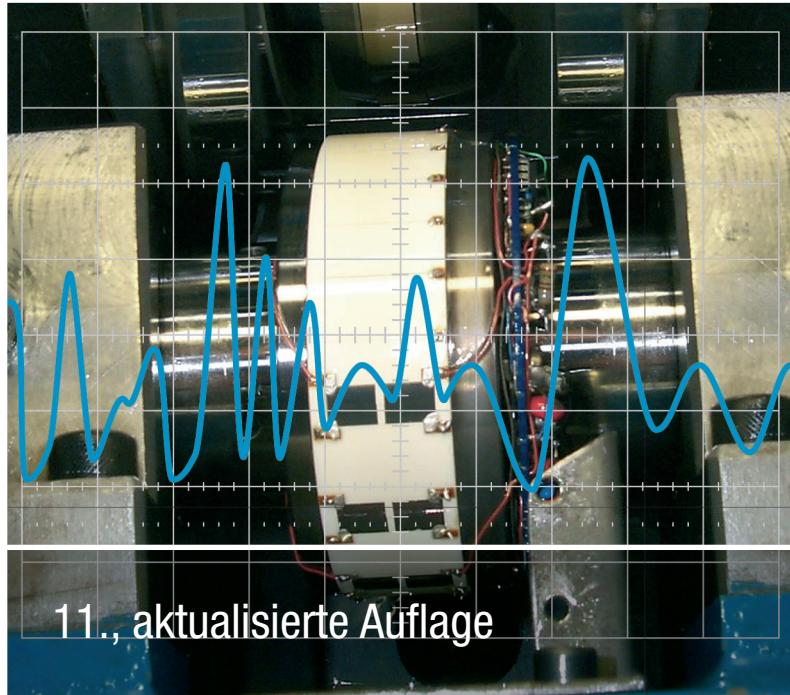


Elmar Schrüfer
Leonhard Reindl
Bernhard Zagar

Elektrische Messtechnik

Messung elektrischer und
nichtelektrischer Größen



HANSER

Schrüfer, Reindl, Zagar
Elektrische Messtechnik



Bleiben Sie auf dem Laufenden!

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

www.hanser-fachbuch.de/newsletter

Elmar Schrüfer, Leonhard Reindl, Bernhard Zagar

Elektrische Messtechnik

Messung elektrischer und nichtelektrischer Größen

11., aktualisierte Auflage

Mit 365 Bildern, 38 Tabellen und 34 Beispielen



Fachbuchverlag Leipzig
im Carl Hanser Verlag

Prof.em. Dr.rer.nat. Dr.h.c.mult. Elmar Schrüfer

Lehrstuhl für Messsystem- und Sensortechnik

Technische Universität München

Prof. Dr. techn. Leonhard Reindl

Institut für Mikrosystemtechnik

Lehrstuhl für Elektrische Mess- und Prüfverfahren

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. techn. Bernhard Zagar

Institut für Elektrische Messtechnik

Johannes Kepler Universität Linz



Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN: 978-3-446-44208-5

E-Book-ISBN: 978-3-446-44188-0

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – mit Ausnahme der in den §§ 53, 54 URG genannten Sonderfälle –, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2014 Carl Hanser Verlag München

Internet: <http://www.hanser-fachbuch.de>

Lektorat: Franziska Jacob, M.A.

Herstellung: Dipl.-Ing. (FH) Franziska Kaufmann

Satz: Satzherstellung Dr. Steffen Naake, Brand-Erbisdorf

Coverconcept: Marc Müller-Bremer, www.rebranding.de, München

Coverrealisierung: Stephan Rönigk

Druck und Bindung: Pustet, Regensburg

Printed in Germany

**»Der Weltuntergang steht bevor,
aber nicht so, wie Sie denken.
Dieser Krieg jagt nicht alles in die Luft,
sondern schaltet alles ab.«**



**Tom DeMarco
Als auf der Welt das Licht ausging**

ca. 560 Seiten. Hardcover
ca. € 19,99 [D] / € 20,60 [A] / sFr 28,90
ISBN 978-3-446-43960-3
Erscheint im November 2014

Hier klicken zur
Leseprobe

Sie möchten mehr über Tom DeMarco und seine Bücher erfahren.
Einfach reinklicken unter www.hanser-fachbuch.de/special/demarco

Vorwort zur 10. Auflage

Dank des Interesses der Leser kann die *Elektrische Messtechnik* jetzt in der 10. Auflage erscheinen. Das Buch ist nicht mehr ganz jung. So bestand und besteht weiterhin die Aufgabe, mit der Entwicklung der Messtechnik Schritt zu halten. Das ist natürlich machbar. Schwerer hingegen ist es dann, die Details zu definieren, auf die verzichtet werden kann. Das Buch soll ja handhabbar bleiben. Die Autoren geben sich Mühe, beiden Gesichtspunkten gerecht zu werden.

Das Buch soll in Zukunft auf einer noch breiteren Grundlage stehen. So wird Herr Univ. Prof. Dr.-Ing. Bernhard Zagar sein Wissen und seine Erfahrungen als Autor einbringen.

Das Anliegen des ersten Kapitels soll hier noch einmal kurz hervorgehoben werden: Es ist keine Einführung im üblichen Sinn. Das Kapitel geht zunächst auf das wissenschaftliche Fundament der gesamten Messtechnik ein. Dieses ist notwendig, um die physikalischen Größen unabhängig von Ort und Zeit und widerspruchsfrei messen zu können. Dazu soll das System der Einheiten auf Naturkonstanten zurückgeführt werden. In den nachfolgenden Abschnitten werden dann – unabhängig von der Gerätetechnik – die charakteristischen Eigenschaften der Messsysteme angesprochen. Nun muss man sich aber bei Beginn der Beschäftigung mit der Messtechnik noch nicht mit den Grenzen des Messbaren befassen. Auch hat man noch nicht den Überblick über die vielen unterschiedlichen Methoden. So kann es sinnvoll sein, beim Studium des Buches mit dem Kapitel 2 zu beginnen und fallweise zu den Grundlagen des Kapitels 1 zurückzublättern.

Hingewiesen sei noch auf die Web-Seite

www.schruefer-messtechnik.de

Hier finden die Nutzer Aufgaben und Lösungen und können das eigene Wissen anhand der Übungsaufgaben kontrollieren. Davon machen die Studierenden erfreulicherweise regen Gebrauch. So wird die Web-Seite mehrere tausend mal im Jahr aufgerufen.

Die Herstellung des Buches lag auf Seiten des C. Hanser Verlags in den bewährten Händen von Herrn Dr. Martin Feuchte, Frau Franziska Kaufmann und Frau Angelika Vogt. Die Autoren sind ihnen allen zu großem Dank verpflichtet.

München, Mai 2012

Elmar Schrüfer Leonhard M. Reindl Bernhard Zagar

Vorwort zur 11. Auflage

In der Neubearbeitung für die 11. Auflage wurde versucht, das Buch einerseits etwas knapper und andererseits doch auch aktueller zu gestalten. So werden z. B. im Kapitel 1 bei den Messunsicherheiten zunehmend die Begriffe des „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM)“ angewendet. Ergänzt wurden des Weiteren der Abschnitt über Induktions-Durchflussmesser, Teile des Kapitels zu optischen Aufnehmern, der Abschnitt über Mikrokanalplatten zur Restlichtverstärkung sowie eine eingehendere Diskussion der Fehler von Abtast- und Haltegliedern im Kapitel 6. Das Kapitel über Rechnergestützte Messsysteme wurde um ein anschauliches Beispiel für MATLAB erweitert. Eine Spektralanalyse wird durchgeführt, um MATLAB als nützliches Werkzeug für die Auswertung von Signalen im Frequenzbereich darzustellen.

Die Autoren würden sich freuen, wenn auch die aktualisierte 11. Auflage freundlich aufgenommen werden würde.

Hingewiesen sei noch auf die Web-Seiten mit weiteren Informationen und Übungsaufgaben zur Elektrischen Messtechnik:

www.schruefer-messtechnik.de

www.jku.at/emt/content

Die Herstellung des Buches lag auf Seiten des Carl Hanser Verlags in den bewährten Händen von Frau Franziska Jacob und Frau Franziska Kaufmann. Die Autoren sind ihnen zu großem Dank verpflichtet.

München, August 2014

Elmar Schrüfer Leonhard M. Reindl Berhard Zagar

Inhalt

1

Grundlagen 15

1.1	Umfang und Bedeutung der elektrischen Messtechnik	15
1.2	Naturkonstanten und Maßeinheiten	17
1.2.1	Naturkonstanten	17
1.2.2	Internationales Einheitensystem, SI-Einheiten	18
1.2.3	Definition und Darstellung der Sekunde	20
1.2.4	Definition und Darstellung des Meters	22
1.2.5	Definition und Darstellung des Kilogramms	22
1.2.6	Definition und Darstellung der elektrischen Einheiten	24
1.2.7	Die SI-Einheiten der Temperatur, der Stoffmenge und der Lichtstärke	28
1.2.8	Größen- und Zahlenwertgleichungen	28
1.3	Statisches Verhalten der Messgeräte; Kennlinie und Empfindlichkeit	29
1.4	Messfehler und Messunsicherheiten	31
1.4.1	Bekannte Einflüsse; Korrektur des bekannten Messfehlers	32
1.4.2	Unbekannte, normalverteilte Unsicherheiten; eine einzige Messgröße X	33
1.4.3	Unbekannte, normalverteilte Unsicherheiten; verknüpfte Messgrößen $Y = f(X_i)$	38
1.4.4	Student'sche t -Verteilung	41
1.4.5	Unbekannte, systematische Unsicherheiten	42
1.4.6	Korrelierte Messgrößen	43
1.4.7	Zusammenfassung	46
1.5	Dynamisches Verhalten der Messgeräte	48
1.5.1	Verzögerungsglied 1. Ordnung	48
1.5.2	Verzögerungsglied 2. Ordnung	56
1.5.3	Weitere Beispiele für das Zeitverhalten	63
1.6	Dynamische Messfehler	65
1.6.1	Fehlermöglichkeiten	65
1.6.2	Korrektur des dynamischen Fehlers	67
1.7	Strukturen von Messeinrichtungen	69
1.7.1	Kettenstruktur	69
1.7.2	Parallelstruktur	70
1.7.3	Kreisstruktur	72
1.8	Die informationstragenden Parameter der Messsignale	73
1.9	Elektrisches Messen nichtelektrischer Größen	76
1.9.1	Physikalische Effekte zum elektrischen Messen nichtelektrischer Größen	76
1.9.2	Sensornaher Signalverarbeitung	77

2 Messung von Strom und Spannung;

spannungs- und stromliefernde Aufnehmer	79
2.1 Elektromechanische Messgeräte und ihre Anwendung	79
2.1.1 Messwerke	79
2.1.2 Messung von Gleichstrom und Gleichspannung	82
2.1.3 Messung von Wechselstrom und Wechselspannung	88
2.1.4 Messung der Leistung	92
2.1.5 Messung der elektrischen Arbeit	98
2.2 Elektronenstrahl-Oszilloskop	99
2.2.1 Elektronenstrahl-Röhre	99
2.2.2 Baugruppen	101
2.2.3 Betriebsarten des Elektronenstrahl-Oszilloskops	106
2.3 Messverstärker	107
2.3.1 Einführung	107
2.3.2 Nicht invertierender Spannungsverstärker	112
2.3.3 Invertierender Stromverstärker	119
2.3.4 Anwendungen des Spannungsverstärkers	123
2.3.5 Anwendungen des Stromverstärkers	125
2.3.6 Nullpunktfehler des realen Operationsverstärkers	131
2.4 Elektrodynamische spannungsliefernde Aufnehmer	136
2.4.1 Weg- und Winkelmessung	136
2.4.2 Drehzahlaufnehmer	137
2.4.3 Hall-Sonde	139
2.4.4 Induktions-Durchflussmesser	142
2.5 Thermische spannungsliefernde Aufnehmer	144
2.5.1 Thermoelement	144
2.5.2 Integrierter Sperrschiert-Temperatur-Sensor	151
2.6 Chemische spannungsliefernde Aufnehmer und Sensoren	152
2.6.1 Galvanisches Element	152
2.6.2 pH-Messkette mit Glaselektrode	153
2.6.3 Sauerstoffmessung mit Festkörper-Ionenleiter	155
2.7 Piezo- und pyroelektrische ladungsliefernde Aufnehmer	158
2.7.1 Wirkungsweise und Werkstoffe	158
2.7.2 Piezoelektrischer Kraftaufnehmer	160
2.7.3 Pyroelektrischer Infrarot-Sensor	164
2.8 Optische Aufnehmer und Sensoren	166
2.8.1 Fotoelement und Fotodiode	168
2.8.2 Fotosensoren für Positionsmessungen und zur Bildzeugung	170
2.8.3 Fotozelle	172
2.8.4 Fotovervielfacher und Mikrokanalplatte	172
2.9 Aufnehmer für ionisierende Strahlung	173
2.9.1 Ionisationskammer	173
2.9.2 Halbleiter-Strahlungsdetektor	176

3 Messung von ohmschen Widerständen;

Widerstandsaufnehmer	178
3.1 Strom- und Spannungsmessung	178
3.1.1 Gleichzeitige Messung von Spannung und Strom	178
3.1.2 Vergleich mit einem Referenzwiderstand	179
3.2 Anwendung einer Konstantstromquelle	180
3.3 Brückenschaltungen	182
3.3.1 Abgleich-Widerstandsmessbrücke	182
3.3.2 Ausschlag-Widerstandsmessbrücke	184
3.4 Verstärker für Brückenschaltungen	189
3.4.1 Subtrahierer mit invertierendem Verstärker	189
3.4.2 Subtrahierer mit Elektrometer-Verstärkern	190
3.4.3 Trägerfrequenz-Brücke und -Messverstärker	193
3.5 Widerstandsaufnehmer zur Längen- und Winkelmessung	196
3.6 Widerstandstemperaturfühler	197
3.6.1 Metall-Widerstandsthermometer	197
3.6.2 Heißleiter	201
3.6.3 Kaltleiter	203
3.6.4 Silizium-Widerstandstemperatursensor	205
3.6.5 Fehlermöglichkeiten bei der Anwendung von elektrischen Berührungsthermometern	206
3.7 Ermittlung verfahrenstechnischer Größen durch Temperaturmessungen	207
3.7.1 Füllstandswächter	207
3.7.2 Thermischer Massenstrommesser	208
3.7.3 Messung der Luftfeuchte; Messung von Gaskonzentrationen	211
3.8 Gassensoren mit halbleitenden Metalloxiden	212
3.9 Lichtempfindlicher Widerstand	213
3.10 Magnetisch steuerbarer Widerstand	214
3.10.1 Feldplatte	214
3.10.2 Anisotroper Magnetoresistiver Effekt (AMR)	215
3.10.3 Spinventil, Riesenmagnetowiderstand und Kolossaler Magnetowiderstand	216
3.11 Dehnungsmessstreifen	216
3.11.1 Prinzip	216
3.11.2 Metall-Dehnungsmessstreifen	217
3.11.3 Störgrößen	219
3.11.4 Anwendung der DMS zur Spannungsanalyse	220
3.11.5 Halbleiter-Dehnungsmessstreifen	223
3.12 Linearisieren der Widerstandsaufnehmer-Kennlinien	224
3.12.1 Linearisieren durch einen Vor- und/oder Parallelwiderstand	224
3.12.2 Messung der Spannungsdifferenz bei Differenzial-Widerstandsaufnehmern	227
3.12.3 Differenzial-Widerstandsaufnehmer in einer Halbbrücke	228

4	Messung von Blind- und Scheinwiderständen; induktive und kapazitive Aufnehmer	229
4.1	Strom- und Spannungsmessung	230
4.1.1	Messung der Effektivwerte	230
4.1.2	Vergleich mit Referenzelement	231
4.1.3	Getrennte Ermittlung des Blind- und Wirkwiderstandes	232
4.1.4	Messung eines Phasenwinkels	233
4.1.5	Strommessung in einem fremderregten Schwingkreis	235
4.2	Wechselstrom-Abgleichbrücke	236
4.2.1	Prinzip	236
4.2.2	Kapazität-Messbrücke nach Wien	237
4.2.3	Induktivitäts-Messbrücke nach Maxwell	238
4.2.4	Induktivitäts-Messbrücke nach Maxwell-Wien	238
4.2.5	Phasenschieber-Brücke	239
4.3	Wechselspannungs-Ausschlagbrücke	239
4.4	Induktive Aufnehmer	240
4.4.1	Tauchanker-Aufnehmer zur Längen- und Winkelmessung	241
4.4.2	Queranker-Aufnehmer zur Längen- und Winkelmessung	243
4.4.3	Kurzschlussring-Sensor	245
4.4.4	Anwendung der induktiven Längen- und Winkelgeber	245
4.4.5	Induktiver Schleifendetektor zur Erfassung von Fahrzeugen	246
4.4.6	Magnetoelastische Kraftmessdose	247
4.5	Kapazitive Aufnehmer	248
4.5.1	Änderung des Plattenabstands	248
4.5.2	Änderung der Plattenfläche	249
4.5.3	Geometrische Änderung des Dielektrikums	250
4.5.4	Änderung der Permittivitätszahl durch Feuchtigkeit oder Temperatur	252
4.6	Einsatz der induktiven und kapazitiven Abgriffe in Differenzdruck-Messumformern	252
4.7	Vergleich der induktiven und der kapazitiven Längenaufnehmer	254
4.7.1	Energie des magnetischen und des elektrischen Feldes	255
4.7.2	Größte der Brückenschaltung entnehmbare Leistung	256
4.7.3	Steuerleistung zum Verstellen der Aufnehmer	257
5	Digitale Grundschaltungen; Zeit- und Frequenzmesstechnik	259
5.1	Darstellung, Anzeige und Ausgabe numerischer Messwerte	259
5.1.1	Duales Zahlensystem	259
5.1.2	Binärcodes für Dezimalzahlen	260
5.1.3	Ziffernanzeige; Vergleich mit Skalenanzeige	262
5.1.4	Umsetzung eines digitalen Signals in eine Spannung; Digital-Analog-Umsetzer; digital steuerbare Spannungsquelle	262
5.2	Bistabile Kippstufen	264
5.2.1	Asynchrones RS-Speicherglied	264
5.2.2	Taktgesteuertes RS-Speicherglied	265
5.2.3	Taktflankengesteuertes D-Speicherglied	266

5.2.4	Taktflankengesteuertes JK-Speicherglied	267
5.2.5	Taktflankengesteuertes T-Speicherglied	267
5.3	Zähler	268
5.3.1	Synchroner Vorwärts-Dualzähler	268
5.4	Register	269
5.4.1	Parallelregister	269
5.4.2	Schieberegister zur Parallel/Serien-Umsetzung	270
5.4.3	Schieberegister zur Serien/Parallel-Umsetzung	271
5.4.4	Multiplexer als Parallel/Serien-Umsetzer	272
5.5	Digitale Zeitmessung	273
5.5.1	Einführung	273
5.5.2	Digitale Messung eines Zeitintervalls	274
5.5.3	Messung einer Periodendauer	274
5.5.4	Messung eines Phasenwinkels	275
5.6	Digitale Frequenzmessung	276
5.6.1	Digitale Messung einer Frequenz oder einer Impulsrate	276
5.6.2	Messung des Verhältnisses zweier Frequenzen oder Drehzahlen	277
5.6.3	Messung der Differenz zweier Frequenzen oder Drehzahlen	277
5.6.4	Universalzähler	277
5.7	Analoge Messung eines Zeitintervalls oder einer Frequenz	279
5.7.1	Analoge Messung eines Zeitintervalls; t/u -Umformung	279
5.7.2	Analoge Messung einer Frequenz oder Impulsrate; f/u -Umformung	279

6 Analog/Digital-Umsetzer für elektrische und mechanische Größen 282

6.1	Abtast- und Halteglied	282
6.2	Direkt vergleichende A/D-Umsetzer	284
6.2.1	Komparator	284
6.2.2	Komparator mit Hysterese	285
6.2.3	A/D-Umsetzer mit parallelen Komparatoren	286
6.2.4	Kaskaden-Parallel-Umsetzer	287
6.2.5	A/D-Umsetzer mit sukzessiver Annäherung an den Messwert	288
6.3	Spannung/Zeit- und Spannung/Frequenz-Umsetzer	290
6.3.1	u/t -Zweirampen-Umsetzer	290
6.3.2	u/f -Umsetzer nach dem Ladungsbilanzverfahren	292
6.3.3	Delta-Sigma-Umsetzer	294
6.4	Kenngrößen der Analog/Digital-Umsetzer	297
6.4.1	Kennlinie	297
6.4.2	Abtasttheorem	298
6.4.3	Umsetzrate und Auflösung	299
6.4.4	Quantisierungsrauschen, Zahl der effektiven Bit	300
6.5	Analog/Digital-Umsetzer in Messgeräten	302
6.5.1	Digital-Multimeter	302
6.5.2	Digitales Speicher-Oszilloskop	303
6.6	A/D-Umsetzer für mechanische Größen	306
6.6.1	Endlagenschalter	306
6.6.2	Codierte Längen- und Winkelgeber	307

6.6.3	Inkrementale Längen- und Winkelgeber	308
6.6.4	Vergleich der codierten und inkrementalen Längengeber	312
7	Schwingungsmessungen	313
7.1	Astabile Kippschaltungen als Frequenzumsetzer	313
7.1.1	Kippschaltung mit Verstärker und Komparator	313
7.1.2	Kippschaltung mit stabilisierten Hilfsspannungen	316
7.2	Harmonische Oszillatoren	318
7.2.1	Erzeugung ungedämpfter Schwingungen	318
7.2.2	<i>LC</i> -Oszillator	319
7.2.3	<i>RC</i> -Oszillator	322
7.3	Piezoelektrische Resonatoren	324
7.3.1	Volumenschwingende Quarze	324
7.3.2	Oberflächenwellen OFW in Quarzen	331
7.3.3	Funkabfragbare Sensoren	334
7.3.4	Ultraschall-Durchflussmesser	336
7.4	Mechanische Schwingungen	339
7.4.1	Charakteristische Größen	339
7.4.2	Relative Schwingungsmessung	340
7.4.3	Absolute Schwingungsmessung	343
7.4.4	Monolithisch integrierter Beschleunigungssensor	345
7.4.5	Schwingsaiten-Frequenzumsetzer	346
7.4.6	Stimmgabel-Frequenzumsetzer	347
7.4.7	Coriolis-Massendurchflussmesser	349
8	Spektralanalyse	351
8.1	Aufgabenstellung	351
8.2	FTC eines zeitkontinuierlichen Signals	351
8.3	FTD eines zeitdiskreten Signals	352
8.3.1	Übergang vom zeitkontinuierlichen zum zeitdiskreten Signal ..	352
8.3.2	Unterschiede bei der Transformation eines zeitkontinuierlichen und eines zeitdiskreten Signals	353
8.3.3	Abtasttheorem	354
8.4	DFT eines abgetasteten, zeitbegrenzten Signals	355
8.4.1	Datensatz mit endlich vielen Werten; diskrete Spektralfunktion ..	355
8.4.2	Zusammenhang zwischen FTD und DFT; Anhängen von Nullen ..	359
8.4.3	Wahl der Abtastfrequenz	362
8.4.4	Inverse Diskrete Fouriertransformation IDFT	363
8.5	DFT eines abgetasteten, nicht zeitbegrenzten Signals	365
8.5.1	Konstantes Signal	365
8.5.2	Periodisches Signal	368
8.5.3	Anhängen von Nullen, Abtastfrequenz und Messzeit	373
8.5.4	Inverse Diskrete Fouriertransformation IDFT	373
8.6	Fensterfunktionen	375
8.6.1	Kriterien zur Beurteilung	375
8.6.2	Fensterfunktionen und ihre Spektren	376
8.6.3	Fensterung bei transienten Signalen	383

8.7 Anwendungen der DFT	384
8.8 Leistungsmessung im Zeit- und Frequenzbereich	385
9 Rechnerunterstützte Messsysteme	390
9.1 Einführung	390
9.2 Aufbau eines Personal Computers	390
9.2.1 Gerätetechnik	390
9.2.2 Software	391
9.3 Schnittstellen und Bussysteme	391
9.3.1 Einführung	391
9.3.2 Serielle RS-232-Schnittstelle und abgeleitete Schnittstellen	394
9.3.3 Universal Serial Bus USB	397
9.3.4 Paralleler IEC-Bus (GPIB-Bus, IEEE-488-Bus)	397
9.3.5 Kabellose Netzwerke; Bluetooth, WLAN und IrDA	401
9.4 Messgeräte mit integrierter digitaler Schnittstelle	402
9.4.1 Anschluss	402
9.4.2 Steuerung	403
9.5 Messgeräte ohne integrierte Schnittstelle	404
9.5.1 Prinzip	404
9.5.2 Aufbau einer Messkarte	404
9.6 Messprogramme	408
9.6.1 Aufgaben der Messprogramme	408
9.6.2 Ablauf eines rechnergestützten Messprozesses	409
9.6.3 Virtuelles Messgerät	412
9.6.4 LabVIEW	413
9.6.5 MATLAB	418
9.7 Energieutarke, funkabfragbare verteilte Messsysteme	423
Literatur	429
Index	439

1

Grundlagen

Das Messen ist das quantitative Erfassen einer Größe. Die Messgeräte erweitern dabei in einem fast unvorstellbaren Ausmaß die über unsere Sinne wahrnehmbare Umwelt. Sie erschließen uns Bereiche, in denen wir blind oder taub sind. So sieht unser Auge z. B. von den elektromagnetischen Schwingungen nur die Strahlung mit Wellenlängen zwischen 0,38 und 0,78 µm, während den Messgeräten ein Wellenlängenbereich von über 18 Zehnerpotenzen zugänglich ist. Gemessen und berechnet werden Größen, die weit außerhalb unserer direkten Erfahrung liegen, wie etwa der Durchmesser von Atomkernen oder die Ausdehnung des Weltalls.

Das objektive, quantitative Beobachten bildet zusammen mit dem logischen Denken die Quelle jeder naturwissenschaftlichen Erkenntnis¹⁾. Diese von Galilei konsequent angewandte Methode führte zur Entwicklung der Naturwissenschaften und diese wiederum bilden die Grundlage unserer durch die Technik geprägten Zivilisation. Hier ist das Messen wichtig für Forschung, Entwicklung, Fertigung, Produktion und Prüffeld in der Industrie, für den Austausch von Gütern im Handel und für die Zuverlässigkeit und Sicherheit der Transportsysteme. Darüber hinaus hilft die Messtechnik auf den Gebieten des Umweltschutzes und der Medizin unsere Lebensbedingungen zu verbessern. Aus diesem breiten Einsatz resultiert, dass nicht nur die mit Entwicklung, Fertigung und Vertrieb der Messgeräte befassten Ingenieure, sondern praktisch alle in der Naturwissenschaft oder Technik Tätigen als potenzielle Anwender der Messtechnik entsprechende Kenntnisse benötigen.

■ 1.1 Umfang und Bedeutung der elektrischen Messtechnik

Die elektrische Messtechnik befasst sich zunächst mit der Messung elektrischer Größen wie z. B.

- Spannung,
- Ladung, Strom,
- Widerstand, Induktivität, Kapazität,
- Phasenwinkel,
- Frequenz.

¹⁾ Plato (427–347 v. Chr.): „Das beste Mittel gegen Sinnestäuschungen ist das Messen, Zählen und Wägen. Dadurch wird die Herrschaft der Sinne über uns besiegt. Wir richten uns nicht mehr nach dem sinnlichen Eindruck der Größe, der Zahl, des Gewichts der Gegenstände, sondern berechnen, messen und wägen sie. Und das ist Sache der Denkkraft, Sache des Geistes in uns.“ [Der Staat, Kröner Stuttgart 1973]

Dabei lässt sich die zu messende Größe nur selten direkt auf einem Instrument anzeigen. Oft müssen die Messsignale galvanisch getrennt, entkoppelt, übertragen und fast immer auch „verarbeitet“ werden, wie z. B. verstärkt, kompensiert, umgeformt, umgesetzt, gefiltert, gespeichert, umgerechnet, linearisiert, bevor das Messergebnis auf einer

- Skalen-, Ziffern- oder Bildschirmanzeige ausgegeben,
- auf Papier oder elektronischen Medien festgehalten und dokumentiert oder auch
- direkt zur Überwachung, Steuerung oder Regelung eines Prozesses benutzt werden kann.

Messgeräte sind die im Signalfluss liegenden Geräte einer Messeinrichtung, die die Qualität des Messergebnisses wie z. B. die Genauigkeit und die Anzeigegeschwindigkeit beeinflussen [1.1, 1.2, 1.4]. Sie müssen nicht wie in Bild 1.1 in Reihe geschaltet sein, sondern können auch andere **Strukturen** bilden. Die zwischen den Messgeräten ausgetauschten **Signale** enthalten die Information über die zu messende Größe. Diese Information kann z. B. in der Amplitude oder Frequenz einer elektrischen Größe stecken oder auch quantisiert in Form eines codierten Signals vorliegen.

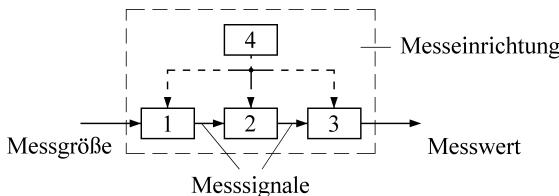


Bild 1.1 Messeinrichtung bestehend aus den Messgeräten 1, 2, 3 und einem die Hilfsenergie liefernden Hilfsgerät 4

Das elektrische Messen hat eine besondere Bedeutung dadurch gewonnen, dass über verschiedene physikalische Effekte nichtelektrische Größen in elektrische umgeformt werden können. Die dafür benötigten **Aufnehmer, Sensoren, Detektoren, Fühler** sind für sehr viele zu messende Größen verfügbar (Bild 1.2), so dass praktisch jede physikalische Größe als elektrisches Signal dargestellt und dann mit den Methoden der elektrischen Signalverarbeitung weiterbehandelt werden kann. Die Messtechnik wird insbesondere durch die Anwendung dieser physikalischen Effekte auf den unterschiedlichsten Gebieten der Technik zu einem sehr interessanten Fach.

Die elektrische Messtechnik ist somit die Disziplin, die sich befasst mit

- der Gewinnung des elektrischen Messsignals,
- der Struktur der Messeinrichtung,
- den Eigenschaften der Signalformen,
- der Übertragung und Verarbeitung der Messsignale und
- der Ausgabe und Darstellung der gewonnenen Information.

Für eine gegebene Messaufgabe sind jeweils der geeignete Aufnehmer auszuwählen, die Struktur zu entwerfen und die Signalform festzulegen, um die hinsichtlich der Genauigkeit, Störsicherheit und Kosten günstigste Kombination zu erhalten.

Die elektrische Messung ist dabei anderen Verfahren insbesondere überlegen durch

- das leistungsarme bis leistungslose Erfassen von Messwerten,
- das hohe Auflösungsvermögen,
- das gute dynamische Verhalten,
- die stete Messbereitschaft,

- die bequeme Übertragbarkeit über weite Entfernungen,
 - die leichte Verarbeitung der Messdaten
- und hat sich so weitgehend durchgesetzt.

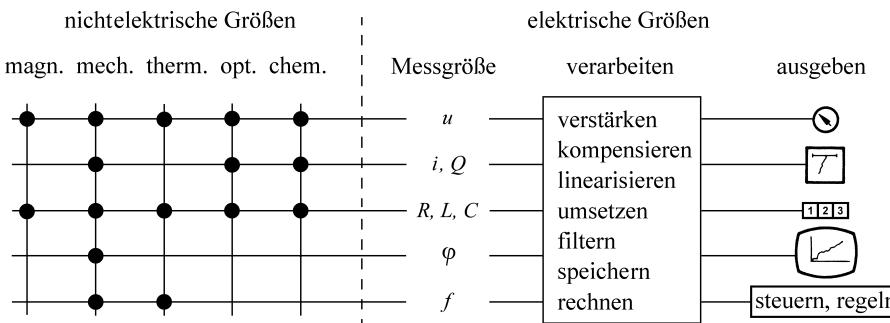


Bild 1.2 Mit Hilfe von Sensoren oder Aufnehmern werden nichtelektrische Größen in elektrische umgeformt und damit der elektrischen Messung zugänglich

■ 1.2 Naturkonstanten und Maßeinheiten

Eine physikalische Größe ist die messbare Eigenschaft eines Objekts, Zustands oder Vorgangs. Die Messung der physikalischen Größe erfolgt durch einen Vergleich mit einer Maßeinheit. Die Zahl, die angibt, wie oft die Einheit in der zu messenden Größe enthalten ist, wird als Zahlenwert der physikalischen Größe bezeichnet:

$$\text{physikalische Größe} = \text{Zahlenwert} \cdot \text{Einheit}. \quad (1.1)$$

Um messen zu können, müssen also vorher die Einheiten definiert sein. Diese orientierten sich zunächst am Menschen (Elle, Fuß) oder an den Abmessungen und der Umdrehungszeit unserer Erde (Meile, mittlerer Sonnentag). Sie werden teilweise von Ort zu Ort unterschiedlich gehandhabt und erschweren damit sowohl den Austausch von Gütern des täglichen Bedarfs als auch den von wissenschaftlichen Erkenntnissen. So werden seit über hundert Jahren große Anstrengungen unternommen, die Einheiten allgemein verbindlich, genau und zeitlich beständig zu definieren.

1.2.1 Naturkonstanten

Schon 1889 hat Max Planck vorgeschlagen, das System der Einheiten nicht auf Materie zu gründen, sondern auf die Fundamentalkonstanten, die Naturkonstanten, selbst. Diese sind unabhängig von den spezifischen Eigenschaften der Stoffe. So sind die Naturkonstanten von besonderem Interesse für die Messtechnik, da sie die Basis der Einheiten bilden können. Das Ziel ist, die Einheiten weniger durch Maßverkörperungen zu definieren, sondern mehr durch Experimente, die überall und immer wieder nachvollzogen werden können. Dabei werden die Einheiten gleichzeitig auf Fundamentalkonstanten zurückgeführt. [1.3, 1.4, 1.5].

In folgender Tabelle sind die von CODATA (Committee on Data for Science and Technology) 2006 empfohlenen physikalischen Fundamentalkonstanten zusammengestellt.

Tabelle 1.1 Physikalische Fundamentalkonstanten [1.3]

	Zahlenwert	Einheit	rel. Unsicherheit
Avogadro-Konstante N_A	$6,022 \cdot 10^{23}$	mol^{-1}	$5,0 \cdot 10^{-8}$
Boltzmann-Konstante k	$1,380 \cdot 10^{-23}$	JK^{-1}	$1,7 \cdot 10^{-6}$
elektrische Elementarladung e	$1,602 \cdot 10^{-19}$	As	$2,5 \cdot 10^{-8}$
elektrische Feldkonstante ϵ_0	$8,854 \cdot 10^{-12}$	$\text{AsV}^{-1} \text{m}^{-1}$	null
Faraday-Konstante $F = e N_A$	$9,648 \cdot 10^4$	As mol^{-1}	$2,5 \cdot 10^{-8}$
Gravitationskonstante G	$6,674 \cdot 10^{-11}$	$\text{N m}^2 \text{kg}^{-2}$	$1 \cdot 10^{-4}$
Josephson-Konstante $K_J = 2e/h$	$4,835 \cdot 10^{14}$	HzV^{-1}	$2,5 \cdot 10^{-8}$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c_0	299 792 458	m s^{-1}	null
magnetische Feldkonstante μ_0	$1,256 \cdot 10^{-6}$	$\text{VsA}^{-1} \text{m}^{-1}$	null
Ruhemasse des Elektrons m_0	$9,109 \cdot 10^{-31}$	kg	$5,0 \cdot 10^{-8}$
Planck'sches Wirkungsquantum h	$6,626 \cdot 10^{-34}$	Js	$5,0 \cdot 10^{-8}$
universelle Gaskonstante $R = k N_A$	8,314	$\text{JK}^{-1} \text{mol}^{-1}$	$1,7 \cdot 10^{-6}$
Von-Klitzing-Konstante $R_K = h/e^2$	$2,581 \cdot 10^4$	Ω	$6,8 \cdot 10^{-10}$

Die Lichtgeschwindigkeit c_0 ist als Konstante festgelegt zu

$$c_0 = 299\,792\,458 \text{ m/s}. \quad (1.2)$$

Auch die elektrische Feldkonstante ϵ_0 (Permittivität des Vakuums) und die magnetische Feldkonstante μ_0 (Permeabilität des Vakuums) sind mit Zahlenwert und Einheit definiert. Sie sind mit der Lichtgeschwindigkeit verknüpft über

$$c_0^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \quad (1.3)$$

Durch diese Festlegung wird erreicht, dass die mechanisch und elektrisch gemessenen Werte für Kraft, Energie und Leistung übereinstimmen.

1.2.2 Internationales Einheitensystem, SI-Einheiten

Die Generalkonferenz für Maß und Gewicht hat 1960 das „Système International d'Unités“ empfohlen, das inzwischen weltweit eingeführt und auch in der Bundesrepublik Deutschland gesetzlich vorgeschrieben ist [1.6, 1.7, 1.8]. Das System definiert die sogenannten SI-Einheiten (Tabelle 1.2), denen die Basiseinheiten zugrunde liegen (Tabelle 1.3). Durch Multiplikation und/oder Division der Basiseinheiten werden die für die anderen physikalischen Größen benötigten Einheiten abgeleitet, wie z. B. die Einheit m/s für die Geschwindigkeit oder m/s^2 für die Beschleunigung. Wird die Ableitung so vorgenommen, dass bei der Umrechnung nur der Zahlenfaktor 1 auftritt, so sind die dabei entstandenen Einheiten **kohärent**. Sie bilden zusammen mit den Basiseinheiten ein kohärentes System. Einige der abgeleiteten SI-Einheiten haben dabei selbstständige Namen mit eigenen Kurzzeichen bekommen.

Tabelle 1.2 Abgeleitete SI-Einheiten; die in Klammern stehenden Einheiten sind veraltet

Größe und Formelzeichen	SI-Einheit	Beziehung	Weitere und zum Teil veraltete Einheiten
ebener Winkel α	Radian rad	$1 \text{ rad} = 1 \text{ m/m}$	Grad: $1^\circ = \pi/180 \text{ rad}$
räumlicher Winkel \mathcal{Q}	Steradian sr	$1 \text{ sr} = 1 \text{ m}^2/\text{m}^2$	
Frequenz f, ν	Hertz Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$	
Kraft F	Newton N	$1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2$	$1 \text{ kp} \approx 9,81 \text{ N}$ ($1 \text{ dyn} \approx 10^{-5} \text{ N}$)
Druck p	Pascal Pa	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$	Bar: $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ ($1 \text{ kp/m}^2 \approx 0,98 \text{ bar}$)
Energie E	Joule J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N m}$ $= 1 \text{ W s}$ $= 1 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$	$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$ $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ ($1 \text{ cal} \approx 4,19 \text{ J}$) ($1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ J}$)
Leistung P	Watt W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$ $= 1 \text{ N m/s}$ $= 1 \text{ kg m}^2/\text{s}^3$	
elektr. Ladung Q	Coulomb C	$1 \text{ C} = 1 \text{ A s}$	
elektr. Spannung U	Volt V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W/A}$	
elektr. Feldstärke E	V/m		
elektr. Widerstand R	Ohm Ω		
Leitwert G	Siemens S	$1 \text{ S} = 1/\Omega$	
Induktivität L	Henry H	$1 \text{ H} = 1 \text{ Wb/A}$ $= 1 \text{ Vs/A}$	
elektr. Kapazität C	Farad F	$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$ $= 1 \text{ As/V}$	
magn. Feldstärke H	A/m		(Oersted Oe: $1 \text{ Oe} \approx 80 \text{ A/m}$)
magn. Fluss Φ	Weber Wb	$1 \text{ Wb} = 1 \text{ Vs}$	(Maxwell M: $1 \text{ M} = 10^{-8} \text{ Vs}$)
magn. Flussdichte B	Tesla T	$1 \text{ T} = 1 \text{ Vs/m}^2$	(Gauß G: $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ Vs/m}^2$)
Lichtstrom Φ	Lumen lm	$1 \text{ lm} = 1 \text{ cd sr}$	
Beleuchtungsstärke E	Lux lx	$1 \text{ lx} = 1 \text{ lm/m}^2$	
Aktivität A einer radioaktiven Substanz	Becquerel Bq	$1 \text{ Bq} = 1/\text{s}$	(Curie Ci: $1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$ $= 3,7 \cdot 10^{-10} \text{ Bq}$)
Energiedosis D	Gray Gy	$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg}$	(Rad rd: $1 \text{ rd} = 10^{-2} \text{ J/kg}$)
Ionendosis J	C/kg		(Röntgen R: $1 \text{ R} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ C/kg}$)
Äquivalentdosis	Sievert Sv	$1 \text{ Sv} = 1 \text{ J/kg}$	(Rem rem: $1 \text{ rem} = 10^{-2} \text{ J/kg}$)

Tabelle 1.3 Basisgrößen und Basiseinheiten

Gebiet	Basisgröße	Formelzeichen	Basiseinheiten	Einheitenzeichen
Mechanik	Länge	l	Meter	m
	Masse	m	Kilogramm	kg
	Zeit	t	Sekunde	s
Elektrotechnik	Stromstärke	I	Ampere	A
Thermodynamik	Temperatur	T	Kelvin	K
Optik	Lichtstärke	I_v	Candela	cd
Chemie	Stoffmenge	n	Mol	mol

Um bei den SI-Einheiten unter Umständen recht unhandliche Zahlenwerte zu vermeiden, dürfen durch dezimale Vorsätze neue vergrößerte oder verkleinerte Einheiten gebildet werden (Tabelle 1.4). Die so entstandenen Einheiten, wie z. B. MW, cm, mV, μ A sind dann allerdings nicht mehr kohärent.

Tabelle 1.4 Vorsätze zur Kennzeichnung dezimaler Vielfacher und Teile von Einheiten

Vorsatz	Zeichen	Zahlenwert	Vorsatz	Zeichen	Zahlenwert
Exa-	E	10^{18}	Dezi-	d	10^{-1}
Peta-	P	10^{15}	Zenti-	c	10^{-2}
Tera-	T	10^{12}	Milli-	m	10^{-3}
Giga-	G	10^9	Mikro-	μ	10^{-6}
Mega-	M	10^6	Nano-	n	10^{-9}
Kilo-	k	10^3	Piko-	p	10^{-12}
Hekto-	h	10^2	Femto-	f	10^{-15}
Deka-	da	10	Atto-	a	10^{-18}

1.2.3 Definition und Darstellung der Sekunde

a) SI-Einheit der Sekunde

Die Sekunde ist das 9 192 631 770fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes des Nuklids Cs¹³³ entsprechenden Strahlung (1967).

Die Sekunde ist die Einheit, die sich mit der größten Genauigkeit, der kleinsten Unsicherheit, messen lässt. Das geschieht zur Zeit mit den Cäsium-Atomuhren.

Cäsium-Atomuhr

In dieser „primären“ Uhr werden Cs-133-Atome verdampft, laufen durch ein Magnetfeld und treffen auf einen Detektor. Beim Passieren des magnetischen Wechselfeldes nehmen die Cs-Atome in einer Resonanzabsorption Energie auf und gehen in den energiereicheren Zustand über. Ändert sich die Frequenz des Wechselfeldes, so ändert sich die Zahl der auf

den Detektor treffenden Cs-Atome. Die Frequenz, bei der der Detektorstrom sein Maximum hat, wird zu

$$f_0 = 9\,192\,631\,770 \text{ Hz}$$

definiert und die Sekunde ergibt sich als die entsprechende Zahl von Periodendauern (Atomuhr). Die Resonanzabsorption ist sehr ausgeprägt und wird nicht durch andere Effekte gestört. Gleichzeitig lassen sich Frequenzen im GHz-Bereich gut messen, so dass die Sekunde mit der außerordentlich geringen Unsicherheit von nur 10^{-14} dargestellt werden kann.

Eine noch größere Genauigkeit erreicht die **Cs-Fontänen-Uhr**. Hier werden die Cs-Atome auf eine Temperatur nahe dem absoluten Nullpunkt abgekühlt [1.9]. Dabei verringert sich die thermische Bewegung auf wenige cm/s. Die Atome lassen sich sammeln und als „Fontäne“ durch das Magnetfeld schicken. Dadurch verbessert sich das Signal/Rausch-Verhältnis und die Genauigkeit steigt um eine Zehnerpotenz.

Zusätzlich zur Messung der Sekunde müssen die Nationalen Metrologischen Institute sich dann noch darüber verständigen, welche Sekunde als die erste eines Tages zu nehmen ist. Das Ergebnis wird in Deutschland durch den Normalfrequenz- und Zeitzeichensender DCF 77 (Langwelle) in Mainflingen bei Frankfurt/Main übertragen. Während jeder Minute werden die Informationen über Minute, Stunde, Kalendertag, Wochentag, Monat und die beiden letzten Ziffern des Jahres BCD-codiert gesendet (Funkuhr) [1.10].

b) Optische Uhren

Das sichtbare Licht hat eine etwa 50 000mal höhere Frequenz als die Mikrowellenstrahlung. So liegt der Gedanke nahe, die höhere optische Frequenz für eine Uhr zu benutzen. Dabei wird nicht nur eine höhere Auflösung erwartet, sondern auch eine verbesserte Stabilität und Genauigkeit. So wird in naher Zukunft die SI-Einheit Sekunde über optische Frequenzen neu definiert werden. [1.11, 1.12, 1.13, 1.14].

Die hohen Frequenzen des sichtbaren Lichtes lassen sich nicht direkt mit elektronischen Baugruppen messen. Sie müssen aber auf die Frequenz der Mikrowellenstrahlung zurückgeführt werden. Dies gelingt mit Frequenzkammgeneratoren, Frequenzkamm-Synthesizern (J. Hall und Th. Händsch, Nobelpreis 2005). Darin werden optische Frequenzen ohne Verlust an Genauigkeit auf leicht messbare Radiofrequenzen abgebildet. Diese Frequenzkammgeneratoren sind eine wesentliche Komponente einer optischen Uhr [1.15, 1.16].

Für optische Uhren sind scharfe Spektrallinien, sehr schmalbandige Übergänge zwischen den Spektralniveaus, erforderlich. Deshalb werden die Messaufbauten alle in der Nähe des absoluten Nullpunkts betrieben. Viele Elektronenübergänge in Atomen oder Ionen wurden untersucht. Besonders geeignet erwiesen sich die Isotope Strontium-88, Indium-115, Ytterbium-171 und Quecksilber-190 [1.17].

Insgesamt werden bei den optischen Uhren Unsicherheiten im Bereich von 10^{-17} bis 10^{-18} s erwartet. Bei diesen Auflösungen ist schon die Allgemeine Relativitätstheorie zu berücksichtigen. Diese erklärt den Einfluss der Schwerkraft auf die Ganggenauigkeit. Der Gangunterschied ist mit einer relativen Frequenzverschiebung von $1,1 \times 10^{-16}$ pro Meter Höhenunterschied zwar sehr klein, aber doch von Bedeutung. Die Ganggeschwindigkeit ändert sich schon um 10^{-18} , wenn die Uhr um einen Zentimeter angehoben wird. Schon jetzt ist bei dem Zeitvergleich der für die offizielle Zeit zuständigen Staatsinstitute deren Höhenlage zu berücksichtigen [1.18].

1.2.4 Definition und Darstellung des Meters

Das Meter ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während des Intervalls von (1/299 792 458) Sekunden durchläuft (1983).

Das Meter wird also als die Länge der Strecke erklärt, die das Licht im Vakuum während des Zeitintervalls (1/299 792 458) s durchläuft. Damit ist die Längeneinheit messtheoretisch von der Zeitmessung abhängig. Das Meter wird aber weiterhin als Basiseinheit bezeichnet und verwendet.

In der Längenmesstechnik werden Strecken mit Hilfe von Interferometern gemessen. Diese benötigen eine sichtbare Strahlung, deren **Wellenlänge** λ bekannt sein muss. Laser z. B. sind als Strahlenquellen geeignet. Ihre Frequenz f wird wie bei optischen Uhren mittels Frequenzkammgeneratoren ermittelt. Aus der Lichtgeschwindigkeit c_0 ergibt sich dann die für Längenmessungen benötigte Wellenlänge λ .

$$c_0 = f \cdot \lambda. \quad (1.4)$$

Größere Entfernungen werden über Laufzeitmessungen ermittelt. Hier bestimmt die Genauigkeit der Zeitmessung den Fehler in der Längenmessung.

1.2.5 Definition und Darstellung des Kilogramms

a) SI-Einheit des Kilogramms

Das Kilogramm ist die Einheit der Masse; es ist gleich der Masse des Internationalen Kilogrammprototyps (1889).

Zusätzlich zu dem Internationalen Kilogrammprototypen wurden noch Referenz- und Arbeitsnormale angefertigt. Nachprüfungen (1988–1992) der verschiedenen Prototypen zeigten, dass das Ur-Kilogramm in 100 Jahren etwa um 50 Mikrogramm leichter geworden ist. Dieser Zustand ist nicht befriedigend, und so wird daran gearbeitet, eine neue Kilogramm-Einheit an eine Normalkonstante anzubinden. Aussichtsreich erscheinen zwei Wege: Zum einen wird versucht, das Kilogramm über die Avogadro-Konstante zu definieren (Avogadro-Projekt), zum anderen über die Planck-Konstante (Wattwaage) [1.19, 1.20, 1.22].

b) Quantennormale für das Kilogramm

Avogadro-Projekt. Im Avogadro-Projekt geht es zunächst darum, die Avogadrozahl N_A genauer zu bestimmen als bisher. Ds soll über die folgende Beziehung geschehen:

$$N_A = \frac{M V n}{m} \quad \left[\text{mol}^{-1} = \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \text{ m}^3 \frac{1}{\text{m}^3} \frac{1}{\text{kg}} \right]. \quad (1.5)$$

In dieser Gleichung bedeuten

N_A : Avogadro-Konstante [mol^{-1}],

M : molare Masse [$\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$],

V : Volumen [m^3],

n : Teilchendichte [m^{-3}],

m : Masse [kg].

An diesem Projekt beteiligen sich Forschungsinstitute aus verschiedenen Ländern. Für die Masse m dient das monokristalline hochreine Isotop Silizium-28. Es wurde in einer russischen Isotopenanlage hergestellt. Daraus wurden in Australien zwei Kugeln mit einem Durchmesser von 93,7 mm und einem Gewicht von ungefähr 1 kg gefertigt. Die für Gl. (1.5) nötigen Größen wurden dann wie folgt ermittelt:

Die Masse m der Kugeln wurde durch einen Vergleich mit internationalen Normalen gefunden (Japan, Deutschland).

Das Volumen V der äußerst sorgfältig polierten Kugeln wurde mit einem Kugelinterferometer bestimmt [1.21]. Die Ungenauigkeiten bei den Rundheitsmessungen lagen im Bereich von wenigen Nanometern (Japan, Australien, Deutschland).

Die Teilchendichte n wurde aus Messungen mit einem Röntgeninterferometer erhalten (Italien, USA).

Die mittlere molare Masse M ergab sich aus Messungen mit einem Massenspektrometer, wofür ein neues Verfahren entwickelt worden ist (Deutschland). Berücksichtigt wurden eventuell vorhandene Kristallfehler, Fremdatome und die Oberflächenschicht aus Siliziumdioxid.

Damit konnte 2010 die Avogadro-Konstante bis auf eine Unsicherheit von $3 \cdot 10^{-8}$ bestimmt werden. Das ist eine Verbesserung gegenüber dem bisherigen Wert, reicht aber noch nicht für eine Neudeinition des Kilogramms. Dafür wird eine Unsicherheit von $2 \cdot 10^{-8}$ verlangt. Dieses scheint möglich zu sein. Danach könnte das Kilogramm mit einer festgelegten Avogadrozahl neu definiert und die Masse m könnte über Gl. (1.5) gemessen werden.

Wattwaage. In der Wattwaage wird eine mechanische Kraft mit einer elektrischen Kraft verglichen [1.8, 1.20]. Sehr vereinfacht beschrieben, wird auf der einen Seite der Waage die Masse m aufgelegt (Gewichtskraft), auf der anderen Seite wird eine bewegliche Spule in einem homogenen Magnetfeld aufgehängt. Die Wägung erfolgt in zwei Schritten. Zunächst wird der Strom I durch die bewegliche Spule so eingestellt, dass die Waage im Gleichgewicht ist (statischer Modus). In einem zweiten Schritt wird dann die bewegliche Spule mit der Geschwindigkeit v im Magnetfeld verschoben, wobei die Spannung $U(v)$ induziert wird. Die Geschwindigkeit und die induzierte Spannung werden gemessen (bewegter Modus). Nach einigen Umformungen kann dann die folgende Beziehung erhalten werden:

$$I(v = 0) \cdot U(v) = 4 m g v \quad \left[\text{AV} = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{W} \right] . \quad (1.6)$$

In dieser Gleichung bedeuten:

- I : Strom in der Spule bei Abgleich $v = 0$ [A],
- U : induzierte Spannung bei Bewegung [V],
- m : zu bestimmende Masse [kg],
- g : Erdbeschleunigung [m/s^2],
- v : Geschwindigkeit der Spule [m/s].

Damit sind in Gl. (1.6) alle Größen bekannt, um die Masse m zu bestimmen.

Der letzte Satz ist nicht falsch, aber nur die halbe Wahrheit. Bei der angestrebten Präzisionsmessung wird die Spannung $U(v)$ durch einen Vergleich mit einem Josephson-Normal (Abschnitt 1.2.6) ermittelt. Auch für den Strom $I(v = 0)$ wird die Josephson-Spannung benötigt, da der Strom $I(v = 0)$ über einen Hall-Widerstand läuft und mittels des Spannungsabfalls bestimmt wird. Für die Messung von $U(v)$ und $I(v = 0)$ werden die Gl. (1.11) und (1.13) benötigt. In diesen Gl. treten die Josephson-Konstante K_J und die von-Klitzing-Konstante

R_K auf. In beiden Konstanten kommen das Planck'sche Wirkungsquantum h und die Elementarladung e vor. Diesen ist zur Zeit ein Zahlenwert zugewiesen. Dieser ist aber für eine Neudefinition des Kilogramms noch nicht gut genug. So dienen die Experimente mit der Wattwaage zur Zeit dazu, die Planck'sche Konstante h genauer zu bestimmen. Ist dieses Ziel erreicht, dann kann das Kilogramm eventuell über Gl. (1.6) neu definiert werden. Zur Zeit ist noch nicht abzusehen, ob die neue Einheit Kilogramm über die Avogadro-Zahl oder über das Planck'sche Wirkungsquantum definiert werden kann.

1.2.6 Definition und Darstellung der elektrischen Einheiten

a) SI-Einheit des Ampere

Das Ampere ist die Stärke eines konstanten elektrischen Stroms, der, durch zwei parallele, geradlinige, unendlich lange und im Vakuum im Abstand von 1 m voneinander angeordnete Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigen Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je 1 m Leiterlänge die Kraft von 2×10^{-7} Newton hervorrufen würde (1948).

Die Definition sieht also zwei parallel geführte Leitungen vor (Bild 1.3).

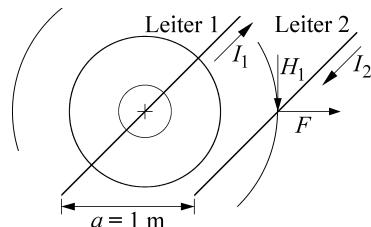


Bild 1.3 Anordnung der Leiter bei der Definition der Einheit Ampere

Der durch den Leiter 1 fließende Strom I_1 führt in dem Abstand a zu einem Magnetfeld mit der Feldstärke H_1 und der Induktion B_1 :

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi a}, \quad B_1 = \mu_0 H_1. \quad (1.7)$$

Die durch dieses Magnetfeld auf den parallel geführten, vom Strom I_2 durchflossenen Leiter der Länge l ausgeübte Kraft F ist

$$F = I_2 l B_1 = \mu_0 I_2 l \frac{I_1}{2\pi a}. \quad (1.8)$$

Die Definition des Ampere sagt, dass für $I_1 = I_2 = I$ der durch die Leiter fließende Strom I dann genau 1 Ampere ist, wenn für $a = l = 1$ m die Kraft $F = 2 \cdot 10^{-7}$ N ist. Für diese Zahlenwerte ergibt sich die magnetische Feldkonstante μ_0 aus der letzten Gleichung zu

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} = 1,2566 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}. \quad (1.9)$$

Sie wird also nicht mehr experimentell bestimmt, sondern ist durch die Definition des Ampere festgelegt. Der irrationale Faktor π ist dabei in die Feldkonstante eingerechnet.

Der Zusammenhang zwischen den elektrischen und den mechanischen Grundeinheiten einerseits und den direkt berührten Fundamentalkonstanten andererseits ist in Bild 1.4 dargestellt.

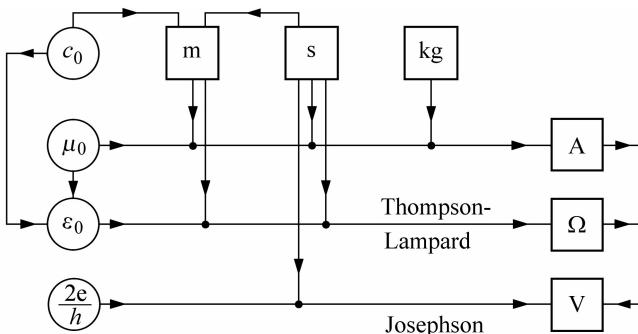


Bild 1.4 Zusammenhang zwischen SI-Einheiten und Fundamentalkonstanten; mechanische und elektrische Einheiten sind miteinander und über Naturkonstanten verknüpft. Dadurch gewährleistet das SI-System die Gleichheit der mechanisch und elektrisch gemessenen Kräfte, Energien und Leistungen.

Die Darstellung des Ampere erfolgt nicht – wie die Definition vorsieht – an zwei einzelnen Leitern, sondern an Spulen wegen der dabei erzielbaren größeren Kräfte. Die von den stromdurchflossenen Leitern im Magnetfeld ausgeübte Kraft wird mit der Gewichtskraft einer Masse im Schwefeld der Erde verglichen. Die Unsicherheit der Messung beträgt einige 10^{-8} , da die geometrischen Abmessungen der Spulen nicht genauer zu ermitteln sind.

Volt. In ähnlicher Weise wird bei der Darstellung der Einheit Volt die mit Hilfe einer Kondensatoranordnung erzeugte elektrostatische Kraft zu einer Gewichtskraft in Bezug gesetzt.

b) Quantennormale für die elektrischen Größen

Die elektrischen Größen Spannung, Widerstand und Strom lassen sich über Quanteneffekte und die Verknüpfung mit Naturkonstanten genauer messen als das Ampere nach der SI-Definition. Die neuen Verfahren sind invariant gegenüber Änderungen von Ort und Zeit [1.8, 1.17]. Dadurch werden für Vergleichsmessungen Unsicherheiten erreicht, die geringer sind als bei der Darstellung im SI-System.

Spannungsmessung mit dem Josephson-Effekt

Beim **Josephson-Effekt** [1.23]–[1.27] fließt zwischen zwei schwach gekoppelten Supraleitern (Tunnelemente) beim Anlegen einer Gleichspannung ein Suprastrom der Frequenz f . Diese ist über die Elementarladung e und das Planck'sche Wirkungsquantum h mit der Spannung U verknüpft:

$$f = \frac{2e}{h} U. \quad (1.10)$$

Umgekehrt kann bei Einstrahlung einer Mikrowelle der Frequenz f der Josephson-Oszillator angeregt werden. Der Josephson-Oszillator schwingt dann auch mit Oberwellen $n f$ und es entstehen Spannungsstufen $U(n)$

$$U(n) = n \frac{h}{2e} f \quad \text{bei } n = 1, 2, \dots \quad (1.11)$$

mit $U(1) = 145 \mu\text{V}$ bei $f = 70 \text{ GHz}$.

Diese Spannungsstufen stellen äußerst präzise Referenzspannungen dar, da die Frequenz f des Oszillators mit Hilfe der Cs-Atomuhren bestimmt wird. Die verbleibende Unsicherheit in dem Faktor $2e/h$, der so genannten Josephson-Konstante K_J wird dadurch umgangen, dass dieser Konstanten 1990 der Wert

$$K_{J-90} = \frac{2e}{h} = 483\,597,9 \text{ GHz/V} \quad (1.12)$$

zugewiesen wurde. Vergleichsmessungen lassen sich nun mit der relativen Unsicherheit von nur $5 \cdot 10^{-11}$ verwirklichen. Die Josephson-Gleichung gilt universell. Sie ist in weiten Grenzen unabhängig vom Material der Supraleiter, dem Typ und der Geometrie der Tunnelelemente, der Temperatur unterhalb der Temperatur für die Supraleitung und der Leistung der Mikrowellenstrahlung.

Für die praktische Anwendung werden auf einem Si-Chip sehr viele hintereinander liegende Josephson-Kontakte integriert. Dadurch können Spannungsnormale zwischen 1 und 10 Volt realisiert werden (Bild 1.5). Obwohl z. B. bei 14 000 Kontakten die Chipfläche nur etwa $1 \times 2 \text{ cm}^2$ beträgt, ist das komplette System doch relativ aufwändig.

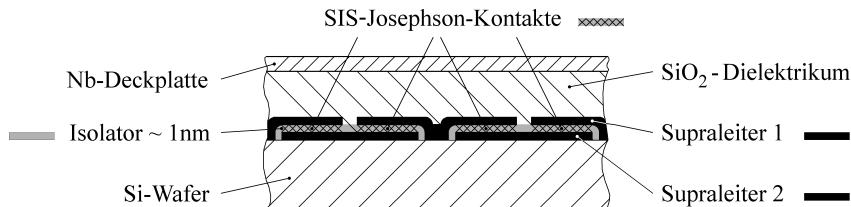


Bild 1.5 Ausschnitt der periodischen Streifenleitung mit 4 Josephson-Kontakten [1.26] (Supraleiter-Isolator-Supraleiter SIS)

Es umfasst die Kühlung, den Probehalter mit den Kontakten, ein Nano-Voltmeter und die komplette Steuerung und wird inzwischen kommerziell angeboten [1.27].

Widerstandsmessung mit dem Quanten-Hall-Effekt

Dieser Effekt wird auch nach seinem Entdecker von Klitzing-Effekt genannt (Nobelpreis 1985 [1.28, 1.29, 1.30]). Werden extrem dünne Schichten bei tiefen Temperaturen einem starken Magnetfeld ausgesetzt, so liegt in diesen Schichten ein so genanntes zweidimensionales Elektromengas mit großer Elektronenbeweglichkeit vor. Die Kennlinie des Hall-Widerstandes in Abhängigkeit von der magnetischen Induktion verläuft dann stufenförmig (Bild 1.6).

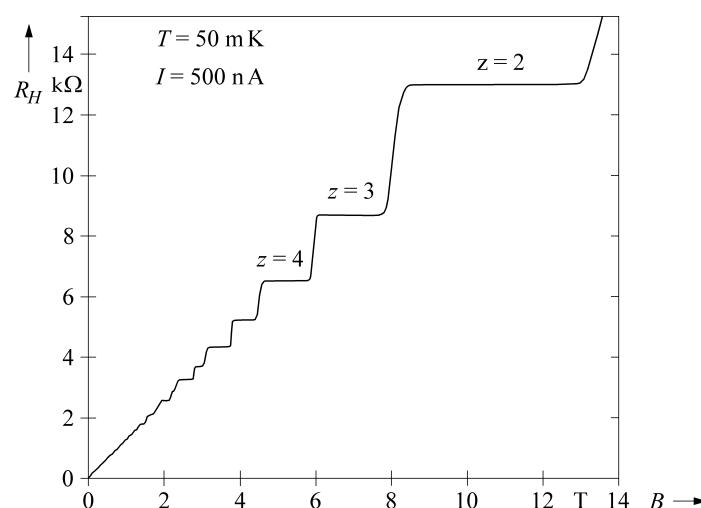


Bild 1.6 Quanten-Hall-Effekt, gemessen an einer GaAs-Probe [1.30]

Es entstehen für den Hall-Widerstand konstante Plateaus, deren Werte durch

$$R_H(z) = \frac{1}{z} \frac{h}{e^2} \Omega \quad (1.13)$$

gegeben sind. In dieser Gleichung sind z ein Zählparameter, h das Planck'sche Wirkungsquantum und e die Elementarladung. Der Faktor h/e^2 wird als von-Klitzing-Konstante R_K bezeichnet. 1990 wurde dafür nach einem Abgleich verschiedener Messungen der Wert

$$R_{K-90} = \frac{h}{e^2} = 25\,812,807 \Omega \quad (1.14)$$

festgelegt. Unabhängige Messungen zeigen, dass der Hall-Widerstand mit einer Unsicherheit von $4 \cdot 10^{-10}$ unabhängig ist von Material, Geometrie und Quantenzahl [1.30].

Strommessung mit der Einzelelektronen-Pumpe

Die neue Einheit des Ampere soll durch die Elementarladung definiert werden. Sie kann z. B. mit Hilfe von Quellen quantisierter Ströme (Einzelelektronen-Pumpen) erfolgen [1.31]. Eine Einzelelektronen-Pumpe besteht aus einem Schaltkreis, in dem im Takt einer Wechselspannung, der Pumpfrequenz, einzelne Elektronen tunneln. Damit lässt sich ein quantisierter Strom I erzeugen mit

$$I = n e f \quad [\text{A} = \text{As} \cdot \text{s}^{-1}] . \quad (1.15)$$

Dabei ist n die Zahl der parallel geschalteten Einzelelektronenpumpen, e die Elementarladung und f die Pumpfrequenz. Bei $n = 3$ und $f = 500 \text{ MHz}$ ergibt sich der Strom I zu

$$I = 3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 500 \cdot 10^6 = 2,64 \cdot 10^{-10} \text{ A} . \quad (1.16)$$

Damit sollen Ströme mit einer Unsicherheit $\leq 1 \cdot 10^{-8}$ erzeugt werden können.

Eine weitere Möglichkeit, die Strommesung auf Naturkonstanten zurückzuführen, bieten der Josephson- und der Quanten-Hall-Effekt. Dabei fließt der zu messende Strom über den Quanten-Hall-Widerstand. Der Spannungsabfall am Widerstand wird in einem Vergleich mit einem Josephson-Normal ermittelt. Der gesuchte Strom ergibt sich dann aus dem Ohm'schen Gesetz („Quanten-Ampere“).

Quantenmetrologisches Dreieck. Das quantenmetrologische Dreieck (Bild 1.7) verdeutlicht, dass in den elektrischen Größen Spannung, Strom und Widerstand die Naturkonstanten Elementarladung und Planck'sches Wirkungsquantum stecken. Die Physikalisch-Technische-Bundsanstalt PTB plant ein Experiment, um die Werte von e und h zu überprüfen und gegebenenfalls auszugleichen. Für dieses Dreiecksexperiment sind Josephson-Spannungsnormale, Quanten-Hall-Widerstände, Einzelelektronenpumpen und Kryostromkomparatoren erforderlich [1.17].

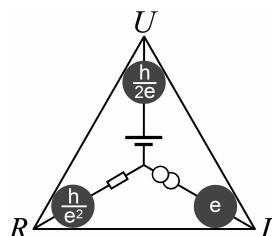


Bild 1.7 Das quantenmetrologische Dreieck [1.17]. In einem Quantenamperemeter fließt der Strom über einen Quanten-Hall-Widerstand. Der dabei entstehende Spannungsabfall wird mit einem Josephson-Normal bestimmt.

1.2.7 Die SI-Einheiten der Temperatur, der Stoffmenge und der Lichtstärke

Die SI-Einheiten der Temperatur (Kelvin), der Stoffmenge (Mol) und der Lichtstärke (Candela) werden hier nur aufgeführt, ohne auf die Darstellung einzugehen.

Temperatur

Das Kelvin, die Einheit der thermodynamischen Temperatur, ist der 273,16te Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes des Wasser (1967).

Temperatur-Messwerte dürfen auch in der Einheit °C angegeben werden. Als Celsius-Temperatur ϑ wird dabei die „besondere Differenz“ zwischen einer beliebigen thermodynamischen Temperatur T [in Kelvin] und der Temperatur $T_0 = 273,15$ K bezeichnet, also

$$\vartheta = (T - T_0) = (T - 273,15). \quad (1.17)$$

Für die Differenz $\Delta \vartheta$ zweier Celsius-Temperaturen

$$\Delta \vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 = (T_1 - T_0) - (T_2 - T_0) = T_1 - T_2 = \Delta T \quad (1.18)$$

sind die Einheiten K und °C zulässig, obwohl die Temperaturdifferenz nicht im Sinne der obigen Definition auf die Temperatur T_0 bezogen ist.

Die zukünftige Darstellung der Einheit Kelvin kann vielleicht mit Hilfe der Boltzmannkonstante k erfolgen, dem Konversionsfaktor zwischen thermischer und mechanischer Energie.

Stoffmenge

- Das Mol ist die Stoffmenge eines Systems, das aus ebensoviel Einzelteilchen besteht, wie Atome in 0,012 Kilogramm des Kohlenstoffnuklids ^{12}C enthalten sind; sein Zeichen ist „mol“.**
- Bei der Benützung des Mols müssen die Einzelteilchen spezifiziert sein und können Atome, Moleküle, Ionen, Elektronen sowie andere Teilchen oder Gruppen solcher Teilchen genau angegebener Zusammensetzung sein.**

Lichtstärke

Die Candela ist die Lichtstärke in einer bestimmten Richtung einer Strahlenquelle, die monochromatische Strahlung der Frequenz 540×10^{12} Herz aussendet und deren Strahlstärke in dieser Richtung 1/683 Watt durch Steradian beträgt.

1.2.8 Größen- und Zahlenwertgleichungen

Gleichungen beschreiben die Beziehungen zwischen physikalischen Größen. Sie heißen **Größengleichungen**, wenn sie ausschließlich aus den mit dem Zahlenfaktor 1 multiplizierten physikalischen Größen bestehen. So ergibt sich z. B. die in einem Verbraucher umgesetzte elektrische Energie E aus der anliegenden Spannung U , dem durchgehenden Strom I und der Zeit t zu

$$E = U I t. \quad (1.19)$$

Die physikalischen Gleichungen sind unabhängig von den Einheiten, in denen die Größen gemessen werden. Zweckmäßig werden nun die Einheiten so gewählt, dass für sie die gleichen Formeln wie für die Größen gelten. Dieses Ziel wird durch die Verwendung kohärenter Einheiten erreicht. Für unser Beispiel bedeutet dies, die elektrische Energie in Ws, die Spannung in V, die Stromstärke in A und die Zeit in s zu messen:

$$1 \text{ W s} = 1 \text{ V A s}. \quad (1.20)$$

Von den Größengleichungen werden die **Zahlenwertgleichungen** unterschieden. In ihnen werden nichtkohärente Einheiten verwendet und Zahlenwerte, Umrechnungsfaktoren, müssen berücksichtigt werden. Soll in unserem Beispiel die Energie in kWh ausgedrückt werden, so gilt die Zahlenwertgleichung

$$E (\text{in kWh}) = 0,28 \cdot 10^{-6} \cdot U (\text{in Volt}) \cdot I (\text{in A}) \cdot t (\text{in s}). \quad (1.21)$$

Zahlenwertgleichungen führen oft zu Irrtümern und sollen deshalb vermieden werden. Da den Zahlenfaktoren ganz bestimmte Einheiten zu Grunde liegen, müssen diese Einheiten immer angegeben werden.

Auch bei Größengleichungen empfiehlt es sich, möglichst oft die Einheiten hinzuschreiben und zu überprüfen. Aus der Tatsache, dass auf jeder Seite einer Gleichung dieselben Einheiten stehen müssen, ergibt sich leicht eine Kontrolle der durchgeführten Rechnungen. Summen und Differenzen können nur von Größen mit gleichen Einheiten gebildet werden und als Exponenten oder als Argumente von Funktionen dürfen nur Zahlen, d. h. „dimensionslose“ Größen, auftreten.

■ 1.3 Statisches Verhalten der Messgeräte; Kennlinie und Empfindlichkeit

Die messtechnischen Eigenschaften eines Geräts werden durch sein **statisches** und **dynamisches Verhalten** und durch seine **Unsicherheiten** charakterisiert. Diese Begriffe sollen im Folgenden etwas näher erläutert werden.

Der stationäre Zustand eines Messgeräts ist bei zeitlicher Konstanz aller Eingangsgrößen nach Ablauf aller Ausgleichsvorgänge erreicht. Für diesen Zustand beschreibt die **Kennlinie** die Abhängigkeit des Ausgangssignals x_a eines Messgeräts vom Eingangssignal x_e :

$$x_a = f(x_e). \quad (1.22)$$

Der Zusammenhang beider Größen wird oft als mathematischer Ausdruck, seltener in Form einer Wertetabelle angegeben. Aus der Kennlinie ergibt sich die **Empfindlichkeit** E , indem am Arbeitspunkt die beobachtete Änderung des Ausgangssignals durch die sie verursachende Änderung des Eingangssignals dividiert wird (Bild 1.8):

$$E = \frac{dx_a}{dx_e} \frac{\text{Einheit des Ausgangssignals}}{\text{Einheit des Eingangssignals}}. \quad (1.23)$$

Bei den Messgeräten, bei denen Ein- und Ausgangssignal gleichartige Größen sind (z. B. Ein- und Ausgangsspannung eines Verstärkers), kürzen sich die Einheiten heraus, und die Empfindlichkeit ist eine reine Zahl. Ist dies nicht der Fall, so sind die Einheiten stets mit anzugeben.

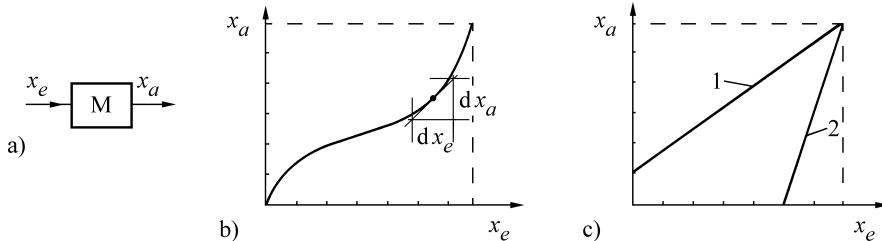


Bild 1.8 Messgeräte-Kennlinien. a) Blockschaltbild eines Messgeräts M mit Eingangssignal x_e und dem Ausgangssignal x_a , b) die Empfindlichkeit E ist der Differenzialquotient dx_a/dx_e am Arbeitspunkt, c) Kennlinie mit lebendem Nullpunkt (1) und unterdrücktem Nullpunkt (2)

Ist die Kennlinie eine Gerade, so hat das Messgerät an allen Arbeitspunkten dieselbe konstante Empfindlichkeit $E = k$, die oft als Proportionalitäts- oder Übertragungsfaktor bezeichnet wird. Für eine durch den Nullpunkt gehende Kennlinie gilt:

$$x_a = k x_e. \quad (1.24)$$

Diese lineare Abhängigkeit zwischen Ausgangs- und Eingangssignal ist für die Darstellung und Weiterverarbeitung vorteilhaft. So werden zum Teil größere Anstrengungen unternommen, um bei Messgeräten eine konstante Empfindlichkeit zu erreichen.

Ersatz der Kennlinie durch ihre Tangente. Bei kleinen Messbereichen und bei geringeren Ansprüchen an die Genauigkeit kann die Kennlinie durch ihre Tangente angenähert werden. Hier entsteht die Aufgabe, die Gleichung der Tangente zu finden. Dazu wird der analytische Ausdruck für die Kennlinie um den Arbeitspunkt in eine Taylorreihe entwickelt und diese wird nach dem linearen Glied abgebrochen.

Beispiel 1.1

Die Kennlinie eines Heißleiters

$$R = K_0 e^{b/T} \quad (1.25)$$

ist in der Nähe des Arbeitspunktes T_1 durch eine Gerade zu ersetzen. Für eine beliebige Funktion $f(x)$ würde die entsprechende Reihenentwicklung um die Stelle x_1 im Abstand Δx lauten:

$$f(x_1 + \Delta x) = f(x_1) + \Delta x \cdot f'(x_1). \quad (1.26)$$

Übertragen auf unsere Aufgabenstellung ergibt sich:

$$R(T_1 + \Delta T) = R(T_1) + \Delta T \cdot R'(T_1). \quad (1.27)$$

Mit

$$R'(T_1) = \frac{dR(T_1)}{dT} = -\frac{b}{T_1^2} \cdot R(T_1) \quad \text{und} \quad -\frac{b}{T_1^2} = \alpha \quad (1.28)$$

geht diese Beziehung über in

$$R(T_1 + \Delta T) = R(T_1) + \Delta T \cdot \alpha \cdot R(T_1) = R(T_1) \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T), \quad (1.29)$$

womit die gestellte Aufgabe gelöst ist.

■ 1.4 Messfehler und Messunsicherheiten

Fehlerbetrachtung schon bei der Auslegung eines Messsystems. Schon bei der Auslegung eines Messsystems sollten die möglichen Einflüsse, Fehler und Unsicherheiten überlegt werden. Diese können in den Geräten eines Messsystems liegen, aber auch in dessen Struktur und nicht zuletzt bei den die Messungen durchführenden Personen. Selbstverständlich sollen die Messgeräte nur sachverständig und bestimmungsgemäß betrieben werden.

Da eine Messung stets mit einem Energie- oder Informationsfluss vom Messobjekt zum Messgerät verbunden ist, ist streng darauf zu achten, dass umgekehrt durch den Anschluss und den Einbau des Messgeräts die zu messende Größe nicht verändert wird (Bild 1.9).

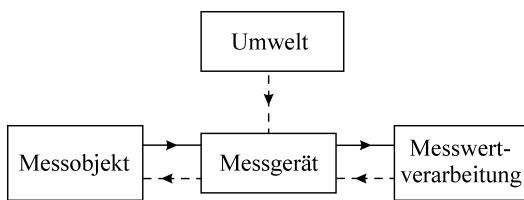


Bild 1.9 Eine Rückwirkung vom Messgerät auf das Messobjekt ist zu vermeiden. Das Messergebnis darf nicht durch die Umgebungsbedingungen, die Spannungsversorgung oder den Anschluss weiterer Geräte verfälscht werden.

Diese störende Rückwirkung des Messgeräts auf das Messobjekt kann z. B. bei einer Spannungs- oder Strommessung in einer zu starken Belastung der Quelle liegen. Bei einer Temperaturmessung kann durch den Temperaturfühler Wärme vom Messobjekt abgeleitet und dessen Temperatur erniedrigt werden. Im Prinzip sind solche Rückwirkungen bei jeder Messung gegeben. Sie sind sorgfältig zu analysieren und gering zu halten, da die dadurch entstehenden Fehler nicht immer quantitativ angegeben und korrigiert werden können.

Bezeichnungen, Nomenklatur. Bei einer Messung sollte der richtige, der „wahre“ Wert ermittelt werden. Dies ist unter realen Bedingungen nicht möglich. Die Messergebnisse können nur als **Schätzwerte** betrachtet werden, die mit **Unsicherheiten** behaftet sind. Zur Beschreibung dieses Sachverhalts werden die nachfolgenden Formelzeichen – eventuell mit Indices – verwendet.

- X: Eingangsgröße,
- x: Eingangsmesswert, Eingangsschätzwert,
- Y: Ausgangsgröße, Ergebnisgröße, $Y = f(X)$,
- y: Messergebnis, Ausgangsschätzwert,
- u: Unsicherheit des Ausgangsschätzwerts.

Die Messunsicherheiten gehen auf **bekannte** und **nicht bekannte** Einflüsse zurück.

Bei den Fehlern durch bekannte, systematische Einflüsse sind die Messwerte zu korrigieren. Die unbekannten, zufälligen Messabweichungen können nicht berichtet werden. Hier ist die Unsicherheit $u(y)$ als ein Bereich anzugeben, in dem der Schätzwert y für die Ausgangsgröße Y mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit zu liegen kommt [1.32]–[1.41].

Aufgabe dieser „Unsicherheitsrechnung“ (früher „Fehlerrechnung“) ist, die Unsicherheiten quantitativ einzugrenzen. Dabei dürfen für Gebrauchsmessungen die Unsicherheiten im Prozent-Bereich liegen, während bei Messungen zur Rückführbarkeit, im Eichwesen oder gar bei dem Vergleich von Normalen die Unsicherheiten viele Größenordnungen geringer sein müssen.

1.4.1 Bekannte Einflüsse; Korrektur des bekannten Messfehlers

Bei **bekannten** Einflüssen lässt sich die Wirkung auf den Messwert berechnen. Die Veränderung des Messwertes hat immer dieselbe Größe und dasselbe Vorzeichen. Sie lässt sich durch wiederholte Messungen nicht verringern. Die Veränderung Δx des Messwertes wird als „**bekannter systematischer Fehler\Delta x oder als „**bekannte systematische Abweichung\Delta x bezeichnet. Ist die Veränderung für einen bestimmten Messzweck zu groß, so muss sie berücksichtigt und der Messwert muss berichtet, korrigiert, werden:****

$$x_{\text{korr}} = x - \Delta x = x \left(1 - \frac{\Delta x}{x}\right). \quad (1.30)$$

Δx ist der mit der Einheit anzugebende absolute Fehler, $\Delta x/x$ ist der auf den Messwert bezogene relative Fehler.

Beispiel: Die Uhr ist um zwei Minuten vorgestellt. Um die richtige Zeit zu erhalten, muss die Abweichung $+\Delta x$ vom angezeigten Wert abgezogen werden.

Soll die Leerlaufspannung einer Spannungsquelle gemessen werden und fließt über den Spannungsmesser ein zu hoher Strom, so ist der Spannungsabfall am Innenwiderstand der Quelle zu berücksichtigen.

Fortpflanzung der bekannten Messfehler. Wir betrachten eine Größe y , die der direkten Messung nicht zugänglich, aber eine bekannte Funktion der messbaren und mit den Fehlern Δx_i behafteten Größen x_i ist. Die mathematische Beziehung zwischen den bei der Auswertung der Messungen beteiligten Größen wird als Modell (der Auswertung) bezeichnet. Die Ergebnisgröße y ist eine Funktion der Eingangsmesswerte x_i :

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (1.31)$$

Die Einzelfehler Δx_i führen zu einem Gesamtfehler Δy , der berechnet werden soll.

$$y + \Delta y = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n). \quad (1.32)$$

$$\Delta y = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) - f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (1.33)$$

Mit Hilfe der nach dem linearen Glied abgebrochenen Taylorreihe der Funktion $f(x + \Delta x)$

$$\begin{aligned} f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) \\ = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \end{aligned} \quad (1.34)$$

lässt sich dann die Differenz Δy aus den partiellen Ableitungen und den als klein angenommenen Änderungen Δx_i berechnen:

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \quad \text{für } \Delta x_i \ll x_i \quad (1.35)$$

In diese Gleichung sind die Einzelfehler Δx_i mit ihren Vorzeichen einzusetzen und die fehlerbehaftete Ergebnisgröße y ist entsprechend zu korrigieren.

Die Ableitungen $\partial f/\partial x_i$ geben dabei die Empfindlichkeiten für die Größen x_i an. Sie drücken aus, wie sehr die Fehler Δx_i das Messergebnis beeinflussen. Unabhängig von der Fehlerrechnung ist Gl. (1.35) damit auch für eine Empfindlichkeitsanalyse verwendbar.

Fall 1: Ist die zu berechnende Größe y eine Linearkombination der gemessenen Größen x_i ,

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n, \quad (1.36)$$

so wird nach Gl. (1.35)

$$\Delta y = a_1 \Delta x_1 + a_2 \Delta x_2 + \dots + a_n \Delta x_n. \quad (1.37)$$

Der absolute Gesamtfehler Δy ist also die Summe der mit den Koeffizienten a_i multiplizierten absoluten Einzelfehler Δx_i .

Fall 2: Sind zur Berechnung von y die gemessenen Größen zu multiplizieren,

$$y = a_1 x_1^{\alpha_1} \cdot a_2 x_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot a_n x_n^{\alpha_n}, \quad (1.38)$$

so lässt sich einfacher mit relativen Fehlern rechnen. Die partielle Ableitung von y nach x_1 ist

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = \alpha_1 a_1 x_1^{\alpha_1-1} \cdot a_2 x_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot a_n x_n^{\alpha_n} = y \frac{\alpha_1}{x_1}. \quad (1.39)$$

Allgemein wird für die x_i erhalten:

$$\frac{\partial y}{\partial x_i} = y \cdot \frac{\alpha_i}{x_i}, \quad (1.40)$$

so dass aus Gl. (1.35) folgt:

$$\Delta y = y \cdot \sum_{i=1}^n \alpha_i \frac{\Delta x_i}{x_i} \quad \text{und} \quad \frac{\Delta y}{y} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \frac{\Delta x_i}{x_i}. \quad (1.41)$$

Der relative Gesamtfehler $\Delta y/y$ ergibt sich also als Summe der mit den Exponenten α_i multiplizierten relativen Einzelfehler $\Delta x_i/x_i$.

Beispiel 1.2

An einem Verbraucher wurden Messungen mit den folgenden relativen Fehlern durchgeführt:

$$\frac{\Delta U}{U} = -0,011; \quad \frac{\Delta I}{I} = 0,02; \quad \frac{\Delta R}{R} = -0,031. \quad (1.42)$$

Der relative Fehler der Verbraucherleistung P soll bestimmt werden. Mit dem Ansatz $P = U^2/R = U^2 R^{-1}$ wird

$$\frac{\Delta P}{P} = 2 \frac{\Delta U}{U} - 1 \frac{\Delta R}{R} = 2(-0,011) - (-0,031) = +0,009. \quad (1.43)$$

Die Leistung wurde also um 0,9 % zu groß gemessen und der Messwert kann entsprechend berichtigt werden. Der Fehler von +0,009 ergibt sich auch, wenn die Leistung aus $P = U \cdot I$ oder $P = I^2 \cdot R$ berechnet wird.

1.4.2 Unbekannte, normalverteilte Unsicherheiten; eine einzige Messgröße X

Zufällige Unsicherheiten entstehen durch nicht erfassbare und nicht beeinflussbare Änderungen der Messgeräte, des Beobachters und der Umwelt. Der „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement GUM“ [1.32] bezeichnet diese Art von Unsicherheiten als „Unsicherheiten vom Typ A“. Größe und Vorzeichen der Auswirkungen können nicht angegeben

werden. Die wiederholte Messung ein und derselben Messgröße ergibt unterschiedliche, streuende Messwerte. In diesen Fällen werden der Mittelwert und die Varianz der Messwerte gebildet [1.39, 1.40]. Der Mittelwert wird dann als Maß für den Messwert und die Standardabweichung des Mittelwertes wird als Maß für die Unsicherheit genommen. Im Folgenden wird auf die wichtigen normalverteilten Zufallsfehler näher eingegangen.

Mittelwert beim mehrmaligen Messen derselben Messgröße. Oft ist die zufällige unbekannte Komponente in den Messwerten **normalverteilt** (Bild 1.10). Dies ist immer dann der Fall, wenn genügend viele und voneinander unabhängige Einflussgrößen wirksam sind und wenn genügend viele Einzelmessungen durchgeführt sind. Der **Mittelwert** \bar{x} aus den N Messwerten ergibt sich zu

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad \text{für } N < \infty \quad (1.44)$$

Er wird als Schätzwert für den wahren Wert genommen, der sich aus unendlich vielen Einzelmessungen ergeben würde. Er hat die Eigenschaft, dass die Summe der linearen Abweichungen zu Null und die der quadratischen Abweichungen zu einem Minimum wird:

$$\sum(x_i - \bar{x}) = 0 \quad (1.45)$$

$$\sum(x_i - \bar{x})^2 = \text{Minimum} \quad (1.46)$$

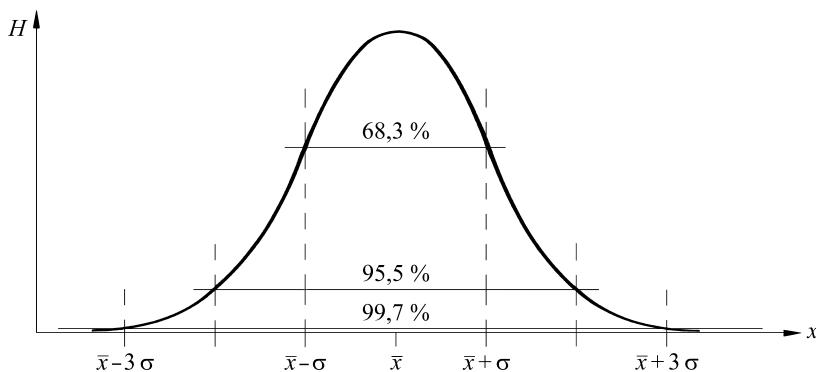


Bild 1.10 Häufigkeit H für unendlich viele Messwerte x mit der Standardabweichung σ ; bei dieser Normalverteilung liegen 68,3 % der Messwerte innerhalb des Bereichs $\bar{x} \pm \sigma$

Varianz und Standardabweichung der Grundgesamtheit, der Einzelmesswerte. Da nicht unendlich viele Messwerte vorliegen, kann nur mit der empirischen Varianz und der empirischen Standardabweichung gerechnet werden. Dabei wird in der täglichen Praxis das Adjektiv „empirisch“ oft weggelassen. Als Maß für die Streuung der Messwerte dient die **empirische Varianz** s^2 . Sie ist eine Funktion der Einzelmesswerte x_i und ihrer Zahl N . Als Formelzeichen für die Varianz der Einzelmesswerte wird $s^2(x_i)$ benutzt, um sie von der Varianz eines Mittelwerts $s^2(\bar{x})$ unterscheiden zu können.

$$s^2(x_i) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2. \quad (1.47)$$

Die positive Quadratwurzel $s(x_i)$

$$s(x_i) = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}} \quad (1.48)$$

wird als **empirische Standardabweichung der Einzelmesswerte x_i** bezeichnet. Die Gleichungen zeigen, dass bei einer einzigen Messung, $N = 1$, sich weder ein Mittelwert noch eine Varianz berechnen lassen.

Die Standardabweichung $s(x_i)$ wird als Standardunsicherheit $u(x_i)$ der Einzelmesswerte x_i definiert:

$$s(x_i) = u(x_i). \quad (1.49)$$

Wird der Unsicherheitsbereich mit einem Faktor a erweitert, so steigt die Wahrscheinlichkeit, dass der wahre Wert sich in diesem Bereich befindet. Bei normalverteilten Messwerten liegen

- für $a = 1$: 68,3 % der Messwerte im Bereich $\bar{x} \pm 1 \cdot u(x_i)$,
- für $a = 2$: 95,5 % der Messwerte im Bereich $\bar{x} \pm 2 \cdot u(x_i)$,
- für $a = 3$: 99,7 % der Messwerte im Bereich $\bar{x} \pm 3 \cdot u(x_i)$.

Experiment

Wir überlegen folgendes Experiment: Der Zufalls-Zahlengenerator des Rechners soll normalverteilte (Mess)werte liefern. Vorgegeben werden der Mittelwert $\bar{x} = 100$ und die Standardabweichung $s(x_i) = 2,1$.

Zunächst werden 200 Werte „gewürfelt“ (Bild 1.11 a). Diese Stichprobe mit $N = 200$ Elementen hat den Mittelwert $\bar{x}_{200} = 99,99$ und die Standardabweichung $s = 2,08$.

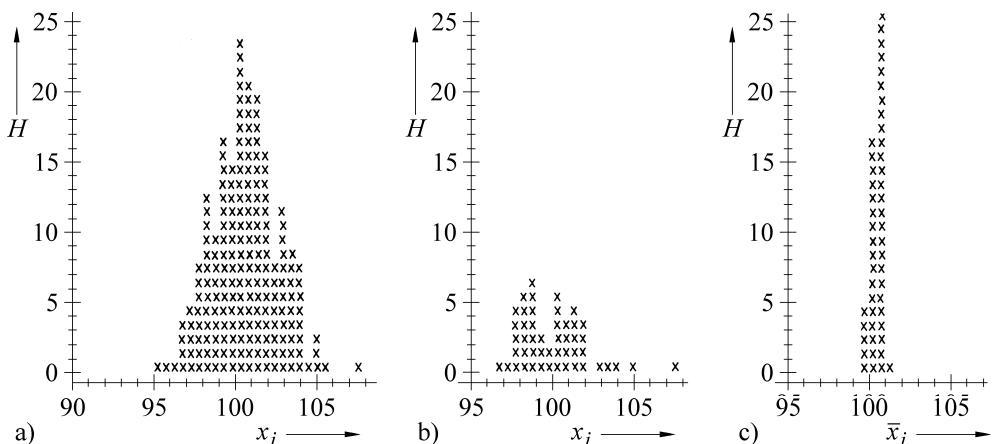


Bild 1.11 Normalverteilte Mittelwerte, die aus einem Zufallsgenerator gewonnen sind mit den Sollwerten $\bar{x} = 100$ und $s(x_i) = 2,1$

- Stichprobe mit $N = 200$ Elementen; $\bar{x}_i = 99,99$; $s_i(x_i) = 2,08$
- Stichprobe mit $N = 49$ Elementen; $\bar{x}_i = 99,48$; $s_i(x_i) = 2,06$
- Verteilung der M Stichprobenmittelwerte \bar{x}_i ; $\bar{x} = 99,98$; $s(\bar{x}_i) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{N}} = \frac{2,1}{\sqrt{49}} = 0,3$

Nun werden Stichproben mit je $N = 49$ Elementen gezogen. Die erste Stichprobe ist in Bild 1.11 b dargestellt. Sie hat den Mittelwert $\bar{x}_{49} = 99,48$ und die Standardabweichung $s(x_i) = 2,06$. Das ist also die Standardabweichung der gesamten Stichprobe, $2,08 \sim 2,06$. Dieses Spiel wird fortgesetzt, bis insgesamt M Messreihen (Stichproben) mit jeweils N Messwerten (Elementen der Stichprobe) vorliegen. Damit sind die Mittelwerte \bar{x}_1 bis \bar{x}_M (Bild 1.11 c) und die Standardabweichungen s_1 bis s_M bekannt. Aus ihnen lassen sich der **Mittelwert $\bar{\bar{x}}$ der Mittelwerte**

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \bar{x}_i \quad (1.50)$$

und eine gemittelte **Standardabweichung $\bar{s}(x_i)$ der Einzelwerte** berechnen mit

$$\bar{s}(x_i) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M s_i. \quad (1.51)$$

Standardabweichungen der Stichproben-Mittelwerte; Vertrauensbereich für den Stichproben-Mittelwert

Die gemittelte Standardabweichung der **Einzelmesswerte** von Gl. (1.51) ist **nicht** die Standardabweichung der **Mittelwerte**. Bild 1.11 c vermittelt schon den Eindruck, dass die Mittelwerte enger beieinander liegen als die Einzelwerte. Die Standardabweichung $s(\bar{x}_i)$ der Mittelwerte nun ist wichtig, da mit ihrer Hilfe ein gefundener Mittelwert eingegrenzt werden kann. Sie erlaubt, die Messunsicherheit des Mittelwertes anzugeben. Sie lässt sich leider noch nicht mit den bis jetzt angegebenen Formeln herleiten. So wird hier zunächst das Ergebnis mitgeteilt und die Herleitung wird später mit dem Gesetz der Fehlerfortpflanzung nach Gauß (Gln. (1.74) und (1.81)) nachgeholt.

Varianz und Unsicherheit eines Mittelwertes. Die Standardabweichung $s(\bar{x}_i)$ der Mittelwerte hängt von der Standardabweichung $s(x_i)$ der Einzelwerte und von der Zahl N der in die Stichprobe eingegangenen Messwerte ab:

$$s(\bar{x}_i) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{N}}. \quad (1.52)$$

Die Standardabweichung $s(\bar{x}_i)$ der Mittelwerte ist um $1/\sqrt{N}$ kleiner als die der Einzelwerte. Die Überlegungen von Bild 1.11 dienten zur Veranschaulichung. In der Praxis wird aus sehr vielen möglichen Messungen nur eine „Stichprobe“ von N Messwerten x_i gezogen. Aus diesen x_i wird ein einziger Mittelwert \bar{x} (ohne Index) berechnet. Dieser Mittelwert hat nach Gl. (1.52) die Standardabweichung $s(\bar{x})$

$$s(\bar{x}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{N}}. \quad (1.53)$$

Die Standardabweichung $s(\bar{x})$ wird als Maß für die Unsicherheit $u(\bar{x})$ des Mittelwertes – wieder bei einer Wahrscheinlichkeit von 68,3 % – genommen:

$$u(\bar{x}) = s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (1.54)$$

Die Unsicherheit des Mittelwertes ist die Standardabweichung des Mittelwertes $s(\bar{x})$ und nicht die der Einzelmesswerte $s(x_i)$.

Das Messergebnis y wird in Form des Mittelwertes \bar{x} und seiner Unsicherheit angegeben:

$$y = \bar{x} \pm u(\bar{x}) = \bar{x} \pm a \frac{s(x_i)}{\sqrt{N}} = \bar{x} \left(1 \pm \frac{a s(x_i)}{\bar{x} \sqrt{N}} \right), \quad (1.55)$$

wobei der Faktor a entsprechend der gewünschten Aussagewahrscheinlichkeit gewählt wird. Die rein zufälligen Fehler können im Gegensatz zu den systematischen Fehlern nicht korrigiert werden. Es ist nur möglich, durch eine hinreichend große Zahl N von Messungen die Unsicherheit des Messwertes einzuziehen.

Beispiel 1.3

Die Vorgehensweise bei der Behandlung zufälliger Messunsicherheiten soll anhand der in Tabelle 1.5 angegebenen Messreihe verdeutlicht werden.

Aus den angegebenen Daten errechnen sich die folgenden Werte:

Mittelwert \bar{x} :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{65 \text{ V}}{10} = 6,5 \text{ V}. \quad (1.56)$$

Standardabweichung $s(x_i)$; Unsicherheit der Einzelmessung:

$$s^2(x_i) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N-1} \text{ V}^2; \quad s(x_i) = 0,15 \text{ V}. \quad (1.57)$$

Tabelle 1.5 Messwerte des Beispiels zur Messunsicherheit

i	Messwert x_i in V	$(x_i - \bar{x})^2$ in V^2
1	6,7	0,04
2	6,4	0,01
3	6,3	0,04
4	6,6	0,01
5	6,5	0,00
6	6,7	0,04
7	6,5	0,00
8	6,3	0,04
9	6,6	0,01
10	6,4	0,01
Summe	65,0	0,20

Die Unsicherheit des Mittelwertes ist die Standardabweichung $s(\bar{x})$ des Mittelwertes:

$$s(\bar{x}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{N}} = \frac{0,15 \text{ V}}{\sqrt{10}} = 0,047 \text{ V}. \quad (1.58)$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 68,3 % liegt der Schätzwert der Spannung im Bereich

$$y = \bar{x} \pm \frac{s(x_i)}{\sqrt{N}} = (6,5 \pm 0,047) \text{ V} \quad (1.59)$$



1.4.3 Unbekannte, normalverteilte Unsicherheiten; verknüpfte Messgrößen $Y = f(X_i)$

Betrachtet wird eine Größe, deren Messergebnis y sich aus den der Messung zugänglichen Werten x_1, x_2, \dots, x_n errechnet:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (1.60)$$

Da Zufallseinflüsse vorliegen, wurde jede der Größen $x_1 \dots x_n$ wiederholt gemessen und die Mittelwerte $\bar{x}_1 \dots \bar{x}_n$ und die Standardabweichungen $s_1(x_i) \dots s_n(x_i)$ wurden ermittelt. Im Prinzip lassen sich viele y_i -Werte aus den x_{ij} -Werten berechnen. Die y_i -Werte bilden eine Verteilung und die Aufgabe ist, eine Rechenvorschrift zur Bestimmung des Mittelwertes \bar{y} und der empirischen Standardabweichung $s(\bar{y})$ dieses Mittelwertes zu finden.

Die gesuchten Beziehungen werden im Folgenden ohne Einschränkung der Allgemeinheit für eine Größe y hergeleitet, die von zwei gemessenen Größen x_1 und x_2 abhängt.

Mittelwert \bar{y} . Die Größe x_1 ist N -mal gemessen. Ein beliebiger Wert x_{1i} weicht vom zugehörigen Mittelwert \bar{x}_1 um Δx_{1i} ab:

$$\Delta x_{1i} = x_{1i} - \bar{x}_1 \quad \text{mit} \quad \bar{x}_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{1i}. \quad (1.61)$$

Dieselben Beziehungen gelten für die insgesamt N Messwerte x_{2i} ¹⁾:

$$\Delta x_{2i} = x_{2i} - \bar{x}_2 \quad \text{mit} \quad \bar{x}_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{2i}. \quad (1.62)$$

Für ein Messwertepaar x_{1i} und x_{2i} ergibt sich y_i zu

$$y_i = f(x_{1i}, x_{2i}) = f(\bar{x}_1 + \Delta x_{1i}, \bar{x}_2 + \Delta x_{2i}) \quad (1.63)$$

oder indem $f(x_{1i}, x_{2i})$ durch die zugehörige, nach dem ersten Glied abgebrochene Taylorreihe ersetzt wird:

$$y_i = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2) + \frac{\partial f(\bar{x}_1, \bar{x}_2)}{\partial x_1} \Delta x_{1i} + \frac{\partial f(\bar{x}_1, \bar{x}_2)}{\partial x_2} \Delta x_{2i}. \quad (1.64)$$

Der Mittelwert \bar{y} der y_i wird dann

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[f(\bar{x}_1, \bar{x}_2) + \frac{\partial f(\bar{x}_1, \bar{x}_2)}{\partial x_1} \Delta x_{1i} + \frac{\partial f(\bar{x}_1, \bar{x}_2)}{\partial x_2} \Delta x_{2i} \right] \end{aligned}$$

¹⁾ Genau genommen sollte die Größe x_2 mit dem Index x_{2j} versehen werden. Aus den Messwertpaaren x_{1i} und x_{2j} lassen sich dann viele Ergebnisse y_{ij} erhalten. Im folgendem werden die Formeln für $i = j$ abgeleitet. Damit reduzieren sich die möglichen y -Werte von y_{ij} auf $y_{ii} = y_i$. Das scheint im Rahmen dieses Buches erlaubt, da

- a) der Gedankengang für die Ableitung der Formeln erhalten bleibt und
- b) die Ableitungen lesbarer werden und einfacher zu schreiben sind.

Die Herleitungen ohne diese Vernachlässigungen sind in früheren Auflagen der Messtechnik nachzulesen. Das Endergebnis von Gl. (1.73) und Gl. (1.74) ist natürlich korrekt.

$$\begin{aligned}
&= f(\bar{x}_1, \bar{x}_2) + \frac{1}{N} \frac{\partial f(\bar{x}_1, \bar{x}_2)}{\partial x_1} \sum_{i=1}^N \Delta x_{1i} + \frac{1}{N} \frac{\partial f(\bar{x}_1, \bar{x}_2)}{\partial x_2} \sum_{i=1}^N \Delta x_{2i} \\
&= f(\bar{x}_1, \bar{x}_2),
\end{aligned} \tag{1.65}$$

da gemäß der Definition des Mittelwertes die Summen der Abweichungen $\sum \Delta x_{1i}$ und $\sum \Delta x_{2i}$ zu null werden.

Für den allgemeinen Fall wird Mittelwert \bar{y} erhalten, indem in die Formel für $f(x_i, \dots, x_n)$ die Mittelwerte \bar{x}_i eingesetzt werden:

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n). \tag{1.66}$$

Standardabweichung der Grundgesamtheit der einzelnen Messergebnisse y_i . Die Varianz $s^2(y_i)$ der Ausgangsschätzwerte wird analog zu Gl. (1.47) definiert zu

$$s^2(y_i) = \frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2. \tag{1.67}$$

Der Ausdruck unter dem Summenzeichen lässt sich mit Gl. (1.64) und Gl. (1.66) wie folgt umformen:

$$y_i - \bar{y} = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_{1i} + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_{2i}, \tag{1.68}$$

$$(y_i - \bar{y})^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_{1i} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_{2i} \right)^2 + \frac{2 \partial f}{\partial x_1} \Delta x_{1i} \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_{2i}, \tag{1.69}$$

$$\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_{1i} \right)^2 + \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_{2i} \right)^2 + 2 \sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_{1i} \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_{2i}. \tag{1.70}$$

Bei unabhängigen Zufallsgrößen, die hier vorausgesetzt werden, sind die Summen über Δx_{1i} und Δx_{2i} null. Der letzte Term auf der rechten Seite, auf den im Abschnitt 1.4.6 noch zurückgekommen wird, darf hier vernachlässigt werden und es bleibt übrig:

$$\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \sum_{i=1}^N \Delta x_{1i}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \sum_{i=1}^N \Delta x_{2i}^2. \tag{1.71}$$

Die Summen der Differenzen $\Delta(x_{1i})$ und $\Delta(x_{2i})$ werden nun durch die zugehörigen Varianzen $s^2(x_{1i})$ und $s^2(x_{2i})$ ausgedrückt. Für die Varianz $s^2(x_{1i})$ gilt z. B.:

$$s^2(x_{1i}) = \frac{\sum_{i=1}^N (x_{1i} - \bar{x}_1)^2}{N-1} = \frac{\sum_{i=1}^N (\Delta x_{1i}^2)}{N-1} \tag{1.72}$$

Die Varianz der Variablen x_{2i} berechnet sich entsprechend.

Wird nun Gl. (1.71) durch $(N-1)$ dividiert, so wird auf der linken Seite die Varianz der y_i -Werte erhalten:

$$\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{N-1} = s^2(y_i).$$

Auf der rechten Seite stehen dann die Varianzen $s^2(x_{1i})$ und $s^2(x_{2i})$ nach Gl. (1.72). Damit geht Gl. (1.71) über in das Gesetz der Fehlerfortpflanzung von C. F. Gauß aus dem Jahre 1821:

$$s^2(y_i) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_{1i}} \right)^2 s^2(x_{1i}) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_{2i}} \right)^2 s^2(x_{2i}) \tag{1.73}$$

Für den allgemeinen Fall mit mehr als zwei Eingangsgrößen ist (Gl. (1.73)) entsprechend zu erweitern:

$$s^2(y_i) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_{1i}} \right)^2 s^2(x_{1i}) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_{2i}} \right)^2 s^2(x_{2i}) + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_{Ni}} \right)^2 s^2(x_{Ni}). \quad (1.74)$$

Fehlerrechnung nach C. F. Gauß. Aus Gl. (1.73) ergibt sich die gesuchte empirische Standardabweichung der y_i -Werte, indem die empirischen Standardabweichungen der Eingangswerte x_{1i} und x_{2i} mit den partiellen Ableitungen der Funktion $y_i = f(x_{1i}, x_{2i})$ multipliziert und geometrisch addiert werden.

Standardabweichung und Unsicherheit des Mittelwerts. Das Gesetz der Fehlerfortpflanzung hilft, die Varianz $s^2(\bar{y})$ des Mittelwerts der y_i -Werte zu berechnen. Ausgegangen wird von der Definition des Mittelwerts:

$$\bar{y} = f(y_i) = \frac{1}{N} (y_1 + y_2 + \dots + y_N) \quad (1.75)$$

Diese Funktion hat die partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial f}{\partial y_i} = \frac{1}{N} \quad (1.76)$$

Mit den Varianzen $s^2(y_i)$ nach Gl. (1.76) folgt aus Gl. (1.74)

$$s^2(\bar{y}) = \left(\frac{1}{N} \right)^2 (s^2(y_1) + s^2(y_2) + \dots + s^2(y_N)). \quad (1.77)$$

Hier sind die Varianzen $s^2(y_i)$ alle gleich, da sie sind alle aus den gleichen Eingangswerten gebildet sind. Damit ergibt sich die Varianz des Mittelwerts zu

$$s^2(\bar{y}) = \left(\frac{1}{N} \right)^2 N s^2(y_i) = \frac{s^2(y_i)}{N}. \quad (1.78)$$

Ein Mittelwert streut weniger als die Einzelmesswerte.

Ist nur eine Messgröße vorhanden, so kann in den vorausgegangenen Rechnungen die Größe y durch die Größe x ersetzt werden und mit

$$s^2(\bar{x}) = \frac{s^2(x_i)}{N} \quad (1.79)$$

wird die schon in Gl. (1.53) vorweggenommene Beziehung erhalten.

Der GUM bezeichnet die Standardunsicherheit des Mittelwerts als „kombinatorische Unsicherheit“ u_c , da y eine Funktion der x_i ist

$$u_c(\bar{y}) = s(\bar{y}). \quad (1.80)$$

Das Messergebnis wird angegeben mit

$$y = \bar{y} \pm u_c. \quad (1.81)$$

Es liest sich mit den Begriffen des GUM ungefähr so: Das Messergebnis y ist ein Schätzwert für die Ausgangsgröße Y . Mit einer Wahrscheinlichkeit von 68 % liegt der Y -Wert im Bereich $\bar{y} \pm u_c$.

Beispiel 1.4

Eine Komponente wird automatisch abgefüllt. Bekannt ist das mittlere Gewicht $\bar{g}_1 = 80 \text{ g}$ der Verpackung mit der zugehörigen Standardabweichung $s_1 = 5 \text{ g}$. Gewogen wird jeweils während des Füllens. Das Gesamtgewicht g_3 von Inhalt und Verpackung ist im Mittel $\bar{g}_3 = 600 \text{ g}$ mit der Standardabweichung $s_3 = 9 \text{ g}$. Zu bestimmen sind der Mittelwert und die Standardabweichung der Einwaage $g_2 = g_3 - g_1$. Der Mittelwert \bar{g}_2 errechnet sich nach Gl. (1.68) zu

$$\bar{g}_2 = \bar{g}_3 - \bar{g}_1 = (600 - 80) \text{ g} = 520 \text{ g}; \quad (1.82)$$

die Standardabweichung ist

$$\begin{aligned} s_2 &= \sqrt{\left(\frac{\partial g_2}{\partial g_3}\right)^2 s_3^2 + \left(\frac{\partial g_2}{\partial g_1}\right)^2 s_1^2} \text{ g} \\ &= \sqrt{1^2 \cdot 9^2 + (-1)^2 \cdot 5^2} \text{ g} = \sqrt{81 + 25} \text{ g} = 10,3 \text{ g}. \end{aligned} \quad (1.83)$$

Bei normalverteilten Gewichten haben 95 von 100 Packungen also einen Inhalt von $520 \text{ g} \pm 2 s_2 = (520 \pm 20,6) \text{ g}$.

1.4.4 Student'sche t-Verteilung

Leider ist es so, dass die Gl. (1.42) für die empirische Standardabweichung, die ja die Unsicherheit des Messwertes ausdrückt, keinen zutreffenden Wert für die Unsicherheit liefert, wenn die Anzahl N der Messwerte klein ist. Diesen Nachteil vermeidet die von dem Mathematiker W. Gosset unter dem Pseudonym „Student“ 1908 vorgeschlagene t -Verteilung. Diese geht mit wachsendem N in die Normalverteilung über.

Die Abweichung von der Normalverteilung kann durch den Student-Faktor t berücksichtigt werden. Er hängt von der Zahl der Messwerte und der gewünschten Aussagesicherheit ab (Tab. 1.6).

Tabelle 1.6 t -Faktor der Student-Verteilung

Zahl N der Messwerte	Aussagewahrscheinlichkeit		
	68,3 %	95,5 %	99,7 %
2	1,84	18,44	235,80
3	1,32	4,93	19,21
4	1,20	3,48	9,22
5	1,15	2,98	6,62
6	1,11	2,73	5,51
8	1,08	2,50	4,53
10	1,06	2,37	4,09
20	1,03	2,18	3,45
50	1,01	2,08	3,16
100	1,00	2,04	3,08
$N \rightarrow \infty$	1,00	2,00	3,00

Mit diesem Student-Faktor ist die empirische Standardabweichung zu multiplizieren. Die Unsicherheit $u(\bar{x})$ eines Mittelwertes wird dann

$$u(\bar{x}) = t \cdot \frac{s(\bar{x})}{\sqrt{N}} \quad (1.84)$$

und der Messwert wird angegeben zu

$$X = \bar{x} \pm t \cdot \frac{s(\bar{x})}{\sqrt{N}}. \quad (1.85)$$

1.4.5 Unbekannte, systematische Unsicherheiten

Leider gibt es auch **unbekannte systematische** Fehler. Diese können nicht wie im Abschnitt 1.4.1 korrigiert und auch nicht durch Wiederholungsmessungen und Mittelwertbildung vermindert werden. Die GUM spricht in diesen Fällen von „Unsicherheiten vom Typ B“. So werden z. B. die Messunsicherheiten elektrischer Messgeräte oft durch die Genauigkeitsklassen beschrieben (DIN 43 780; VDE 0410; VDE 0411). Diese geben die maximale Messunsicherheit G des Messgeräts in z. B. Prozent des Messbereichs an (mit einer Aussagewahrscheinlichkeit von 95 %). Bei einem Messgerät der Klasse 0,5 ist $G = 0,5\%$ und der angezeigte Wert ist um $\pm G$ vom Messbereich unsicher. Oder als anderes Beispiel, der Grundwert des Ni-Widerstandsthermometers von 100Ω bei 0°C hat eine Unsicherheit von maximal $\pm G = \pm 0,2\Omega$ und darf so zwischen $99,8\Omega$ und $100,2\Omega$ liegen.

Die Hersteller der Geräte sollten zwar Informationen geben, sie halten sich aber sehr zurück. Oft werden deshalb mangels besseren Wissens die unbekannten systematischen Fehler als gleichverteilt angenommen.

Gleichverteilung. Ist eine Zufallsgröße x im Intervall zwischen a und b gleich verteilt [8.1], so ist ihr Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{a + b}{2}. \quad (1.86)$$

Ihre Dichtefunktion $f(X)$ ist $1/(b - a)$. Ausgehend von der allgemeinen Beziehung

$$\sigma^2(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx \quad (1.87)$$

ergibt sich damit für die Gleichverteilung die Varianz $s^2(x)$:

$$s^2(x) = \int_a^b \left(x - \frac{a + b}{2} \right)^2 \frac{1}{b - a} dx = \frac{(b - a)^2}{12}. \quad (1.88)$$

Für $a = 0$ und $b = G$ wird daraus

$$s(x) = \frac{G}{\sqrt{12}}. \quad (1.89)$$

Die Unsicherheit $u(X)$ eines Messwertes beträgt mit 68 % Wahrscheinlichkeit also

$$u(x) = s(x) = \frac{G}{\sqrt{12}}. \quad (1.90)$$

Fortpflanzung der unbekannten systematischen Fehler. Das mathematische Vorgehen ist umstritten. Man weiß zu wenig und hilft sich mit dem „Zentralen Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung“. Dieser sagt aus, dass bei genügend vielen und genügend geringen Einflüssen die Zufallsgrößen irgendwann einmal normalverteilt sind. So werden also bei einer Funktion $f(x)$ die Varianzen wie in Gl. (1.73) geometrisch addiert, auch wenn sie aus primär nicht normalverteilten Größen gewonnen sind. Es wird also auch hier das Gesetz der Fehlerfortpflanzung von C. F. Gauß angewendet.

1.4.6 Korrelierte Messgrößen

Varianz, Kovarianz und Korrelationskoeffizient

Betrachtet wird die nicht messbare Größe y , die aus den zwei messbaren Größen x_1 und x_2 zu berechnen ist:

$$y = f(x_1, x_2)$$

Einzelmesswerte. Die Messreihen x_{1i} und x_{2i} liegen vor. Die **Mittelwerte** lassen sich nach Gl. (1.44) berechnen. Die **Varianzen** s_1^2 und s_2^2 der Einzelmesswerte ergeben sich aus Gl. (1.47) für x_1 z. B. zu

$$s_1^2(x_{1i}) = \frac{1}{N-1} \sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2. \quad (1.47)$$

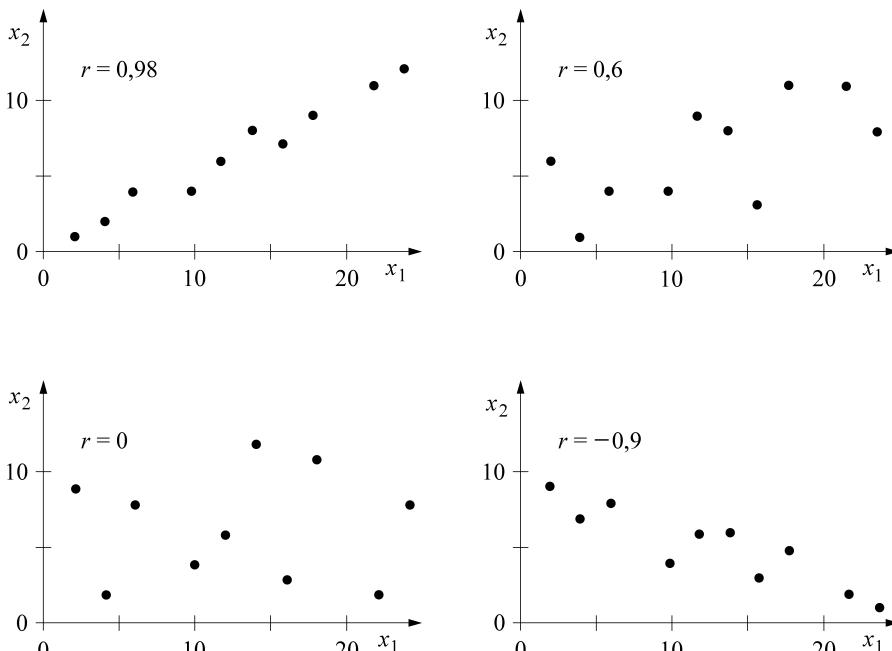


Bild 1.12 Datensätze mit verschiedenen Werten des Korrelationskoeffizienten [1.39]

Gefragt ist, ob die beiden Größen x_1 und x_2 irgendwie zusammenhängen. Als Maß hierfür wird die **Kovarianz** $s_{x_1 x_2} = \text{cov}(x_1 x_2)$ eingeführt mit

$$\text{cov}(x_1, x_2) = \frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{2i} - \bar{x}_2). \quad (1.91)$$

Wird die Kovarianz durch das Produkt der Standardabweichungen $s(x_1) \cdot s(x_2)$ dividiert, so ergibt sich der **Korrelationskoeffizient** $r(x_1, x_2)$

$$r(x_1, x_2) = \frac{\text{cov}(x_1, x_2)}{s(x_1) \cdot s(x_2)} \quad \text{mit} \quad -1 \leq r \leq +1. \quad (1.92)$$

Entwickeln sich die beiden Messreihen gleichsinnig, so sind sie kovariant und der Korrelationskoeffizient ist positiv. Verlaufen sie gegensinnig, so sind sie kontravariant und der Korrelationskoeffizient ist negativ. Bei $r = 0$ hängen die beiden Größen nicht zusammen. Sie sind unkorreliert (Bild 1.12).

Berücksichtigung der Kovarianz in der Fehlerrechnung

Aus korrelierten Signalen können wichtige Informationen gewonnen werden [8.1]. Im Rahmen dieses Buches kann leider auf diesen interessanten Aspekt nicht eingegangen werden. Hier soll lediglich die Bedeutung der Korrelation für die Berechnung der Unsicherheiten besprochen werden.

In den Abschnitten 1.4.2 und 1.4.3 wurden immer unabhängige, das heißt nicht korrelierte Größen angenommen. Trifft diese Voraussetzung nicht zu, so sind eventuell die Kovarianzen zu berücksichtigen. So soll jetzt der in Gl. (1.70) bisher vernachlässigte letzte Term durch $(N-1)$ dividiert und näher betrachtet werden:

$$\begin{aligned} \frac{2}{N-1} \sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_{1i} \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_{2i} &= \frac{2}{N-1} \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial x_2} \sum_{i=1}^N \Delta x_{1i} \Delta x_{2i} = \\ &= 2 \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial x_2} \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{2i} - \bar{x}_2) \\ &= 2 \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial x_2} \text{cov}(x_1, x_2) = 2 \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial x_2} s(x_1) s(x_2) r(x_1, x_2). \end{aligned} \quad (1.93)$$

Der Term enthält also die Kovarianz $\text{cov}(x_1, x_2)$. Er muss berücksichtigt werden, wenn die Abhängigkeit der Messwerte nicht ausgeschlossen werden kann. Sie ist z. B. gegeben, wenn 2 verknüpfte Größen mit demselben fehlerbehafteten Instrument gemessen werden.

Bei Berücksichtigung der Kovarianz geht Gl. (1.70) jetzt in die neue vollständige Form über:

$$\begin{aligned} u^2(y_i) &= s^2(y_i) \\ &= \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 s^2(x_1) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 s^2(x_2) \\ &\quad + 2 \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial x_2} \text{cov}(x_1, x_2). \end{aligned} \quad (1.94)$$

Für den allgemeinen Fall mit mehr als 2 Variablen gilt:

$$u^2(y_i) = s^2(y_i) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 s^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_k} \text{cov}(x_i, x_k). \quad (1.95)$$

Tabelle 1.7 Ermittlung eines Widerstandes aus mehrmaligen Messungen (DIN 1319-3)

		$R = \frac{U}{I} \cos \varphi$; $\frac{\partial R}{\partial U} = \frac{\cos \varphi}{I}$; $\frac{\partial R}{\partial I} = -\frac{U \cos \varphi}{I^2}$; $\frac{\partial R}{\partial \varphi} = -\frac{U}{I} \sin \varphi$			
Zeile	Gleichung	Messung Nr. oder Gleichungsterm	x_1 [V] Spannung U	x_2 [A] Strom I	x_3 [rad] Winkel φ
1		1	5,007	$19,663 \cdot 10^{-3}$	1,045 6
		2	4,994	$19,669 \cdot 10^{-3}$	1,043 8
		3	5,005	$19,640 \cdot 10^{-3}$	1,046 8
		4	4,990	$19,685 \cdot 10^{-3}$	1,042 8
		5	4,999	$19,678 \cdot 10^{-3}$	1,043 3
2	(1.44)	\bar{x}_i	4,999	$19,661 \cdot 10^{-3}$	1,044 46
3	(1.52)	$s(\bar{x}_i)$	0,003 2	$9,5 \cdot 10^{-6}$	$7,5 \cdot 10^{-4}$
4		$\frac{\partial R}{\partial x_i}$	25,552	$-6,497 \cdot 10^3$	-219,847
5	(1.95)	$\left(\frac{\partial R}{\partial x_i} \right)^2 s^2(\bar{x}_i)$	$6,725 \cdot 10^{-3}$	$3,817 \cdot 10^{-3}$	$27,337 \cdot 10^{-3}$
6	(1.91)	Kovarianz	$\text{cov}(U, I) - 10,9 \cdot 10^{-9}$	$\text{cov}(U, \varphi) 2,07 \cdot 10^{-6}$	$\text{cov}(I, \varphi) -4,62 \cdot 10^{-9}$
7	(1.92)	Korrelationskoeffizient	$r(U, I) -0,36$	$r(U, \varphi) +0,86$	$r(I, \varphi) -0,65$
8	(1.95)	$2 \frac{\partial R}{\partial x_i} \frac{\partial R}{\partial x_{i+1}} \text{cov}(x_i, x_{i+1})$	$3,630 \cdot 10^{-3}$	$-23,256 \cdot 10^{-3}$	$-13,197 \cdot 10^{-3}$

Beispiel 1.5

Die vorstehenden Beziehungen sollen anhand eines Beispiels aus DIN 1319-3 erläutert werden: An einem elektrischen Leiter sind die Scheitelspannung U , der Scheitelstrom I und der Phasenwinkel φ gemessen. Zu bestimmen ist der Wirkwiderstand R . Das Modell der Auswertung ist

$$R = \frac{U}{I} \cos \varphi. \quad (1.96)$$

Die gesamte Unsicherheit $u(R)$ errechnet sich nach Gl. (1.95) wie folgt:

$$\begin{aligned} u^2(R) &= \left(\frac{\partial R}{\partial U} \right)^2 u^2(U) + \left(\frac{\partial R}{\partial I} \right)^2 u^2(I) + \left(\frac{\partial R}{\partial \varphi} \right)^2 u^2(\varphi) \\ &\quad + 2 \frac{\partial R}{\partial U} \frac{\partial R}{\partial I} \text{cov}(U, I) + 2 \frac{\partial R}{\partial U} \frac{\partial R}{\partial \varphi} \text{cov}(U, \varphi) + 2 \frac{\partial R}{\partial I} \frac{\partial R}{\partial \varphi} \text{cov}(I, \varphi). \end{aligned} \quad (1.97)$$

Die Messwerte sind in Tabelle 1.7 mit den aus ihnen berechneten Werten angegeben. Aus den Mittelwerten ergibt sich R zu

$$R = 127,732 \Omega. \quad (1.98)$$

Zur Berechnung der Unsicherheit im Ergebnis von R werden die partiellen Ableitungen an der Stelle der Mittelwerte benötigt. Die gewichteten Varianzen stehen in Zeile 5, die Kovarianzen und die Korrelationskoeffizienten in den Zeilen 6 und 7.

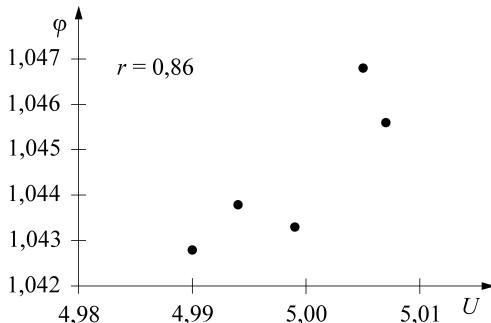


Bild 1.13 Darstellung der U - und φ -Messwerte von Tabelle 1.7. Die Messwerte sind korreliert, $r = 0,86$. Die Kovarianz muss berücksichtigt werden.

Werden für die Unsicherheit nur die Varianzen berücksichtigt, so ergibt sich diese aus der Summe der in Zeile 5 stehenden Werte zu $u(R) = 0,194 \Omega$. Offensichtlich sind aber die Messwerte des Beispiels voneinander abhängig (Bild 1.13). Die Kovarianzen (Zeile 8) müssen berücksichtigt werden. Sie haben wechselnde Vorzeichen. Dadurch verringert sich die Unsicherheit auf $0,071 \Omega$. Das Messergebnis lautet:

$$R = (127,732 \pm 0,071) \Omega. \quad (1.99)$$

Der geneigte Leser sollte sich überzeugen, dass die Größen in den Zeilen 5 und 8 wirklich dieselben Einheiten haben und somit addiert werden dürfen.

Die hier gezeigte Berechnung der Unsicherheit ist mühselig. Eleganter ist es, die Matrizenrechnung einzusetzen und bestehende Rechenprogramme zu verwenden. Die in Tab. 1.7 mitgeteilten Werte können dann als Test dienen, ob das benutzte Rechenprogramm wirklich mit den hier abgeleiteten Algorithmen arbeitet [1.41].

1.4.7 Zusammenfassung

Was ist der langen Rede kurzer Sinn?

- Besser als Fehler und Unsicherheiten zu berechnen ist es, sie zu vermeiden.
- Bekannte Einflüsse sind zu berücksichtigen.
- Unbekannte Einflüsse können überwiegend systematischer oder gemischt systematisch-zufälliger Natur sein (Bild 1.14). Überwiegend systematische Einflüsse werden angenommen, wenn Toleranzbereiche für die Messgeräte angegeben sind. Als Unsicherheit wird die Standardabweichung der Gleichverteilung genommen. Gemischt systematisch-zufällige Einflüsse werden angenommen, wenn man nichts Besseres weiß. Als Unsicherheit gilt wie bei den rein zufälligen Ereignissen die empirische Standardabweichung der Normalverteilung, eventuell multipliziert mit dem Student-Faktor.

Die wichtigsten Beziehungen aus Abschnitt 1.4 sind in der nachfolgenden Tabelle 1.8 zusammengestellt.

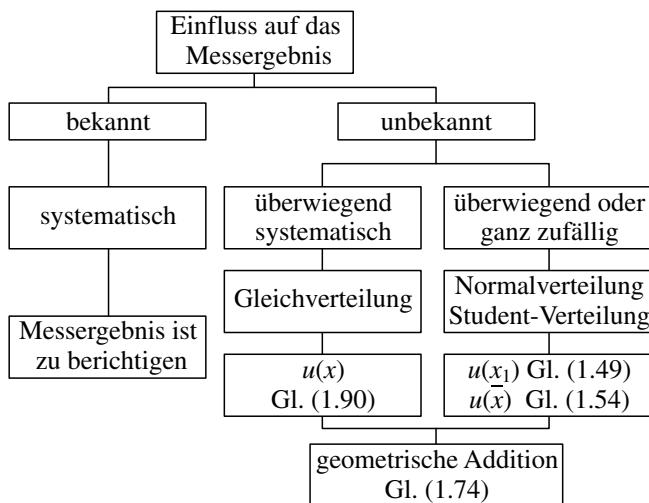


Bild 1.14 Behandlung möglicher Messfehler und Messunsicherheiten

Tabelle 1.8 Die wichtigsten Beziehungen für die Berechnung der Messunsicherheit

	Abschnitt 1.4.2	Abschnitt 1.4.3
Messwerte	x_i	$y_i = f(x_i)$
Mittelwert	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$ Gl. (1.44)	$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = f(\bar{x}_i)$ Gl. (1.65)
Varianz der Einzelwerte	$s^2(x_i) = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N-1}$ $= \frac{\sum(\Delta x_i)^2}{N-1}$ Gl. (1.47)	$s^2(y_i) = \frac{\sum(y_i - \bar{y})^2}{N-1}$ $= \frac{\sum(\Delta y_i)^2}{N-1}$ Gl. (1.67)
Varianz des Mittelwertes	$s^2(\bar{x}) = \frac{s^2(x_i)}{N}$ $= \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}$ Gl. (1.53)	$s^2(\bar{y}) = \frac{s^2(y_i)}{N}$ $= \frac{\sum(y_i - \bar{y})^2}{N(N-1)}$ Gl. (1.78)

In einem Messsystem können beide Arten der Unsicherheiten vorkommen. Um die Unsicherheit $u(y)$ eines Messergebnisses mit $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ zu erhalten, werden die Unsicherheiten $u(x_i)$ mit den partiellen Ableitungen gewichtet und geometrisch addiert (Gl. (1.71)). Dabei ist darauf zu achten, dass die Einzelunsicherheiten jeweils mit den gleichen Wahrscheinlichkeiten eingesetzt werden. Die Addition von Varianzen aus unterschiedlichen Verteilungen ist mathematisch nicht ganz korrekt, liefert aber durch die Erfahrung bestätigte Ergebnisse¹⁾.

¹⁾ Poincaré, H.: „Tout le monde y croit cependant, me disait un jour M. Lippmann, car les expérimentateurs s’imaginent que c'est un théorème de mathématiques, et les mathématiciens que c'est un fait expérimental“ (Dennoch glaubt, wie mir Herr Lippmann einmal sagte, jedermann daran, denn die Experimentatoren denken, dass es sich um ein mathematisches Theorem handele, während die Mathematiker annehmen, es sei experimentell erwiesen.) [Calcul de Probabilités, Paris 1896, S. 149]

■ 1.5 Dynamisches Verhalten der Messgeräte

Das Ausgangssignal eines Messgeräts kann nicht beliebig schnell dem Eingangssignal folgen, da in dem Messgerät

- Reibungs- und Dämpfungswiderstände überwunden,
- Massen beschleunigt oder abgebremst,
- Ladungen zu- oder abgeführt,
- Energiespeicher gefüllt oder geleert

werden müssen. Ein sich zeitlich änderndes Eingangssignal $x_e(t)$ bedingt ein sich zeitlich änderndes Ausgangssignal $x_a(t)$. Dabei sind auch die Ableitungen der Zeitfunktionen von Bedeutung. So ist, um das dynamische Verhalten eines Messgeräts zu beschreiben, die Differenzialgleichung zwischen dem Eingangs- und dem Ausgangssignal aufzustellen. Die höchste Ableitung des Ausgangssignals bestimmt dann die Ordnung der Differenzialgleichung.

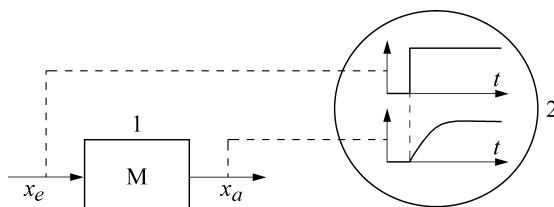


Bild 1.15 Messanordnung zur Bestimmung des Zeitverhaltens
1 Messgerät
2 Schreiber oder Oszilloskop

Anschaulicher jedoch ist, an das Messgerät ein Eingangssignal zu legen und das zugehörige Ausgangssignal zu untersuchen (Bild 1.15). Dieses ist dann gleichzeitig eine Möglichkeit, das dynamische Verhalten eines Messgeräts oder Messsystems experimentell, durch eine Messung, zu ermitteln. In der Praxis werden zur Anregung des Messgeräts häufig die folgenden Testfunktionen genommen, die zu den entsprechenden Antwortfunktionen führen:

anregende Funktion	Antwortfunktion
Sinusfunktion	Sinusantwort; Amplituden- u. Phasengang; Frequenzgang
Sprungfunktion	Sprungantwort; Übergangsfunktion
Impulsfunktion	Impulsantwort; Gewichtsfunktion

Die verschiedenen Verfahren sind einander gleichwertig. Eines genügt, um das Zeitverhalten eines Messgeräts zu charakterisieren.

1.5.1 Verzögerungsglied 1. Ordnung

Messgeräte, die einen Energiespeicher haben, werden durch eine Differenzialgleichung 1. Ordnung charakterisiert. Sie sind häufig anzutreffen. Beispiele sind Temperaturfühler (Mantel-Thermoelemente, NTC-Sensoren), elektromagnetische Übertragungsglieder (Hall-Generatoren) und auch die Operationsverstärker. Das dynamische Verhalten dieser Messgeräte wird durch ihre Grenzfrequenz f_g oder durch ihre Zeitkonstante T charakterisiert.

Differenzialgleichung. Mit der Eingangsspannung u_e und der Ausgangsspannung u_a lautet die Differenzialgleichung eines Verzögerungsglieds 1. Ordnung:

$$a_0 u_a + a_1 \dot{u}_a = e_0 u_e. \quad (1.100)$$

a_0, a_1 und e_0 sind konstante Koeffizienten. Wird durch a_0 dividiert, so entsteht:

$$u_a + \frac{a_1}{a_0} \dot{u}_a = \frac{e_0}{a_0} u_e. \quad (1.101)$$

Im stationären Fall nimmt mit $\dot{u}_a = 0$ die Ausgangsspannung den folgenden Wert an:

$$u_a = \frac{e_0}{a_0} u_e. \quad (1.102)$$

Das heißt, der Quotient e_0/a_0 ist nichts anderes als der in Gl. (1.24) definierte Übertragungsfaktor k oder die Empfindlichkeit E :

$$\frac{e_0}{a_0} = k = E. \quad (1.103)$$

Des Weiteren folgt aus Gl. (1.101), dass der Koeffizient a_1/a_0 die Einheit einer Zeit haben muss. Er wird als Zeitkonstante T bezeichnet:

$$\frac{a_1}{a_0} = T. \quad (1.104)$$

Mit Gl. (1.103) und Gl. (1.104) geht dann die Differenzialgleichung (1.101) über in

$$u_a + T \dot{u}_a = k u_e. \quad (1.105)$$

Die Lösung dieser Differenzialgleichung ergibt sich als Summe einer partikulären Lösung $u_{a,\text{part}}$ und der Lösung $u_{a,\text{hom}}$ der homogenen Gleichung

$$u_a + T \dot{u}_a = 0. \quad (1.106)$$

Als partikuläre Lösung kann die Ausgangsspannung genommen werden, die sich im stationären Fall mit $\dot{u}_a = 0$ einstellt. Sie charakterisiert die Übertragungseigenschaften des Messgeräts im Beharrungszustand:

$$u_{a,\text{part}} = k u_e. \quad (1.107)$$

Die homogene Differenzialgleichung beschreibt das Eigenverhalten des Messgeräts. Angenommen wird, dass das Gerät durch eine Eingangsgröße angeregt war. Nach dem Verschwinden der Anregung ($u_e = 0$) stellt sich das sich selbst überlassene Gerät entsprechend seinem Eigenverhalten auf die Ausgangsspannung $u_{a,\text{hom}}$ ein. Diese kennzeichnet das Übergangsverhalten. Sie ergibt sich aus Gl. (1.106) mit K als Integrationskonstante zu

$$u_{a,\text{hom}} = K e^{-t/T}. \quad (1.108)$$

Da das Messgerät als ein lineares System angenommen ist, wird die vollständige Lösung von Gl. (1.101) als Summe von Gl. (1.107) und Gl. (1.108) erhalten:

$$u_a = u_{a,\text{part}} + u_{a,\text{hom}} = k u_e + K e^{-t/T}. \quad (1.109)$$

Die Integrationskonstante K bestimmt sich aus der Anfangsbedingung $u_a(t=0) = 0$ zu

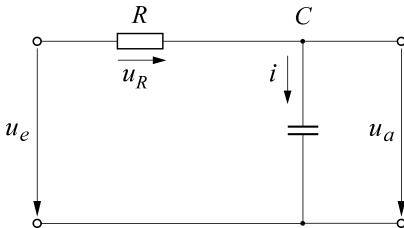
$$K = -k u_e, \quad (1.110)$$

womit aus Gl. (1.109) die endgültige Lösung entsteht:

$$u_a = k u_e \left(1 - e^{-t/T} \right). \quad (1.111)$$

Beispiel 1.6 Tiefpass

Eine Differenzialgleichung 1. Ordnung beschreibt z. B. den Tiefpass von Bild 1.16.

**Bild 1.16** Tiefpass

Um sie aufzustellen, wird von der Maschengleichung ausgegangen:

$$u_a + u_R = u_e. \quad (1.112)$$

Mit $i = C \frac{du_a}{dt}$ und $u_R = i \cdot R = RC \frac{du_a}{dt}$ geht die letzte Gleichung über in

$$u_a + RC \frac{du_a}{dt} = u_e. \quad (1.113)$$

Der Übertragungsfaktor $k = e_0/a_0$ hat den Wert 1 und die Zeitkonstante T ist das Produkt aus dem Widerstand R und der Kapazität C :

$$T = RC. \quad (1.114)$$

Aus Gl. (1.111) folgt damit die Ausgangsspannung des Tiefpasses zu

$$u_a = u_e \left(1 - e^{-t/T}\right). \quad (1.115)$$

Sinusantwort; Frequenzgang. Als Eingangssignal wird eine sich sinusförmig ändernde Spannung u_e gewählt:

$$u_e = \hat{u}_e \sin \omega t. \quad (1.116)$$

Die daraus resultierende Ausgangsspannung hat die gleiche Frequenz und wird für den allgemeinen Fall angesetzt als

$$u_a = \hat{u}_a \sin(\omega t + \varphi). \quad (1.117)$$

Gemessen werden das Verhältnis der Amplituden \hat{u}_a/\hat{u}_e und der Phasenwinkel φ .

Indem der Tiefpass nacheinander mit Sinussignalen unterschiedlicher Frequenz angeregt wird, lassen sich das Amplitudenverhältnis und der Phasenwinkel in Abhängigkeit von der Frequenz darstellen (Bild 1.17).

Die doppeltlogarithmische Darstellung von \hat{u}_a/\hat{u}_e über der Frequenz wird als **Amplitudengang**, die halblogarithmische Darstellung des Phasenwinkels als **Phasengang** bezeichnet.

Zur rechnerischen Behandlung werden die Spannungen komplex angesetzt, wobei der Sinus im Imaginärteil enthalten ist:

$$u_e = \hat{u}_e e^{j\omega t} \quad \text{und} \quad u_a = \hat{u}_a e^{j(\omega t + \varphi)}. \quad (1.118)$$

Mit diesen Signalen geht die Differenzialgleichung Gl. (1.105) über in

$$(1 + j\omega T) \underline{u}_a = k \underline{u}_e. \quad (1.119)$$

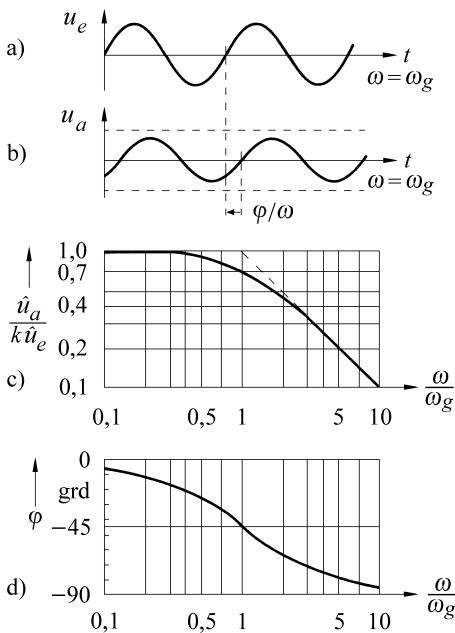


Bild 1.17 Amplituden- und Phasengang eines Messgeräts mit Zeitverhalten 1. Ordnung

- a) Eingangsspannung u_e
- b) Ausgangsspannung u_a bei $\omega = \omega_g$; die Amplitude ist auf 0,7 abgefallen und die Phasenverschiebung beträgt -45°
- c) Amplitudengang
- d) Phasengang

Daraus ergibt sich das von der Kreisfrequenz ω abhängige Verhältnis aus Ausgangs- und Eingangssignal, der so genannte **Frequenzgang** $G(j\omega)$, zu

$$G(j\omega) = \frac{u_a}{u_e} = \frac{k}{1 + j\omega T} . \quad (1.120)$$

Durch Erweiterung des Zählers und Nenners mit dem konjugiert Komplexen des Nenners ergeben sich der Real- und Imaginärteil, sowie der Amplitudengang (Betrag) $|G(j\omega)|$ und der Phasengang $\varphi(\omega)$:

$$\operatorname{Re}[G(j\omega)] = \frac{k}{1 + \omega^2 T^2} , \quad (1.121)$$

$$\operatorname{Im}[G(j\omega)] = \frac{-k\omega T}{1 + \omega^2 T^2} , \quad (1.122)$$

$$|G(j\omega)| = \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} = \sqrt{\left(\frac{k}{1 + \omega^2 T^2}\right)^2 + \left(\frac{-k\omega T}{1 + \omega^2 T^2}\right)^2} = \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} , \quad (1.123)$$

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}}{\operatorname{Re}}\right)_{\text{Zähler}} - \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}}{\operatorname{Re}}\right)_{\text{Nenner}} = -\arctan \omega T . \quad (1.124)$$

Die zu $\omega T = 2\pi f T = 1$ gehörende Frequenz wird Eck- oder Grenzfrequenz f_g genannt:

$$\omega_g T = 2\pi f_g T = 1 ; \quad T = \frac{1}{\omega_g} .$$

Mit dieser Gleichung lassen sich die Grenzfrequenz f_g und die Zeitkonstante T ineinander umrechnen:

$$f_g = \frac{1}{2\pi T} . \quad (1.125)$$

Bei der Grenzfrequenz ist für $k = 1$ das Amplitudenverhältnis auf $1/\sqrt{2}$ abgefallen:

$$|G(j\omega)| = \left| \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} \right|_{\omega_g} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,71. \quad (1.126)$$

Für eine Messung ist ein derartiger Amplitudenfehler im Allgemeinen nicht tragbar. Die Signalfrequenz sollte mindestens um einen Faktor 10 kleiner als die Grenzfrequenz des Geräts sein, um die Amplituden ohne Abschwächung und ohne allzu großen Phasenfehler verarbeiten zu können.

Signale mit Frequenzen $\omega \gg \omega_g$ werden nicht mehr amplitudenrichtig übertragen. Nimmt die Frequenz um den Faktor 10 zu, geht die Ausgangsamplitude auf 1/10 zurück. Dieses Verhalten eines Verzögerungsglieds erster Ordnung ist nicht unbedingt ein Nachteil, sondern kann auch bewusst zur Trennung von Nutz- und Störsignal, zur „Glättung“ des Nutzsignals, eingesetzt werden (Bild 1.18).

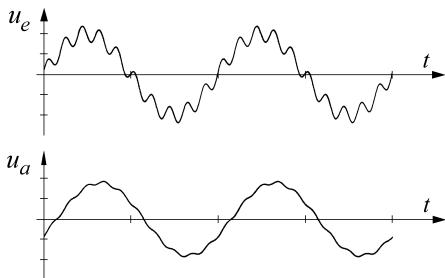


Bild 1.18 Filterwirkung eines *RC*-Tiefpasses mit $\omega_g = 2 \omega_0$.

Eingangsspannung $u_e = \sin \omega_0 t + \frac{1}{5} \sin 10 \omega_0 t$; in der Ausgangsspannung u_a sind die Oberwellen nur noch abgeschwächt zu erkennen; die Ausgangsspannung ist gegenüber der Eingangsspannung phasenverschoben

Bei der Herleitung des Frequenzganges eines elektrischen Netzwerks sparen sich die Elektrotechniker gewöhnlich die Differenzialgleichung, betrachten das Netzwerk als komplexen Spannungsteiler und benutzen sofort dessen Gleichung. So lässt sich z. B. für das *RC*-Glied von Bild 1.16 mit

$$\frac{u_a}{u_e} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega R C} = G(j\omega) \quad (1.127)$$

die Gleichung des Frequenzganges sofort hinschreiben. Falls gewünscht, kann dann auch vom Frequenzgang ausgehend die Differenzialgleichung aufgestellt werden.

Sprungantwort. Als Eingangssignal eines Verzögerungsglieds 1. Ordnung wird die sich sprungförmig ändernde Eingangsspannung u_e angenommen:

$$u_e = 0 \quad \text{für } t \leq 0, \quad (1.128)$$

$$u_e = U_0 \quad \text{für } t > 0. \quad (1.129)$$

Aus Gl. (1.111) folgt die Ausgangsspannung u_a :

$$u_a = k U_0 \left(1 - e^{-t/T} \right). \quad (1.130)$$

Die sich dabei in Abhängigkeit von der Zeit ergebende Kurve wird als Sprungantwort bezeichnet (Bild 1.19).

Wird die Ausgangsspannung u_a auf die Anregespannung U_0 bezogen, so bleibt die das Zeitverhalten beschreibende dimensionslose **Übergangsfunktion $h(t)$** übrig:

$$\frac{u_a}{U_0} = h(t) = k \left(1 - e^{-t/T} \right). \quad (1.131)$$

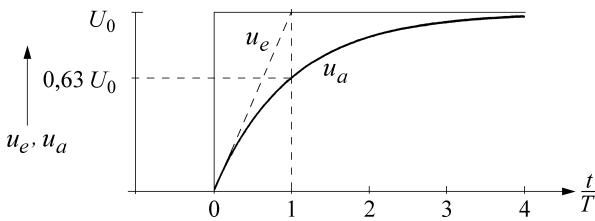


Bild 1.19 Sprungantwort eines Tiefpasses 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten T

63 % des Endwertes sind nach einer, 95 % nach drei und 99,5 % nach fünf Zeitkonstanten erreicht.

Impulsantwort. Als Anregesignal diene zunächst ein Spannungsimpuls der Dauer T_0 (s) und der Höhe A/T_0 (V), woraus die Impulsfläche A (V s) resultiert (Bild 1.20). Die Reaktion eines Tiefpasses 1. Ordnung auf diesen Impuls kann aus Differenzialgleichung (1.105) abgeleitet werden. Bei einer von null verschiedenen Impulsdauer wird für $0 < t < T_0$ der Kondensator aufgeladen. Seine Spannung u_a nimmt entsprechend Gl. (1.115) zu. Zum Zeitpunkt $t = T_0$ hat sie den Wert

$$u_a(t = T_0) = \frac{kA}{T_0} \left(1 - e^{-T_0/T}\right). \quad (1.132)$$

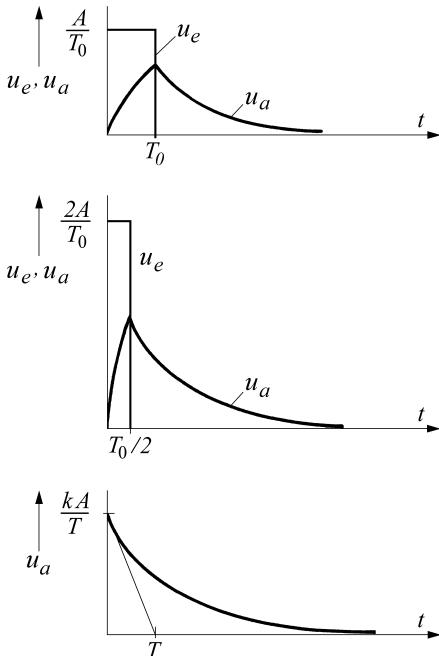


Bild 1.20 Herleitung der Impulsantwort eines Systems 1. Ordnung

Für Zeiten $t \geq T_0$ ist die Eingangsspannung null, $u_e = 0$, und der Kondensator beginnt sich zu entladen. Seine Ausgangsspannung folgt der homogenen Differenzialgleichung mit der Lösung Gl. (1.108). Aus dem Vergleich von Gl. (1.132) und Gl. (1.108)

$$u_a(t = T_0) = \frac{kA}{T_0} \left(1 - e^{-T_0/T}\right) = K e^{-T_0/T} \quad (1.133)$$

bestimmt sich die Integrationskonstante K zu

$$K = \frac{kA}{T_0} \left(1 - e^{-T_0/T}\right) e^{T_0/T}. \quad (1.134)$$

Für Zeiten $t > T_0$ entlädt sich der Kondensator. Seine Ausgangsspannung nimmt exponentiell ab:

$$u_a(t \geq T_0) = \frac{kA}{T_0} \left(1 - e^{-T_0/T}\right) e^{-(t-T_0)/T}. \quad (1.135)$$

Nun denke man sich die Dauer T_0 des Impulses verkürzt und seine Höhe entsprechend vergrößert, so dass die Fläche jeweils den Wert A (V s) behält. Mit dem Grenzübergang $T_0 \rightarrow 0$ und $1/T_0 \rightarrow \infty$ wird ein idealer Impuls erhalten. Um dessen Antwortfunktion zu berechnen wird zunächst in Gl. (1.135) der Faktor $kA e^{-t/T}$ ausgeklammert. Anschließend wird der Grenzübergang $T_0 \rightarrow 0$ durchgeführt:

$$\lim_{T_0 \rightarrow 0} \frac{(1 - e^{-T_0/T})}{T_0} e^{T_0/T} = \lim_{T_0 \rightarrow 0} \frac{e^{T_0/T} - 1}{T_0} = \frac{1 - 1}{0} = \frac{0}{0}. \quad (1.136)$$

Es ergibt sich der unbestimmte Ausdruck $0/0$, der nach der Regel von de l'Hospital übergeht in

$$\lim_{T_0 \rightarrow 0} \frac{e^{T_0/T} - 1}{T_0} = \lim_{T_0 \rightarrow 0} \frac{1}{T} \frac{e^{T_0/T}}{1} = \frac{1}{T}. \quad (1.137)$$

Unter Berücksichtigung des ausgeklammerten Faktors wird dann die Ausgangsspannung u_a

$$u_a(t \geq 0) = \frac{kA}{T} e^{-t/T} [\text{V}]. \quad (1.138)$$

Bei einer Impulsanregung liefert der Tiefpass unseres Beispiels zum Zeitpunkt $t = 0$ die Spannung kA/T [V]. Um wieder von der Einheit der anregenden Größe unabhängig zu werden, wird der Faktor A (V s) auf die linke Seite gebracht. Damit entsteht die **Gewichtsfunktion $g(t)$** :

$$\frac{u_a}{A} = g(t) = \frac{k}{T} e^{-t/T} [\text{s}^{-1}]. \quad (1.139)$$

Die charakteristische Größe „Zeitkonstante“ kann wieder dem Verlauf der Impulsantwort entnommen werden.

Hier lässt sich fragen, ob die ideale Impulsanregung mit $T_0 \rightarrow 0$ mehr für die Theorie und weniger für die Praxis von Bedeutung ist. Diese Bedenken treffen nicht zu. Für die technische Anwendung ist nur zu fordern, dass die Dauer T_0 des Impulses klein gegenüber der Zeitkonstanten T des Geräts bleibt. Bild 1.21 zeigt, dass ein Verhältnis $T_0/T = 0,1$ noch etwa ausreichend ist.

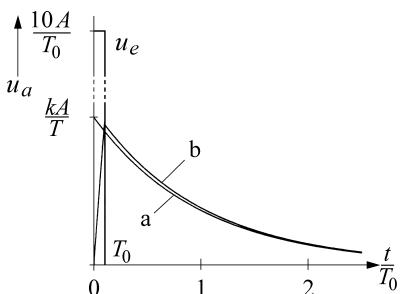


Bild 1.21 Impulsantwort eines Systems 1. Ordnung
a) idealisierte Anregung mit $T_0 = 0$ (Gl. (1.138))
b) reale Anregung mit $T_0/T = 0,1$ (Gl. (1.135))

Beziehungen zwischen den Antwortfunktionen. Die Sprungantwort (Übergangsfunktion) und die Impulsantwort (Gewichtsfunktion) lassen sich experimentell schneller ermitteln als der Frequenzgang. Bei dem letzteren Verfahren sind mehrere Anregungen mit Sinussignalen unterschiedlicher Frequenz notwendig, während bei der Sprung- und Impulsantwort eine einzige Messung ausreicht. Trotzdem wird das Zeitverhalten vollständig beschrieben. Dies erklärt sich dadurch, dass in einem sprung- oder impulsförmigen Anregesignal alle Frequenzen enthalten sind. Während beim Frequenzgang die Antwort auf unterschiedliche Frequenzen nacheinander abgefragt werden muss, beinhalten die Sprung- und die Impulsantwort schon die Reaktion des Geräts im gesamten Frequenzbereich. Das Impulssignal lässt sich als Differenz zweier Sprungsignale herleiten. Bei einer stetigen Sprungantwort ergibt sich dann im Grenzfall eines unendlich kurzen Impulses die Gewichtsfunktion als die Ableitung der Übergangsfunktion:

$$g(t) = \frac{d h(t)}{d t}. \quad (1.140)$$

Beispiel 1.7

Wird die Gl. (1.131) differenziert, so wird mit

$$g(t) = \frac{d h(t)}{d t} = \frac{k}{T} e^{-t/T} \quad (1.141)$$

das schon von Gl. (1.139) bekannte Ergebnis erhalten.

Auch zwischen der Gewichtsfunktion und dem Frequenzgang besteht ein Zusammenhang. Die Systemtheorie zeigt, dass der Frequenzgang $G(j\omega)$ die Fouriertransformierte der Gewichtsfunktion $g(t)$ ist und sich aus der Impulsantwort der Frequenzgang berechnen lässt:

$$G(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (1.142)$$

Beispiel 1.8

Wird Gl. (1.139) in Gl. (1.142) eingesetzt, so genügt es, die Integration von 0 bis ∞ durchzuführen. Für $t < 0$ existiert die Gewichtsfunktion nicht. An der oberen Grenze $t \rightarrow \infty$ liefert das Integral den Wert null. Insgesamt ergibt sich der schon bekannte Frequenzgang von Gl. (1.120):

$$\begin{aligned} \frac{k}{T} \int_0^{\infty} e^{-t/T} e^{-j\omega t} dt &= \frac{k}{T} \left(\frac{-1}{j\omega + \frac{1}{T}} \right) e^{-(j\omega + \frac{1}{T})t} \Big|_0^{\infty} \\ &= 0 - \frac{k}{T} \left(\frac{-1}{j\omega + \frac{1}{T}} \right) \cdot 1 = \frac{k}{1 + j\omega T}. \end{aligned} \quad (1.143)$$

1.5.2 Verzögerungsglied 2. Ordnung

Messgeräte mit zwei gekoppelten Energiespeichern lassen sich durch eine Differenzialgleichung 2. Ordnung beschreiben. Beispiele sind das Drehspulmesswerk, die Schwingungsgeber, die harmonischen Oszillatoren oder auch thermisch träge Komponenten wie die Widerstandsthermometer.

Kenngrößen für das dynamische Verhalten dieser Verzögerungsglieder 2. Ordnung sind der dimensionslose Dämpfungsfaktor D und die Zeitkonstante T , die nach Gl. (1.125) mit der Grenzfrequenz verknüpft ist.

Differenzialgleichung. Die Differenzialgleichung 2. Ordnung lautet mit u_e als Eingangs- und u_a als Ausgangsspannung in ihrer einfachsten Form:

$$a_0 u_a + a_1 \dot{u}_a + a_2 \ddot{u}_a = e_0 u_e . \quad (1.144)$$

Indem durch a_0 dividiert wird, geht sie über in

$$u_a + \frac{a_1}{a_0} \dot{u}_a + \frac{a_2}{a_0} \ddot{u}_a = \frac{e_0}{a_0} u_e . \quad (1.145)$$

Im Beharrungszustand mit $\dot{u}_a = 0$ und $\ddot{u}_a = 0$ reduziert sich die Gleichung auf

$$u_a = \frac{e_0}{a_0} u_e \quad (1.146)$$

und zeigt, dass der Quotient e_0/a_0 nichts anderes als die statische Empfindlichkeit E oder der Übertragungsfaktor k ist:

$$\frac{e_0}{a_0} = E = k . \quad (1.147)$$

Der Koeffizient a_2/a_0 hat die Einheit s^2 . Er liefert das Quadrat der Zeitkonstanten T . Diese ist umgekehrt proportional zu $\omega_0 = 2\pi f_0$, wobei f_0 die Eigenfrequenz des ungedämpft schwingenden Systems ist. Diese ist bei der Dämpfung $D = 1/\sqrt{2}$ gleich der bei einem System 1. Ordnung eingeführten Grenzfrequenz f_g (Gln. (1.120) und (1.121)):

$$\frac{a_2}{a_0} = T^2 = \frac{1}{\omega_g^2} = \frac{1}{\omega_0^2} . \quad (1.148)$$

Der Beiwert von \dot{u}_a hat die Einheit s und wird zweckmäßig als Zeitkonstante T , multipliziert mit dem doppelten dimensionslosen Dämpfungsfaktor D , geschrieben,

$$\frac{a_1}{a_0} = 2 D T . \quad (1.149)$$

Mit diesen neuen Bezeichnungen geht Gl. (1.144) über in

$$u_a + 2 D T \dot{u}_a + T^2 \ddot{u}_a = k u_e . \quad (1.150)$$

Hier sind wieder eine partikuläre und die homogene Lösung gesucht. Als partikuläre Lösung bietet sich für den statischen Fall an:

$$u_{a,p} = k u_e . \quad (1.151)$$

Die homogene Differenzialgleichung

$$u_a + 2 D T \dot{u}_a + T^2 \ddot{u}_a = 0 , \quad (1.152)$$

die das Verhalten des sich selbst überlassenen und von außen nicht gestörten Systems zum Ausdruck bringt, führt mit dem Ansatz

$$u_{a,h} = e^{r t} \quad (1.153)$$

zur charakteristischen Gleichung

$$1 + 2 D T r + T^2 r^2 = 0. \quad (1.154)$$

Deren Wurzeln $r_{1,2}$ werden als Eigenwerte bezeichnet:

$$r_{1,2} = -\frac{D}{T} \pm \frac{1}{T} \sqrt{D^2 - 1}. \quad (1.155)$$

Hier lassen sich in Abhängigkeit vom Dämpfungsfaktor D die im Folgenden diskutierten drei Fälle unterscheiden:

- a) für $D < 1$ bilden die beiden Wurzeln r_1 und r_2 ein konjugiert komplexes Zahlenpaar;
- b) für $D > 1$ sind die Wurzeln r_1 und r_2 reelle Zahlen;
- c) für $D = 1$ haben die Wurzeln nur einen einzigen reellen Wert $r_1 = r_2$.

Fall a) $D < 1$. Die Wurzeln (Eigenwerte) sind konjugiert komplexe Zahlen. Mit der Eigenfrequenz ω_d des gedämpften Systems

$$\omega_d = \frac{1}{T} \sqrt{1 - D^2} = \omega_g \sqrt{1 - D^2} \quad (1.156)$$

lauten sie

$$r_{1,2} = -\frac{D}{T} \pm j \omega_d. \quad (1.157)$$

In der Mathematik wird gezeigt, dass mit den Integrationskonstanten A und B die Eigenwerte Gl. (1.157) zu der folgenden Lösung der homogenen Gleichung führen:

$$u_{a,h} = e^{-D t / T} (A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t). \quad (1.158)$$

Die Lösung der kompletten Differentialgleichung (1.150) ergibt sich nun als Summe der partikulären und der homogenen Lösung:

$$u_a = k u_e + e^{-D t / T} (A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t). \quad (1.159)$$

Die Integrationskonstanten A und B errechnen sich aus den Anfangsbedingungen

$$u_a(t = 0) = 0, \quad (1.160)$$

$$\dot{u}_a(t = 0) = 0. \quad (1.161)$$

Aus Gl. (1.160) folgen

$$0 = k u_e + 1(A \cdot 1 + 0) \quad \text{und} \quad A = -k u_e. \quad (1.162)$$

Wird nun Gl. (1.159) differenziert und wird die Ableitung an der Stelle $t = 0$ genommen, so ergibt sich aus Gl. (1.161) schließlich

$$B = -k u_e \frac{D}{\omega_d T} = -k u_e \frac{D}{\sqrt{1 - D^2}}. \quad (1.163)$$

Mit diesen Konstanten ist aus Gl. (1.159) die endgültige Lösung zu erhalten:

$$u_a = k u_e \left[1 - e^{-D t / T} \left(\cos \omega_d t + \frac{D}{\sqrt{1 - D^2}} \sin \omega_d t \right) \right]. \quad (1.164)$$

Das Gerät führt im Bereich $0 < D < 1$ gedämpfte Schwingungen aus. Bei einem Anstoß durch ein Eingangssignal schwingt das Messgerät mit der Kreisfrequenz ω_d und mit abnehmender Amplitude auf den Beharrungswert $u_a = k u_e$ ein (Bild 1.24). Die Gl. (1.164) beinhaltet auch den Fall eines harmonischen Oszillators, den Fall der ungedämpften Schwingung mit $D = 0$. Unter dieser Voraussetzung folgt aus Gl. (1.156) $\omega_d = \omega_g$ und Gl. (1.164) reduziert sich auf

$$u_a = k u_e (1 - \cos \omega_g t). \quad (1.165)$$

Die Forderung nach dem verschwindenden Dämpfungsfaktor ist eine notwendige Bedingung für eine ungedämpfte, sich selbst erhaltende Schwingung. In diesem Fall ist in der Differenzialgleichung (1.150) der Koeffizient von \dot{u}_a gleich null:

$$\frac{a_1}{a_0} = 0. \quad (1.166)$$

Fall b) $D > 1$. Die Eigenwerte $r_{1,2}$ der charakteristischen Gleichung sind reell mit den Werten von Gl. (1.155). Die Zeitkonstanten T_1 und T_2 lassen sich einführen mit

$$r_1 = -\frac{1}{T_1} \quad \text{mit} \quad T_1 = \frac{T}{D - \sqrt{D^2 - 1}} \quad \text{und} \quad (1.167)$$

$$r_2 = -\frac{1}{T_2} \quad \text{mit} \quad T_2 = \frac{T}{D + \sqrt{D^2 - 1}}. \quad (1.168)$$

Mit den Integrationskonstanten C und E ergibt sich daraus die Lösung der homogenen Gleichung zu

$$u_{a,h} = C e^{-t/T_1} + E e^{-t/T_2} \quad (1.169)$$

und die komplette Lösung von Gl. (1.150) wird

$$u_a = k u_e + C e^{-t/T_1} + E e^{-t/T_2}. \quad (1.170)$$

Die Koeffizienten lassen sich wieder aus den Anfangsbedingungen ermitteln. Aus Gl. (1.160) folgt zunächst

$$k u_e + C + E = 0 \quad (1.171)$$

und Gl. (1.161) liefert

$$C = -E \frac{T_1}{T_2}. \quad (1.172)$$

Aus diesen beiden Gleichungen berechnen sich dann die Integrationskonstanten zu

$$C = -k u_e \frac{T_1}{T_1 - T_2}, \quad (1.173)$$

$$E = k u_e \frac{T_2}{T_1 - T_2}. \quad (1.174)$$

Die endgültige Lösung lautet also

$$u_a = k u_e \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-t/T_1} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-t/T_2} \right). \quad (1.175)$$

Die Ausgangsspannung kann nicht mehr schwingen, sondern kriecht asymptotisch an den neuen Beharrungswert heran. Dieses Zeitverhalten ist z. B. bei trügen Berührungsthermometern anzutreffen.

Für $D > 1$ lässt sich das Verzögerungsglied 2. Ordnung als eine Hintereinanderschaltung eines Verzögerungsglieds 1. Ordnung mit der Zeitkonstante T_1 und eines weiteren Verzögerungsglieds 1. Ordnung mit der Zeitkonstante T_2 interpretieren. Die Gln. (1.167) und (1.168) liefern den Zusammenhang zwischen den neuen Zeitkonstanten T_1 und T_2 und den Koeffizienten der Differenzialgleichung:

$$T_1 + T_2 = 2 D T, \quad (1.176)$$

$$T_1 T_2 = T^2. \quad (1.177)$$

Die Hintereinanderschaltung zweier Verzögerungsglieder 1. Ordnung kann also nie zu Schwingungen führen.

Fall c) $D = 1$. Aus Gl. (1.155) folgt, dass die beiden Wurzeln der charakteristischen Gleichung zusammenfallen und reell sind:

$$r_1 = r_2 = -\frac{1}{T}. \quad (1.178)$$

Entsprechend lautet mit den Integrationskonstanten F und G die Lösung der homogenen Differenzialgleichung

$$u_{a,h} = F e^{-t/T} + G t e^{-t/T} \quad (1.179)$$

und die der gesamten Differenzialgleichung ist

$$u_a = k u_e + F e^{-t/T} + G t e^{-t/T}. \quad (1.180)$$

Die Anfangsbedingung Gl. (1.160) liefert

$$F = -k u_e \quad (1.181)$$

und aus Gl. (1.161) folgt

$$G = -k u_e \frac{1}{T}. \quad (1.182)$$

Damit ist die gesamte Lösung

$$u_a = k u_e \left(1 - e^{-t/T} - \frac{t}{T} e^{-t/T} \right) = k u_e \left(1 - \frac{T+t}{T} e^{-t/T} \right). \quad (1.183)$$

Bei einem Dämpfungsfaktor $D = 1$ ist einerseits das Schwingen, andererseits auch das allzu langsame Herankriechen an den neuen Beharrungswert vermieden. Bei diesem **aperiodischen Grenzfall** stellt sich die Ausgangsspannung des Geräts ohne Überschwingen in der kürzest möglichen Zeit auf den neuen Beharrungswert ein. In der Praxis werden die Messwerte auf etwa $D \approx 0,7$ abgeglichen, so dass bei einem tolerierbaren Überschwingen der neue Messwert etwas schneller als im aperiodischen Grenzfall erreicht wird.

Beispiel 1.9

RCL-Netzwerk. Zur Veranschaulichung soll die Differenzialgleichung des RCL-Netzwerks von Bild 1.22 aufgestellt werden.

Die Maschengleichung liefert zunächst

$$u_a + u_R + u_L = u_e. \quad (1.184)$$

Sie geht, indem die Ströme eingeführt werden, mit

$$i = C \frac{du_a}{dt}, \quad u_R = R i \quad \text{und} \quad u_L = L \frac{di}{dt} \quad (1.185)$$

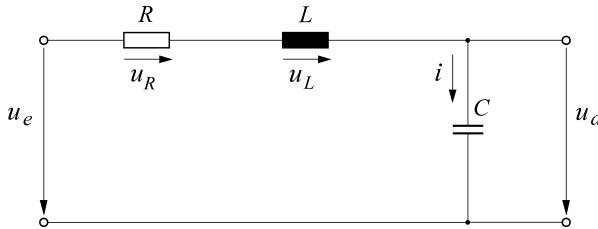


Bild 1.22 RCL-Netzwerk

über in

$$u_a + R C \dot{u}_a + LC \ddot{u}_a = u_e . \quad (1.186)$$

Aus dem Vergleich mit Gl. (1.150) folgt dann

$$k = 1 ; \quad (1.187)$$

$$T^2 = LC ; \quad \omega_0 = \omega_g = \frac{1}{\sqrt{LC}} ; \quad (1.188)$$

$$2 D T = RC ; \quad D = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} . \quad (1.189)$$

Damit ist der Bezug zu den vorausgegangenen Überlegungen hergestellt und die Lösungen können übernommen werden.



Sinusantwort. Wie in Gl. (1.118) werden die Ein- und Ausgangsspannung wieder komplex angesetzt. Die Differenzialgleichung (1.150) geht dadurch über in

$$[1 + j \omega 2 D T + (j \omega)^2 T^2] \underline{u}_a = k \underline{u}_e . \quad (1.190)$$

Daraus ergibt sich der Frequenzgang $G(j\omega)$ zu

$$G(j\omega) = \frac{\underline{u}_a}{\underline{u}_e} = \frac{k}{1 - \omega^2 T^2 + j \omega 2 D T} . \quad (1.191)$$

Die entsprechenden Gleichungen des Real- und Imaginärteils sowie des Amplituden- und des Phasenganges lauten:

$$\operatorname{Re}[G(j\omega)] = \frac{k(1 - \omega^2 T^2)}{(1 - \omega^2 T^2)^2 + \omega^2 4 D^2 T^2} , \quad (1.192)$$

$$\operatorname{Im}[G(j\omega)] = \frac{-2 k D \omega T}{(1 - \omega^2 T^2)^2 + \omega^2 4 D^2 T^2} , \quad (1.193)$$

$$|G(j\omega)| = \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} = \frac{k}{\sqrt{(1 - \omega^2 T^2)^2 + \omega^2 4 D^2 T^2}} , \quad (1.194)$$

$$\phi(\omega) = -\arctan \frac{\omega 2 D T}{1 - \omega^2 T^2} . \quad (1.195)$$

Für verschiedene Dämpfungsfaktoren ist in Bild 1.23 der Amplitudengang dargestellt. Für $D < 1$ ergibt sich in der Nähe von ω_g die Resonanzüberhöhung. Für den Dämpfungsfaktor $D = 1$ ist bei ω_g die Ausgangsamplitude auf $k \hat{u}_e / 2$ gesunken:

$$\frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} \Big|_{\omega=\omega_g} = \frac{k}{1 + \omega_g^2 T^2} = \frac{k}{2} . \quad (1.196)$$

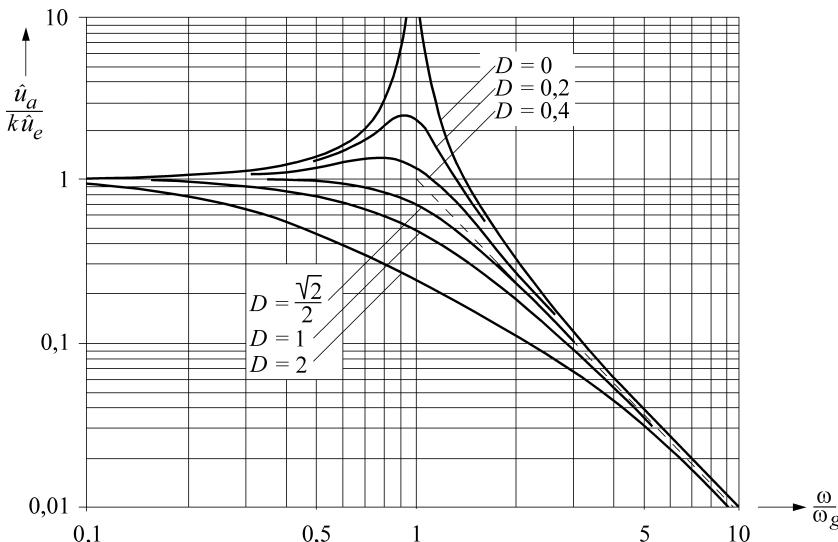


Bild 1.23 Amplitudengang eines Verzögerungsglieds 2. Ordnung

Im Bereich $\omega \gg \omega_g$ geht das Amplitudenverhältnis bei zunehmender Frequenz mit $(\omega/\omega_g)^2$ zurück. Damit werden die Amplituden bei $\omega = a \omega_g$ insgesamt a -mal so stark gedämpft wie im Fall des Verzögerungsglieds 1. Ordnung.

Für den Fall des ungedämpft schwingenden Oszillators verschwindet wegen Gl. (1.166) in Gl. (1.191) der Term mit $j\omega$. Der Frequenzgang ist rein reell.

In Gerätebeschreibungen wird das dynamische Verhalten manchmal nicht durch den Amplitudengang von Gl. (1.194) charakterisiert, sondern durch den Quotienten aus der Ausgangsspannung \hat{u}_a bei der interessierenden Frequenz und der Ausgangsspannung \hat{u}_{a0} bei Frequenzen $\ll \omega_g$, bei denen sicher die Amplituden noch richtig gemessen werden. Für $\omega T \ll 1$ bleibt aus Gl. (1.194) übrig

$$\hat{u}_{a0} = k \hat{u}_e . \quad (1.197)$$

Die neue Kennlinie

$$\frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_{a0}} = \frac{\hat{u}_a}{k \hat{u}_e} = \frac{1}{k} |G(j\omega)| \quad (1.198)$$

hängt also genauso von der Frequenz ab wie der Amplitudengang.

Sprungantwort. Als Anregesignal wird eine sich sprungförmig ändernde Eingangsspannung angenommen. In Abhängigkeit von der Dämpfung ergeben sich dann entsprechend den vorausgegangenen Überlegungen für die Ausgangsspannungen folgende Spannungsverläufe (die in Bild 1.24 für einige ausgewählte Dämpfungs faktoren D dargestellt sind):

$$0 \leq D < 1: \quad u_a(t) = k U_0 \left[1 - e^{-D t / T} \left(\cos \omega_d t + \frac{D}{\sqrt{1-D^2}} \sin \omega_d t \right) \right], \quad (1.199)$$

$$D > 1: \quad u_a(t) = k U_0 \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-t/T_1} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-t/T_2} \right), \quad (1.200)$$

$$D = 1: \quad u_a(t) = k U_0 \left(1 - \frac{T+t}{T} e^{-t/T} \right). \quad (1.201)$$

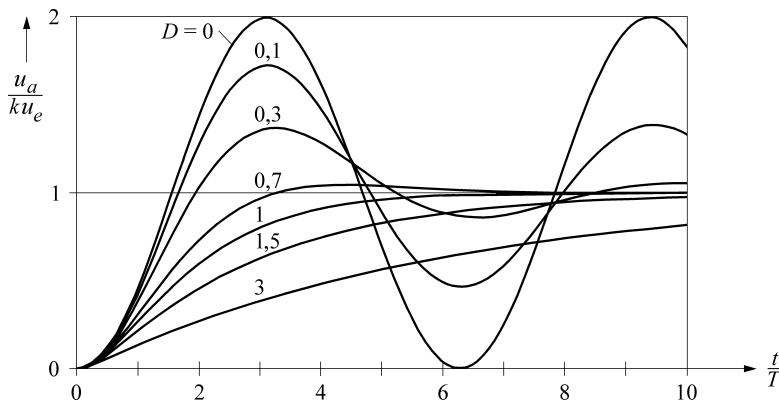


Bild 1.24 Normierte Sprungantwort eines Verzögerungsglieds 2. Ordnung

Impulsantwort. Um die Impulsantwort zu erhalten, machen wir von Gl. (1.140) Gebrauch. Mit der für $D = 1$ aus Gl. (1.201) gewonnenen Übergangsfunktion $h(t)$

$$h(t) = \frac{u_a(t)}{U_0} = k \left(1 - \frac{T+t}{T} e^{-t/T} \right) \quad (1.202)$$

entstehen die Gewichtsfunktion $g(t)$

$$g(t) = \frac{k t}{T^2} e^{-t/T} (\text{s}^{-1}) \quad (1.203)$$

und die Impulsantwort $u_a(t)$

$$u_a(t) = \frac{k A}{T} \frac{t}{T} e^{-t/T}. \quad (1.204)$$

Bild 1.25 zeigt den Verlauf der Impulsantwort auch für Dämpfungswerte $D \neq 1$.

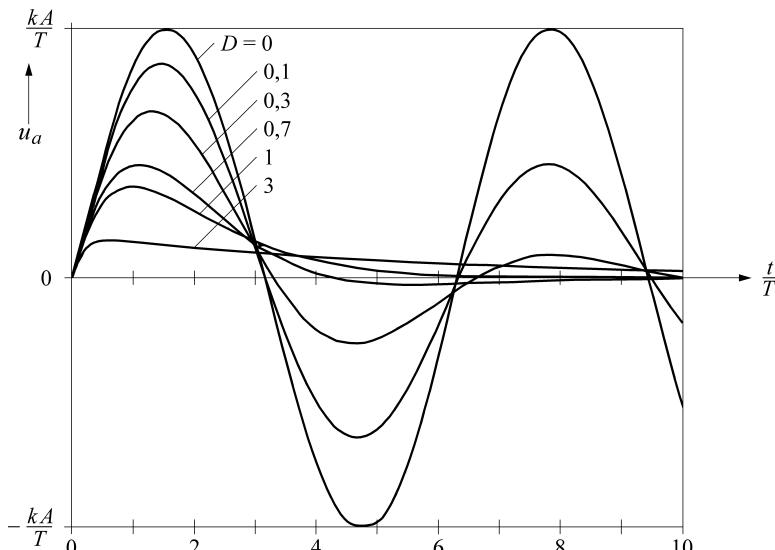


Bild 1.25 Normierte Impulsantwort eines Verzögerungsglieds 2. Ordnung

1.5.3 Weitere Beispiele für das Zeitverhalten

Nicht alle Messgeräte lassen sich durch Verzögerungsglieder 1. Ordnung oder 2. Ordnung beschreiben. Einige folgen nur ungefähr dem mathematischen Modell, andere entsprechen Differenzialgleichungen höherer Ordnung.

Hochpass; Differenzierglied. Das Netzwerk von Bild 1.26 bildet einen *CR-Hochpass*, der als Differenzierer wirkt. Unter Berücksichtigung von

$$u_a = i R, \quad i = C \frac{d(u_e - u_a)}{dt} \quad \text{und} \quad R C = T = \frac{1}{\omega_g} \quad (1.205)$$

entsteht die Differenzialgleichung

$$u_a + R C \dot{u}_a = R C \dot{u}_e \quad (1.206)$$

mit der Sprungantwort

$$u_a = U_0 e^{-t/T}. \quad (1.207)$$

Die Flanke des anregenden Signals führt also zu einer Ausgangsspannung u_a , die zum Zeitpunkt $t = 0$ die Höhe U_0 der anregenden Spannung besitzt, dann aber mit der Zeitkonstante T abnimmt.

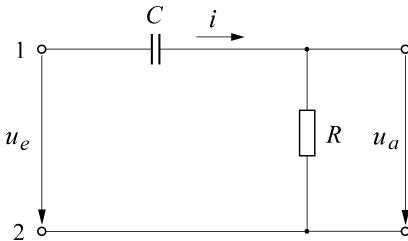


Bild 1.26 Hochpass

Entweder aus der Differenzialgleichung oder aus der Betrachtung als Spannungsteiler entsteht der Frequenzgang $G(j\omega)$

$$G(j\omega) = \frac{u_a}{u_e} = \frac{j\omega T}{1 + j\omega T} \quad (1.208)$$

mit dem Amplitudengang

$$|G(j\omega)| = \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} = \frac{\omega T}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}. \quad (1.209)$$

Gleichspannungen ($\omega = 0$) können nicht übertragen werden. Sie werden durch die Kapazität abgeblendet. Für Frequenzen $\omega < \omega_g$ nimmt das Verhältnis aus Ausgangs- und Eingangsamplitude mit der Frequenz zu. Bei $\omega = \omega_g$ erreicht die Ausgangsamplitude den $1/\sqrt{2}$ fachen Wert der Eingangsamplitude. Spannungen mit Frequenzen $\omega \gg \omega_g$ werden ungeschwächt übertragen. Mit zunehmender Frequenz geht der Blindwiderstand des Kondensators gegen null. Die Kapazität wirkt wie ein Kurzschluss. Der Hochpass lässt Spannungen mit Frequenzen $\omega \gg \omega_g$ passieren und trennt sie von einer eventuell vorhandenen Gleichspannung ab.

Für $\omega \ll \omega_g$ kann im Nenner von Gl. (1.208) der Term $j\omega T$ gegenüber 1 vernachlässigt werden. Der Frequenzgang reduziert sich auf

$$G(j\omega) = j\omega T. \quad (1.210)$$

Dazu gehören die Differenzialgleichungen

$$\underline{u}_a = T j \omega \underline{u}_e, \quad (1.211)$$

$$u_a = T \dot{u}_e. \quad (1.212)$$

Die Ausgangsspannung ist also proportional der nach der Zeit abgeleiteten Eingangsspannung. Der Hochpass wirkt in diesem Bereich als Differenzierer. Der mit der Frequenz ansteigende Amplitudengang bringt dieses Verhalten zum Ausdruck.

Für $\omega \gg \omega_g$ wird im Nenner von Gl. (1.208) die Eins vernachlässigt und es entsteht

$$G(j\omega) = \frac{j\omega T}{j\omega T} = 1 \quad \text{mit} \quad (1.213)$$

$$\underline{u}_a = \underline{u}_e. \quad (1.214)$$

Hochfrequente Signale können den Hochpass ungeschwächt passieren.

Tiefpass, Integrierglied. Der Tiefpass von Bild 1.16 wird oft als Integrierer bezeichnet. Dies trifft für Frequenzen $\omega \gg \omega_g$ zu. In diesem Bereich darf in Gl. (1.120) die Eins im Nenner vernachlässigt werden. Damit reduziert sich die Gleichung auf

$$G(j\omega) = \frac{k}{j\omega T}. \quad (1.215)$$

Die zugehörige Differenzialgleichung

$$T \dot{u}_a = k u_e \quad (1.216)$$

mit der Lösung

$$u_a = \frac{k}{T} \int u_e dt \quad (1.217)$$

macht deutlich, dass die Ausgangsspannung die über die Zeit integrierte Eingangsspannung ist. Im Frequenzbereich kommt dieses Verhalten durch den mit $1/\omega$ abnehmenden Amplitudengang zum Ausdruck.

Genau genommen steht auf der rechten Seite von Gl. (1.217) der Mittelwert \bar{u}_e

$$\bar{u}_e = \frac{1}{T} \int u_e dt, \quad (1.218)$$

$$u_a = k \bar{u}_e \quad (1.219)$$

und es zeigt sich, dass die Ausgangsspannung des Tiefpasses proportional dem Mittelwert der Eingangsspannung ($\omega \gg \omega_g$) ist.

Totzeitglied. Beim Totzeitglied erscheint am Ausgang die Eingangsspannung unverändert, jedoch um die Totzeit T_t verzögert:

$$u_a(t) = u_e(t - T_t). \quad (1.220)$$

Dazu gehört der Frequenzgang

$$G(j\omega) = e^{-j\omega T_t}, \quad (1.221)$$

der keine Amplitudenänderung, sondern nur eine Phasenverschiebung ausdrückt. Totzeiten treten immer im Zusammenhang mit Laufzeiten auf.

■ 1.6 Dynamische Messfehler

Das Ausgangssignal eines Messgeräts kann einer sich zeitlich ändernden Messgröße im Allgemeinen nur verzögert folgen. Der ausgegebene Wert $x_a(t)$ ist mit dem Eingangswert $k x_e(t)$ nicht identisch. Es entsteht der zeitabhängige dynamische Fehler $\Delta x(t)$:

$$\Delta x(t) = x_a(t) - k x_e(t). \quad (1.222)$$

Erst im Beharrungszustand verschwindet der dynamische Fehler und übrig bleibt der (in diesem Abschnitt nicht betrachtete) statische Messfehler.

Dynamische Messfehler sind insbesondere dann unzulässig, wenn das Messgerät Teil eines prozessgekoppelten Systems ist und z. B. den Istwert eines Regelkreises oder das Anregesignal einer Steuerkette liefert. In diesen Fällen ist sicherzustellen, dass die Messgeräte schneller sind als die Transienten des überwachten Prozesses, um gegebenenfalls noch rechtzeitig eingreifen zu können.

1.6.1 Fehlermöglichkeiten

Amplitudenanaloge Messsignale. Die Zeitkonstanten und Grenzfrequenzen der Messgeräte müssen zu den Änderungsgeschwindigkeiten der Messgrößen passen. Dabei dürfen eventuell vorhandene Oberwellen nicht vergessen werden. So genügt es bei der Aufzeichnung einer rechteckförmigen Impulsfolge nicht, nur die Grundfrequenz der Impulsfolge zu berücksichtigen. Es ist vielmehr sicherzustellen, dass auch die vorhandenen Oberwellen noch mit hinreichender Genauigkeit übertragen werden.

Der Arbeitsbereich der Messgeräte, ihre Bandbreite, liegt zwischen einer unteren und oberen Grenzfrequenz. Die untere Grenzfrequenz kann null oder von null verschieden sein. Im ersten Fall wie bei den Gleichspannungsverstärkern lassen sich Gleich- und Wechselgrößen verarbeiten. Ist die untere Grenzfrequenz von null verschieden, so können Gleichgrößen nicht gemessen werden. Dies ist z. B. beim Wechselspannungsverstärker und meistens auch beim piezoelektrischen Kraftaufnehmer der Fall.

Abtast- und Halteglied. Bei dem Umsetzen analoger Signale in digitale wird häufig vor dem Analog/Digital-Umsetzer ein Abtast- und Haltekreis verwendet.

Durch das Abtasten und Halten entsteht aus einem kontinuierlich verlaufenden Signal eine Art Treppenkurve (Bild 1.27). In der Zeit, in der ein abgetasteter Messwert gehalten wird, kann sich das originäre analoge Signal weiter entwickeln. Der umgesetzte Wert weicht von dem aktuellen ab und die Differenz bedeutet einen Messfehler, der nicht zu groß werden soll. Er hängt von der Änderungsgeschwindigkeit des Signals und der Abtastrate ab und kann wie folgt eingegrenzt werden:

Angenommen wird ein sinusförmiges Messsignal $x(t)$ mit dem Scheitelwert \hat{x} , das sich mit der Kreisfrequenz ω ändert:

$$x(t) = \hat{x} \sin \omega t = \hat{x} \sin 2\pi f t. \quad (1.223)$$

Die Änderungsgeschwindigkeit $dx/dt = \hat{x}\omega \cos \omega t$ hat ihr Maximum bei $\cos \omega t = \pm 1$, mit

$$\dot{x}_{\max} = \hat{x}\omega. \quad (1.224)$$

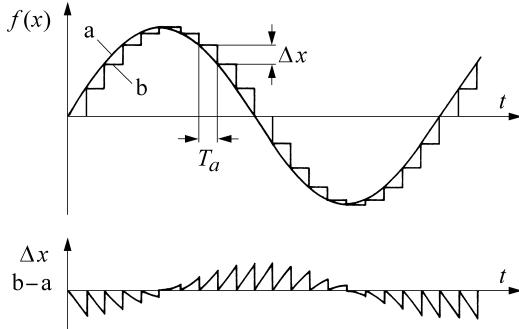


Bild 1.27 Durch das zeitdiskrete Abtasten und wertdiskrete Umsetzen entsteht aus der kontinuierlichen eine Stufenfunktion
 T_a Abtastintervall, Δx Fehler
a) Originalfunktion,
b) abgetastete Funktion

In der Zeit T_a zwischen zwei Abtastungen ändert sich damit das Signal maximal um Δx :

$$\Delta x = \hat{x} \omega T_a . \quad (1.225)$$

Wird das abgetastete Signal in ein n Bit enthaltendes Digitalwort umgesetzt und ist in diesem Wort das niedrigstwertige Bit unsicher, so ist der Quantisierungsfehler Δq :

$$\Delta q = \frac{\hat{x}}{2^n} . \quad (1.226)$$

Soll nun der Quantisierungsfehler für die Messgenauigkeit ausschlaggebend sein, so darf sich das Messsignal zwischen zwei Abtastungen um höchstens Δq ändern. Diese Forderung führt zu dem Ansatz

$$\Delta x \leq \Delta q , \quad (1.227)$$

$$\hat{x} \omega T_a \leq \frac{\hat{x}}{2^n} , \quad (1.228)$$

$$T_a \leq \frac{1}{\omega 2^n} \quad \text{und} \quad (1.229)$$

$$f_a \geq \omega 2^n = 2 \pi f 2^n = 2^{n+1} \pi f . \quad (1.230)$$

Die Abtastfrequenz $f_a = 1/T_a$ soll also größer sein als die $(\pi 2^{n+1})$ fache Signalfrequenz f . Bei einer Auflösung von 8 Bit müsste also die Abtastfrequenz mindestens das 1608fache der Signalfrequenz betragen.

Diese Art der Signalverarbeitung berührt **nicht** das so genannte „Abtasttheorem“ von Kapitel 8. Wird im Sinne dieses Theorems gearbeitet, so ist zunächst das interessierende Signal während einer bestimmten Zeit T_m abzutasten. Die Messwerte werden gespeichert. Erst nachdem der letzte Messwert erfasst ist, kann die Verarbeitung beginnen. Diese benutzt Algorithmen, die in der Systemtheorie entwickelt worden sind. Als Ergebnis dieser Rechnung lassen sich

- die im abgetasteten Signal enthaltenen Frequenzen angeben und
- die Amplituden des Signals lückenlos, d. h. auch zwischen den Abtastpunkten rekonstruieren.

Diese Ergebnisse sind nur zeitverzögert zu gewinnen. Die Abtastfrequenz darf jedoch bedeutend niedriger als in Gl. (1.230) sein. Die Abtastfrequenz muss lediglich mehr als das Doppelte der höchsten Signalfrequenz betragen.

Frequenzmessung. Bei der Frequenzmessung werden die Perioden des interessierenden Signals gezählt und durch die Messzeit T_m dividiert. Die angezeigte Frequenz ist dann der

Mittelwert der während der Messzeit aufgetretenen Frequenzen. Ist f_1 z. B. die zu messende Frequenz bei Beginn der Messung zum Zeitpunkt t_1 , und ist die Frequenz linear auf f_2 am Ende der Messung zum Zeitpunkt t_2 angestiegen, so wird der Zähler die Frequenz f_m

$$f_m = \frac{f_1 + f_2}{2} \quad (1.231)$$

anzeigen.

Die richtige Frequenz zum Zeitpunkt t_2 wäre jedoch die Frequenz f_2 gewesen. Der Fehler Δf beträgt also

$$\Delta f = f_m - f_2 = \frac{f_1 - f_2}{2}. \quad (1.232)$$

1.6.2 Korrektur des dynamischen Fehlers

In den Fällen, in denen das dynamische Verhalten des Messgeräts bekannt ist, lässt sich der dynamische Fehler bis zu einem gewissen Grad korrigieren. Dazu ist ein Hochpass notwendig, der in Reihe mit dem als Verzögerungsglied wirkenden Messgerät liegt.

Bild 1.28 zeigt als Beispiel die Serienschaltung aus einem Verzögerungsglied 1. Ordnung und einem nachfolgenden Hochpass. Der Hochpass ist aus dem von Bild 1.26 entstanden, indem parallel zur Kapazität noch der Widerstand R_1 eingeführt worden ist. Das Messgerät hat den Frequenzgang G_m , der Hochpass als Korrekturglied den Frequenzgang G_K . Für Gleichspannungen mit $\omega = 0$ hat das Korrekturglied den Übertragungsfaktor $a = R_2/(R_1 + R_2)$. Die Ausgangsgleichspannung des Hochpasses ist also kleiner als seine Eingangsspannung.

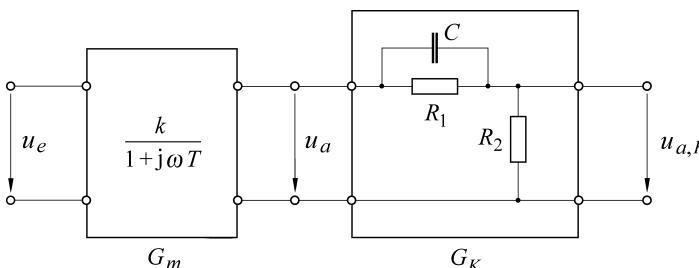


Bild 1.28 Dynamische Korrektur der Ausgangsspannung eines Messgeräts (Frequenzgang G_m) durch einen Hochpass (Frequenzgang G_K)

Der Frequenzgang $G_K(j\omega)$ ergibt sich mit $R_1 C = T_K$ zu

$$G_K(j\omega) = \frac{u_{a,K}}{u_a} = \frac{R_2}{\left(R_1 \parallel \frac{1}{j\omega C} \right) + R_2} = a \frac{1 + j\omega R_1 C}{1 + a j\omega R_1 C} = a \frac{1 + j\omega T_K}{1 + j\alpha\omega T_K}. \quad (1.233)$$

Die Gesamtschaltung aus Messgerät und Korrekturglied hat dann mit $u_a = G_m(j\omega) u_e$ und $u_{a,K} = G_K(j\omega) u_a$ den Gesamt frequenzgang $G_{\text{ges}}(j\omega)$

$$G_{\text{ges}}(j\omega) = \frac{u_{a,K}}{u_e} = G_m(j\omega) G_K(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega T} a \frac{1 + j\omega T_K}{1 + j\alpha\omega T_K}. \quad (1.234)$$

Werden nun die Zeitkonstanten des Messgeräts und des Korrekturglieds gleich groß gewählt, $T = T_K$, so geht die letzte Gleichung über in

$$G_{\text{ges}}(j\omega) = \frac{a k}{1 + j a \omega T}. \quad (1.235)$$

Das ist wieder die Gleichung eines Verzögerungsglieds 1. Ordnung. Der Gleichspannungs-Übertragungsfaktor a ist kleiner 1. Dementsprechend sind die Amplituden des zeitkorrigierten Signals auf das a -fache zurückgegangen, während die neue Grenzfrequenz $\omega_{g,K}$ auf ω_g/a angestiegen ist. Der Gewinn an Schnelligkeit ist also durch den Verlust an Empfindlichkeit erkauft (Bilder 1.29 und 1.30). In der Praxis wird die Zeitkorrektur durch das Rauschen der Messsignale begrenzt. Mit steigender Grenzfrequenz nimmt das Rauschen zu und die Nutzamplitude ab. Die bei industriellen Prozessen erzielbaren Beschleunigungsfaktoren $1/a$ liegen zwischen 10 und 100.

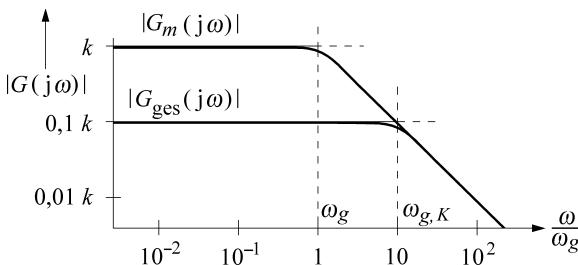


Bild 1.29 Bei der dynamischen Korrektur wird der Gewinn an Schnelligkeit durch einen Verlust an Empfindlichkeit erkauft. Im Bild gehen für $a = 0,1$ die Amplituden um den Faktor 10 zurück, während die Grenzfrequenz sich auf das 10fache erhöht.

G_m Frequenzgang eines Verzögerungsglieds 1. Ordnung mit der Grenzfrequenz ω_g

G_{ges} Frequenzgang der Serienschaltung aus Verzögerungsglied 1. Ordnung und der Korrekturschaltung mit der Grenzfrequenz $\omega_{g,K} = 10 \omega_g$

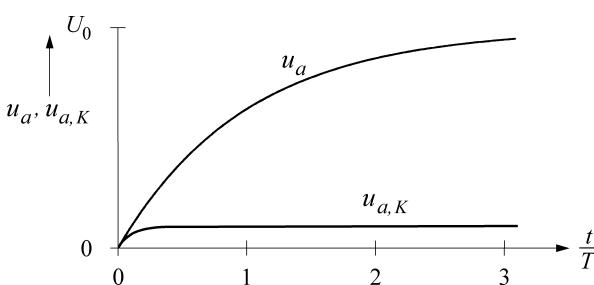


Bild 1.30 Sprungantwort der Schaltung von Bild 1.28

u_a Sprungantwort des Verzögerungsglieds 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten T

$u_{a,K}$ Sprungantwort der Serienschaltung aus Verzögerungsglied 1. Ordnung und Korrekturglied für $a = 0,1$;

Zeitkonstante und Amplitude sind um den Faktor a kleiner geworden. Durch die Korrektur können nicht mehr Informationen aus dem Messsignal herausgeholt werden, als ursprünglich schon enthalten waren. Nach der Zeitkorrektur sind die Amplituden noch entsprechend zu verstärken.

In den Fällen, in denen das zeitverzögerte Messsignal abgetastet, digitalisiert und mit Hilfe eines Mikroprozessors weiterverarbeitet wird, lässt sich die Zeitkorrektur besonders effektiv gestalten. Es ist nicht notwendig, den Hochpass als eigenständiges Gerät aufzubauen.

Die Operation der Filterung wird mit Hilfe einer Rechenvorschrift durchgeführt. Dieses digitale Filter erlaubt die Messwerte ohne Amplitudenverlust zu beschleunigen. Bei der eben diskutierten rechnerischen dynamischen Korrektur ist die Kenntnis der Zeitkonstante T des Messgeräts notwendig. Ist diese nur ungenau bekannt, oder ändert sie sich während des Betriebs, so lässt sich die Bedingung $T = T_K$ nicht einhalten und die dynamische Korrektur wird falsch. Besser als die Zeitkonstante zu korrigieren ist es daher, diese überhaupt zu vermeiden. Das Anemometer von Abschnitt 3.7.2 ist dafür ein Beispiel. Dort wird in der Betriebsart mit eingeprägtem Strom die Temperatur des Heizdrahtes konstant gehalten, wodurch die thermischen Zeitkonstanten entfallen.

■ 1.7 Strukturen von Messeinrichtungen

Für die Messung einer Größe sind in der Regel mehrere Messgeräte erforderlich, die eine Messeinrichtung oder ein Messsystem bilden. Die Art und Weise, wie die Messgeräte verschaltet und die Signale verknüpft sind, wird als Struktur der Messeinrichtung bezeichnet. Diese ist für das statische und dynamische Verhalten der Messeinrichtung maßgebend und bestimmt, wieweit äußere Störgrößen und Änderungen der Messgeräteparameter das Messergebnis beeinflussen können.

1.7.1 Kettenstruktur

Bei der sehr häufig angewandten Kettenstruktur sind die Messgeräte hintereinander geschaltet. Sie bilden eine Kette. Die Messeinrichtung von Bild 1.1 zum Beispiel enthält drei Messgeräte mit den folgenden statischen Übertragungsgleichungen:

$$x_{a1} = k_1 x_{e1}, \quad (1.236)$$

$$x_{a2} = k_2 x_{e2}, \quad (1.237)$$

$$x_{a3} = k_3 x_{e3}. \quad (1.238)$$

Das Ausgangssignal des vorausgehenden Geräts ist jeweils das Eingangssignal des nachfolgenden, $x_{a1} = x_{e2}$, $x_{a2} = x_{e3}$ und der Messwert x_{a3} wird

$$x_{a3} = k_3 k_2 k_1 x_{e1}. \quad (1.239)$$

Bei der Messkette multiplizieren sich die Übertragungsfaktoren der einzelnen Messgeräte. Die Empfindlichkeit K der Messeinrichtung ergibt sich als das Produkt der Geräteempfindlichkeiten k_i

$$K = k_1 k_2 \dots k_n. \quad (1.240)$$

Die im vorausgegangenen Abschnitt entwickelten Rechenregeln zur Fehlerfortpflanzung sind sinngemäß auch auf Messeinrichtungen anzuwenden. Sind die Übertragungsfaktoren k_i mit den relativen Unsicherheiten $\Delta k_i / k_i$ behaftet, so ist entsprechend Gl. (1.41) die wahrscheinliche, relative Unsicherheit des Übertragungsfaktors K der gesamten Messkette

$$\frac{\Delta K}{K} = \sqrt{\left(\frac{\Delta k_1}{k_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta k_2}{k_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\Delta k_n}{k_n}\right)^2}. \quad (1.241)$$

Beispiel 1.10

Die Messkette von Bild 1.31 besteht aus einem Fotoelement, das in Abhängigkeit von der Beleuchtungsstärke E_v die Spannung u liefert. Diese wird in einen Strom umgeformt und dieser wird auf einem Strommesser angezeigt.

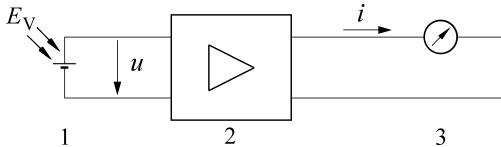


Bild 1.31 Messkette zur Messung der Beleuchtungsstärke mit
1 Fotoelement
2 Verstärker
3 Anzeigegerät

Die Übertragungsgleichungen der einzelnen Komponenten lauten:

$$u = k_1 E_v; \quad i = k_2 u; \quad \alpha = k_3 i. \quad (1.242)$$

Der Ausschlagwinkel α des Anzeigegeräts ist mit der Empfindlichkeit K der Beleuchtungsstärke proportional:

$$\alpha = k_3 k_2 k_1 E_v = K E_v. \quad (1.243)$$

Die Empfindlichkeit des Fotoelements hat die Einheit V/lx, die des Verstärkers A/V, die des Anzeigegeräts Skalenteile/A und die der gesamten Messkette Skalenteile/lx.

Ist die Empfindlichkeit des Fotoelements um $\Delta k_1/k_1 = 0,03$ unsicher, die des Verstärkers um $\Delta k_2/k_2 = 0,005$ und die des Anzeigegeräts um $\Delta k_3/k_3 = 0,01$, so ist die wahrscheinliche Unsicherheit der gesamten Messkette nach Gl. (1.241)

$$\frac{\Delta K}{K} = \sqrt{0,03^2 + 0,005^2 + 0,01^2} = 0,032. \quad (1.244)$$

1.7.2 Parallelstruktur

Differenzbildung zur Gleichtaktunterdrückung. Eine Messeinrichtung ist parallel strukturiert, wenn mindestens 2 Größen gleichzeitig oder nacheinander mit derselben Empfindlichkeit k gemessen und verarbeitet werden. Die Einrichtung von Bild 1.32 zum Beispiel verarbeitet die beiden Eingangssignale x_{e1} und x_{e2} und liefert die Signale

$$x_{a1} = k x_{e1}; \quad x_{a2} = k x_{e2}; \quad (1.245)$$

$$x_a = x_{a1} - x_{a2} = k (x_{e1} - x_{e2}). \quad (1.246)$$

Durch die Differenzbildung wird im einfachsten Fall der Nullpunkt unterdrückt und der Messbereich damit besser ausgenutzt. Ist x_{e1} z. B. eine zu messende Spannung zwischen 0 und 250 V und interessieren nur Spannungswerte größer als 200 V, so kann durch Verwendung einer Referenzspannung $x_{e2} = 200$ V der Messbereich entsprechend eingeengt werden.

Die Referenzgröße muss dabei nicht konstant bleiben. So besteht z. B. bei der Messung geringerer radioaktiver Strahlungen das Problem, dass ein Detektor jeweils die Summe aus der natürlichen und künstlichen Radioaktivität erfasst. Wird jetzt ein zweiter Detektor zur Messung allein der natürlichen Strahlung benutzt und wird dessen Signal als „Nulleffekt“ von

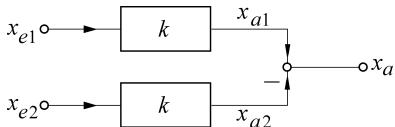


Bild 1.32 Messanordnung mit Differenzstruktur zur Gleichaktunterdrückung

dem des ersten Detektors abgezogen, so ist das entstehende Differenzsignal ein Maß für die Stärke der künstlichen Quelle.

Die Differenzmessung ist des Weiteren geeignet, unerwünschte Einflüsse auf die Messgeräte zu korrigieren. Ist die Messgröße x_{e1} z. B. der Wert eines Widerstandes, der von R_0 ausgehend sich infolge einer Temperaturänderung um ΔR_T und infolge einer Dehnung um ΔR_σ ändert, und wird als Vergleichsmessgröße x_{e2} derselbe Widerstand genommen und nur der Temperaturänderung ausgesetzt, so hängt die Differenz x_a der beiden Signale

$$x_a = x_{e1} - x_{e2} = k(R_0 + \Delta R_T + \Delta R_\sigma) - k(R_0 + \Delta R_T) = k\Delta R_\sigma \quad (1.247)$$

nur noch von der Dehnung ab. Der Grundwiderstand R_0 und seine Zu- oder Abnahme mit der Temperatur gehen explizit nicht in das Messergebnis ein.

Ein Spezialfall ist die Verwendung so genannter Differenzial-Aufnehmer, deren Signale sich in Abhängigkeit von einer Messgröße gegensinnig ändern. So lässt sich z. B. eine Strecke s messen, indem der Abgriff eines Potentiometers um diese Strecke verstellt und die Differenz der abgegriffenen Widerstände gebildet wird. Von der Mittelstellung des Potentiometers ausgehend nimmt der Widerstand der einen Potentiometerhälfte um ΔR zu, der der anderen um ΔR ab. Das Messsignal

$$x_a = k \left(\frac{R}{2} + \Delta R \right) - k \left(\frac{R}{2} - \Delta R \right) = 2k\Delta R \quad (1.248)$$

ist also doppelt so groß wie bei Verwendung einer Potentiometerhälfte und einer Nullpunktunterdrückung von $R/2$. Darüber hinaus ist die Kennlinie der Differenzial-Aufnehmer in einem gewissen Bereich auch dann linear, wenn die der Geberhälften gekrümmmt ist.

In diesen Beispielen haben sich durch die Differenzbildung die jeweils gleichen Signalaanteile gegenseitig auf, und nur die unterschiedlichen lieferten einen Beitrag zum Ausgangssignal. Die Messeinrichtungen sind unempfindlich gegen Gleichtaktstörungen. Additive Störgrößen fallen heraus. Beispiele für diese Strukturen sind die Differenzverstärker und die Brückenschaltungen.

Verhältnisbildung zur Eliminierung der Messgeräteempfindlichkeit. Die Differenz der Messsignale muss nicht kontinuierlich, sondern kann auch zu diskreten Zeitpunkten gebildet werden. Diese Vorgehensweise soll anhand der Schaltung in Bild 1.33 erläutert werden, bei der drei Messsignale nacheinander über einen Schalter an das Messgerät angeschlossen werden können. Unterstellt wird, dass das Messgerät schon ohne Eingangssignal das Ausgangssignal x_{a0} liefert (fehlerhafter Nullpunkt) und die Empfindlichkeit k besitzt. Werden als Eingangssignale x_{e1} z. B. die Spannung 0, die zu messende Größe x_e und eine bekannte Referenzgröße x_r gewählt, so werden nacheinander die folgenden Ausgangssignale x_{ai} erhalten:

1. Schritt: $x_{e1} = 0 \quad x_{a1} = x_{a0},$
2. Schritt: $x_{e2} = x_e \quad x_{a2} = x_{a0} + k x_e,$
3. Schritt: $x_{e3} = x_r \quad x_{a3} = x_{a0} + k x_r.$

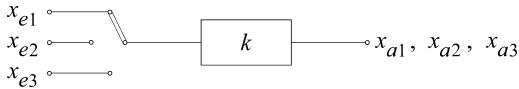


Bild 1.33 Serielle Messstellenabfrage und Messstellenverarbeitung

Die Signale x_{ai} werden abgespeichert und weiterverarbeitet. Wird x_{a1} von x_{a2} subtrahiert, so fällt ein eventueller Nullpunktfehler heraus und die Differenz ist proportional zu x_e . In der gleichen Weise kann auch x_{a3} hinsichtlich des Nullpunkts korrigiert werden:

$$x_{a2} - x_{a1} = x_a^* = k x_e, \quad (1.249)$$

$$x_{a3} - x_{a1} = x_r^* = k x_r. \quad (1.250)$$

Wird jetzt noch das Verhältnis der korrigierten Signale gebildet, so kürzt sich die Empfindlichkeit k heraus und die zu messende Größe x_e ist gleich dem Referenzsignal x_r , multipliziert mit dem Verhältnis aus den korrigierten Messwerten x_a^* und x_r^* :

$$\frac{x_a^*}{x_r^*} = \frac{k x_e}{k x_r}; \quad x_e = x_r \frac{x_a^*}{x_r^*}. \quad (1.251)$$

Durch die Verwendung einer Referenzgröße und die Bildung des Verhältnisses gehen die Messgeräte-Empfindlichkeit und ihre Änderung nicht mehr in das Messergebnis ein (multiplikative Störgrößen fallen heraus). Ein bekanntes Beispiel für diese Struktur ist der Zweirampen-Umsetzer (Abschnitt 6.3.1).

1.7.3 Kreisstruktur

Prinzip. Kennzeichen der Kreisstruktur ist die Rückführung eines Signals vom Ausgang an den Eingang der Schaltung (Bild 1.34). Das rückgeführte Signal

$$x_g = k_g x_a \quad (1.252)$$

wird im Summationspunkt 1 entweder zum Eingangssignal addiert (Vorzeichen +) oder von diesem subtrahiert (Vorzeichen -). Die Rückführung des Signals mit einem positiven Vorzeichen, die **Mitkopplung**, kann zu schwingungsfähigen Systemen führen. Diese Systeme oszillieren auch dann noch, wenn das (zum Anstoßen benötigte) Eingangssignal nicht mehr vorhanden ist. Die zweite Betriebsweise, in der das rückgeführte Signal abgezogen wird (**Gegenkopplung**), liegt den Messverstärkern und allgemein allen Kompensationsverfahren zu Grunde. Ist k_1 der Übertragungsfaktor der Messeinrichtung im Vorwärtzweig und k_g der im Rückführungszweig, so hängen Eingangs- und Ausgangssignal wie folgt zusammen:

$$x_a = k_1 (x_e - x_g) = k_1 (x_e - k_g x_a) = \frac{k_1}{1 + k_1 k_g} x_e \quad (1.253)$$

und die Empfindlichkeit E der Messeinrichtung wird

$$E = \frac{dx_a}{dx_e} = \frac{k_1}{1 + k_1 k_g} = \frac{1}{1/k_1 + k_g} \approx \frac{1}{k_g} \quad \text{für } k_1 \rightarrow \infty. \quad (1.254)$$

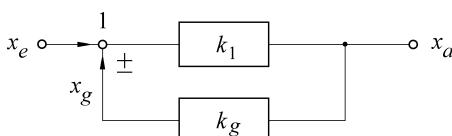


Bild 1.34 Kreisstruktur einer Messeinrichtung mit dem rückgeführten Signal x_g

Solange der Übertragungsfaktor k_1 groß genug ist, um seinen Kehrwert gegenüber k_g vernachlässigen zu können, beeinflusst er nicht die Empfindlichkeit der Messeinrichtung. Diese wird allein bestimmt durch den Übertragungsfaktor k_g in Rückwärtsrichtung, der im Allgemeinen durch stabile passive Bauelemente realisiert werden kann. Die große Verstärkung k_1 in Vorwärtsrichtung erzwingt praktisch die Gleichheit von x_e und x_g :

$$x_e - x_g \approx 0. \quad (1.255)$$

Kompensations- und Ausschlagverfahren. Der geschlossene Wirkungskreis einer gegengekoppelten Messeinrichtung bedeutet immer eine Kompensationsmessung. Die Messgröße wird mit einer Referenz verglichen und die Messung ist durchgeführt, wenn die Differenz genügend klein geworden ist. Für die Genauigkeit der Messung ist der Übertragungsfaktor k_g im Rückwärtszweig maßgebend.

Von diesem Kompensationsverfahren ist das Ausschlagverfahren zu unterscheiden, das der Kettenstruktur von Bild 1.31 zu Grunde liegt. Dort laufen die Signale nur in Vorwärtsrichtung, ohne eine Rückführung. Die Genauigkeit der Messkette wird bestimmt durch die Genauigkeit aller in der Kette liegenden Glieder.

Messeinrichtungen mit Kreisstruktur benötigen immer eine Hilfsenergie, um das rückgeführte Signal, die Vergleichsgröße, zu erzeugen. Dafür wird dem Messobjekt keine Energie entzogen, da ja die Mess- und die Vergleichsgröße gleich groß sind. Eine Spannung z. B. kann gemessen werden, ohne die Quelle mit einer Stromentnahme zu belasten.

■ 1.8 Die informationstragenden Parameter der Messsignale

Zwischen den einzelnen Geräten einer Messeinrichtung werden die Messsignale in Form von z. B. Spannungen und Strömen ausgetauscht, in denen die Informationen über die gemessenen Größen stecken. Dabei werden insbesondere die folgenden Signalarten oder Datenformate benutzt:

- amplitudenaloges Signal: die Amplitude des Signals ist proportional dem Messwert,
- digitales Signal: parallele oder serielle Binärsignale geben den codierten Messwert an,
- zeitanaloges Signal: die Zeitdauer eines Impulses ist proportional dem Messwert,
- frequenzanaloges Signal: die Frequenz einer periodischen oder stochastischen Impulsfolge ist proportional dem Messwert.

Diese Signale unterscheiden sich zunächst hinsichtlich der Werte, die sie annehmen können (Bild 1.35). Die analogen Signale sind wertkontinuierlich. Innerhalb des Definitionsbereichs führt jeder Wert der Eingangsgröße zu einem eigenen Wert der Ausgangsgröße. Das digitale Signal hingegen ist wertdiskret. Die Kennlinie eines derartigen Geräts verläuft treppenförmig. Innerhalb einer Stufe ist verschiedenen Werten der Eingangsgröße ein einziger Wert der Ausgangsgröße zugeordnet.

Weitere Unterschiede liegen im Zeitverhalten. Die amplitudenanalogen Signale stehen jederzeit zur Verfügung, sie sind zeitkontinuierlich. Dasselbe gilt für die digitalen Signale, die von direktcodierten Umsetzern (Längengeber, A/D-Umsetzer mit parallelen Komparatoren)

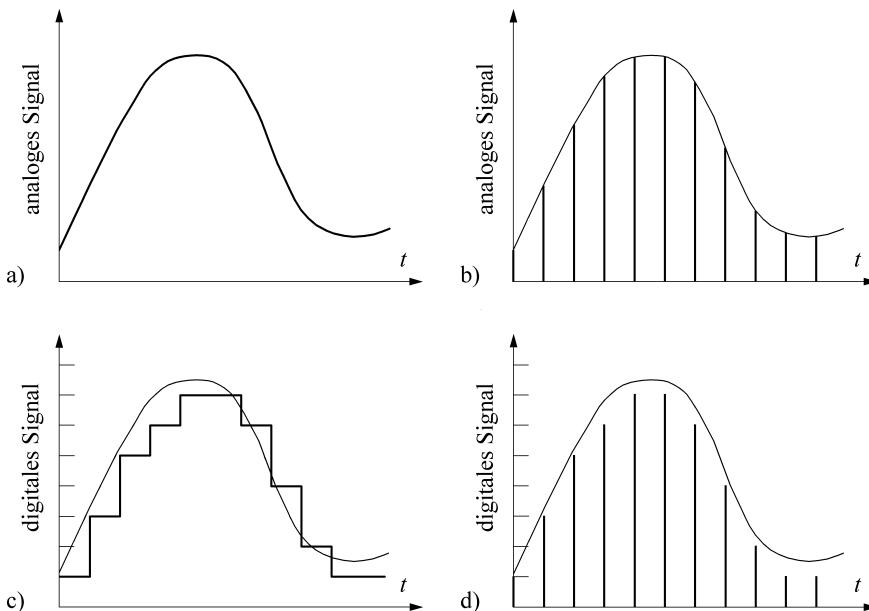


Bild 1.35 Signalarten. a) wert- und zeitkontinuierliches Signal, b) wertkontinuierliches, zeitdiskretes Signal, c) wertdiskretes, zeitkontinuierliches Signal, d) wert- und zeitdiskretes Signal

geliefert werden. Bei den zeitanalogen Signalen hingegen wird die zu messende Größe als Zeitintervall dargestellt, dessen Dauer erst noch festzustellen ist und somit nur zeitdiskret vorliegt. Ähnlich ist auch eine gewisse Zeit erforderlich, um die Frequenz eines frequenzanalogen Signals zu erfassen. Dementsprechend kann der Wert eines Zeitintervalls oder der einer Frequenz nur zu diskreten Zeitpunkten angegeben werden.

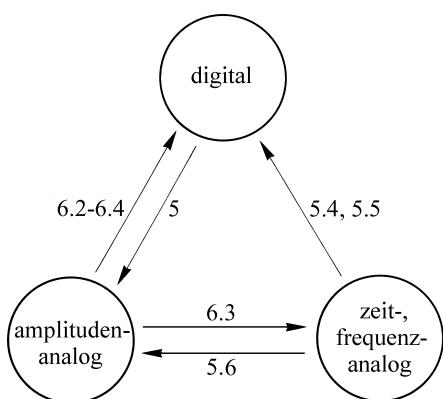
Einige weitere, für die Messtechnik wichtige Signaleigenschaften sind in Tabelle 1.9 angesprochen. Viele Aufnehmer und Messgeräte sind für **amplitudenanalog** Signale entwickelt. Vorteilhaft sind das erreichbare hohe Auflösungsvermögen und die zeitkontinuierliche Darbietung des Signals. Bei der Weiterverarbeitung und Übertragung des Signals kann seine Amplitude allerdings durch verschiedene Effekte wie z. B. induktive und kapazitive Einstreuungen oder Änderungen der Leitungseigenschaften verfälscht werden. Nachteilig ist weiterhin, dass die amplitudenanalogen Signale nur mit größerem Aufwand galvanisch getrennt und nur unter Zwischenschaltung eines A/D-Umsetzers in einen Rechner eingegeben werden können. Das **digitale** Datenformat vermeidet diesen Nachteil, steht aber nur bei wenigen Aufnehmern direkt zur Verfügung. Die digitalen Schaltkreise arbeiten sehr schnell, so dass schon kurze Störimpulse, welche die viel langsameren Geräte der Analogtechnik nicht beeinflussen, zu Fehlschaltungen führen.

Eine Zwischenstellung nehmen die **zeit- und frequenzverschlüsselten** Signale ein. Bei deren Verarbeitung interessiert nicht die Amplitude des übertragenen Signals, sondern nur dessen Flanken. Das Messgerät ist solange unempfindlich gegen Einstreuungen und Störimpulse, solange deren Amplitude die Triggerschwelle nicht erreicht. Vorteilhaft ist weiterhin, dass unter Verwendung eines Zählers Impulsbreiten und Frequenzen leicht als Zahlen dargestellt und in digitalen Systemen weiterverarbeitet werden können.

Tabelle 1.9 Eigenschaften der Messsignale

	amplituden-analoges Signal	digitales Signal parallel codiert	digitales Signal seriell codiert	zeit-analoges Signal	frequenz-analoges Signal
Auflösungsgrenze	Rauschen	lsb	lsb	Jitter	Rauschen
Messunsicherheit	am Ende des Messbereichs gering	im ganzen Messbereich gering	im ganzen Messbereich gering	gering	gering
Zeitverhalten des Signals	kontinuierlich	kontinuierlich	diskret	diskret	diskret
Empfindlichkeit gegen äußere Störungen	vorhanden	vorhanden	vorhanden	gering	gering
Empfindlichkeit gegen Änderungen der Leitungspараметer	vorhanden	nicht vorhanden	nicht vorhanden	nicht vorhanden	nicht vorhanden
erforderliche Bandbreite bei der Signalverarbeitung	gering	gering	mittel	groß	
galvanische Trennung	aufwändig	weniger aufwändig	einfach	einfach	einfach
Anpassung an einen Rechner	aufwändig über A/D-Umsetzer	vorhanden	vorhanden	einfach über Zähler	einfach über Zähler

In Übereinstimmung mit dem informationstragenden Parameter werden die Messsignale auch als amplitudenmodulierte, pulsmodulierte, impulsbreitenmodulierte und frequenzmodulierte Signale charakterisiert. Die amplitudenmodulierten Signale stellen an die Bandbreite des Übertragungskanals die geringsten Forderungen. Besonders schnelle Geräte sind für impulsbreitenmodulierte Signale notwendig. Hier soll auch bei niedrigen Messwerten die Anstiegs- und Abfallzeit der Impulse klein gegenüber ihrer Dauer sein. Weniger anspruchsvoll ist dagegen die Übertragung der frequenz- oder pulsmodulierten Signale.

**Bild 1.36** Signalumsetzung; in den angegebenen Abschnitten und Kapiteln sind die Umsetzverfahren behandelt

Die speziellen Vorteile der einzelnen Signale haben zur Folge, dass innerhalb einer Messeinrichtung häufig von einem Datenformat auf das andere übergegangen wird (Bild 1.36). So können Amplitudenanaloge Größen mit direkt vergleichenden A/D-Umsetzern oder über die Umformung in ein Zeitintervall (Frequenz) und dessen digitale Messung numerisch dargestellt werden. Auch die Umsetzung in umgekehrter Richtung ist jeweils möglich. Jeder Signalwechsel bedeutet aber einen Mehraufwand und so wäre es günstig, wenn schon der Aufnehmer die für die Weiterverarbeitung gewünschte Signalart liefern würde.

■ 1.9 Elektrisches Messen nichtelektrischer Größen

1.9.1 Physikalische Effekte zum elektrischen Messen nichtelektrischer Größen

Die elektrische Messtechnik wird besonders interessant und abwechslungsreich dadurch, dass viele physikalische Effekte zur Messung nichtelektrischer Größen herangezogen werden (Tabelle 1.10). Dabei **steuert** oder **erzeugt** die nichtelektrische Größe das elektrische Signal des jeweiligen Aufnehmers, Gebers, Fühlers, Detektors oder Sensors. Bei ein und demselben Aufnehmer oder Sensor sind dabei gleichzeitig verschiedene Einflussgrößen wirksam. Der elektrische Widerstand eines Leiters z. B. ist sowohl von der Temperatur als auch von mechanischen Spannungen abhängig. Soll die Temperatur gemessen werden, sind mechanische Spannungen zu vermeiden. Umgekehrt müssen bei der Dehnungsmessung die Temperatureinflüsse herauskorrigiert werden. Die Sensoren sind so zu entwerfen und zu konstruieren, dass sie mindestens **reproduzierbar** und nach Möglichkeit auch **selektiv** auf die zu messende Größe reagieren. Störgrößen müssen, falls sie nicht vermieden werden können, korrigierbar sein. Dann werden die Genauigkeit und die Auflösung letztlich durch Driften und Rauschen begrenzt.

Die Signale dieser Sensoren sind elektrische Größen wie z. B. u , i , R , L , C oder f (Bild 1.2). Die Kennlinien beschreiben dann den Zusammenhang zwischen der gesuchten nichtelektrischen und der gemessenen elektrischen Größe. Die nichtelektrischen Größen können passiv oder aktiv in die elektrischen umgeformt werden. Die **passiven Aufnehmer** sind auf eine elektrische Energieversorgung angewiesen. Die nichtelektrische Größe beeinflusst den Vorgang, der zu dem Ausgangssignal führt. Die **aktiven Aufnehmer** hingegen kommen ohne eine elektrische Hilfsenergie aus. Sie sind energieautark. Sie wandeln mechanische, thermische oder chemische Energien in elektrische um.

Tabelle 1.10 Effekte für die Messung nichtelektrischer Größen

Zur Messung benutzter Effekt	nichtelektrische Größe oder Messgerät (Beispiel x.y.z)
Kraft auf eine bewegliche Ladung im magnetischen Feld – Halleffekt – Lorentz-Kraft Induktionsgesetz Elektrodynamischer Schwingungsgeber Piezo-elektrischer Effekt – Resonator, Schwingquarz	x/y-Koordinaten (2.4.3) Induktions-Durchflussmesser (2.4.4) Drehzahl (2.4.2) Schwingung, Beschleunigung (7.4.3) Kraft-, Druckmessung (2.7.2) Zeit-, Temperaturmessung (7.3.1)
Thermoeffekt, Seebeck-Effekt Temperaturabhängiger Widerstand von Metallen Temperaturabhängiger Widerstand von Halbleitern	Thermoelement (2.5.1) Widerstandsthermometer (3.6.1) Silicium-Temperatursensor (3.6.4) Heißleiter (3.6.2) Kaltleiter (3.6.3)
Temperaturabhängiger Dioden-Durchlassstrom Temperaturabhängige Ladungsträgerbeweglichkeit Unterschiedliche Wärmeleitfähigkeit	Sperrschiicht-Temperatursensor (2.5.2) Silizium-Temperatursensor (3.6.4) Massenstrommesser (3.7.2) Luftfeuchte (3.7.3) Gaskonzentrationen (3.7.3)
Pyroelektrischer Effekt Lichtempfindlicher Widerstand Äußerer lichtelektrischer Effekt Innerer lichtelektrischer Effekt, Sperrschiicht-Fotoeffekt – Lateral-Fotodiode Radioaktivität, Dosismessung Radioaktivität, Identifizierung von Nukliden	Infrarot-Sensor (2.7.3) Lichtmessung (Tabelle 2.6) Fotozelle, Szintillationszähler (2.8.4) Fotoelement (2.8.1) Fotodiode (2.8.1) x/y-Koordinaten (2.8.2) Ionisationskammer (2.9.1) Halbleiter-Strahlungsdetektor (2.9.2)
Abhängigkeit des Widerstands von der Dehnung Änderung der Induktivität Änderung der Kapazität Änderung der Schallgeschwindigkeit mit der Strömung Coriolis-Effekt	Dehnungsmessstreifen (3.11) mechanische Größen (4.4) mechanische Größen (4.5) Durchflussmessung (7.3.4) Dichte, Massendurchfluss (7.4.7)
Bildung von galvanischen Elementen – Messung der Wasserstoff-Ionen-Konzentration – Messung der Sauerstoff-Ionen-Konzentration	pH-Wertmessung (2.6.2) Lambda-Sonde (2.6.3)

1.9.2 Sensornaher Signalverarbeitung

Die Sensoren benötigen teilweise eine elektrische Hilfsenergie, immer aber eine Verstärkung des gelieferten Signals. Die dafür notwendigen elektronischen Schaltungen lassen sich so miniaturisiert herstellen, dass sie bei der Dickschicht- und Dünnschichttechnik mit dem Sensor zusammen auf einem Substrat, bei der Siliziumtechnologie direkt auf dem Sensorchip untergebracht werden können. Derartige monolithisch integrierte Sensoren

sind z. B. für die Messung einer magnetischen Feldstärke, einer Beleuchtungsstärke, eines Druckes oder einer Beschleunigung erhältlich.

Ein integrierter Sensor hat den Vorteil, dass das Messignal vor der Übertragung verstärkt und ins digitale Datenformat umgesetzt werden kann. Damit wird es unempfindlicher gegenüber elektrischen Störungen auf dem Übertragungsweg. Der Signal-Stör-Abstand verbessert sich und die Zuverlässigkeit steigt. Nachteilig andererseits ist, dass bei der integrierten Anordnung nicht nur der Sensor, sondern auch die elektronische Schaltung den Umwelteinflüssen am Messort und den dortigen elektrischen Störungen ausgesetzt ist. Zusätzliche Maßnahmen sind hier erforderlich, um die elektronischen Teile unempfindlich gegen diese Umgebungsbedingungen und elektromagnetischen Einstreuungen zu machen. Auch die Konstruktion eines geeigneten Gehäuses ist nicht immer ganz einfach. Die zu messende Größe muss einerseits auf das Sensorelement einwirken, andererseits darf sie aber nicht den elektronischen Teil beeinflussen.

Neben der Signalverstärkung und Analog/Digital-Umsetzung lassen sich noch weitere Funktionen implementieren wie z. B.:

- Einstellung und Überwachung des Nullpunktes,
- Linearisieren der Kennlinie,
- Korrektur von Störgrößen,
- Korrektur des dynamischen Verhaltens,
- Frequenzselektive Auswahl des Messsignals durch Filter,
- Berechnung nicht direkt messbarer Größen,
- Selbstkalibrierung,
- Selbstüberwachung und Plausibilitätskontrolle,
- Bildung von Grenzwerten.

Bei einer derartig umfangreichen Messsignalverarbeitung ist dann der Sensor nicht nur „integriert“, sondern unter Umständen auch „smart“ oder „intelligent“.

2

Messung von Strom und Spannung; spannungs- und stromliefernde Aufnehmer

In diesem Kapitel werden zunächst die Geräte zur Strom- und Spannungsmessung vorgestellt, um dann in den Abschnitten 2.4 bis 2.9 die Effekte und die Aufnehmer zu behandeln, die nichtelektrische Größen als Strom- oder Spannungssignale darzustellen gestatten und damit elektrisch messbar machen.

■ 2.1 Elektromechanische Messgeräte und ihre Anwendung

2.1.1 Messwerke

Die nachfolgend erklärten Messgeräte nutzen die zwischen zwei magnetischen Feldern wirkende Kraft zur Messung von Strömen aus. Die Felder können in stromdurchflossenen Leitungen oder in ferromagnetischen Stoffen ihren Ursprung haben. Durch die Kombination dieser Möglichkeiten entstehen Messwerke mit speziellen Vor- und Nachteilen, die von ihrer Wirkungsweise her Strommessgeräte sind [2.1, 2.2].

Drehspulmesswerk. Das Drehspulmesswerk enthält eine in dem radialhomogenen Feld eines Dauermagneten beweglich aufgehängte Spule (Bild 2.1). Fließt durch die Spule der Strom I , so wird sie senkrecht zur Richtung des durchgehenden Stroms und senkrecht zur Richtung des Magnetfelds ausgelenkt. Ist l die Länge der Spule im Magnetfeld, d ihr Durchmesser, N ihre Windungszahl und B die Induktion des Dauermagneten, so ist die auf die Spule ausgeübte elektrische Kraft F_e

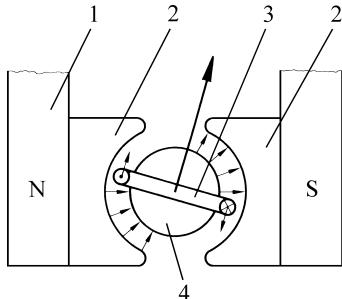
$$F_e = l N B I, \quad (2.1)$$

die mit dem Hebelarm $d/2$ und der Spulenfläche $A = d \cdot l$ das elektrische Moment M_e

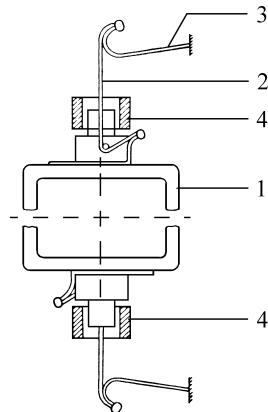
$$M_e = 2 \frac{d}{2} l N B I = A N B I \quad (2.2)$$

ergibt. Damit dieses Moment nicht wie bei einem Gleichstrommotor zu einer dauernden Umdrehung der Spule führt, ist diese durch eine Feder gefesselt. Die von dieser Feder mit der Federkonstanten c ausgeübte Richtkraft führt zu einem mechanischen Moment M_m , das mit dem Ausschlagwinkel α zunimmt:

$$M_m = c \alpha. \quad (2.3)$$

**Bild 2.1** Prinzip und Aufbau eines Drehspulmesswerks

1 Magnet, 2 Polschuhe, 3 Drehspule,
4 Kern aus Weicheisen

**Bild 2.2** Spannbandlagerung

1 Drehspule, 2 Spannband, 3 Spannfeder,
4 Abfangvorrichtung [0.1]

Fließt kein Strom, so wird die Spule durch die Feder in der Nullstellung gehalten. Bei Stromdurchgang wird dann die Spule so weit ausgelenkt, bis das elektrische Moment gleich dem mechanischen ist. In diesem Fall gilt

$$ANBI = c\alpha \quad \text{und} \quad (2.4)$$

$$\alpha = \frac{ANB}{c} I = kI, \quad (2.5)$$

wenn die bekannten Größen A, N, B, c in der Konstanten k zusammengefasst werden.

Der Ausschlag nimmt also linear mit dem durchgehenden Strom zu; die Empfindlichkeit

$$E = \frac{d\alpha}{dI} = k = \frac{ANB}{c} \quad (2.6)$$

ist konstant.

Ändert sich der zu messende Strom, so bewegt sich die Spule im Magnetfeld und in ihr wird die Spannung u induziert:

$$u = -N \frac{d\Phi}{dt} = -NBA \frac{d\alpha}{dt}. \quad (2.7)$$

Diese Spannung hat einen Ausgleichsstrom i zur Folge, der dem Messstrom entgegenwirkt. Dadurch wird bei richtiger Auslegung des Messwerks sein Ausschlag so weit gedämpft, dass der neue Endwert einerseits ohne Überschwingen, andererseits aber auch möglichst schnell erreicht wird.

Um die bei einer Bewegung entstehende Reibung besonders gering zu halten, wird die Drehspule nicht in Steinen gelagert, sondern an einem Spannband aufgehängt (Bild 2.2). Mit der Spule dreht sich das Band und erzeugt das benötigte mechanische Rückstellmoment. Gleichzeitig dient es dem Anschluss der Spule an den äußeren Stromkreis und löst so die drei Aufgaben Lagerung, Rückstellung und Stromzuführung.

Die Empfindlichkeit des Drehspulinstruments lässt sich vielen Erfordernissen anpassen. Ströme ab 10^{-9} A können gemessen werden. Dabei wird in der Spule nur eine geringe Leistung umgesetzt. Der Eigenverbrauch des Drehspulinstruments ist niedrig. Diese Eigenschaft

ist wichtig, da die im Messwerk verbrauchte Energie dem Messkreis entzogen wird und so die zu messende Größe unter Umständen verfälscht.

Elektrodynamisches Messwerk. Bei dem elektrodynamischen Messwerk oder Dynamometer ist der Dauermagnet des Drehspulmesswerks durch einen Elektromagneten ersetzt (Bild 2.3). Dieser kann aus einer Spule mit (eisengeschlossenes elektrodynamisches Messwerk) oder ohne Eisenkern (eisenloses elektrodynamisches Messwerk) bestehen. Wird ein Eisenkern verwendet, so ist er aus einzelnen, gegeneinander isolierten Blechen aufgebaut, um bei der Messung von Wechselströmen die Wirbelstromverluste niedrig zu halten.

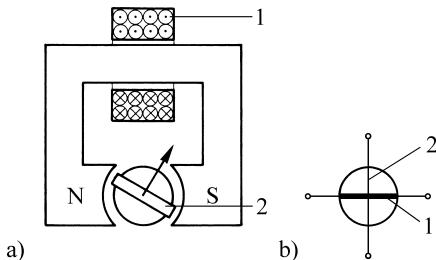


Bild 2.3 Elektrodynamisches Messwerk

- a) Prinzip: 1 fest stehende, vom Strom I_1 durchflossene Feldspule mit Eisenkern, 2 bewegliche, vom Strom I_2 durchflossene Spule
- b) Schaltbild mit 1 Strompfad und 2 Spannungspfad

Ist der magnetische Widerstand des Eisenkreises zu vernachlässigen, und fließt der Strom I_1 durch die Spule mit N_1 Windungen, so ist die magnetische Induktion B in dem Luftspalt der Breite a

$$B = \frac{\mu_0 N_1}{a} I_1. \quad (2.8)$$

Von diesem Feld wird auf die bewegliche, von dem Strom I_2 durchflossene Spule mit N_2 Windungen und der Fläche A eine Kraft ausgeübt, woraus das elektrische Moment M_e

$$M_e = \frac{\mu_0 A N_1 N_2}{a} I_1 I_2 \quad (2.9)$$

resultiert. Das Rückstellmoment M_m wird wie bei dem Drehspulinstrument durch eine Spiralfeder oder durch ein Spannband erzeugt, $M_m = c \alpha$. Bei Gleichheit der Momente ist der Ausschlagwinkel α :

$$\alpha = \frac{\mu_0 A N_1 N_2}{a c} I_1 I_2 = k I_1 I_2, \quad (2.10)$$

wenn in dem Proportionalitätsfaktor k wieder die bekannten Größen zusammengefasst werden. Das elektrodynamische Messwerk ist ein multiplizierendes Instrument und zeigt das Produkt zweier Ströme an. Häufig wird es zur Leistungsmessung benutzt. Wird derselbe Strom $I = I_1 = I_2$ durch beide Spulen geschickt, so ist der Ausschlag proportional zu I^2 und die Kennlinie verläuft quadratisch.

In Abschnitt 2.1.4 wird noch gezeigt, dass bei Wechselströmen die Phasenlage zu berücksichtigen ist. Für diesen allgemeineren Fall ist die rechte Seite der Gl. (2.10) noch mit dem Kosinus des Phasenwinkels φ zu multiplizieren (Gl. (2.51)).

2.1.2 Messung von Gleichstrom und Gleichspannung

Strommessung

Im einfachsten Fall besteht ein Stromkreis aus einer Spannungsquelle mit der Leerlaufspannung U_L , dem Innenwiderstand R_i und einem Lastwiderstand R_b (Bild 2.4). Um den über den Lastwiderstand fließenden Strom zu messen, ist der Kreis aufzutrennen und das Strommessgerät mit dem Widerstand R_M ist in Reihe mit dem Lastwiderstand anzuschließen. Messgerät und Lastwiderstand werden vom gleichen Strom durchflossen, der jedoch durch das Messgerät beeinflusst ist. Ohne Messgerät fließt in dem Kreis der Strom I_b

$$I_b = \frac{U_L}{R_i + R_b} \quad (2.11)$$

und mit dem Messgerät der Strom I_M

$$I_M = \frac{U_L}{R_i + R_b + R_M}. \quad (2.12)$$

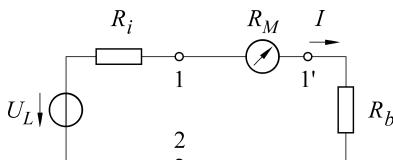


Bild 2.4 Zur Messung des über den Verbraucher R_b fließenden Stroms wird das Messgerät in Reihe zum Verbraucher angeschlossen

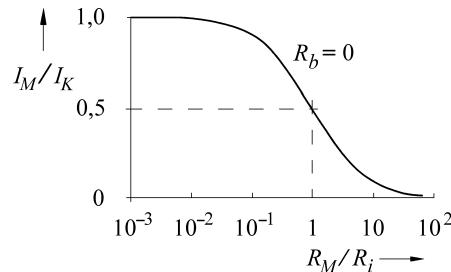


Bild 2.5 Um den Kurzschlussstrom I_K zu messen, muss der Widerstand R_M des Messgeräts klein sein gegenüber dem Innenwiderstand R_i der Quelle

Der wahre Wert I_b des Stroms wird nur dann angezeigt, wenn R_M gegenüber $R_i + R_b$ vernachlässigen ist. Daraus folgt für die Strommessung die Regel:

Der Widerstand des Strommessers soll möglichst niedrig sein;
Ströme sind niederohmig zu messen.

Ist der Kurzschlussstrom I_K der Quelle zu messen:

$$I_K = \frac{U_L}{R_i}, \quad (2.13)$$

so ist der Lastwiderstand $R_b = 0$ und die Quelle wird nur mit dem Messinstrument belastet. Dieses zeigt den Strom I_M an:

$$I_M = \frac{U_L}{R_i + R_M}. \quad (2.14)$$

Das Verhältnis aus angezeigtem Strom und Kurzschlussstrom

$$\frac{I_M}{I_K} = \frac{U_L R_i}{U_L (R_i + R_M)} = \frac{1}{1 + \frac{R_M}{R_i}} \quad (2.15)$$

ist in Abhängigkeit von R_M/R_i in Bild 2.5 dargestellt. Für $R_M \ll R_i$ ist $I_M/I_K = 1$. Ist der Messwerkwiderstand gleich dem Innenwiderstand der Quelle, so wird nur der halbe Kurzschlussstrom angezeigt.

Spannungsmessung

Die im vorausgegangenen Abschnitt vorgestellten Strommesser werden zur Spannungsmessung verwendet, indem der über das Messgerät fließende Strom mit dessen Widerstand multipliziert und das Ergebnis direkt als Spannung angezeigt wird. Im einfachsten Fall ist die Spannung einer Quelle mit der Leerlaufspannung U_L und dem Innenwiderstand R_i festzustellen (Bild 2.6). Das Messgerät mit dem Widerstand R_M wird an die Klemmen der Quelle angeschlossen, R_b ist nicht vorhanden. Damit fließt jetzt der Strom I und für den Kreis gilt die Maschengleichung:

$$I R_i + I R_M - U_L = 0. \quad (2.16)$$

Angezeigt wird die Spannung $U_M = I R_M$. Eingesetzt in die letzte Gleichung ergibt dies die Beziehung

$$U_M = U_L - I R_i. \quad (2.17)$$

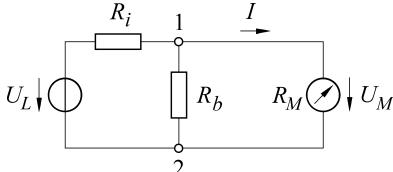


Bild 2.6 Zur Messung der an dem Verbraucher R_b abfallenden Spannung wird das Messgerät parallel zum Verbraucher angeschlossen

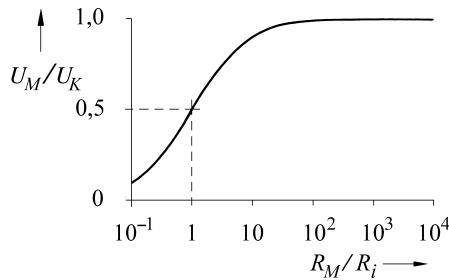


Bild 2.7 Um die Leerlaufspannung U_L zu messen, muss der Widerstand R_M des Messgeräts groß sein gegenüber dem Innenwiderstand R_i der Quelle

Das Instrument zeigt also nur die um den Spannungsabfall am Innenwiderstand verminderte Leerlaufspannung U_L an. Diese wird nur dann richtig gemessen, wenn der Term $I R_i$ zu vernachlässigen ist. Um dies zu erreichen, muss der über das Messwerk fließende Strom niedrig und der Widerstand dementsprechend hoch sein. Wir erhalten die folgende Regel:

Der Widerstand eines Spannungsmessers soll möglichst groß sein;
Spannungen sind hochohmig zu messen.

Das Verhältnis aus angezeigter Spannung und Leerlaufspannung

$$\frac{U_M}{U_L} = \frac{I R_M}{I (R_i + R_M)} = \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_M}} \quad (2.18)$$

ist nur für $R_M \gg R_i$ gleich 1 (Bild 2.7). Bei $R_i = R_M$ wird die halbe Leerlaufspannung angezeigt.

Liegt zwischen den Klemmen 1 und 2 von Bild 2.6 der Verbraucher R_b , so zeigt das Messinstrument die am Verbraucher liegende Spannung an. Um sie nicht zu beeinflussen, muss der Widerstand des Messwerks groß gegenüber dem des Verbrauchers sein.

Messung des Innenwiderstandes

Aus den bisherigen Ausführungen gehen die folgenden drei Verfahren zur Messung des Innenwiderstandes hervor:

- Messung der Leerlaufspannung und des Kurzschlussstroms und Bestimmung des Innenwiderstandes nach der Gl. (2.13) $R_i = U_L/I_K$.
- Messung des von der Quelle gelieferten Stroms bei Veränderung des Widerstandes R_M des Strommessers; wird der halbe Kurzschlussstrom angezeigt, so gilt $R_i = R_M$.
- Messung der von der Quelle gelieferten Spannung bei Veränderung des Widerstandes R_M des Spannungsmessers; wird die halbe Leerlaufspannung angezeigt, so gilt $R_i = R_M$.

Messbereichserweiterung beim Drehspulinstrument

In der täglichen Praxis sind Messgeräte mit mehreren umschaltbaren Messbereichen sehr vorteilhaft. Sie geben dem Anwender die gewünschte Flexibilität und gestatten die Messung niedriger und hoher Ströme oder Spannungen mit demselben Instrument. Eine derartige Messbereichsumschaltung über weite Bereiche ist mit einfachen Mitteln nur beim Drehspulinstrument möglich und hat maßgebend zu dessen großer Verbreitung beigetragen.

Umschaltbare Strommessbereiche. Um mit einem Messwerk noch einen den Messbereich überschreitenden Strom I messen zu können, wird im Nebenschluss zum Messwerk mit dem Widerstand R_M der Parallelwiderstand R_p gelegt.

Der gesamte zu messende Strom I teilt sich jetzt auf in einen Strom durch das Messwerk I_M und einen Strom I_p durch den Parallelwiderstand (Bild 2.8):

$$I = I_M + I_p . \quad (2.19)$$

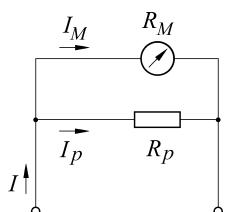


Bild 2.8 Erweiterung des Strommessbereichs durch einen Parallelwiderstand R_p

Der Spannungsabfall an R_M ist ebenso groß wie der an R_p :

$$R_M I_M = R_p I_p = R_p (I - I_M) , \quad (2.20)$$

womit die Vorschrift zur Dimensionierung von R_p gewonnen ist:

$$R_p = R_M \frac{I_M}{(I - I_M)} . \quad (2.21)$$

Beispiel 2.1

Hat das vorhandene Messwerk, bestehend aus Spule und Vorwiderstand, zur Temperaturkompensation z. B. einen Widerstand $R_M = 400 \Omega$ und einen Vollausschlag bei $I_M = 0,2 \text{ mA}$, und soll ein Strom $I = 1 \text{ mA}$ gemessen werden, so ist ein Parallelwiderstand von

$$R_p = 400 \frac{0,2}{1 - 0,2} \Omega = 100 \Omega$$

erforderlich.



Auf diese Weise lassen sich Widerstände für weitere Messbereiche ermitteln, die dann über einen Umschalter parallel zum Messwerk gelegt werden können. Dabei ist die zunächst nahe liegende Anordnung von Bild 2.9 a ungeeignet.

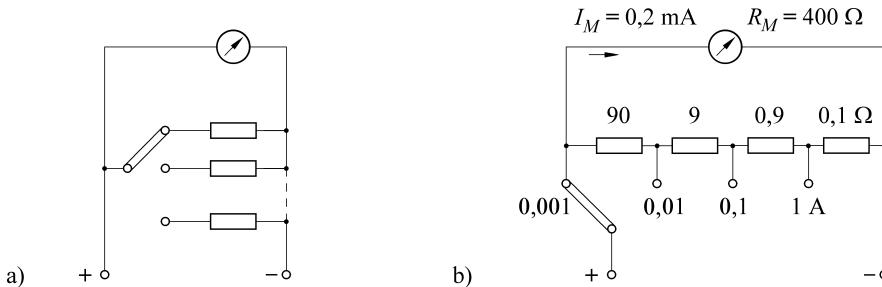


Bild 2.9 Umschaltung der Strommessbereiche bei einem Drehspulinstrument

- a) Die Kontaktwiderstände beeinflussen die Stromaufteilung
- b) Die Kontaktwiderstände führen nicht zu Fehlern

Hier liegen die Übergangswiderstände der Schaltkontakte in Reihe mit dem Parallelwiderstand und verfälschen das Verhältnis R_M/R_p . Besser ist, den für den niedrigsten Messbereich erforderlichen Widerstand aufzuteilen und über einen im Hauptzweig sitzenden Schalter anzuwählen (Bild 2.9 b).

In unserem Beispiel wird der Widerstand von 100Ω durch die vier Widerstände 90Ω , 9Ω , $0,9\Omega$ und $0,1\Omega$ gebildet. Die Übergangswiderstände des Kontakts beeinflussen nicht mehr die Stromaufteilung in der Parallelschaltung. Sie addieren sich lediglich zum Innenwiderstand der Quelle und zu dem Lastwiderstand im Stromkreis und sind diesen gegenüber zu vernachlässigen.

Beispiel 2.2

Das Messgerät von Bild 2.9 zeigt bei einem Strom $I_M = 0,2 \text{ mA}$ Vollausschlag. Ist ein Messbereich von 100 mA eingestellt, so liegen die Widerstände $(9 + 90 + 400)\Omega$ und $(0,9 + 0,1)\Omega$ parallel. Mit $I_p : I_M = 499 : 1$ und $I_M = 0,2 \text{ mA}$ wird $I_p = 99,8 \text{ mA}$. Wie beabsichtigt, ist $I = I_M + I_p = 0,2 \text{ mA} + 99,8 \text{ mA} = 100 \text{ mA}$.

Umschaltbare Spannungsmessbereiche. An dem Messwerk unseres Beispiels mit einem Messbereich von 1 mA liegt bei Vollausschlag die Spannung U_M von

$$U_M = 1 \text{ mA} \cdot (400 \Omega \parallel 100 \Omega) = 80 \text{ mV}. \quad (2.22)$$

Um höhere Spannungen messen zu können, wird ein Vorwiderstand verwendet. Die gesamte zu messende Spannung U fällt dann mit U_V am Vorwiderstand und mit U_M am Messwerk ab (Bild 2.10):

$$U = U_V + U_M = R_V I + (R_p \parallel R_M) I. \quad (2.23)$$

Indem die letzte Gleichung umgestellt wird, ergibt sich die Rechenvorschrift zur Dimensionierung von R_V :

$$R_V = \frac{U}{I} - (R_p \parallel R_M). \quad (2.24)$$

Um mit unserem Messwerk 100 mV zu messen, ist also ein Vorwiderstand von

$$R_V = \frac{100 \text{ mV}}{1 \text{ mA}} - 80 \Omega = 20 \Omega \quad (2.25)$$

erforderlich.

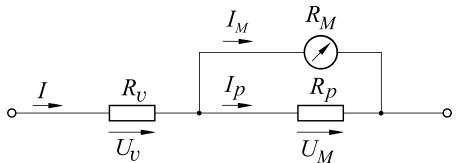


Bild 2.10 Erweiterung des Spannungsmessbereichs durch einen Vorwiderstand R_V

Auf dieselbe Weise werden die Vorwiderstände für weitere Spannungsmessbereiche berechnet. Für den Messbereich 1 V ist bei einer Stromaufnahme von 1 mA ein Gesamtwiderstand von 1000Ω erforderlich. Da jedoch für den 0,1-V-Messbereich schon 100Ω vorhanden sind, wird zusätzlich nur noch ein Widerstand von $1000 \Omega - 100 \Omega = 900 \Omega$ benötigt (Bild 2.11).

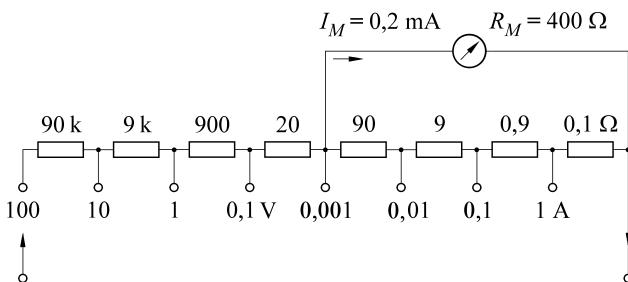


Bild 2.11 Drehspulinstrument mit umschaltbaren Strom- und Spannungsmessbereichen

Die Spannungsmesser messen nur dann rückwirkungsfrei, wenn ihr Innenwiderstand genügend hoch ist. Dieser wird von den Herstellern auf den Messbereichsendwert bezogen. Die Angabe $1 \text{ k}\Omega/\text{V}$ z. B. bedeutet, dass – unabhängig von dem Ausschlag des Zeigers – im 100-V-Messbereich ein Widerstand von $100 \text{ k}\Omega$ zwischen den Geräteklemmen liegt.

Einsatz von Dioden

Um die Messwerke vor einer Überlastung zu schützen, ihren Messbereich gezielt zu beeinflussen oder um auch Wechselströme messen zu können, werden Halbleiterdioden oder ihre Sonderform, die Zenerdiode, eingesetzt. Diese werden in Reihe mit einem ohmschen Widerstand betrieben und es stellt sich dann die Aufgabe, den im Kreis fließenden Strom und die an den Bauelementen abfallenden Spannungen zu bestimmen. Die Lösung lässt sich einfach auf grafischem Weg finden (Bild 2.12).

Als Abszisse wird die an die Bauelemente insgesamt angelegte Spannung U_B genommen. Vom Koordinaten-Nullpunkt aus wird dann die Kennlinie des nichtlinearen Elements (in unserem Beispiel die der Diode) gezeichnet. Vom Wert der Versorgungsspannung aus wird nach links die des Widerstandes aufgetragen. Die beiden Kennlinien schneiden sich. Die Ordinate des Schnittpunktes bezeichnet den im Kreis fließenden Strom I_B , die Abszisse die an der Diode abfallende Spannung U_{DB} , sodass für den Widerstand die Spannung $U_{RB} = U_B - U_{DB}$ übrig bleibt.

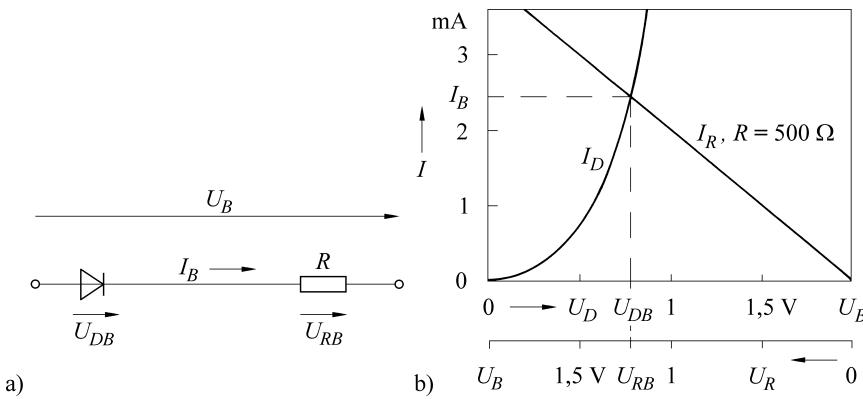
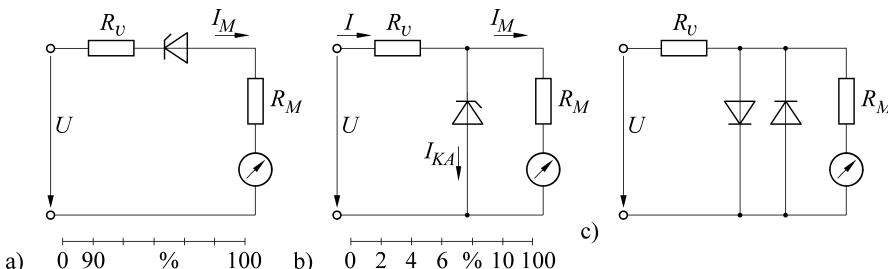


Bild 2.12 Bestimmung der Spannungen und Ströme in einer Reihenschaltung von Diode und Widerstand.
a) Schaltung, b) Kennlinien

Anwendung der Dioden zur Messbereichsbegrenzung. Wird eine in Sperrrichtung gepolte Zenerdiode in Reihe mit dem Messgerät gelegt, so kann erst dann über das Instrument ein Strom fließen, wenn die anliegende Spannung U größer als die Zenerspannung U_Z ist. Der Anfang des Messbereichs wird unterdrückt (Bild 2.13 a).



Liegt die Zenerdiode parallel zum Messgerät, so fließt zunächst der ganze Strom über das Messgerät. Die Zenerdiode wird stromführend, wenn der Spannungsabfall am Messgerät mit dem Widerstand R_M größer als die Zenerspannung wird (Bild 2.13 b). Von diesem Arbeitspunkt an bleibt der Strom über das Messgerät praktisch konstant und eine eventuelle

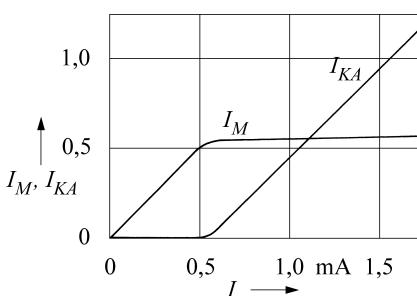


Bild 2.14 Überlastsicherung eines Messwerks nach Bild 2.13 b
 I_M Strom durch das Messgerät ($R_M = 3 \text{ k}\Omega$)
 I_{KA} Strom durch die Zenerdiode ($U_Z = 1,5 \text{ V}$)

weitere Zunahme des Gesamtstroms führt zu einem größeren Strom über die Zenerdiode (Bild 2.14). Gemessen wird nur in dem Bereich, in dem die Zenerdiode noch sperrt.

Auf dieselbe Weise lässt sich ein Messwerk vor Überlastung schützen. Zwei Dioden liegen antiparallel zum Messwerk. Wird der Spannungsabfall am Messwerk größer als 0,7 V, so wird eine der Dioden leitend und schützt das Messwerk vor einem zu großen Strom (Bild 2.13 c).

2.1.3 Messung von Wechselstrom und Wechselspannung

Begriffe. Ein zeitlich veränderliches Signal $x(t)$ hat den auf die endliche Beobachtungsdauer T bezogenen linearen Mittelwert

$$\overline{x(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt. \quad (2.26)$$

Dieser Mittelwert entspricht dem Gleichanteil des Signals. Ist der Mittelwert null, so liegt ein reines Wechselsignals vor.

Wird das Signal vor der Mittelung erst gleichgerichtet, d. h., wird erst der Betrag gebildet, so wird der Gleichrichtwert $|\overline{x(t)}|$ erhalten:

$$|\overline{x(t)}| = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt. \quad (2.27)$$

Der Mittelwert $\overline{x^2(t)}$ ist der Mittelwert aus dem quadrierten Signal:

$$\overline{x^2(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt. \quad (2.28)$$

Die Wurzel aus dem Mittelwert des quadrierten Signals gibt den Effektivwert X_{eff} (Quadratischer Mittelwert):

$$X_{\text{eff}} = X = \sqrt{\overline{x^2(t)}}. \quad (2.29)$$

Der Effektivwert wird auch quadratischer Mittelwert genannt. Zur Ermittlung des Effektivwertes einer Summe von Einzelsignalen sind die Mittelwerte der quadrierten Einzelsignale zu addieren und anschließend ist aus der Summe die Wurzel zu ziehen.

Bei einer sinusförmigen Wechselspannung $u(t) = \hat{u} \sin \omega t$ (Bild 2.15) lauten die entsprechenden Größen:

$$\text{Linearer Mittelwert } \overline{u} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{u} \sin \omega t dt = 0 \quad (2.30)$$

$$\text{Gleichrichtwert } |\overline{u}| = \frac{1}{T} \int_0^T |\hat{u} \sin \omega t| dt = \frac{2}{\pi} \hat{u} = 0,637 \hat{u} \quad (2.31)$$

$$\text{Effektivwert } U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (\hat{u} \sin \omega t)^2 dt} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} = 0,707 \hat{u}. \quad (2.32)$$

Die angegebenen Zahlenwerte gelten für sinusförmige Signale und nehmen für andere Kurvenformen abweichende Werte an. Der jeweilige zeitliche Verlauf der Größe, z. B. sinusförmig, rechteckförmig oder dreieckförmig, kann durch einen der folgenden Faktoren charakterisiert werden:

$$\begin{aligned} \text{Scheitelfaktor} &= \frac{\text{Scheitelwert}}{\text{Effektivwert}} \\ &= \frac{\hat{u}}{0,707 \hat{u}} = 1,41 \quad \text{für sinusförmige Größen,} \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} \text{Formfaktor} &= \frac{\text{Effektivwert}}{\text{Gleichrichtwert}} \\ &= \frac{0,707 \hat{u}}{0,637 \hat{u}} = 1,11 \quad \text{für sinusförmige Größen.} \end{aligned} \quad (2.34)$$

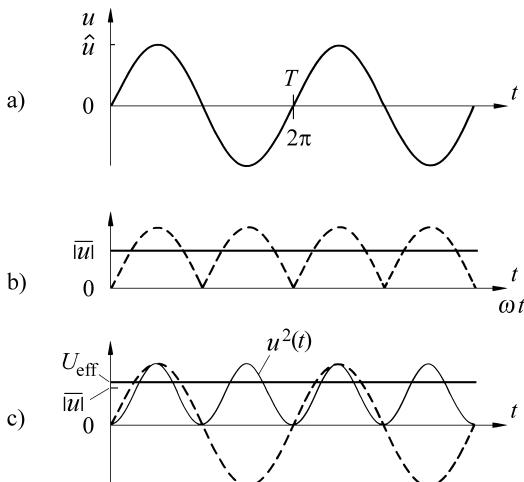


Bild 2.15 Wechselspannungsgrößen
a) Augenblickswert, b) Gleichrichtwert
c) $u^2(t)$ und Effektivwert U_{eff}

Messung des Scheitelwertes; Spitzenwert-Gleichrichtung

Um den Scheitelwert zu messen, ist er zunächst zu speichern. Dazu dient der in Bild 2.16 gezeichnete Kondensator. Er wird über die Diode auf die Spannung U_C aufgeladen, die gleich dem Spitzenwert der angelegten Spannung, vermindert um die Durchlassspannung der Diode von etwa 0,7 V ist; $U_C = \hat{u} - 0,7 \text{ V}$. U_C wird mit dem parallel liegenden Drehspulinstrument erfasst. Über den hohen Widerstand R_M des Messinstruments entlädt sich der Kondensator etwas, bis seine Spannung mit der nächsten ansteigenden Signalflanke wieder ihren Maximalwert erreicht.

In der Schaltung von Bild 2.16 wird der Kondensator nur während der positiven Halbwelle aufgeladen und misst so nur die positive Scheitelspannung \hat{u}_+ .

In den Fällen, in denen der positive und der negative Spitzenwert unterschiedlich sind, ist ein zweiter Gleichrichter mit Kondensator zur Messung des negativen Scheitelwertes \hat{u}_- erforderlich. In Bild 2.17 c sind die beiden Kapazitäten in Reihe geschaltet. Die obere wird während der positiven Halbwelle, die untere während der negativen aufgeladen. Das Instrument zeigt dann die Summe der beiden Kondensatorspannungen und damit die Summe $\hat{u}_+ + \hat{u}_-$ der beiden Scheitelwerte der angelegten Wechselspannung an.

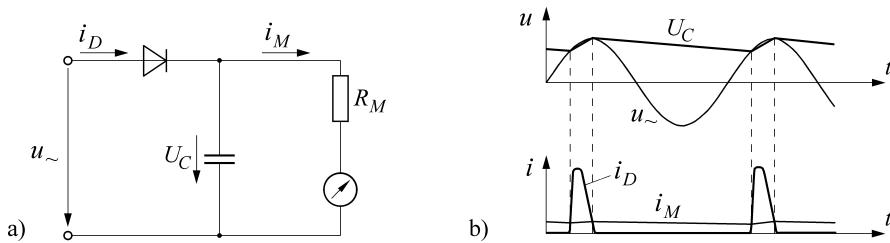
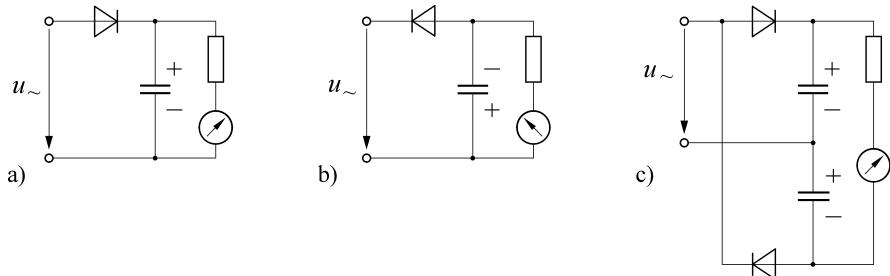


Bild 2.16 Spitzenvwert-Gleichrichtung. a) Schaltung, b) zeitlicher Verlauf der Spannungen und Ströme

Bild 2.17 Messung a) des positiven Scheitelwertes \hat{u}_+ , b) des negativen Scheitelwertes \hat{u}_- und c) der Summe der Scheitelwerte $\hat{u}_+ + \hat{u}_-$

Messung des Gleichrichtwertes mit dem Drehspulinstrument

Einweg-Gleichrichtung. Wird eine Diode zur Gleichrichtung dem Drehspulinstrument vorgeschaltet, so können dann mit diesem auch Wechselgrößen gemessen werden (Bild 2.18). Damit bei einer Spannungsmessung die gekrümmte Diodenkennlinie nicht zu einer nichtlinearen Skala führt, darf der Messwerkwiderstand R_M nicht zu niedrig sein. Der Spannungsabfall am Messwerk soll groß gegenüber dem an der Diode sein.

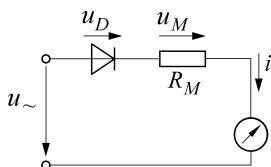


Bild 2.18 Messung des Gleichrichtwertes von Wechselspannungen

Doppelweg-Gleichrichtung. Die Schaltung mit nur einer Diode richtet nur die positive Halbwelle der zu messenden Spannung gleich und zeigt dementsprechend nur den halben Gleichrichtwert an. Um den vollen Gleichrichtwert zu erfassen, ist eine Doppelweg-Gleichrichtung erforderlich (Bild 2.19).

Die häufig benutzte Graetzschaltung (a) verwendet 4 Dioden, jeweils 2 für eine Stromrichtung. Damit verstärken sich die Nichtlinearitäten der Dioden. Diesen Nachteil vermeidet die Schaltung (b), bei der in Reihe mit dem Messinstrument jeweils eine Diode und ein Vorwiderstand zur Linearisierung liegen. Hier verzweigt sich aber der Strom; ein Teil fließt am Messwerk vorbei und verringert so die Empfindlichkeit. Die Gegentaktschaltung (c) verwendet einen Strom- oder Spannungswandler mit einer Mittelanzapfung. Sie kommt mit einer Diode für jede Stromrichtung aus, ohne dass eine Stromverzweigung auftritt. Darüber hin-

aus kann mit den Wählern die Spannung an den Dioden so weit vergrößert werden, dass die Kennlinienkrümmung ohne Einfluss auf die Genauigkeit bleibt.

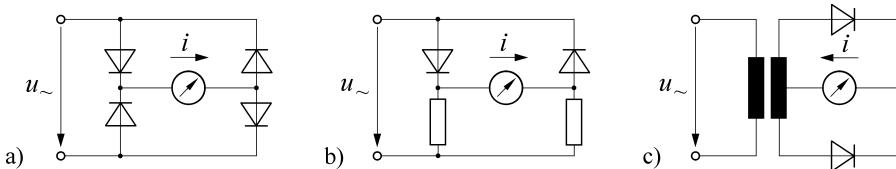


Bild 2.19 Doppelweg-Gleichrichtung. a) Brückenschaltung mit Dioden, b) Brückenschaltung mit Dioden und Widerständen, c) Mittelpunktschaltung, Gegentaktschaltung, Transformatorbrücke

Vielfachinstrument. Bei Verwendung von Gleichrichtern können mit dem umschaltbaren Drehspulinstrument auch Gleichrichtwertes gemessen werden. In Bild 2.20 ist die Schaltung von Bild 2.11 um den Doppelweg-Gleichrichter und um den Umschalter von Gleich- auf Wechselstrom ergänzt. Außerdem sind die Sicherung und die Dioden zum Überspannungsschutz dargestellt.

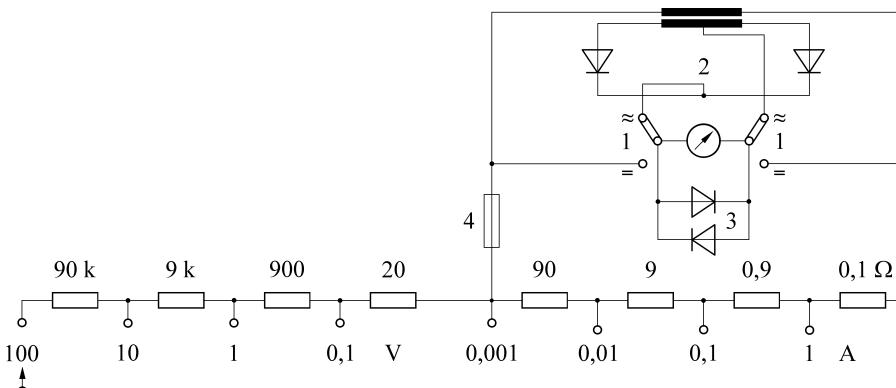


Bild 2.20 Umschaltbares Drehspulmesswerk zur Messung von Wechselspannungen und Wechselströmen. 1 Umschaltung Gleichspannung/Wechselspannung, 2 Doppelweg-Gleichrichtung mit Mittelpunktschaltung, 3 Dioden als Überlastschutz, 4 Sicherung

Die Skala der Vielfachinstrumente ist im Allgemeinen für Effektivwerte ausgeführt. Da das Drehspulinstrument Gleichrichtwertes misst, sind diese mit dem Faktor 1,11 auf Effektivwerte umgerechnet. Dieser Formfaktor gilt nur für sinusförmig verlaufende Ströme, so dass bei anderen Kurvenformen eine spezielle Umrechnung erforderlich wird. Dies ist zweifelsohne ein Nachteil des Drehspulinstruments. Ihm steht aber der Vorteil des geringen Eigenverbrauchs und der leicht umschaltbaren Messbereiche gegenüber.

Messung des Effektivwertes

Drehspulinstrument mit Thermoumformer. Drehspulmesswerke sind aufgrund ihrer linearen Skalengleichung nicht in der Lage, Effektivwerte direkt zu messen. Um auch mit Drehspulinstrumenten Effektivwerte messen zu können, sind diesen Thermoumformer vorzuschalten (Bild 2.21). Ein Thermoumformer besteht zunächst aus einem Widerstandsdräht, der von dem zu messenden Strom aufgeheizt wird. Die Temperatur des Drahtes ist

proportional der umgesetzten Leistung $R I^2$, also auch proportional dem Effektivwert I . Sie wird mit einem Thermoelement erfasst, dessen Gleichspannung dann mit dem Drehspulinstrument gemessen wird.

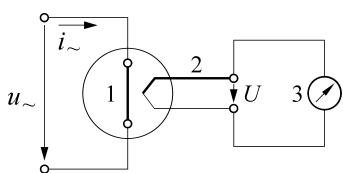


Bild 2.21 Drehspulinstrument mit Thermoumformer
zur Messung von Wechselströmen
1 Widerstandsdräht
2 Thermoelement
3 Drehspulinstrument

Moderne Messköpfe mit Thermoumformer für Leistungsmessungen im Hochfrequenzbereich werden in einer kombinierten Halbleiter- und Dünnfilmtechnologie hergestellt [2.3]. Die Messzelle ist auf einer dünnen Siliziummembran aufgebaut. Die Funktion des Widerstandes von Bild 2.21 übernimmt eine dünne Schicht aus Tantalnitrid oder Chromnickel und schließt die Hochfrequenzleitung ab. Ein Metall-Halbleiter-Thermoelement liefert die Thermospannung proportional der im Abschlusswiderstand umgesetzten Leistung. Für eine hohe Empfindlichkeit ist eine gute thermische Isolation des Abschlusswiderstandes wichtig. Sie lässt sich aufgrund der schlechten Wärmeleitfähigkeit des Siliziums erreichen. Mit einem einzigen Messkopf kann der ganze Frequenzbereich von 0 bis 40 GHz erfasst werden. Die kleinste messbare Leistung liegt bei etwa 1 μW .

Wechselstrom-Gleichstrom-Komparator. Die Einheiten der elektrischen Größen sind als Gleichgrößen definiert. So entsteht die Aufgabe, die Wechselstrommessung auf die Gleichstrommessung zu beziehen. Dies ist bei niedrigen Frequenzen mit dem Dreheiseninstrument möglich, bei höheren Frequenzen mit dem Thermoumformer.

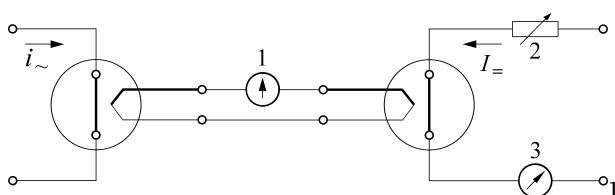


Bild 2.22 Wechselstrom-Gleichstrom-Komparator.
1 Nullinstrument
2 Widerstand zur Einstellung des Gleichstroms
3 Messinstrument zur Anzeige des eingestellten Gleichstroms

Das dem Bild 2.22 zu Grunde liegende Transferverfahren benutzt für die Gleichstrom- und Wechselstrommessung jeweils einen eigenen Thermoumformer. Durch einen einstellbaren Widerstand wird der Gleichstrom so lange verändert, bis die auf dem Nullinstrument angezeigte Differenz der Thermospannungen zu null geworden ist und die beiden Widerstandsdrähte die gleiche Temperatur angenommen haben. Der Effektivwert des Wechselstroms ist jetzt gleich dem des Gleichstroms, der mit Hilfe des Instruments 3 direkt gemessen werden kann.

2.1.4 Messung der Leistung

Leistungsmessung bei Gleichspannung. In einem Gleichstromkreis ist die elektrische Leistung P das Produkt aus der Spannung U und dem Strom I :

$$P = U I. \quad (2.35)$$

Zu ihrer Messung ist das multiplizierende elektrodynamische Instrument gut geeignet. Dieses enthält die vom Strom I_1 durchflossene Feldspule und die bewegliche Spule mit dem Widerstand R_2 und dem Strom I_2 . Wird nun der zu messende Strom I durch die Feldspule geschickt, $I = I_1$, und wird die zu messende Spannung U an die bewegliche Spule gelegt, so fließt dort der Strom $I_2 = U/R_2$ (Bild 2.23). Der Ausschlag α des Instruments ist damit proportional der zu messenden Leistung

$$\alpha = k I_2 I_1 = k \frac{U}{R_2} I = k_1 U I. \quad (2.36)$$

Die Feldspule des Instruments wird zur Strommessung benutzt. Ihr Widerstand soll niedrig sein. Dagegen ist die im Spannungspfad liegende bewegliche Spule hochohmig auszuführen.

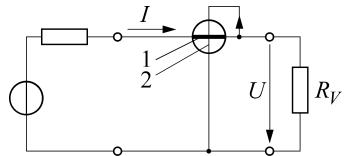


Bild 2.23 Leistungsmessung mit dem elektrodynamischen Messinstrument
1 Strompfad
2 Spannungspfad

Das Messgerät hat nun einen von null verschiedenen Eigenverbrauch und die von der Quelle gelieferte Leistung P_q teilt sich auf in die im Verbraucher R_V umgesetzte Leistung P_V und die für das Messgerät benötigte Leistung P_M :

$$P_q = P_V + P_M. \quad (2.37)$$

Damit müssen jetzt die Größen der Quelle U_q , I_q von denen des Verbrauchers U_V , I_V unterschieden werden. Wird wie in Bild 2.24 a der Spannungspfad des Instruments an die verbraucherseitige Klemme 3 angeschlossen, so wird die an der Last abfallende Spannung U_V gemessen, nicht jedoch die Quellspannung U_q . Durch die Feldspule fließt der der Quelle entnommene Strom I_q , der um den Strom I_2 durch die bewegliche Spule größer ist als der Strom durch den Verbraucher. Versucht man nun in der Schaltung (b) den Laststrom I_V richtig zu erfassen und schließt die bewegliche Spule direkt an der Quelle an (Klemme 1), so wird die Quellspannung U_q und nicht die Verbraucherspannung U_V gemessen. Damit kann wieder die der Quelle entnommene Leistung P_q noch die im Verbraucher umgesetzte Leistung P_V richtig angezeigt werden.

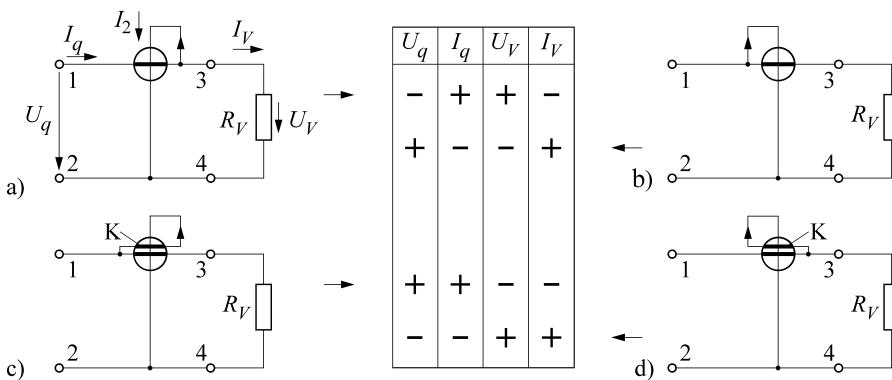


Bild 2.24 Anschlussmöglichkeiten für einen elektrodynamischen Leistungsmesser; die Größe wird richtig (+) oder falsch (−) gemessen; K Korrekturspule

Die richtige Leistungsmessung gelingt, wenn das Dynamometer um eine zweite Feldspule K erweitert wird. Durch diese Korrekturspule wird der durch die bewegliche Spule fließende Strom I_2 geschickt. Je nach Stromrichtung ist dann das Magnetfeld der zweiten Feldspule dem der ersten gleich oder entgegengerichtet. In der Schaltung (c) wird der durch die bewegliche Spule fließende Strom zu dem in der Feldspule fließenden addiert. Die Leistung wird quellrichtig gemessen. In der Schaltung (d) hingegen wird der durch den Spannungspfad fließende Strom von dem der Feldspule abgezogen. Die Leistung wird verbraucherrichtig angezeigt.

Leistungsmessung bei Wechselspannung

Begriffe. In den Fällen, in denen die komplexe Schreibweise schneller zu Ergebnissen führt, soll sie hier angewendet werden. \underline{X} bezeichnet eine komplexe Größe, \underline{X}^* die dazu konjugiert komplexe und X ihren Betrag. In dieser Darstellung lauten die Effektivwerte von Spannung und Strom

$$\underline{U}_{\text{eff}} = U_{\text{eff}} e^{j\varphi_u}; \quad (2.38)$$

$$\underline{I}_{\text{eff}} = I_{\text{eff}} e^{j\varphi_i}. \quad (2.39)$$

Die komplexe Leistung \underline{P} als Rechengröße ist erklärt durch

$$\underline{P} = \underline{U}_{\text{eff}} \underline{I}_{\text{eff}}^* = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} e^{j\varphi_{ui}} \quad (2.40)$$

$$= \text{Re}(\underline{P}) + j \text{Im}(\underline{P}). \quad (2.41)$$

Der Realteil der komplexen Leistung liefert die Wirkleistung P_W , der Imaginärteil die Blindleistung P_B und der Betrag stellt die Scheinleistung P_S dar (Bild 2.25):

$$\text{Re}(\underline{P}) = P_W = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi_{ui} = U I \cos \varphi, \quad (2.42)$$

$$\text{Im}(\underline{P}) = P_B = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin \varphi_{ui} = U I \sin \varphi, \quad (2.43)$$

$$|\underline{P}| = P_S = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} = U I. \quad (2.44)$$

Wirk-, Blind- und Scheinleistung sind auseinander zu halten und werden auf unterschiedliche Weise bestimmt.

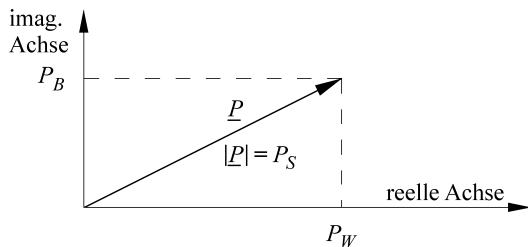


Bild 2.25 Zusammenhang zwischen Wirk-, Blind- und Scheinleistung

Wirkleistung. Ähnlich wie bei Gleichgrößen kann auch bei Wechselgrößen das elektrodynamische Messinstrument zur Leistungsmessung eingesetzt werden. Um dies zu zeigen, nehmen wir an, dass die Ströme i_1 und i_2

$$i_1 = \hat{i}_1 \sin \omega t; \quad i_2 = \hat{i}_2 \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.45)$$

durch die beiden Spulen des Messwerks fließen. Sie führen zu einem Ausschlag α

$$\alpha = k i_1 i_2 = k \hat{i}_1 \hat{i}_2 \sin(\omega t) \sin(\omega t + \varphi). \quad (2.46)$$

Das Produkt der beiden trigonometrischen Funktionen lässt sich mit der Beziehung

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)] \quad (2.47)$$

in eine Summe überführen:

$$\alpha = \frac{k}{2} \hat{i}_1 \hat{i}_2 [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]. \quad (2.48)$$

Indem von den Scheitelwerten \hat{i} auf die Effektivwerte I übergegangen wird, entsteht

$$\alpha = k I_1 I_2 \cos \varphi - k I_1 I_2 \cos(2\omega t + \varphi). \quad (2.49)$$

Das Messwerk kann den Augenblickswerten der Ströme nicht folgen. Es wird sich ein mittlerer Ausschlagwinkel $\bar{\alpha}$ einstellen mit

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{T} \int_0^T \alpha dt = k I_1 I_2 \cos \varphi \frac{1}{T} \int_0^T dt - k I_1 I_2 \frac{1}{T} \int_0^T \cos(2\omega t + \varphi) dt. \quad (2.50)$$

Das Integral über den zweiten periodischen Term (linearer Mittelwert) wird null und so bleibt übrig:

$$\bar{\alpha} = k I_1 I_2 \cos \varphi. \quad (2.51)$$

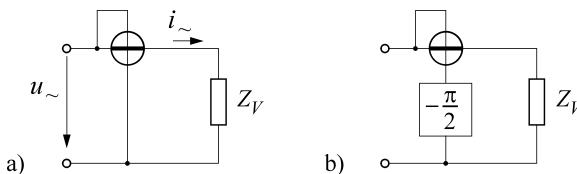


Bild 2.26 Messung der Leistung
a) Wirkleistung, b) Blindleistung

Der Ausschlag des elektrodynamischen Messwerks ist also von dem Kosinus des Phasenwinkels der beiden Ströme abhängig. Wird jetzt wie bei der Gleichstrommessung die Feldspule von dem zu messenden Strom durchflossen und wird die bewegliche Spule an die zu messende Spannung gelegt, so zeigt das Dynamometer die Wirkleistung an (Bild 2.26 a):

$$\bar{\alpha} = k_1 U I \cos \varphi = k_1 P_W. \quad (2.52)$$

Blindleistung. Unter Verwendung eines zusätzlichen Phasenschiebers können mit dem elektrodynamischen Instrument auch Blindleistungen gemessen werden. Die Phasendrehung um $-\pi/2$ erfolgt zweckmäßig im Spannungspfad (Bild 2.26 b). Der Ausschlag $\bar{\alpha}$ des Instruments ist dann

$$\bar{\alpha} = k I_1 I_2 \cos(\varphi - \pi/2) = k I_1 I_2 \sin \varphi = k_1 U I \sin \varphi = k_1 P_B. \quad (2.53)$$

Scheinleistung. Bei der Messung der Scheinleistung darf die Phasenbeziehung zwischen Spannung und Strom nicht bewertet werden.

Eine Möglichkeit ist, die Effektivwerte von Spannung und Strom getrennt zu erfassen oder aus den gemessenen Scheitel- oder Gleichrichtwerten zu berechnen und dann zu multiplizieren. Diese Multiplikation kann auch in einem elektrodynamischen Messinstrument erfolgen. In der Schaltung von Bild 2.27 werden der Scheitelwert der Spannung und der Gleichrichtwert des Stroms erfasst. Im Strompfad ist auf den Kondensator zur Glättung des Signals verzichtet worden, da er sich über die niederohmige Feldspule schnell entladen würde. Die Zahlenfaktoren zwischen Scheitel-, Gleichricht- und Effektivwert sind in der in der Einheit Watt ausgeführten Skala berücksichtigt.

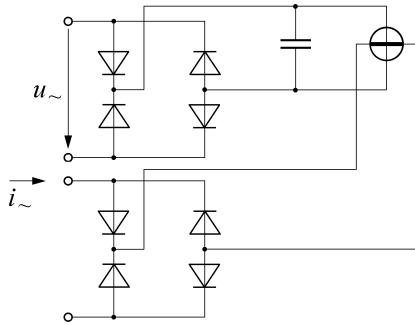


Bild 2.27 Messung der Scheinleistung

Leistungsmessung bei Drehstrom

Bezeichnungen. Das Drehstromsystem ist ein dreifaches Wechselstromsystem mit den drei Außenleitern L₁, L₂, L₃ (früher R, S, T) und dem Sternpunktleiter L₀. Mit den Zählpfeilen von Bild 2.28 gilt für das 4-Leiter-System

$$i_1 + i_2 + i_3 = i_0. \quad (2.54)$$

Fehlt der Sternpunktleiter, so entsteht das 3-Leiter-System mit

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0. \quad (2.55)$$

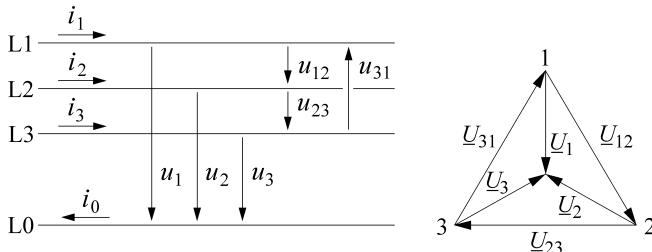


Bild 2.28 Spannungen und Ströme im Drehstromsystem

Im Drehstromsystem sind die Sternspannungen und die Leiterspannungen zu unterscheiden. Die **Sternspannung** u_i liegt zwischen einem Außenleiter und dem Sternpunkt. Die **Leiterspannung** u_{ik} (Dreiecksspannung, verkettete Spannung) liegt zwischen zwei Außenleitern. Es gilt

$$u_{ik} = u_i - u_k. \quad (2.56)$$

Die Summe der Leiterspannungen ist zu jedem Zeitpunkt null:

$$u_{12} + u_{23} + u_{31} = 0. \quad (2.57)$$

Beim symmetrischen Drehstromsystem sind die Phasen der Spannungen jeweils um $2\pi/3$ gegeneinander verschoben. Der Scheitelwert der Leiterspannungen ist um $\sqrt{3}$ größer als der der Sternspannungen:

$$\hat{u}_{ik} = \sqrt{3} \hat{u}_i. \quad (2.58)$$

Wirkleistung im 4-Leiter-System. Um die Wirkleistung P_W

$$P_W = U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + U_3 I_3 \cos \varphi_3 \quad (2.59)$$

im 4-Leiter-System zu messen, ist für jede Phase ein eigener Leistungsmesser erforderlich (Bild 2.29 a). Die Leistungen der drei Phasen sind dann zu addieren. Einfacher ist es, Leistungsmesser mit drei Messwerken zu verwenden, bei denen die drei beweglichen Spulen auf einer gemeinsamen Achse sitzen. Diese Geräte zeigen die gesamte im Drehstromsystem verbrauchte Leistung ohne Zwischenrechnung an.

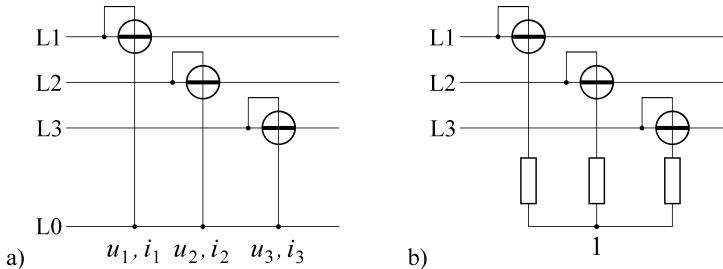


Bild 2.29 Messung der Wirkleistung a) im 4-Leiter-Drehstromsystem, b) im 3-Leiter-Drehstromsystem mit künstlichem Sternpunkt 1

Wirkleistung im 3-Leiter-System bei beliebiger Belastung. Im 3-Leiter-System fehlt der Sternpunktleiter, so dass ein künstlicher Sternpunkt geschaffen werden muss (Bild 2.29 b).

Dies gelingt, indem die drei Phasen über Widerstände an einen gemeinsamen Punkt gelegt werden. Die Leistungsmessung lässt sich dann wie im 4-Leiter-System mit drei Messgeräten durchführen.

Eine genauere Betrachtung zeigt jedoch, dass zwei Messgeräte ausreichen, um die gesamte Leistung des beliebig belasteten 3-Leiter-Systems zu erfassen. In der komplexen Schreibweise ist die gesamte Leistung \underline{P}

$$\underline{P} = \underline{U}_1 \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 \underline{I}_2^* + \underline{U}_3 \underline{I}_3^*. \quad (2.60)$$

Indem beim ersten und beim letzten Term auf der rechten Seite die Sternspannungen durch die Leiterspannungen ausgedrückt werden (Gl. (2.56))

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{12} + \underline{U}_2; \quad \underline{U}_3 = \underline{U}_{32} + \underline{U}_2, \quad (2.61)$$

entsteht der Ausdruck

$$\begin{aligned} \underline{P} &= \underline{U}_{12} \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 \underline{I}_2^* + \underline{U}_{32} \underline{I}_3^* + \underline{U}_2 \underline{I}_3^* \\ &= \underline{U}_{12} \underline{I}_1^* + \underline{U}_{32} \underline{I}_3^* + \underline{U}_2 (\underline{I}_1^* + \underline{I}_2^* + \underline{I}_3^*). \end{aligned} \quad (2.62)$$

Hier verschwindet wegen Gl. (2.55) das letzte Glied und der Realteil von \underline{P} liefert die Wirkleistung P_W

$$\text{Re}(\underline{P}) = P_W = U_{12} I_1 \cos \varphi_a + U_{32} I_3 \cos \varphi_b. \quad (2.63)$$

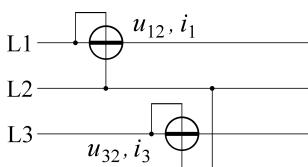


Bild 2.30 Messung der Wirkleistung im beliebig belasteten 3-Leiter-Drehstromsystem mit zwei Messgeräten (Aronschaltung)

Um die Wirkleistung mit zwei Messgeräten zu erfassen, sind also mit dem ersten Messgerät die Spannung U_{12} und der Strom I_1 und mit dem zweiten Messgerät die Spannung U_{32} und der Strom I_3 zu messen (Bild 2.30).

Wirkleistung im 3-Leiter-Drehstromsystem bei symmetrischer Belastung. Bei einer symmetrischen Lastaufteilung wird die Leistungsmessung besonders einfach.

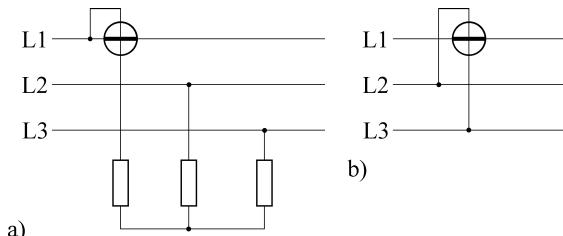


Bild 2.31 Messung im symmetrisch belasteten 3-Leiter-System
a) Wirkleistung, b) Blindleistung

Man schafft sich einen künstlichen Sternpunkt (Bild 2.31 a), misst die Leistung einer Phase und multipliziert den Messwert mit dem Faktor 3:

$$P_W = 3 U_i I_i \cos \varphi . \quad (2.64)$$

Blindleistung im 3-Leiter-Drehstromsystem bei symmetrischer Belastung. Um die Blindleistung zu messen, musste beim einfachen Wechselstromsystem die Phase der Spannung um $\pi/2$ verzögert werden. Diese Aufgabe stellt sich auch hier. Sie ist aber ohne zusätzliche phasendrehende Komponenten zu lösen, da im Drehstromsystem sich immer Spannungs-paare mit der nötigen Phasendifferenz finden. Ist der Leistungsmesser z. B. wie im Bild 2.31 b angeschlossen, so ist sein Ausschlag α

$$\alpha = k I_1 U_{23} \cos \varphi . \quad (2.65)$$

Wird in dieser Beziehung an Stelle der Leiterspannung U_{23} die Sternspannung U_1 eingeführt, so ist einmal deren geringere Größe und dann ihre um $-\pi/2$ verschobene Phase zu berücksichtigen. Der Ausschlag ist proportional der Blindleistung:

$$\alpha = k I_1 \sqrt{3} U_1 \cos (\varphi - \pi/2) = k \sqrt{3} I_1 U_1 \sin \varphi = k \sqrt{3} P_{1B} . \quad (2.66)$$

2.1.5 Messung der elektrischen Arbeit

Zur Messung der elektrischen Arbeit dienen die Elektrizitätszähler. Sie sind die am weitesten verbreiteten elektrischen Messgeräte. Ihre Anzeige ist Grundlage für die Berechnung der in Haushalten, Büros und Betrieben bezogenen elektrischen Energie E

$$E = \int_0^T P_W dt = U I \cos \varphi T . \quad (2.67)$$

Um die verbrauchte elektrische Energie zu erhalten, ist die Wirkleistung über die Zeit zu integrieren. Die bis vor einiger Zeit noch sehr verbreiteten sogenannten Ferraris-Zähler zur Messung der elektrischen Arbeit werden sukzessive von den intelligenten Zählern (engl. smart meters) verdrängt. Diese intelligenten Zähler vereinen die Funktionen zur dreiphasigen Messung der Energie (getrennt nach Energiebezug als auch die heutzutage immer wichtiger werdende Energielieferung durch den Kunden) mit sehr komplexen Kommunikations-

und Steuerungsfunktionen. Die Kommunikation erfolgt dabei entweder drahtlos oder über die elektrischen Versorgungsnetze (engl. power line communication). Die Steuerungsfunktionen umfassen das gezielte Nützen von künftig angebotenen Tarifmodellen durch gezieltes Ein- bzw. Abschalten von unkritischen Verbrauchern mit dem Ziel Spitzenlasten im Netz abzufangen. Die eigentliche Messung der Arbeit erfolgt über die hoch zeitaufgelöste dreiphasige Messung der Augenblicksleistung aus den drei Außenleiterspannungen und den Leiterströmen, die entsprechend analog digital umgesetzt und in Mikroprozessoren mathematisch verknüpft werden mit anschließender numerischer Integration.

■ 2.2 Elektronenstrahl-Oszilloskop

Das Elektronenstrahl-Oszilloskop gestattet, den zeitlichen Verlauf von Signalen mit Frequenzen bis in den GHz-Bereich auf einem Leuchtschirm sichtbar zu machen. Es ist vielseitig anzuwenden und gehörte bis zu seinem weitgehendem Ersatz durch günstiger herstellende und wesentlich in der Funktionalität erweiterten Digitalspeicher-Oszilloskopen zur Standardausrüstung jedes elektronischen Labors [2.4, 2.5].

2.2.1 Elektronenstrahl-Röhre

Das Elektronenstrahl-Oszilloskop enthält eine evakuierte Glasmehrteilchenröhre (**Braun'sche Röhre**) mit verschiedenen Elektroden und einem Leuchtschirm (Bild 2.32). Aus der geheizten Kathode treten Elektronen aus. Sie werden infolge der zwischen Kathode und Anode liegenden Spannung U_z beschleunigt.

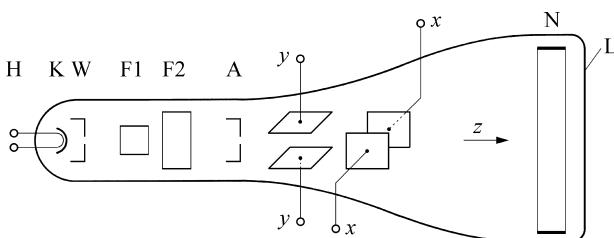


Bild 2.32 Prinzipieller Aufbau einer Elektronenstrahlröhre mit Heizung H, Kathode K, Wehnelt-Zylinder W, Fokussier-Elektroden F1 und F2, Anode A, Ablenkplatten x und y, Nachbeschleunigungs-Elektrrode N und Leuchtschirm L

Der Elektronenstrahl wird zusätzlich in den vor der Anode liegenden Elektroden gebündelt und fokussiert, durchläuft die y- und x-Ablenkplatten und trifft auf den Leuchtschirm.

Geschwindigkeit der Elektronen. Ist e die Ladung eines Elektrons, d der Abstand zwischen Kathode und Anode und U_z die anliegende Spannung, so greift an dem Elektron die Kraft $e U_z / d$ an. Seine Masse m_0 wird in z -Richtung auf a_z beschleunigt:

$$m_0 a_z = e \frac{U_z}{d}. \quad (2.68)$$

Die Integration dieser Gleichung führt zur Geschwindigkeit v_z und zur zurückgelegten Wegstrecke s_z :

$$v_z = \frac{e}{m_0} \frac{U_z}{d} t; \quad s_z = \frac{1}{2} \frac{e}{m_0} \frac{U_z}{d} t^2. \quad (2.69)$$

Die Anode im Abstand $s_z = d$ wird nach der Zeit t

$$t = \sqrt{2 \frac{m_0}{e} \frac{d^2}{U_z}} \quad (2.70)$$

erreicht. Wird diese Zeit in Gl. (2.69) eingesetzt, so folgt damit die Geschwindigkeit der Elektronen in z -Richtung zu

$$v_z = \sqrt{2 \frac{e}{m_0} U_z}, \quad \text{km/s} = 593 \sqrt{\frac{U_z}{\text{V}}} \quad (2.71)$$

Ablenkung der Elektronen. Die Elektronen benötigen die Zeit $t = l/v_z$, um zwischen den y -Platten durchzufliegen (Bild 2.33). Während dieser Zeit werden sie in y -Richtung beschleunigt

$$m_0 a_y = e \frac{u_y}{b} \quad (2.72)$$

und erhalten die Geschwindigkeit

$$v_y = \frac{e}{m_0} \frac{u_y}{b} \frac{l}{v_z}. \quad (2.73)$$

Sie werden um den Winkel α aus ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_z} = \frac{e}{m_0} \frac{u_y}{b} \frac{l}{v_z^2} \quad (2.74)$$

und treffen dann im Abstand B vom Mittelpunkt auf den Schirm:

$$B = s \cdot \tan \alpha = \frac{e}{m_0} \frac{u_y}{b} \frac{l s}{v_z^2}. \quad (2.75)$$

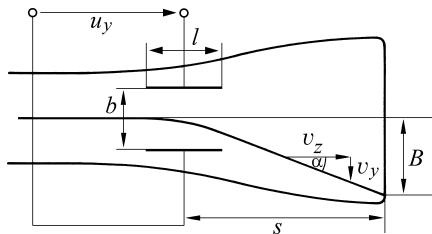


Bild 2.33 Ablenkung eines Elektrons in einem elektrischen Feld

Die an die y -Platten angelegte Spannung u_y wird so über die Auslenkung B des Elektronenstrahls gemessen. Die Auslenkung nimmt mit der Feldstärke zwischen den y -Platten, deren Länge l und dem Abstand s vom Leuchtschirm zu. Sie ist umso größer, je kleiner die Geschwindigkeit in z -Richtung ist. Die Empfindlichkeit E des Oszilloskops ist der Quotient aus der Auslenkung des Elektronenstrahls und der angelegten Spannung:

$$E = \frac{B}{u_y}. \quad (2.76)$$

An Stelle der Empfindlichkeit wird in den Datenblättern oft ihr Kehrwert, der **Ablenkkoefizient**, genannt. Er gibt die Spannung an, die an die Ablenkplatten anzulegen ist, um den Bildpunkt auf dem Schirm um 1 cm zu verschieben.

Im Interesse einer hohen Empfindlichkeit ist also eine geringe Geschwindigkeit der Elektronen in z -Richtung erwünscht. Langsame Elektronen führen aber nur zu einem Leuchtbild

von geringer Helligkeit. Um diesen beiden sich widersprechenden Gesichtspunkten nachzukommen, werden die Elektronen oft in der Nähe des Bildschirms noch einmal beschleunigt (Nachbeschleunigungs-Elektrode N von Bild 2.32). Diese Maßnahme verbessert die Bildhelligkeit, ohne die Empfindlichkeit zu verringern.

2.2.2 Baugruppen

Übersichtsschaltbild. Die an die x - und y -Plattenpaare anzulegenden Spannungen werden in getrennten Kanälen verarbeitet (Bild 2.34). An den Eingängen liegen die Betriebsartenschalter S 1 und S 2. Sie bestimmen, ob die gesamte angelegte Spannung (Stellung DC) oder nur der Wechselanteil (Stellung AC) dargestellt wird. Im letzten Fall wird der Gleichanteil durch einen Kondensator abgeblockt. Die Oszilloskop zeigt die dem Gleichanteil überlagernde Wechselspannung, deren linearer Mittelwert null ist.

Vor den Verstärkern sitzen Spannungsteiler, in denen die Messsignale an den Aussteuerbereich der Platten angepasst werden. Mit den entsprechenden Schaltern S 2 und S 3 werden die Ablenkkoefizienten, das sind die Kehrwerte der jeweils eingestellten Empfindlichkeiten, eingestellt, die z. B. zwischen 1 mV/cm und 100 V/cm liegen können. Die Verstärker sind Breitband-Verstärker; sie vervielfachen Gleichspannungen und Wechselspannungen bis zu einer oberen Grenzfrequenz, die einige hundert MHz erreichen kann. Die x - und y -Kanäle erlauben, auf dem Bildschirm die Abhängigkeit einer Größe von einer anderen darzustellen. Dieser x/y -Betrieb ist z. B. zur Aufnahme von Kennlinien geeignet.

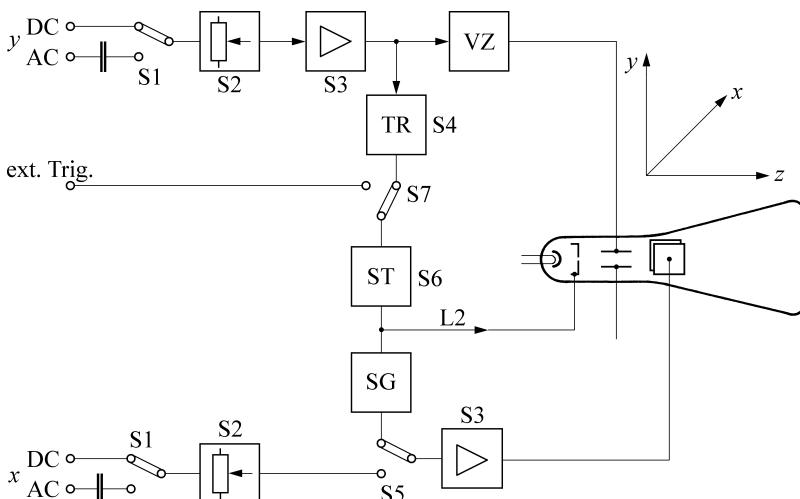


Bild 2.34 Übersichtsschaltbild eines analogen Oszilloskops

VZ Verzögerungsstufe	TR Triggereinheit	ST Steuereinheit	SG Signalgenerator
S1 Betriebsartenschalter			S5 Umschaltung von x/y - auf y/t -Betrieb
S2, S3 Einstellung der Empfindlichkeit		S6 Einstellung der Zeitablenkung	
S4 Einstellung des Triggerpunktes		S7 Umschaltung auf externe Triggerung	

In vielen Fällen interessiert jedoch der Verlauf einer Größe in Abhängigkeit von der Zeit t . Um diese Darstellungsart zu erreichen, wird an die x -Platten eine linear mit der Zeit ansteigende Spannung gelegt. Der Sägezahn-Generator SG liefert eine derartige Spannung. Mit

dem Schalter S 5 kann von der y/x - auf die y/t -Darstellung übergegangen und mit dem Schalter S 6 kann die Ablenkzeit etwa zwischen 0,1 µs und 100 s eingestellt werden.

Die Ablenkspannung läuft periodisch, und so ist es zunächst nicht leicht, auf dem Leuchtschirm ein stehendes Bild zu erhalten. Um dies zu erreichen, ist die Triggereinheit TR vorgesehen. Mit ihrer Hilfe kann abhängig von der Höhe und der Steigung der anliegenden Spannung über die Steuereinheit ST die Ablenkspannung bei den eingestellten Werten jeweils neu gestartet („getriggert“) werden. Bei periodischen Signalen wird so immer dieselbe Kurve geschrieben. Beim Zurücksetzen der Ablenkspannung von ihrem maximalen Wert auf null würde der Leuchtpunkt von rechts nach links zum Ursprung zurücklaufen und das Bild stören. Um dieses zu vermeiden, wird während dieser Zeit eine negative Spannung an den Wehnelt-Zylinder gelegt (Leitung L 2). Die Elektronen können dadurch nicht den Bildschirm erreichen.

Die Triggereinheit braucht eine gewisse Zeit, um das Signal zu erkennen und den Ablenkvorgang zu starten. Um trotzdem auch steile Signalflanken darstellen zu können, liegt hinter dem y -Verstärker die Funktionsgruppe VZ, die das y -Signal um die für die Steuerung der x -Ablenkung benötigte Zeit verzögert.

Manchmal ist die zu untersuchende Größe y in Abhängigkeit von einem externen Ereignis aufzuzeichnen. Für diesen Fall kann mit dem Schalter S 7 von der internen auf die externe Triggerung umgeschaltet werden.

Nach dieser generellen Übersicht werden nun einige Funktionseinheiten näher erörtert.

Frequenzkompensierter Spannungsteiler. Am Spannungsteiler wird die zu messende Spannung \underline{U}_1 auf die zur Aussteuerung des hochohmigen Verstärkers benötigte Spannung \underline{U}_2 abgeschwächt. Der Ablenkkoefizient und der Messbereich werden eingestellt. Das Teilverhältnis soll dabei von Gleichspannung aus bis zu einer oberen Grenzfrequenz für alle Frequenzen dasselbe sein. Um dieses Ziel zu erreichen, sind die Streukapazitäten der Widerstände und des Umschalters zu berücksichtigen. Der Spannungsteiler ist aus Scheinwiderständen Z_i aufzubauen, die jeweils aus einem ohmschen Widerstand und einer parallel liegenden Kapazität bestehen (Bild 2.35):

$$Z_i = \left(R_i \parallel \frac{1}{j\omega C_i} \right) = \frac{R_i}{1 + j\omega R_i C_i}. \quad (2.77)$$

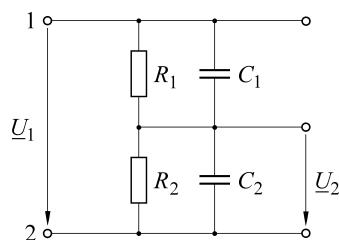


Bild 2.35 Frequenzkompensierter Spannungsteiler

Für den Teiler wird das Verhältnis aus angelegter Spannung \underline{U}_1 und abgenommener Spannung \underline{U}_2

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} = 1 + \frac{Z_1}{Z_2} = 1 + \frac{R_1}{R_2} \frac{1 + j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_1 C_1}. \quad (2.78)$$

Das Verhältnis der Spannungen wird von der Frequenz dann unabhängig, wenn in der obigen Gleichung der Term mit $j\omega$ verschwindet. Dies ist der Fall für

$$R_1 C_1 = R_2 C_2. \quad (2.79)$$

Ist diese Bedingung eingehalten, dann ist innerhalb der Bandbreite des Elektronenstrahl-Oszilloskops das Teilverhältnis frequenzunabhängig mit

$$\frac{U_1}{U_2} = 1 + \frac{R_1}{R_2}. \quad (2.80)$$

In der Praxis ist der Spannungsteiler mit mehreren Abgriffen ausgeführt. Von den Eingangsklemmen 1 und 2 aus gesehen, beträgt sein Gesamtwiderstand R_E etwa $1 \text{ M}\Omega$ und seine Kapazität C_E ist ungefähr 25 pF .

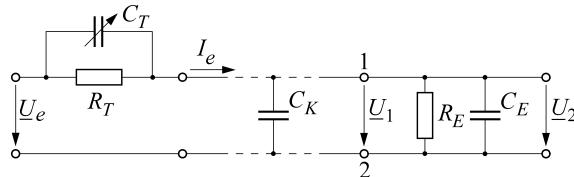


Bild 2.36 Tastteiler am Eingang eines Oszilloskops

Tastteiler. In vielen Fällen wird die zu messende Spannung über längere Leitungen an den Eingang des Oszilloskops geführt. Die Kapazität C_K dieser Leitung liegt parallel zur Eingangskapazität C_E des Spannungsteilers. Die die Spannung U_e liefernde Quelle wird mit der Summe C_E^* dieser Kapazitäten belastet, $C_E^* = C_E + C_K$. Der der Quelle entnommene Strom I_e nimmt mit der Frequenz und der Kapazität zu:

$$I_e = U_e j \omega (C_K + C_E) = U_e j \omega C_E^*. \quad (2.81)$$

Bei ausreichend großen Messspannungen kann die Rückwirkung des Messgeräts auf die zu messende Größe dadurch verringert werden, dass ein Tastteiler verwendet und nur ein Bruchteil der Messspannung an das Oszilloskop geführt wird (Bild 2.36). Der Tastteiler ist mit dem Kabel verbunden. Er enthält den festen Widerstand R_T und die veränderliche Kapazität C_T . Letztere ist so einzustellen, dass die Bedingung

$$R_T C_T = R_E C_E^* \quad (2.82)$$

erfüllt und das Teilverhältnis damit frequenzunabhängig ist.

Die richtige Einstellung lässt sich prüfen, indem rechteckförmige Impulse auf den Eingang gegeben werden. Bei einer fehlerhaften Frequenzkompensation ist das Dach der dargestellten Impulse entweder steigend oder fallend (Bild 2.37).

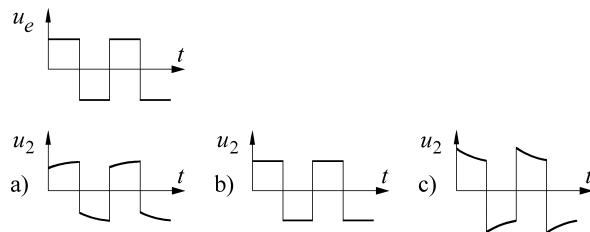


Bild 2.37 Rechteckimpulse an einem RC-Spannungsteiler
 $u_e(t)$ Eingangsspannung
 $u_2(t)$ Ausgangsspannung bei
a) unterkompensiertem,
b) richtig kompensiertem und
c) überkompensiertem Spannungs-
teiler

Die Differenzialgleichung des Spannungsteilers zeigt, dass im Falle a die Kapazität C_T im Tastkopf zu klein ist; der Teiler ist unterkompensiert. Umgekehrt ist bei dem überkompensierten Teiler (Fall c) die Kapazität C_T zu groß. Zu den Zeitpunkten t_0 der Impulsflanken legen praktisch die Kapazitäten das Teilverhältnis fest mit

$$u_2(t_0) = \frac{C_T}{C_T + C_E^*} u_e(t_0). \quad (2.83)$$

Sobald zu den Zeitpunkten t_1 keine Ströme mehr durch die Kapazitäten fließen, wird die abgegriffene Spannung u_2 allein durch die ohmschen Widerstände bestimmt:

$$u_2(t_1) = \frac{R_E}{R_T + R_E} u_e(t_1) \quad (2.84)$$

Bei Verwendung eines Tastkopfes wird die Quelle ohmsch und kapazitiv weniger belastet. Der Lastwiderstand steigt von R_E auf $R_T + R_E$ und die Kapazität nimmt von C_E^* auf $C_T C_E^* / (C_T + C_E^*)$ ab.

Verstärker. In Oszilloskopen werden weitgehend die in dem nächsten Abschnitt zu besprechenden gegengekoppelten Gleichspannungsverstärker verwendet. Sie verstärken Gleich- und Wechselspannungen bis zu einer oberen Grenzfrequenz. Bei einer Bandbreite von 200 MHz beträgt der kleinste Ablenkkoefizient etwa 1 mV/cm.

Sägezahngenerator. Der Sägezahngenerator liefert die linear mit der Zeit ansteigende Spannung, die an die horizontalen Ablenkplatten (x -Platten) des Oszilloskops gelegt wird. Ein derartiger Spannungsverlauf wird z.B. von den Integrationsverstärkern geliefert (Gl. (2.190)).

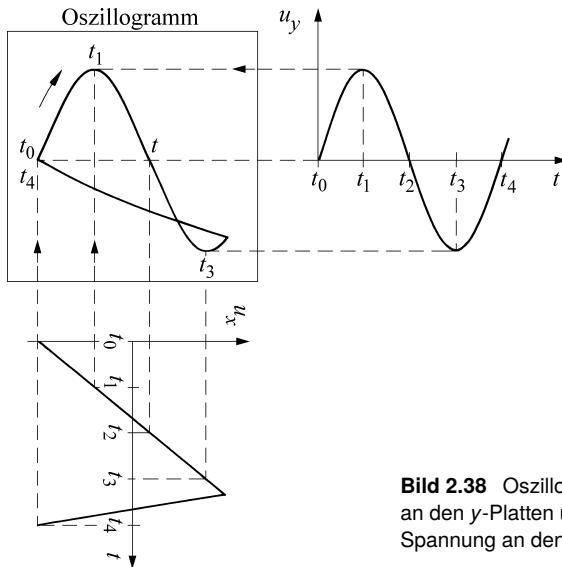


Bild 2.38 Oszilloskop bei einer sinusförmigen Spannung an den y -Platten und einer linear mit der Zeit ansteigenden Spannung an den x -Platten

Aus Bild 2.38 ist im Detail ersichtlich, wie die an den x - und y -Platten anliegenden Spannungen die Koordinaten des Leuchtpunktes bilden. Nimmt die Spannung u_x linear mit der Zeit zu, so wird der zeitliche Verlauf von u_y auf dem Bildschirm dargestellt.

Triggereinheit. Um auf dem Bildschirm ein stehendes Bild eines periodisch verlaufenden Signals zu erhalten, muss immer dasselbe Ausschnitt erfasst werden. Dazu werden die Größe und die Steigung der an den y -Platten liegenden Spannung durch die im Steuerteil enthaltene Triggereinheit überwacht. Bei einem ausgewählten, einstellbaren Wertepaar liefert die Triggereinheit einen Impuls, der den Sägezahn-Generator und damit die Zeitablenkung startet (Bild 2.39).

Während des Laufs des Sägezahn-Generators bleiben neu hinzugekommene Triggerimpulse ohne Wirkung. Ist der Leuchtfeuer am rechten Bildschirmrand angekommen, so wird der

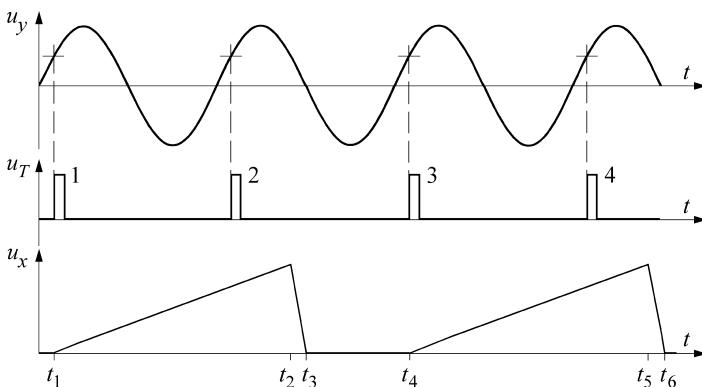


Bild 2.39 Arbeitsweise der Triggereinheit. Bei den eingestellten Werten von u_y wird zum Zeitpunkt t_1 die Zeitablenkung gestartet. Zwischen t_2 und t_3 läuft der Elektronenstrahl zum Anfangspunkt zurück. Zwischen t_2 und t_4 bleibt der Elektronenstrahl unsichtbar. Zum Zeitpunkt t_4 beginnt ein neuer Ablenk vorgang. Die Kurvenstücke t_1 bis t_2 und t_4 bis t_5 werden übereinander geschrieben.

Strahl durch eine Spannung am Wehnelt-Zylinder dunkelgetastet und der Integriator wird zurückgesetzt. Gewartet wird, bis das darzustellende Signal wieder die gewünschte Größe und Steigung erreicht hat. Die Triggereinheit löst dann einen neuen Ablenk vorgang aus und schreibt das zweite Bild direkt über das erste. Dieses geschieht in so kurzen Abständen, dass dem Auge ein stehendes Bild vorgetäuscht wird.

Zweikanalbetrieb. Oft ist es zweckmäßig, zwei Signale y_1 und y_2 zur gleichen Zeit darzustellen. Diese Möglichkeit eröffnet mit einfachen Mitteln ein im y -Kanal sitzender elektronischer Umschalter (Bild 2.40). Dieser Schalter legt abwechselnd entweder y_1 oder y_2 über den Verstärker an die y -Platten des Oszilloskops. Üblicherweise kann zwischen den Darstellungsarten **chopped** und **alternated** gewählt werden. Im Chopper-Betrieb wird während eines Ablenk vorgangs zwischen den Signalen y_1 und y_2 umgeschaltet. Die einzelnen Leuchtpunkte liegen dicht beieinander und erwecken den Eindruck von zwei geschlossenen Kurvenzügen. Bei der alternierenden Betriebsweise werden die Signale im Takt der Zeitablen-

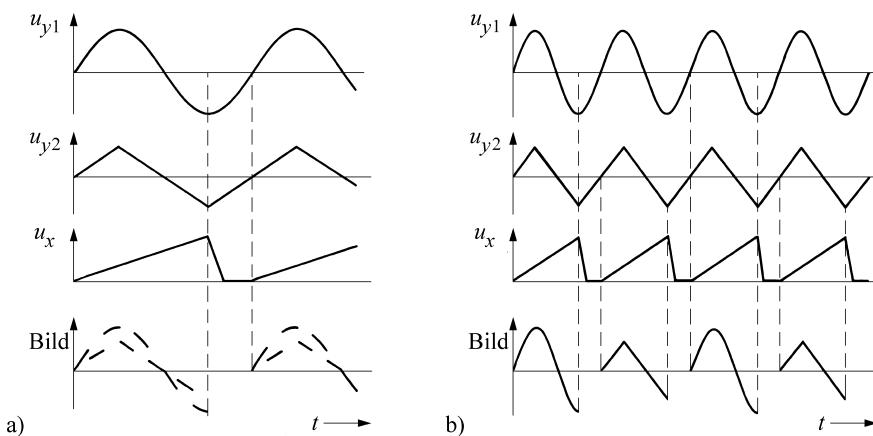


Bild 2.40 Zweikanal-Betrieb mit den Betriebsarten a) „chopped“ und b) „alternated“

kung nacheinander dargestellt. Auch hier wird so schnell umgeschaltet, dass das menschliche Auge den Signalwechsel nicht wahrnimmt.

Schwierigkeiten entstehen unter Umständen im Chopper-Betrieb bei der Triggerung, durch die die zeitliche Zuordnung der Signale verfälscht werden kann. Der Alternated-Betrieb ist nur für ausreichend hohe Signalfrequenzen sinnvoll, da sonst ein flimmerndes Bild entsteht.

2.2.3 Betriebsarten des Elektronenstrahl-Oszilloskops

Obwohl bei den vorausgegangenen Erklärungen der Funktionseinheiten schon auf die Anwendung eingegangen ist, sollen hier die wichtigsten Betriebsarten noch einmal im Zusammenhang erwähnt werden.

x/t-Betrieb. Das Messsignal wird in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Seine Kurvenform, Phase, Amplitude und Frequenz werden zusammen mit eventuell überlagerten Störspannungen angezeigt. Für Phasenmessungen besonders geeignet ist das Zweistrahl-Oszilloskop.

DC/AC-Umschaltung. In der Betriebsart AC wird über einen Kondensator der Gleichanteil der anliegenden Spannung abgeblockt und nur der Wechselanteil wird angezeigt. In der Stellung DC des Schalters hingegen wird die gesamte Spannung dargestellt. Die Differenz der beiden Anzeigen liefert den Gleichanteil des Signals (Bild 2.41).

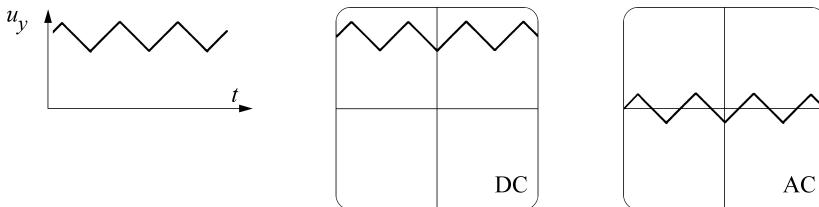


Bild 2.41 Darstellung eines Signals mit einem Gleichanteil in den Betriebsarten DC und AC

x/y-Betrieb. Der x-Kanal wird nicht zur Zeitablenkung benutzt, sondern mit einem interessierenden Signal beschaltet. Das Schirmbild zeigt den Zusammenhang der an den x- und y-Eingängen liegenden Größen. So können etwa Kennlinien geschrieben werden. Die Magnetisierungskennlinie eines Eisenkerns wird in der Schaltung nach Bild 2.42 ermittelt.

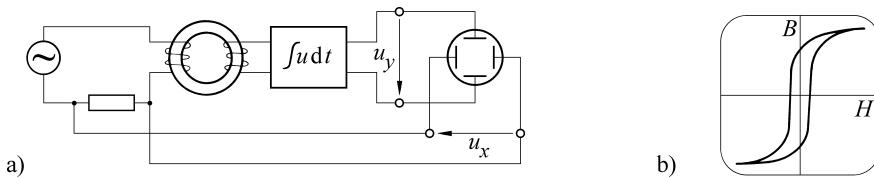


Bild 2.42 x/y-Betrieb eines Oszilloskops; Aufnahme der Magnetisierungskennlinie eines Eisenkerns;
a) Schaltung, b) Kennlinie

Die x- und y-Platten sind räumlich um 90° gedreht. Werden an die Platten zwei periodische Spannungen gleicher Amplitude und gleicher Frequenz, aber mit einer Phasendifferenz von

90° gelegt, so entsteht auf dem Schirm das Bild eines in einem Kreis umlaufenden Leuchtpunktes (Bild 2.43). Auf diese Weise kann z. B. das magnetische Drehfeld eines Induktionsmesswerks sichtbar gemacht werden.

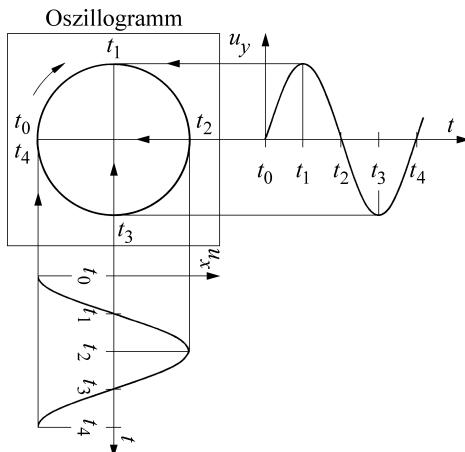


Bild 2.43 Liegen an den Eingängen eines Oszilloskops sinusförmige, um 90° phasenverschobene Spannungen, so entsteht auf dem Leuchtschirm das Bild eines in einem Kreis umlaufenden Punktes.

■ 2.3 Messverstärker

2.3.1 Einführung

Aufgabe

In vielen Fällen sind die zu messenden Spannungen und Ströme sehr niedrig. Die Messgrößen sind dann durch Verstärker in Signale höherer Leistung umzuformen. Diese können störungsfreier übertragen und auch in Messgeräten mit größerem Eigenverbrauch verarbeitet werden. Im Einzelnen sollen die Messverstärker die folgenden Forderungen erfüllen:

- geringe Rückwirkung auf die Messgröße: Um das Messobjekt nicht zu belasten, soll bei der Spannungsmessung der Eingangswiderstand des Verstärkers hoch, bei der Strommessung niedrig sein.
- hohes Auflösungsvermögen: Strom- oder Spannungssignale, die nahe der theoretischen Nachweisgrenze liegen, sollen noch erkennbar sein.
- definiertes Übertragungsverhalten: Das Ausgangssignal soll eindeutig vom Eingangssignal abhängen.
- gutes dynamisches Verhalten: Das Ausgangssignal des Verstärkers soll möglichst schnell dem Eingangssignal folgen.
- eingeprägtes Ausgangssignal: Das Ausgangssignal des Verstärkers soll durch die angeschlossenen Messgeräte nicht verändert werden.

Ersatzschaltbild

Wir betrachten den Verstärker als einen von der Messgröße gesteuerten Generator. Im idealen Fall erfolgt die Steuerung leistungslos. Bei einer Spannungsmessung ist der Eingangswiderstand des Verstärkers unendlich groß ($R_e \rightarrow \infty$) und bei einer Strommessung ist der Eingangswiderstand null ($R_e = 0$). Der Verstärker benötigt immer eine Hilfsenergie. Aus ihr stammt dann die am Verstärkerausgang abgegebene Leistung. Der Terminus „Verstärkung“ bezieht sich insbesondere auf das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsleistung.

Eingangsseitig werden Spannungs- und Stromverstärker unterschieden. Sowohl ein Spannungssignal u_e wie auch ein Stromsignal i_e kann den entweder eine Ausgangsspannung u_a oder einen Ausgangstrom i_a liefernden Generator steuern, so dass vier Verstärkertypen entstehen (Bild 2.44).

- der u/u -Verstärker mit der Empfindlichkeit E bzw. dem Übertragungsfaktor k_u

$$E = k_u = \frac{u_a}{u_e} \text{ in } \frac{\text{V}}{\text{V}} \quad (2.85)$$

- der u/i -Verstärker mit

$$k_G = \frac{i_a}{u_e} \text{ in } \frac{\text{A}}{\text{V}} \quad (2.86)$$

- der i/u -Verstärker mit

$$k_R = \frac{u_a}{i_e} \text{ in } \frac{\text{V}}{\text{A}} \quad (2.87)$$

- der i/i -Verstärker mit

$$k_i = \frac{i_a}{i_e} \text{ in } \frac{\text{A}}{\text{A}} \quad (2.88)$$

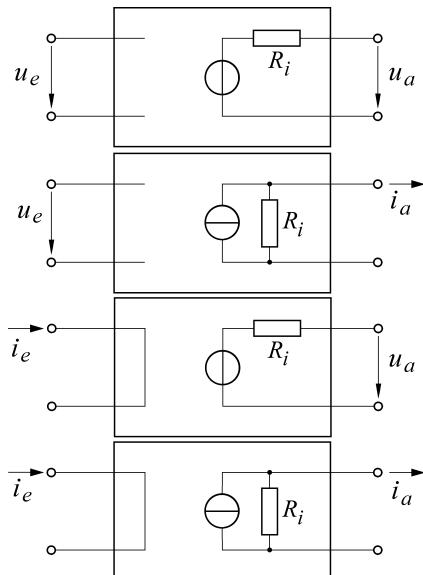


Bild 2.44 Die vier Verstärkertypen

Spannungsgenerator

Der im Verstärker enthaltene Spannungsgenerator liefert die Leerlaufspannung u_{aL} und hat den Innenwiderstand R_i (Bild 2.45). An seinen Klemmen 1 und 2 steht die Spannung u_a

$$u_a = \frac{R_b}{R_i + R_b} u_{aL} \quad (2.89)$$

an. Diese Spannung ist so lange gleich der Leerlaufspannung, solange der Lastwiderstand R_b groß gegenüber dem Innenwiderstand R_i der Quelle ist:

$$\frac{u_a}{u_{aL}} = \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_b}}.$$

Ein niedrigerer Innenwiderstand ist wünschenswert, damit die gelieferte Spannung möglichst unabhängig vom Lastwiderstand, d. h. eingeprägt ist. Er lässt sich, wie Gl. (2.89) zeigt, aus

der Leerlaufspannung u_{aL} ($R_b \rightarrow \infty$) und der bei dem Lastwiderstand R_b gemessenen Spannung u_a bestimmen:

$$R_i = \left(\frac{u_{aL}}{u_a} - 1 \right) R_b . \quad (2.90)$$

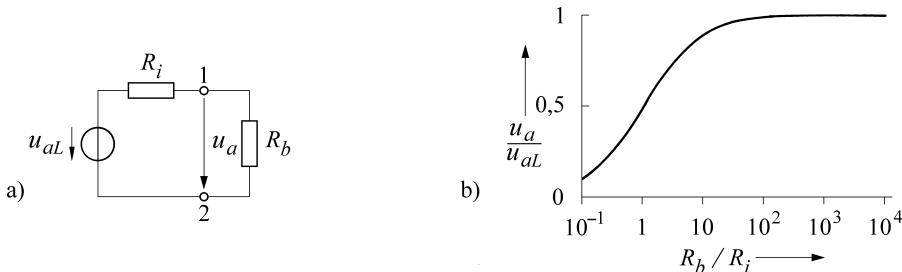


Bild 2.45 Belasteter Spannungsgenerator mit der Leerlaufspannung u_{aL} und dem Innenwiderstand R_i
a) Ersatzschaltbild, b) Ausgangsspannung in Abhängigkeit von R_b/R_i

Stromgenerator

Ein Stromgenerator wird im Ersatzschaltbild durch die den Kurzschlussstrom i_{aK} liefernde Quelle mit dem parallel liegenden Innenwiderstand R_i dargestellt (Bild 2.46).

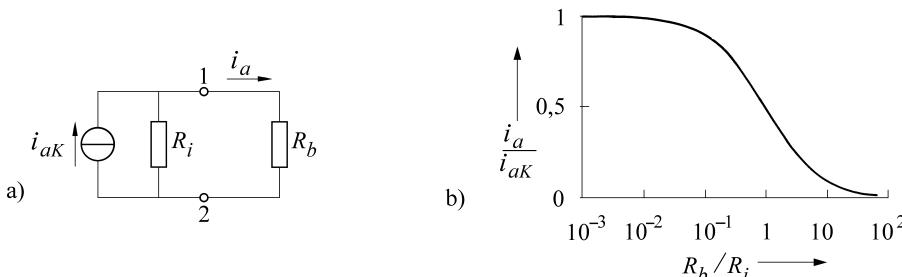


Bild 2.46 Belasteter Stromgenerator mit dem Kurzschlussstrom i_{aK} und dem Innenwiderstand R_i
a) Ersatzschaltbild, b) Ausgangstrom in Abhängigkeit von R_b/R_i

Über einen Lastwiderstand R_b fließt der Strom i_a und an den Klemmen 1 und 2 fällt die Spannung $i_a R_b$ ab:

$$R_b i_a = R_i (i_{aK} - i_a) . \quad (2.91)$$

Der im Kreis fließende Strom ist so lange gleich dem Kurzschlussstrom, solange der Lastwiderstand R_b klein ist gegenüber dem Innenwiderstand R_i der Quelle:

$$\frac{i_a}{i_{aK}} = \frac{1}{1 + \frac{R_b}{R_i}} . \quad (2.92)$$

Für Stromgeneratoren ist ein hoher Innenwiderstand wünschenswert. Er lässt sich aus dem Kurzschlussstrom $i_{aK}(R_b = 0)$ und dem bei dem Lastwiderstand R_b gemessenen Strom i_a

bestimmen zu

$$R_i = \frac{R_b}{\frac{i_{aK}}{i_a} - 1}. \quad (2.93)$$

Operationsverstärker

Die Messverstärker sind aus einem oder mehreren Operationsverstärkern aufgebaut. Diese stehen als integrierte Schaltkreise zur Verfügung. Sie sind mehrstufige Gleichspannungsverstärker großer Empfindlichkeit und großer Bandbreite. Sie haben zwei Eingänge und verstärken Spannungsdifferenzen. Ihre messtechnischen Eigenschaften lassen sich durch eine äußere Beschaltung mit Widerständen, Kondensatoren und Dioden z. B. festlegen. Operationsverstärker sind vielseitig anwendbar [2.6, 2.7].

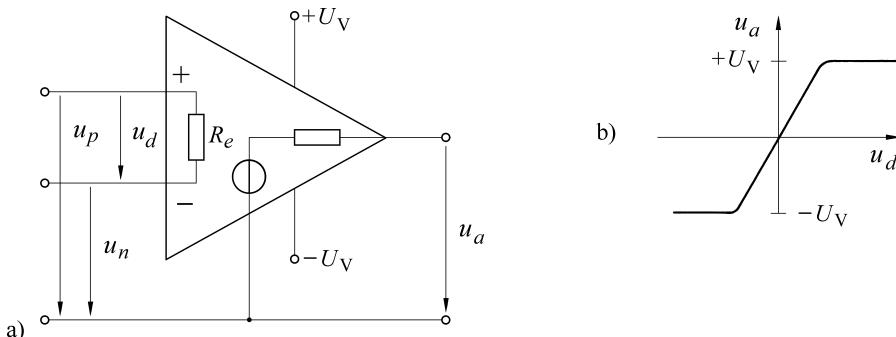


Bild 2.47 Operationsverstärker a) Schaltbild, b) Kennlinie

Die Ausgangsspannung u_a eines Operationsverstärkers (Bild 2.47) ist proportional der Differenz u_d aus der am p-Eingang liegenden Spannung u_p und der am n-Eingang anstehenden Spannung u_n . Die in Bild 2.47 rechts dargestellte Kennlinie weist ein natürliches Sättigungsverhalten auf, da sie einem Tangens-Hyperbolicus-Verlauf folgt. Die Spannungen sind, mit Ausnahme von u_d , auf das gemeinsame Massepotenzial bezogen. Die Empfindlichkeit k' des Verstärkers ist

$$k' = \frac{u_a}{u_d} = \frac{u_a}{u_p - u_n}; \quad u_a = k' (u_p - u_n). \quad (2.94)$$

Der Verstärkungsfaktor k' hat in der Regel Werte zwischen 10^4 und 10^6 . Im Aussteuerbereich wächst die Ausgangsspannung linear mit der Eingangsspannung, kann aber selbstverständlich nicht größer werden als die Versorgungsspannung U_V des Verstärkers.

Wird in der obigen Schaltung der positive Eingang auf Masse gelegt ($u_p = 0$), so haben Eingangs- und Ausgangsspannung unterschiedliche Vorzeichen. Gl. (2.94) geht für $u_p = 0$ über in

$$u_a = -k' u_n. \quad (2.95)$$

Der Verstärker wird in dieser Betriebsart als **invertierend** bezeichnet und von dem nicht invertierenden mit $u_p \neq 0$ unterschieden.

Wird an beide Eingänge dieselbe Spannung $u_{Gl} = u_p = u_n$ gelegt, so ist $u_p - u_n = 0$. Dementsprechend sollte bei dieser Gleichtaktaussteuerung auch keine Ausgangsspannung auftreten. Dies ist jedoch bei realen Verstärkern nicht der Fall.

Die Ausgangsspannung ändert sich auch bei einer gleichsinnigen Änderung der an den Eingängen liegenden Spannung u_{Gl} und eine Gleichtaktverstärkung k'_{Gl} lässt sich definieren mit

$$k'_{\text{Gl}} = \frac{\Delta u_a}{\Delta u_{\text{Gl}}} . \quad (2.96)$$

Die Ausgangsspannung u_a des Operationsverstärkers hängt somit von der Differenzspannung u_d und der Gleichtaktsspannung u_{Gl} ab, wobei als Gleichtaktsspannung die niedrigere der beiden Eingangsspannungen genommen wird:

$$u_a = k'_{(u_{\text{Gl}}=\text{konst.})} \cdot u_d + k'_{\text{Gl}}(u_d = \text{konst.}) \cdot u_{\text{Gl}} . \quad (2.97)$$

Die Gleichtaktverstärkung ist sehr viel niedriger als k' . Das Verhältnis

$$\frac{k'}{k'_{\text{Gl}}} \approx 10^4 \quad (2.98)$$

wird als Gleichtaktunterdrückung bezeichnet. Beim invertierenden Verstärker liegt der p-Eingang auf Masse und eine Gleichtaktaussteuerung tritt dementsprechend nicht auf.

Besondere Probleme entstehen beim realen Operationsverstärker noch durch eventuelle Nullpunktänderungen. Auf diese Schwierigkeiten wird im Abschnitt 2.3.6 eingegangen.

Gegenkopplung

Die Operationsverstärker werden gegengekoppelt, damit sie Messeigenschaften bekommen (Kreisstruktur Abschnitt 1.7.3).

Der Verstärker ohne eine äußere Beschaltung, der **offene** Verstärker, ist von dem **gegengekoppelten** zu unterscheiden, bei dem das Ausgangssignal an den Eingang zurückgeführt ist.

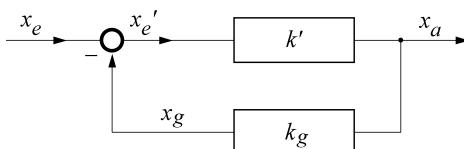


Bild 2.48 Prinzip der Gegenkopplung

Im Signalflussplan Bild 2.48 stellt der Block mit der Empfindlichkeit k' , dem Eingangssignal x'_e und dem Ausgangssignal x_a den offenen Verstärker dar:

$$x_a = k' x'_e . \quad (2.99)$$

Von dem Ausgangssignal wird der Teil x_g

$$x_g = k_g x_a \quad (2.100)$$

an den Eingang zurückgeführt und vom Eingangssignal x_e abgezogen:

$$x'_e = x_e - x_g . \quad (2.101)$$

Die Empfindlichkeit k des gegengekoppelten Verstärkers mit dem Eingangssignal x_e und dem Ausgangssignal x_a

$$k = \frac{x_a}{x_e} \quad (2.102)$$

lässt sich mit den vorausgegangenen Gleichungen überführen in

$$k = \frac{x_a}{x'_e + x_g} = \frac{k' x'_e}{x'_e + k_g k' x'_e} = \frac{k'}{1 + k_g k'}. \quad (2.103)$$

Die Gegenkopplung vermindert also die Empfindlichkeit. Infolge des Nenners von Gl. (2.103) ist k immer kleiner als k' .

Dieser Verlust an Empfindlichkeit wird aber mehr als aufgehoben dadurch, dass die Gegenkopplung die folgenden Eigenschaften des Verstärkers verbessert:

- Ist k' groß genug, so wird die Empfindlichkeit k des gegengekoppelten Verstärkers unabhängig von k' :

$$\lim_{k' \rightarrow \infty} k = \lim_{k' \rightarrow \infty} \frac{1}{k_g + \frac{1}{k'}} = \frac{1}{k_g}. \quad (2.104)$$

Die Empfindlichkeit wird nur durch den Übertragungsbeiwert k_g im Rückwärtszweig bestimmt. Dieser lässt sich durch wenige stabile passive Bauelemente realisieren, während in die Empfindlichkeit k' des offenen Verstärkers die Parameteränderungen der aktiven Bauelemente des Verstärkers eingehen.

- Der Eingangswiderstand des Spannungsverstärkers wird – wie noch gezeigt – vergrößert, der des Stromverstärkers verringert.
- Der Innenwiderstand des Spannungsgenerators wird verkleinert, der des Stromgenerators erhöht.
- Die Bandbreite wird durch die Gegenkopplung vergrößert. Das Produkt aus Empfindlichkeit und Grenzfrequenz ist konstant (Bild 2.49):

$$k' f'_g = k f_g. \quad (2.105)$$

In dem Maße, in dem die Gegenkopplung die Empfindlichkeit vermindert, erhöht sie die obere Grenzfrequenz und die Bandbreite. Außerdem nimmt auch durch die Erhöhung der Grenzfrequenz die Phasenverschiebung zwischen Ausgangs- und Eingangssignal ab.

Keine Verbesserung bringt jedoch die Gegenkopplung für die später noch zu behandelnden Nullpunktfehler.

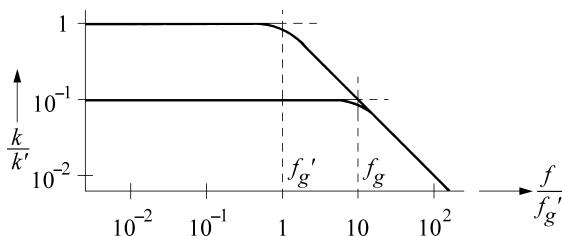


Bild 2.49 Die Grenzfrequenz des gegengekoppelten Verstärkers f_g ist höher als die des offenen Verstärkers f'_g

2.3.2 Nicht invertierender Spannungsverstärker

Nach den einleitenden Ausführungen der vorausgegangenen Abschnitte sollen nun die Eigenschaften der direkt gekoppelten Gleichspannungsverstärker quantitativ beschrieben werden. Die mit einem Strich als oberen Index versehenen Größen beziehen sich dabei auf den offenen Verstärker, die Größen ohne Strich auf den gegengekoppelten Verstärker.

Gegengekoppelter u/u -Verstärker

In der Schaltung nach Bild 2.50 entsteht der gegengekoppelte Verstärker mit den Klemmenpaaren 1, 2 und 3, 4 aus dem offenen Verstärker mit den Anschlüssen 1', 2' und 3', 4'. Der offene Verstärker mit der Empfindlichkeit k' verstärkt die Eingangsspannung u'_e auf $k'u'_e$. Wird der Ausgang belastet, so fällt ein Teil der Spannung am Innenwiderstand R'_i der Spannungsquelle ab und an den Ausgangsklemmen steht die Spannung u_a zur Verfügung. Der Bruchteil u_g

$$u_g = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_a \quad (2.106)$$

wird zur Gegenkopplung an den Eingang zurückgeführt und von der zu messenden Spannung u_e abgezogen. Damit der Spannungsteiler R_1, R_2 die Quelle nur vernachlässigbar belastet, soll er hochohmig gegenüber R'_i und auch gegenüber R_b sein:

$$R_1 + R_2 \gg R'_i, \quad R_1 + R_2 \gg R_b. \quad (2.107)$$

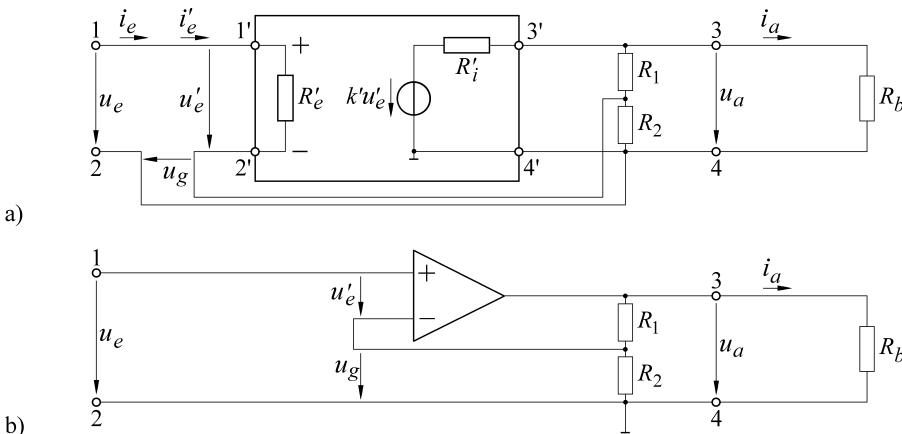


Bild 2.50 Gegengekoppelter u/u -Verstärker mit a) vierpolig und b) dreipolig gezeichnetem Grundverstärker

Im Eingangskreis fließt der Strom $i_e = i'_e$ über die in Reihe liegenden Widerstände R'_e und R_2 . Der Spannungsabfall an R_2 soll gegenüber dem an R'_e zu vernachlässigen sein. Dementsprechend wird R_2 so ausgelegt, dass gilt

$$R_2 \ll R'_e. \quad (2.108)$$

Empfindlichkeit. Zunächst soll die Empfindlichkeit k_u des gegengekoppelten Verstärkers, die **Betriebsempfindlichkeit**, berechnet werden:

$$k_u = \frac{u_a}{u_e}. \quad (2.109)$$

Gesucht ist also der Zusammenhang zwischen der Eingangsspannung u_e und der Ausgangsspannung u_a . Um ihn zu finden, werden Maschengleichungen für die Spannungen im Eingangskreis und im Ausgangskreis gebildet:

$$u_e - \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_a - u'_e = 0, \quad (2.110)$$

$$k' u'_e - u_a - \frac{R'_i}{R_b} u_a = 0 \quad (2.111)$$

und in Gl. (2.110) wird nach u'_e geordnet

$$u'_e = u_e - \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_a \quad (2.112)$$

und in Gl. (2.111) eingesetzt. Die so entstandene Beziehung enthält nur die Variablen u_e und u_a :

$$\begin{aligned} k' u_e - k' \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_a - u_a - \frac{R'_i}{R_b} u_a &= 0; \\ u_e - \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{1}{k'} + \frac{R'_i}{k' R_b} \right) u_a &= 0 \end{aligned} \quad (2.113)$$

und die Betriebsempfindlichkeit k_u ist

$$k_u = \frac{u_a}{u_e} = \frac{1}{\frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{1}{k'} + \frac{R'_i}{k' R_b}}. \quad (2.114)$$

Bei einem „idealen“ Verstärker mit $k' \rightarrow \infty$ geht der letzte Ausdruck über in

$$\lim_{k' \rightarrow \infty} k_u = 1 + \frac{R_1}{R_2}; \quad u_a = \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) u_e. \quad (2.115)$$

Die Betriebsverstärkung k_u hängt nur von den Widerständen R_1 und R_2 ab. Die Verstärkung k' des offenen Verstärkers, die **Grundverstärkung**, bleibt so lange ohne Einfluss, solange sie nur groß genug ist.

Die Stärke der Gegenkopplung wird durch das Verhältnis aus Grundverstärkung und Betriebsverstärkung, durch den so genannten **Gegenkopplungsgrad** g , charakterisiert:

$$g = \frac{k'}{k_u}. \quad (2.116)$$

Für eine erste Dimensionierung der Gegenkopplung ist es ausreichend, den offenen Verstärker als ideal ($k' \rightarrow \infty$) anzusehen. In diesem Fall benötigt er keine Eingangsspannung, $u'_e = 0$, um eine endliche Ausgangsspannung u_a zu liefern. Die Maschengleichung Gl. (2.110) für den Eingangskreis reduziert sich auf

$$u_e = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_a, \quad (2.117)$$

woraus direkt das Ergebnis Gl. (2.115) folgt.

Eingangswiderstand. Der Widerstand R_e zwischen den Eingangsklemmen 1 und 2 des Verstärkers (Eingangswiderstand) ist

$$R_e = \frac{u_e}{i_e} = \frac{u_e}{i'_e}. \quad (2.118)$$

Um ihn mit dem des offenen Verstärkers R'_e

$$R'_e = \frac{u'_e}{i'_e} \quad (2.119)$$

in Verbindung zu setzen, werden die beiden letzten Gleichungen zusammengefasst:

$$R_e = \frac{u_e}{u'_e} R'_e. \quad (2.120)$$

In dieser Gleichung werden jetzt nach Gl. (2.109) und Gl. (2.111) die Eingangsspannungen durch die Ausgangsspannung und die Verstärkungsfaktoren ausgedrückt:

$$R_e = \frac{\frac{u_a}{k_u}}{\frac{u_a}{k'} \left(1 + \frac{R'_i}{R_b} \right)} R'_e = \frac{k'}{k_u} \frac{1}{1 + \frac{R'_i}{R_b}} R'_e \approx \frac{k'}{k_u} R'_e. \quad (2.121)$$

Der Eingangswiderstand des gegengekoppelten Verstärkers ist also um den Faktor k'/k_u größer als der des offenen. Bei einem idealen Verstärker wird der Eingangswiderstand unendlich

$$\lim_{k' \rightarrow \infty} R_e \rightarrow \infty \quad (2.122)$$

und die Quelle wird nicht belastet, $i'_e = i_e = 0$. Da früher nur mit Elektrometerröhren derartig hohe Eingangswiderstände erreicht werden konnten, wird der gegengekoppelte nicht invertierende Verstärker auch als **Elektrometerverstärker** bezeichnet.

Ausgangswiderstand. Der Innenwiderstand des Spannungsgenerators ist der Ausgangswiderstand des Verstärkers. Der des offenen Verstärkers ist R'_i . Der Ausgangswiderstand R_i des gegengekoppelten Verstärkers bezüglich der Klemmen 3 und 4 lässt sich aus zwei Spannungsmessungen bestimmen:

$$R_i = \left(\frac{u_{aL}}{u_a} - 1 \right) R_b. \quad (2.123)$$

Um den Zusammenhang zwischen R_i und R'_i zu finden, werden in der letzten Gleichung nach Gl. (2.114) die Ausgangsspannungen durch die Eingangsspannung und Verstärkungsfaktoren ersetzt. Die Leerlaufspannung u_{aL} ergibt sich aus Gl. (2.114), indem ein unendlich großer Lastwiderstand, $R_b \rightarrow \infty$, angenommen und der Term $R'_i / k' R_b$ vernachlässigt wird:

$$R_i = \left(\frac{\frac{u_e}{R_2} + \frac{1}{k'} + \frac{R'_i}{k' R_b}}{\frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{1}{k'}} - 1 \right) R_b; \\ R_i = \frac{R'_i}{1 + k' \frac{R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{R'_i}{1 + \frac{k'}{k_u}}. \quad (2.124)$$

Der wirksame Innenwiderstand R_i der Quelle wird durch die Gegenkopplung um den Faktor k'/k_u verkleinert und verschwindet für den idealen Verstärker mit $k' \rightarrow \infty$:

$$\lim_{k' \rightarrow \infty} R_i = 0. \quad (2.125)$$

Beispiel 2.3

Um die Spannung $u_e = 10 \text{ mV}$ auf $u_a = 10 \text{ V}$ zu verstärken, ist die Betriebsempfindlichkeit

$$k_u = \frac{u_a}{u_e} = \frac{10 \text{ V}}{0,01 \text{ V}} = 1000$$

erforderlich. Bei einem idealen Operationsverstärker ist dafür nach Gl. (2.115) das Teilverhältnis $R_1/R_2 = 999$ notwendig, das z. B. mit $R_1 = 999 \text{ k}\Omega$ und $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ erreicht

werden kann. (Später wird mit Gl. (2.199) noch begründet, dass der Widerstand R_2 ungefähr so groß wie der Innenwiderstand der Spannungsquelle sein soll.)

Mit diesem Spannungsteiler wird nun ein realer Operationsverstärker

$$k' = 10^5; \quad R'_e = 10^{10} \Omega; \quad R'_i = 100 \Omega$$

mit $R_b = 1 \text{ k}\Omega$ beschaltet. Aus Gl. (2.114) ergibt sich die Betriebsempfindlichkeit zu $k_u = 989$. Der Gegenkopplungsgrad g ist 101. Der Eingangswiderstand R_e erhöht sich nach Gl. (2.121) auf $0,92 \cdot 10^{12} \Omega$ und der Ausgangswiderstand R_i nimmt mit Gl. (2.124) auf $0,99 \Omega$ ab (Zeile mit Typ u/u von Tabelle 2.1). Um auch mit dem realen Verstärker den Verstärkungsfaktor von 1000 zu erreichen, ist das Verhältnis $R_1 : R_2$ auf 1010,1 zu erhöhen.

Tabelle 2.1 Auslegen eines Operationsverstärkers durch Gegenkopplung. Ein Spannungsverstärker (Operationsverstärker) mit den Daten $R'_e = 10^{10} \Omega$, $R'_i = 10^2 \Omega$, $k' = 10^5$ wird durch die Gegenkopplung zu einem u/u -, u/i -, i/u - oder i/i -Verstärker mit den in der Tabelle angegebenen Eigenschaften. Der Spannungsausgang ist mit $R_b = 1 \text{ k}\Omega$, der Stromausgang mit $R_b = 200 \Omega$ belastet.

Typ	x_e	x_a	$\lim_{k' \rightarrow \infty}$	$k (k' = 10^5)$	$R_e \text{ in } \Omega$	$R_i \text{ in } \Omega$
u/u	10 mV	10 V	$k_u = 10^3$	$k_u = 989$	$0,9 \cdot 10^{12}$	0,99
u/i	10 mV	20 mA	$k_G = 2 \text{ A/V}$	$k_G = 1,988 \text{ A/V}$	$1,6 \cdot 10^{12}$	$5 \cdot 10^4$
i/u	10 μA	-10 V	$k_R = -1 \text{ V}/\mu\text{A}$	$k_R = -0,999 \text{ V}/\mu\text{A}$	1	$1 \cdot 10^{-3}$
i/i	10 μA	-20 mA	$k_i = -2000$	$k_i = -1999$	6	$1 \cdot 10^6$

Gegengekoppelter u/i -Verstärker

Die Eingangsgröße des u/i -Verstärkers von Bild 2.51 ist eine Spannung, die Ausgangsgröße der eingeprägte Strom i_a . Dieser fließt über den Gegenkopplungswiderstand R_g . Die am R_g abfallende Spannung u_g

$$u_g = R_g i_a \quad (2.126)$$

wird an den Eingang zurückgeführt und von der zu messenden Spannung u_e abgezogen. Der Gegenkopplungswiderstand R_g ist dabei klein gegenüber dem Eingangswiderstand R'_e zu halten:

$$R_g \ll R'_e. \quad (2.127)$$

Empfindlichkeit. Die Empfindlichkeit k_G des gegengekoppelten Verstärkers

$$k_G = \frac{i_a}{u_e} \quad (2.128)$$

hat die Einheit eines Leitwertes. Um den Zusammenhang zwischen der Eingangsspannung u_e und dem Ausgangstrom i_a zu finden, werden die Maschengleichungen für den Ein- und Ausgangskreis aufgestellt:

$$u_e - R_g i_a - u'_e = 0; \quad (2.129)$$

$$k' u'_e - (R_g + R_b + R'_i) i_a = 0. \quad (2.130)$$

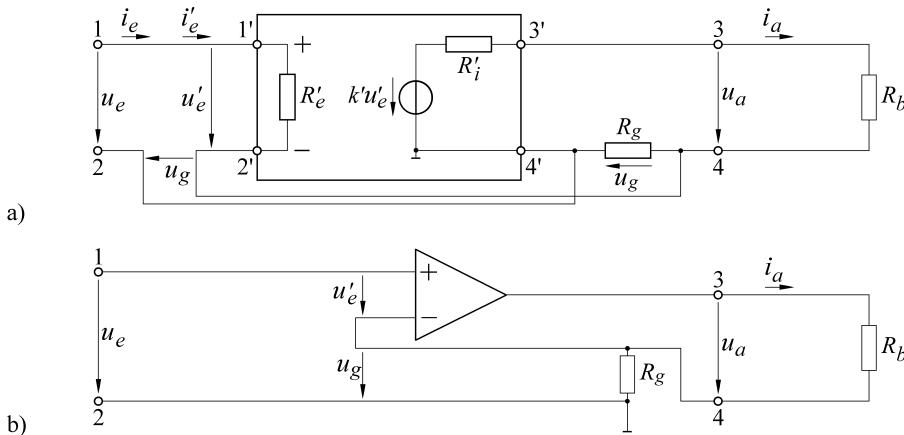


Bild 2.51 Gegengekoppelter u/i -Verstärker mit a) vierpolig und b) dreipolig gezeichnetem Grundverstärker

In die letzte Gleichung wird die Eingangsspannung u'_e des offenen Verstärkers

$$u'_e = u_e - R_g i_a$$

eingesetzt:

$$k' u_e - k' R_g i_a - (R_g + R_b + R'_i) i_a = 0. \quad (2.131)$$

Daraus ergibt sich die gesuchte Empfindlichkeit k_G zu

$$k_G = \frac{i_a}{u_e} = \frac{1}{R_g + \frac{1}{k'} (R_g + R_b + R'_i)}. \quad (2.132)$$

Bei dem idealen Verstärker mit $k' \rightarrow \infty$ hängt die Empfindlichkeit nur von dem Gegenkopplungswiderstand R_g ab:

$$\lim_{k' \rightarrow \infty} k_G = \frac{1}{R_g}; \quad i_a = \frac{u_e}{R_g}. \quad (2.133)$$

Dieses Ergebnis lässt sich schon direkt aus Gl. (2.129) ablesen. Der ideale Verstärker benötigt keine Eingangsspannung, $u'_e = 0$, so dass mit

$$u_e - R_g i_a = 0$$

die bekannte Gl. (2.133) übrig bleibt.

Eingangswiderstand. Um den sich an den Klemmen 1 und 2 ergebenden Eingangswiderstand zu bestimmen, wird von der Gl. (2.120) ausgegangen:

$$R_e = \frac{u_e}{u'_e} R'_e. \quad (2.134)$$

In dieser Beziehung werden jetzt die Eingangsspannungen nach Gl. (2.128) und Gl. (2.130) durch den Ausgangstrom ersetzt:

$$R_e = \frac{i_a}{k_G} \frac{k'}{i_a (R_g + R_b + R'_i)} R'_e = \frac{k'}{k_G} \frac{R'_e}{R_g + R_b + R'_i}. \quad (2.135)$$

Der Eingangswiderstand R_e des gegengekoppelten Verstärkers ist wieder größer als der des offenen Verstärkers R'_e und geht für den idealen Verstärker gegen unendlich:

$$\lim_{k' \rightarrow \infty} R_e \rightarrow \infty. \quad (2.136)$$

Ausgangswiderstand. Der gegengekoppelte Verstärker liefert den eingeprägten Ausgangstrom i_a . Das Ersatzschaltbild, das sein Verhalten bezüglich der Klemmen 3 und 4 beschreibt, ist das der Stromquelle von Bild 2.46. Deren Innenwiderstand lässt sich nach Gl. (2.93) aus zwei Strommessungen bestimmen:

$$R_i = \frac{R_b}{\frac{i_{aK}}{i_a} - 1}. \quad (2.137)$$

Um den Zusammenhang zwischen dem Ausgangswiderstand des gegengekoppelten und des offenen Verstärkers herzustellen, werden in die obige Beziehung die Ausgangströme nach Gl. (2.132) eingesetzt. Der Kurzschlussstrom i_{aK} ergibt sich für $R_b = 0$.

$$\begin{aligned} R_i &= \frac{R_b}{\left(\frac{u_e}{R_g + \frac{1}{k'} (R_g + R'_i)} \right) \left(\frac{R_g + \frac{1}{k'} (R_g + R_b + R'_i)}{u_e} \right) - 1} \\ &= R'_i + (1 + k') R_g. \end{aligned} \quad (2.138)$$

R_i ist jetzt größer als R'_i . Obwohl der offene Verstärker eine Spannungsquelle mit dem Innenwiderstand R'_i darstellt, zeigt der gegengekoppelte Verstärker das Verhalten einer Stromquelle mit dem für eine Stromquelle erforderlichen hohen Innenwiderstand R_i . Bei dem idealen Verstärker geht der Innenwiderstand gegen unendlich:

$$\lim_{k' \rightarrow \infty} R_i \rightarrow \infty. \quad (2.139)$$

Beispiel 2.4

Mit einem idealen Verstärker soll eine Spannung von 10 mV in einen Strom von 20 mA umgeformt werden. Der notwendige Gegenkopplungswiderstand R_g errechnet sich nach Gl. (2.133) zu

$$R_g = \frac{u_e}{i_a} = \frac{10 \text{ mV}}{20 \text{ mA}} = 0,5 \Omega.$$

Entsprechend gilt

$$k_G = \frac{1}{R_g} = 2 \frac{\text{mA}}{\text{mV}}.$$

Wird wieder der reale Operationsverstärker des vorausgegangenen Abschnitts zu Grunde gelegt und mit dem Widerstand $R_b = 200 \Omega$ beschaltet, so errechnet sich nach Gl. (2.132) der Übertragungsfaktor k_G zu $1,998 \Omega^{-1}$. Die Gl. (2.135) liefert den Eingangswiderstand R_e zu $1,67 \cdot 10^{12} \Omega$ und der Ausgangswiderstand (Gl. 2.138) ist mit $50,1 \text{ k}\Omega$ der einer eingeprägten Stromquelle (Zeile mit Typ u/i von Tabelle 2.1).



2.3.3 Invertierender Stromverstärker

Der p-Eingang des invertierenden Verstärkers liegt an Masse, so dass keine Gleichtaktspannungen auftreten können. Die Gegenkopplung führt, wie noch gezeigt wird, zu einem niedrigen Eingangswiderstand. Der invertierende Verstärker ist damit ein Strom- und nicht ein Spannungsverstärker.

Gegengekoppelter i/u -Verstärker

Der Strom i_e ist das Eingangssignal, die Spannung u_a das Ausgangssignal des gegengekoppelten i/u -Verstärkers (Bild 2.52). Zur Gegenkopplung wird der Strom i_g zurückgeführt und dem zu messenden Strom i_e hinzugefügt. Da Ströme in Knotenpunkten, Spannungen in Maschen addiert werden, können Strom- und Spannungsverstärker anhand der jeweiligen Eingangsschaltung unterscheiden werden. Der zurückgeführte Strom i_g ergibt sich aus dem an der Spannung $u_a - u'_e$ liegenden Gegenkopplungswiderstand R_g . Der Gegenkopplungswiderstand ist so auszulegen, dass die Bedingungen

$$R'_e \gg R_g \quad R_g \gg R'_i \quad (2.140)$$

eingehalten sind. In diesem Fall wird einerseits der rückgeführte Strom i_g durch R_g bestimmt und andererseits die Ausgangsspannung nicht zu sehr belastet.

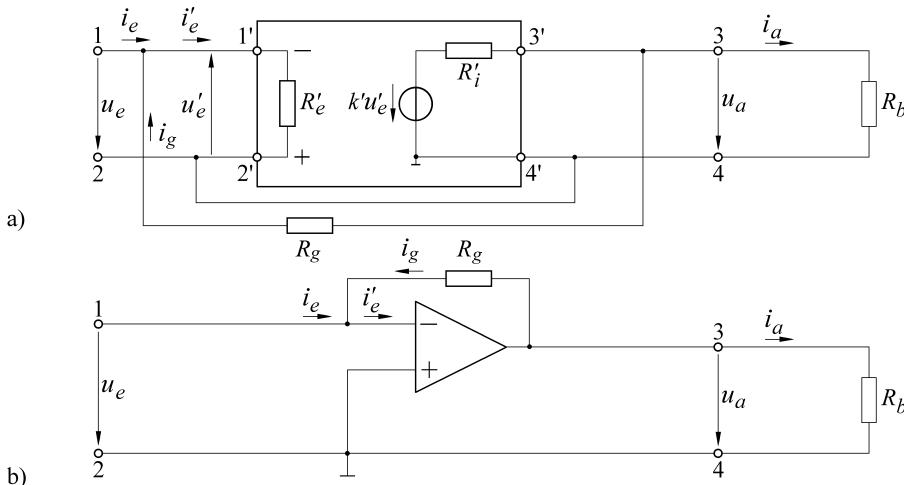


Bild 2.52 Gegengekoppelter i/u -Verstärker mit a) vierpolig und b) dreipolig gezeichnetem Grundverstärker

Empfindlichkeit. Gesucht ist der Zusammenhang zwischen dem Eingangsstrom i_e und der Ausgangsspannung u_a . Die Rechnung wird hier etwas umfangreicher als beim Spannungsverstärker, da aus den in den Ansätzen stehenden Größen i_e , u_a , u'_e , i_g die beiden letzteren zu eliminieren sind. Die Knotenpunktgleichung im Eingangskreis liefert

$$i_e + i_g - i'_e = 0. \quad (2.141)$$

Sie wird unter Berücksichtigung der für den offenen Verstärker geltenden Beziehung $i'_e R'_e = -u'_e$ nach i_g geordnet:

$$i_g = -i_e - \frac{u'_e}{R'_e}. \quad (2.142)$$

Indem in die Maschengleichung

$$u'_e - R_g i_g + u_a = 0 \quad (2.143)$$

die Gl. (2.142) eingeführt wird, entsteht

$$u'_e + R_g i_e + \frac{R_g}{R'_e} u'_e + u_a = 0. \quad (2.144)$$

Hier kann wegen Gl. (2.140) der 3. Term gegenüber dem ersten vernachlässigt werden und übrig bleibt

$$u'_e = -R_g i_e - u_a. \quad (2.145)$$

Nun wird die Maschengleichung für den Ausgang aufgestellt, die Beziehung $i_a R_b = u_a$ berücksichtigt und Gl. (2.142) eingeführt:

$$k' u'_e + u'_e - R_g i_g - R'_i (i_a + i_g) = 0; \quad (2.146)$$

$$k' u'_e + u'_e + R_g i_e + \frac{R_g}{R'_e} u'_e - \frac{R'_i}{R_b} u_a + R'_i i_e + \frac{R'_i}{R'_e} u'_e = 0. \quad (2.147)$$

In dieser Gleichung können der 2., 4. und der letzte Term gegenüber dem l. unberücksichtigt bleiben. Mit Gl. (2.145) geht Gl. (2.147) über in

$$-k' R_g i_e - k' u_a + R_g i_e - \frac{R'_i}{R_b} u_a + R'_i i_e = 0. \quad (2.148)$$

Jetzt darf der 3. Term gegenüber dem ersten vernachlässigt werden und die gesuchte Betriebsverstärkung k_R des gegengekoppelten Verstärkers ergibt sich zu

$$k_R = \frac{u_a}{i_e} = -\frac{k' R_g - R'_i}{k' + \frac{R'_i}{R_b}} = -\frac{R_g - \frac{R'_i}{k'}}{1 + \frac{R'_i}{k' R_b}}. \quad (2.149)$$

Für den idealen Verstärker mit $k' \rightarrow \infty$ wird diese Gleichung besonders einfach mit

$$\lim_{k' \rightarrow \infty} k_R = -R_g \quad u_a = -R_g i_e. \quad (2.150)$$

Maßgebend für die Verstärkung ist allein der Gegenkopplungswiderstand R_g , wobei das Minuszeichen die invertierende Eigenschaft zum Ausdruck bringt.

Die letzte Gleichung lässt sich auch schneller gewinnen. Der ideale Verstärker benötigt weder einen Eingangsstrom noch eine Eingangsspannung, $i'_e = 0, u'_e = 0$. Unter diesen Voraussetzungen folgt aus der Knotenpunktgleichung Gl. (2.141) $i_e = -i_g$ und aus der Maschengleichung Gl. (2.143) $u_a = R_g i_g$. Indem diese beiden Ergebnisse zusammengefasst werden, ergibt sich mit

$$u_a = -R_g i_e$$

die schon bekannte Beziehung Gl. (2.150).

Eingangswiderstand. Bei den gewählten Zählpfeilen sind die Eingangsspannungen des Stromverstärkers entgegengesetzt gleich:

$$u_e = -u'_e.$$

Der Eingangswiderstand zwischen den Klemmen 1 und 2 ist

$$R_e = \frac{u_e}{i_e} = -\frac{u'_e}{i_e}. \quad (2.151)$$

Mit Gl. (2.145) geht dieser Ausdruck über in

$$R_e = R_g + k_R . \quad (2.152)$$

Für eine unendlich große Grundverstärkung gilt $k_R = -R_g$ und der Eingangswiderstand des gegengekoppelten invertierenden Verstärkers wird null:

$$\lim_{k' \rightarrow \infty} R_e = R_g - R_g = 0 . \quad (2.153)$$

Der gegengekoppelte invertierende Verstärker verhält sich so, als läge neben dem p- auch der n-Eingang und damit auch der Knotenpunkt im Eingangskreis an Masse. Der n-Eingang wird aus diesem Grunde häufig als virtuelles Massenpotenzial bezeichnet.

Ausgangswiderstand. Wie beim u/u -Verstärker wird von Gl. (2.90) ausgegangen. Indem aus Gl. (2.149) die Werte für u_a und u_{aL} eingesetzt werden, entsteht das Ergebnis:

$$R_i = \frac{R'_i}{k'} . \quad (2.154)$$

Der Innenwiderstand des Spannungsgenerators geht für den idealen Verstärker wieder gegen null:

$$\lim_{k' \rightarrow \infty} R_i = 0 . \quad (2.155)$$

Beispiel 2.5

Mit einem idealen Verstärker soll ein Strom von $10 \mu\text{A}$ in eine Spannung von -10 V umgeformt werden. Der erforderliche Gegenkopplungswiderstand errechnet sich aus Gl. (2.150) zu

$$R_g = -\frac{u_a}{i_e} = -\frac{-10 \text{ V}}{10 \mu\text{A}} = 1 \text{ M}\Omega .$$

Wird jetzt der reale Operationsverstärker des vorausgegangenen Abschnitts zu Grunde gelegt und mit dem Widerstand $R_b = 1 \text{ k}\Omega$ beschaltet, so nimmt die Empfindlichkeit k_R leicht auf $-0,999\,998 \text{ V}/\mu\text{A}$ ab. Der Eingangswiderstand R_e des Stromverstärkers Gl. (2.152) ist mit 1Ω sehr viel niedriger als der des offenen Verstärkers ($R'_e = 10^{10} \Omega$). Der Ausgangswiderstand ergibt sich aus Gl. (2.154) zu $10^{-3} \Omega$ (Zeile mit Typ i/u von der Tabelle 2.1).

Gegengekoppelter i/i -Verstärker

Der i/i -Verstärker hat einen Strom als Eingangs- und Ausgangssignal (Bild 2.53). Der rückgeführte Strom i_g wird durch den Spannungsabfall an R_2 und durch den Widerstand R_1 bestimmt. Die beiden Widerstände sind so auszulegen, dass sie jeweils klein gegenüber R'_e bleiben:

$$R_1 \ll R'_e ; \quad R_2 \ll R'_e . \quad (2.156)$$

Empfindlichkeit. Um die Abhängigkeit des Ausgangstroms vom Eingangsstrom zu finden, werden wieder die Knoten- und Maschengleichungen aufgestellt. Die Stromaufteilung im Eingangskreis ist dieselbe wie beim i/u -Verstärker, so dass von dort die Beziehung Gl. (2.142) übernommen werden kann.

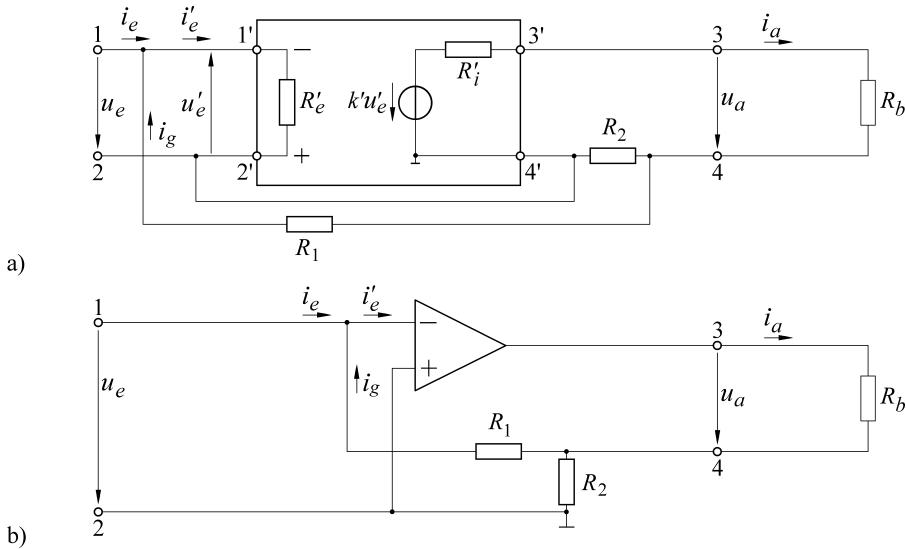


Bild 2.53 Gegengekoppelter i/i -Verstärker mit a) vierpolig und b) dreipolig gezeichnetem Grundverstärker

Die Maschengleichung für den Verstärkereingang

$$u'_e - R_1 i_g + R_2 (i_a - i_g) = 0 \quad (2.157)$$

geht mit Gl. (2.142) über in

$$u'_e + R_1 i_e + \frac{R_1}{R'_e} u'_e + R_2 i_a + R_2 i_e + \frac{R_2}{R'_e} u'_e = 0. \quad (2.158)$$

Hier brauchen wegen Gl. (2.156) der 3. und der letzte Term nicht weiter berücksichtigt zu werden, so dass sich die Eingangsspannung u'_e des offenen Verstärkers darstellen lässt als

$$u'_e = -R_1 i_e - R_2 i_e - R_2 i_a. \quad (2.159)$$

Wird nun in die Maschengleichung für den Ausgang

$$k' u'_e + u'_e - R_1 i_g - R_b i_a - R'_i i_a = 0 \quad (2.160)$$

die Gl. (2.142) eingeführt, so entsteht

$$k' u'_e + u'_e + R_1 i_e + \frac{R_1}{R'_e} u'_e - R_b i_a - R'_i i_a = 0. \quad (2.161)$$

Hier dürfen der 2. und der 4. Term gegenüber dem ersten vernachlässigt werden. Mit Gl. (2.159) folgt als Endergebnis mit $R_1 i_e \ll k' R_1 i_e$

$$-k' R_1 i_e - k' R_2 i_e - k' R_2 i_a + R_1 i_e - R_b i_a - R'_i i_a = 0; \quad (2.162)$$

$$k_i = \frac{i_a}{i_e} = -\frac{R_1 + R_2}{R_2 + \frac{R_b}{k'} + \frac{R'_i}{k'}}. \quad (2.163)$$

Für $k' \rightarrow \infty$ wird die Empfindlichkeit unabhängig von den Eigenschaften des offenen Verstärkers und allein durch die Widerstände R_1 und R_2 bestimmt:

$$\lim_{k' \rightarrow \infty} k_i = -\frac{R_1 + R_2}{R_2}; \quad i_a = -\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) i_e. \quad (2.164)$$

Dieses Ergebnis ist für den idealen Verstärker mit $i'_e = 0$, $u'_e = 0$ auch direkt zu gewinnen. Die Knotenpunktgleichung Gl. (2.142) liefert $i_e = -i_g$ und die Maschengleichung Gl. (2.157) ergibt $i_g = R_2 i_a / (R_1 + R_2)$. Aus der Kombination der beiden Ausdrücke entsteht die Gl. (2.164).

Eingangswiderstand. Die Gl. (2.159) in Gl. (2.151) eingesetzt liefert

$$R_e = \frac{(R_1 + R_2) i_e + R_2 i_a}{i_e} = R_1 + R_2 + k_i R_2. \quad (2.165)$$

Der Eingangswiderstand des idealen Verstärkers wird null bei $k' \rightarrow \infty$:

$$\lim_{k' \rightarrow \infty} R_e = R_1 + R_2 - \frac{R_1 + R_2}{R_2} R_2 = 0. \quad (2.166)$$

Der n-Eingang und der Knoten im Eingangskreis können wieder als virtuelles Massenpotential angesehen werden.

Ausgangswiderstand. In die Gl. (2.93) für den Ausgangswiderstand des Stromgenerators werden die Ströme nach Gl. (2.163) eingeführt. Damit ergibt sich der Ausgangswiderstand R_i zu

$$R_i = R'_i + k' R_2. \quad (2.167)$$

Der ideale Verstärker enthält eine ideale Stromquelle mit einem unendlich großen Innenwiderstand

$$\lim_{k' \rightarrow \infty} R_i \rightarrow \infty. \quad (2.168)$$

Beispiel 2.6

Ein Strom von $10 \mu\text{A}$ soll auf -20 mA verstärkt werden. Die Gleichung (2.164) liefert für das Verhältnis R_1/R_2 den Wert 1999. Wird R_2 z. B. zu 10Ω gewählt ($0,1 R'_i$), so ist R_1 mit $19,99 \text{ k}\Omega$ zu dimensionieren. Bei dem realen Verstärker mit den Daten von Tabelle 2.1 geht nach Gl. (2.163) die Empfindlichkeit von -2000 geringfügig auf $-1999,4$ zurück. Der Eingangswiderstand ist nach Gl. (2.165) 6Ω und Gl. (2.167) liefert für den Ausgangswiderstand den Wert von $R_i = 1 \text{ M}\Omega$.



2.3.4 Anwendungen des Spannungsverstärkers

Der Spannungsverstärker, charakterisiert durch seinen hohen Eingangswiderstand, wird natürlich zur Spannungsmessung verwendet. Als Beispiele für weitere Einsatzmöglichkeiten werden nachfolgend einige für die Messtechnik wichtige erläutert. Dabei wird jeweils der ideale Verstärker mit $u_e = u_g$ zu Grunde gelegt.

Konstantspannungs- und Konstantstromquelle. Galvanische Elemente und mit Zenerdioden stabilisierte Schaltungen werden als **Konstantspannungsquellen** verwendet. Bei einer wechselnden Belastung ändert sich jedoch die abgegebene Spannung und die Eigenschaft der Konstanz geht verloren. Hier helfen die gegengekoppelten Verstärker weiter. Der von

Bild 2.54 (a) bildet aus der konstanten Eingangsspannung U_{e0} die konstante Ausgangsspannung U_{a0} mit

$$U_{a0} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) U_{e0}. \quad (2.169)$$

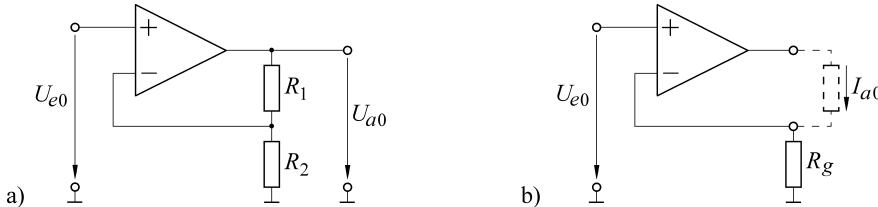


Bild 2.54 Gegengekoppelter Verstärker als a) Konstantspannungsquelle, b) Konstantstromquelle

Infolge des gleich bleibend hohen Verstärker-Eingangswiderstandes wird die Quelle praktisch nicht belastet und ihre Spannung U_{e0} bleibt konstant. Die Ausgangsspannung U_{a0} des Verstärkers andererseits ist eingeprägt und in weiten Grenzen vom entnommenen Strom unabhängig.

Wird an Stelle des u/u - ein u/i -Verstärker verwendet, so ergibt sich eine den eingeprägten Strom I_{a0} liefernde **Konstantstromquelle** (Bild 2.54 b):

$$I_{a0} = \frac{U_{e0}}{R_g}. \quad (2.170)$$

Spannungsfolger. Wird der Spannungsverstärker mit $R_1 = 0$ und $R_2 \rightarrow \infty$ gegengekoppelt (Bild 2.55), so wird die gesamte Ausgangsspannung u_a zurückgeführt und die Ausgangsspannung wird gleich der Eingangsspannung:

$$u_a = u_e. \quad (2.171)$$

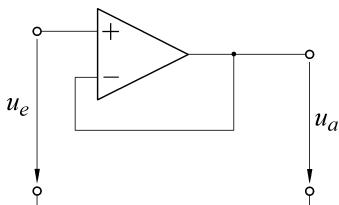


Bild 2.55 Spannungsfolger oder Impedanzwandler

Der Spannungsfolger oder **Impedanzwandler** bringt in den Fällen Vorteile, in denen Quellen mit einem großen Innenwiderstand schon ausreichend hohe Spannungen liefern. Er ändert nicht die Höhe der Spannung, sondern erleichtert ihre Weiterverarbeitung dadurch, dass jetzt die aus einer niederohmigen Quelle stammende Verstärker-Ausgangsspannung zu messen ist. Der Impedanzwandler wird insbesondere in Abtast- und Haltegliedern und bei Impulsmessungen verwendet. Hier wird der Ausgangswiderstand des Verstärkers an den Wellenwiderstand des Kabels angepasst, wodurch sich unerwünschte Reflexionen weitgehend vermeiden lassen.

Präzisions-Spitzenwertgleichrichter. Die in Bild 2.16 gezeigte Schaltung zur Messung des Scheitelwertes einer Wechselspannung hat den Nachteil, dass die Kondensatorspannung

u_C jeweils um den Spannungsabfall u_D an der Diode kleiner als der Scheitelwert ist, $u_C = \hat{u}_e - u_D$. Dieser Fehler lässt sich vermeiden, wenn die Diode an den Ausgang eines Spannungsverstärkers gelegt und die Spannung hinter der Diode an den Eingang zurückgeführt wird (Bild 2.56 a).

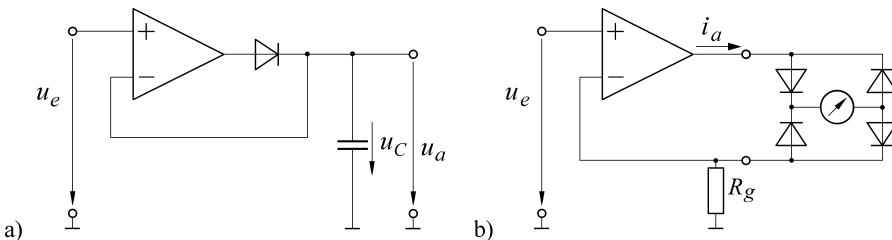


Bild 2.56 Präzisions-Gleichrichter für a) positiven Spitzenwert (Spannungsausgang) und b) Gleichrichtwert (Stromausgang)

Jetzt wird der Kondensator, unabhängig von dem Spannungsabfall an der Diode, immer auf den Scheitelwert der Eingangsspannung aufgeladen:

$$u_C = u_a = \hat{u}_e . \quad (2.172)$$

Bei der Messung des Gleichrichtwertes von Wechselspannungen mit dem Drehspulinstrument stört die nichtlineare Diodenkennlinie. Wird die zu messende Spannung jedoch zunächst in einen Strom umgesetzt und wird dieser dann gleichgerichtet, so spielt die Diodenkennlinie keine Rolle mehr (Bild 2.56 b).

Der vom Drehspulinstrument gemessene Gleichrichtwert ist proportional dem Spitzenwert des Ausgangsstroms, der wiederum streng proportional dem Spitzenwert der Eingangsspannung ist:

$$|\bar{i}_a| = \frac{2}{\pi} \hat{i}_a = \frac{2}{\pi} \frac{\hat{u}_e}{R_g} . \quad (2.173)$$

2.3.5 Anwendungen des Stromverstärkers

Der invertierende Verstärker wird in den Fällen eingesetzt, in denen der niedrige Eingangswiderstand des Stromverstärkers entweder erforderlich ist oder nicht stört. Er ist in der Mess-, Regel- und Simulationstechnik für sehr unterschiedliche Aufgaben verwendbar. Beispielhaft wird in diesem Abschnitt gezeigt, wie sich mit seiner Hilfe in der Analogtechnik Rechenoperationen durchführen lassen.

Den nachfolgenden Ableitungen liegt wiederum der ideale Verstärker zu Grunde, bei dem der Eingangsstrom i_e entgegengesetzt gleich dem rückgeführten Strom i_g ist, $i_e = -i_g$.

Der p-Eingang liegt an Masse. Die Gleichtaktspannung ist damit null. Der n-Eingang darf als virtuelle Masse betrachtet werden.

Invertieren. Der im Eingangs- und Gegenkopplungskreis den gleichen Widerstand R enthaltende Invertierer von Bild 2.57 liefert die Ausgangsspannung u_a . Diese ist entgegengesetzt gleich der Eingangsspannung u_e , wie aus $i_e = -i_g$ folgt:

$$\frac{u_e}{R} = -\frac{u_a}{R}; \quad u_a = -u_e . \quad (2.174)$$

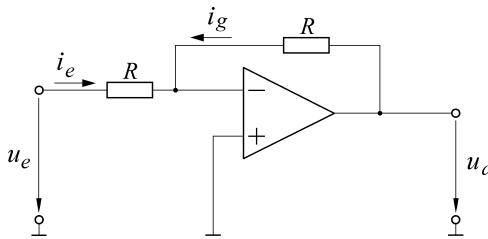


Bild 2.57 Polaritätsumkehr durch den invertierenden Verstärker

Addieren. Sind die zwei Spannungen u_1 und u_2 zu addieren, so sind sie zunächst über die Widerstände R_1 und R_2 in die Ströme i_1 und i_2 umzuformen (Bild 2.58).

Die Ströme fließen in den Knoten 1. Dieser liegt an der virtuellen Masse und es gilt

$$i_1 + i_2 + i_g = 0; \quad \frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_a}{R_g} = 0; \\ u_a = -\left(\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2}\right) R_g. \quad (2.175)$$

Sind die verwendeten Widerstände gleich, $R_1 = R_2 = R_g$, so ist der Betrag der Ausgangsspannung gleich dem der Summe der Eingangsspannungen:

$$u_a = -(u_1 + u_2). \quad (2.176)$$

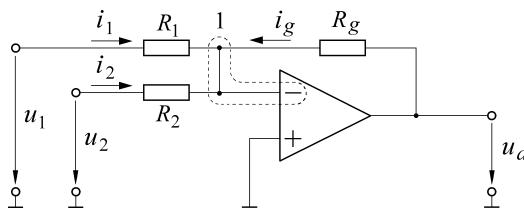


Bild 2.58 Addieren mit dem Umkehrverstärker

Subtrahieren. Bei dem Subtrahierer (Bild 2.59) liegt der p-Eingang nicht an Masse, sondern an der Spannung u_p :

$$u_p = \frac{R_5}{R_4 + R_5} u_2. \quad (2.177)$$

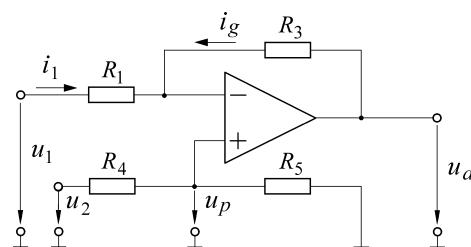


Bild 2.59 Subtrahieren mit dem Umkehrverstärker

In den Knoten 1 fließen die Ströme i_1 und i_g :

$$i_1 = \frac{u_1 - u_p}{R_1}; \quad i_g = \frac{u_a - u_p}{R_3}.$$

Diese sind entgegengesetzt gleich, $i_1 = -i_g$, und unter Berücksichtigung von Gl. (2.177) errechnet sich u_a zu

$$u_a = -\frac{R_1 + R_3}{R_1} \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3} u_1 - \frac{R_5}{R_4 + R_5} u_2 \right). \quad (2.178)$$

Die obige Gleichung zeigt, dass nicht die vollen Eingangsspannungen u_1 und u_2 , sondern nur die an den Widerständen R_3 und R_5 abfallenden Teilspannungen subtrahiert werden. Die Widerstände sind sehr genau auszulegen, da eventuelle Unterschiede im Teilverhältnis ebenfalls vervielfacht werden. Für $R_1 = R_4$ und $R_3 = R_5$ geht die letzte Gleichung über in

$$u_a = -\frac{R_5}{R_4} (u_1 - u_2). \quad (2.179)$$

Die Differenz der Eingangsspannungen wird also um den Faktor R_5/R_4 verstärkt.

Um eventuelle Gleichtaktstörungen zu vermeiden, kann auch die zu subtrahierende Spannung u_2 mittels des Umkehrverstärkers in Bild 2.57 in die gleich große, entgegengesetzte Spannung u_2^* überführt werden:

$$u_2^* = -u_2.$$

Anschließend werden dann u_1 und u_2^* addiert. Erhalten wird die Ausgangsspannung u_a

$$u_a = -(u_1 + u_2^*) = -(u_1 - u_2). \quad (2.180)$$

Die Subtrahierer werden insbesondere in Verbindung mit Brückenschaltungen eingesetzt.

Multiplizieren. Die Rechenoperationen umkehren, addieren, subtrahieren werden in dem Parabel-Multiplizierer von Bild 2.60 benötigt.

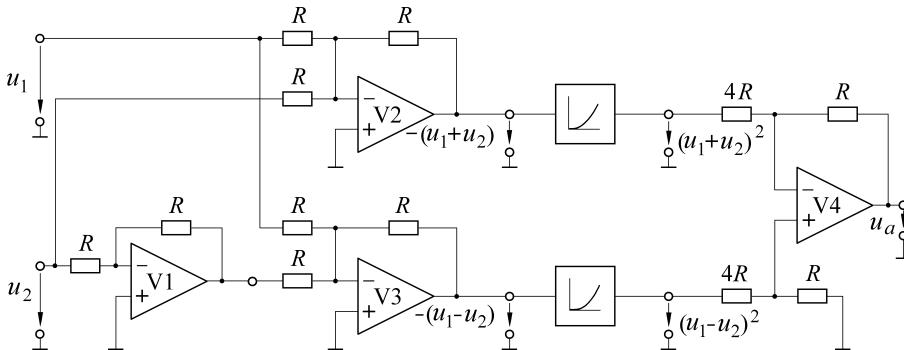


Bild 2.60 Parabel-Multiplizierer

Dieser bildet das Produkt der zwei Spannungen u_1 und u_2 nach der Beziehung

$$u_1 u_2 = \frac{1}{4} [(u_1 + u_2)^2 - (u_1 - u_2)^2]. \quad (2.181)$$

Hier sind also zunächst die beiden Spannungen zu addieren und zu subtrahieren und die Ergebnisse sind zu quadrieren. Die Quadratbildung ist mit Diodenstrecken (hier nicht behandelt) oder mit Thermoumformern möglich. Die so entstandenen Spannungen werden subtrahiert. Bei einem Verstärkungsfaktor von 0,25 des Subtrahierers V4 ist dessen Ausgangsspannung u_a dann gleich dem Produkt aus den beiden Eingangsspannungen u_1 und u_2 .

wobei wegen der unterschiedlichen Einheiten von u_a und $u_1 \cdot u_2$ noch der Skalierungsfaktor k in V^{-1} erforderlich ist:

$$u_a = -k u_1 u_2. \quad (2.182)$$

Dividieren. Der Quotient zweier Spannungen u_1 und u_2 lässt sich bilden, indem ein Multiplizierer in den Gegenkopplungszweig eines invertierenden Verstärkers gelegt wird (Bild 2.61). Die Eingangsspannungen des Multiplizierers sind u_a und u_2 . Seine Ausgangsspannung u_g ist proportional dem Produkt der Eingangsspannungen, $u_g = k u_a u_2$. Über den Widerstand R_g fließt der rückgeführte Strom i_g :

$$i_g = \frac{u_g}{R_g} = \frac{k u_a u_2}{R_g} = -i_1 = -\frac{u_1}{R_1}. \quad (2.183)$$

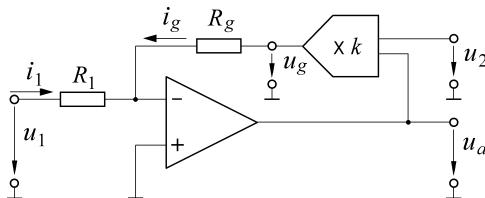


Bild 2.61 Dividieren mit dem Umkehrverstärker durch einen Multiplizierer in der Gegenkopplung

Die Ausgangsspannung u_a des Verstärkers

$$u_a = -\frac{R_g}{k R_1} \frac{u_1}{u_2} \quad (2.184)$$

ist also proportional dem Quotienten der beiden Spannungen u_1 und u_2 .

Festlegung der Betriebsweise durch die Art der Gegenkopplung. Die Methode, die zum Dividieren geführt hat, lässt sich verallgemeinern und auch für andere Rechenoperationen nutzen. Ist k_R der Übertragungsbeiwert des i/u -Verstärkers in Vorwärtsrichtung

$$u_a = -k_R i_e$$

und beschreibt k_G den Zusammenhang zwischen der Ausgangsspannung u_a und dem rückgeführten Strom i_g des Verstärkers

$$i_g = k_G u_a = -i_e, \quad u_a = -\frac{1}{k_G} i_e,$$

so lassen sich die beiden letzten Gleichungen zusammenfassen:

$$u_a = -k_R i_e = -\frac{1}{k_G} i_e$$

und es entsteht die aus Gl. (2.104) schon bekannte Beziehung

$$k_R = \frac{1}{k_G}, \quad (2.185)$$

d. h. die Verstärkung in Vorwärtsrichtung ist immer die Umkehrung der Verstärkung in der Rückführung.

Miteinander sind so verbunden die Operationen

dividieren	- multiplizieren
radizieren	- quadrieren
integrieren	- differenzieren
logarithmieren	- potenzieren.

Wird die zweite Operation in der Rückführung realisiert, so entsteht die erste in Vorwärtsrichtung und bestimmt die Betriebsweise des gegengekoppelten Verstärkers.

Radizieren. Ist der Multiplizierer in der Rückführung als Quadrierer geschaltet (Bild 2.62), so ist der rückgeföhrte Strom i_g

$$i_g = \frac{k u_a^2}{R_g} = -i_1 = -\frac{u_1}{R_1}$$

und die Ausgangsspannung u_a wird proportional zur Wurzel aus der Eingangsspannung

$$u_a = -\sqrt{\frac{R_g}{k R_1}} u_1. \quad (2.186)$$

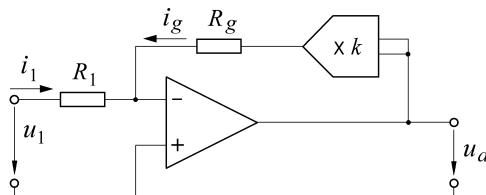


Bild 2.62 Radizieren mit dem Umkehrverstärker

Differenzieren. Der vor dem Verstärkereingang liegende Kondensator (Bild 2.63) führt dazu, dass der Eingangstrom i_e von der zeitlichen Änderung der Eingangsspannung abhängt:

$$i_e = C \frac{du_e}{dt} = -i_g = -\frac{u_a}{R_g}. \quad (2.187)$$

Die Ausgangsspannung des Verstärkers ist damit proportional der Änderungsgeschwindigkeit der Eingangsspannung:

$$u_a = -R_g C \frac{du_e}{dt}. \quad (2.188)$$

Das Differenzieren bereitet erfahrungsgemäß in der Praxis mehr oder minder große Schwierigkeiten, da durch diese Operation das Rauschen und die höheren Störanteile der Messsignale besonders hervorgehoben werden. Die Schaltung von Bild 2.63 zeigt das Prinzip, muss aber für einen industriellen Einsatz insbesondere noch um Funktionseinheiten für eine Bandbegrenzung erweitert werden.

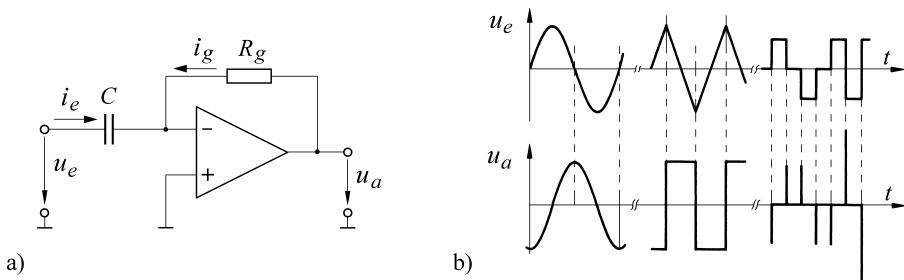


Bild 2.63 Differenzieren mit dem Umkehrverstärker; a) Schaltung, b) Signale

Integrieren. Der Kondensator liegt in der Gegenkopplungsschleife (Bild 2.64). Der rückgeführte Strom i_g ist proportional der zeitlichen Ableitung von u_a :

$$i_g = C \frac{d u_a}{d t} = -i_e = -\frac{u_e}{R}. \quad (2.189)$$

Die Ausgangsspannung u_a ist proportional der am Eingang entstandenen Ladung $\int i_e dt$ bzw. dem zeitlichen Integral der Eingangsspannung u_e :

$$u_a = -\frac{1}{C} \int i_e dt = -\frac{1}{RC} \int u_e dt. \quad (2.190)$$

Bei einer konstanten Eingangsspannung nimmt die Ausgangsspannung des **ladungsempfindlichen Verstärkers** oder Integrierers linear mit der Zeit zu.

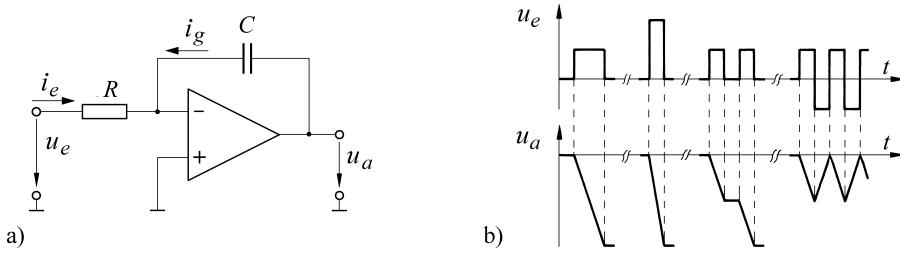


Bild 2.64 Integrieren mit dem Umkehrverstärker a) Schaltung und b) Signale

Logarithmieren. In der Rückführung des invertierenden Verstärkers (Bild 2.65) liegt eine Diode mit dem Strom I_{AK} in Durchlassrichtung:

$$I_{AK} = I_s e^{u_{AK}/u_T} = I_s e^{-u_a/u_T}; \quad u_T = 0,026 \text{ V}. \quad (2.191)$$

Die mit u_T bezeichnete Größe wird Temperaturspannung genannt und sie ergibt sich zu

$$u_T = kT/e \quad (2.192)$$

mit $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ der Boltzmannkonstante, T der Temperatur in K und $e = 1,609 \cdot 10^{-19} \text{ As}$, der Elementarladung. Aus $I_e = -I_g = I_{AK}$ ergibt sich für die Ausgangsspannung u_a die Zahlenwertgleichung

$$u_a = -0,026 \ln \frac{I_e}{I_s} = -0,06 \log \frac{I_e}{I_s} \quad \text{in V}. \quad (2.193)$$

Steigt der Eingangstrom auf seinen zehnfachen Wert, so nimmt die Ausgangsspannung um 60 mV zu. Verstärker mit einer derartigen logarithmischen Kennlinie werden benötigt, um Messwerte, die sich um mehrere Zehnerpotenzen ändern, auf einer einzigen Skala zusammenhängend darzustellen. Die nichtlineare Kennlinie der Diode setzt positive Eingangsspannungen u_e voraus.

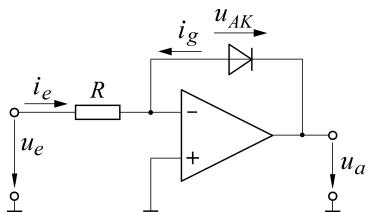


Bild 2.65 Logarithmieren mit dem Umkehrverstärker

2.3.6 Nullpunktfehler des realen Operationsverstärkers

In der Übertragungsgleichung des offenen Verstärkers tritt die Empfindlichkeit k' als Faktor auf, $u_a = k' u'_e$. Wird der Verstärker gegengekoppelt, so bleiben Änderungen des Faktors k' , die **multiplikativen** Störgrößen, unwirksam. Überlagert sich der Eingangsspannung u'_e jedoch eine andere Spannung, so wird diese genau wie u'_e verstärkt. Die Gegenkopplung kann gegen derartige **additive** Störsignale nicht schützen. Sie treten beim realen Operationsverstärker auf und führen zu Nullpunktfehlern, die letztlich die Messgenauigkeit begrenzen.

Ersatzschaltbild des realen Operationsverstärkers

Die Kennlinie eines realen Verstärkers geht im Allgemeinen nicht durch den Nullpunkt (Bild 2.66). Auch wenn beide Eingänge geerdet sind ($u_p = u_n = 0$), tritt eine Ausgangsspannung auf. Der Verstärker verhält sich so, als würde an seinem Eingang die Spannung U_{os} liegen, die als **Offsetspannung** bezeichnet wird. Die Ausgangsspannung verschwindet erst dann, wenn der Verstärker mit der Spannung $-U_{os}$ beschaltet wird. Im Ersatzschaltbild kann die Quelle der Offsetspannung entweder dem p- oder dem n-Eingang zugeordnet werden. Die Ergebnisse unterscheiden sich nur im Vorzeichen.

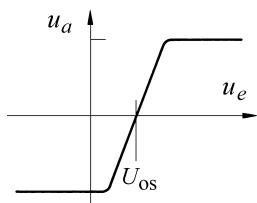


Bild 2.66 Kennlinie eines Operationsverstärkers mit der Offsetspannung U_{os}

Die Offsetspannung entsteht durch Unsymmetrien zwischen den Transistoren der Eingangs differenzstufe und kann durch einstellbare Widerstände zum Verschwinden gebracht werden. Der Abgleich ist leider nicht von Dauer, da sich die Offsetspannung mit der Temperatur ϑ , der Versorgungsspannung U_V und der Betriebszeit t ändert. Die Offsetspannung **driftet** um ΔU_{os} :

$$\Delta U_{os} = \frac{\partial U_{os}}{\partial \vartheta} \Delta \vartheta + \frac{\partial U_{os}}{\partial U_V} \Delta U_V + \frac{\partial U_{os}}{\partial t} \Delta t. \quad (2.194)$$

Von den genannten Einflussgrößen ist die Temperatur die wichtigste. Bei stabilisierten Versorgungsspannungen ist ΔU_V zu vernachlässigen. Zeitliche Änderungen entstehen sehr langsam, so dass die Messgenauigkeit praktisch allein durch die Temperaturdrift bestimmt wird.

Weitere Nullpunktfehler entstehen durch die in den Verstärkern fließenden Eingangsströme I_p und I_n . Ihre Differenz wird als **Eingangsoffsetstrom** $I_{os} = |I_p - I_n|$, ihr Mittelwert als **Eingangsruhestrom** oder **Biasstrom** $I_b = 0,5(I_p + I_n)$ bezeichnet. Diese Ströme fließen über die an den Eingängen liegenden Widerstände und führen dort zu Spannungsabfällen, die wie zusätzliche Offsetspannungen wirken. Auch die Eingangsströme ändern sich mit der Temperatur, der Betriebsspannung und der Zeit.

Beispiel 2.7

Ein Verstärker, dessen Offsetspannung sich um $5 \mu\text{V}/\text{K}$ ändert, soll im Temperaturbereich von 20 bis 60°C eingesetzt werden. Der kleinstmögliche Messbereich ist für den Fall

anzugeben, dass der Nullpunktfehler höchstens 1 % des Messbereich-Endwertes ausmacht.

Der erste Term von Gl. (2.194) liefert die durch Temperaturänderungen maximal entstehende Offsetspannung von

$$\Delta U_{os} = 5 \mu V/K \cdot 40 K = 200 \mu V.$$

Der Messbereichs-Endwert muss mindestens hundertmal so groß sein, also mindestens 20 mV betragen.

Nullpunktfehler bei einer Spannungsmessung

Mit Hilfe des **Überlagerungssatzes** (Superpositionsprinzip) kann der Einfluss der Offsetgrößen auf die Ausgangsspannung untersucht werden. Dabei wird zunächst die Wirkung jeder Quelle für sich allein betrachtet und die Ergebnisse werden zum Schluss addiert. Zusätzlich vorhandene Spannungsquellen werden als kurzgeschlossen, Stromquellen als unterbrochen angesehen. Die Innenwiderstände der Quellen werden jedoch berücksichtigt. Die Ableitungen sind für den idealen Verstärker mit $u'_e = 0, i'_e = 0$ durchgeführt.

Bei dem u/u -Verstärker von Bild 2.67 interessiert zunächst der Einfluss der Offsetspannung U_{os} . Mit $U_q = 0, I_p = I_n = 0$ führt die Maschengleichung am Eingang, $U_{os} - U_g = 0$, zu dem Ergebnis

$$U_a(U_{os}) = \frac{R_1 + R_2}{R_2} U_{os}. \quad (2.195)$$

Die Offsetspannung wird also wie die Eingangsspannung verstärkt und überlagert sich dieser.

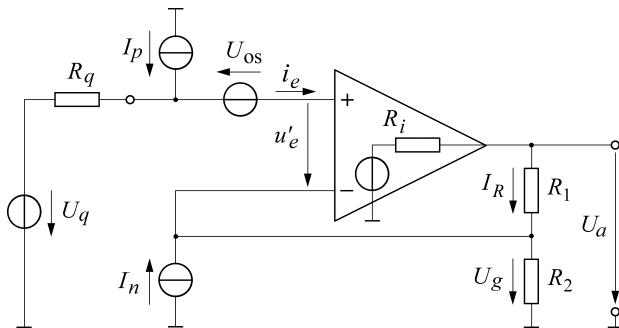


Bild 2.67 Offsetgrößen bei einer Spannungsmessung

Um die Wirkung des Eingangsstroms I_p zu finden, werden U_q und U_{os} als kurzgeschlossen und I_n als nicht vorhanden angenommen. Bei dem idealen Verstärker mit $i'_e = 0$ und $u'_e = 0$ fließt der Eingangsstrom I_p über den Innenwiderstand R_q der Quelle und führt dort zu dem Spannungsabfall $R_q I_p$, der die Ausgangsspannung U_a zur Folge hat:

$$U_a(I_p) = \frac{R_1 + R_2}{R_2} R_q I_p. \quad (2.196)$$

Der Strom I_n schließlich fließt in den Knoten zwischen R_1 und R_2 , woraus

$$U_g = (I_n + I_R) R_2 \quad (2.197)$$

folgt. Aus der Maschengleichung für den Eingang, $U_{os} + U_q - U_g = 0$, ergibt sich, dass bei $U_q = U_{os} = 0$ auch U_g null ist. Aus Gl. (2.197) entsteht so

$$\begin{aligned} I_n &= -I_R, \\ U_a(I_n) &= R_1 I_R + U_g = -R_1 I_n. \end{aligned} \quad (2.198)$$

Die Addition der Gln. (2.195), (2.196) und (2.198) liefert die gesamte Ausgangsspannung in Abhängigkeit der Offsetgrößen zu

$$U_a(U_{os}, I_p, I_n) = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \left(U_{os} + R_q I_p - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_n \right). \quad (2.199)$$

Falls die Ströme I_p und I_n gleich groß sind, kompensieren sie sich für

$$R_q = R_1 \parallel R_2. \quad (2.200)$$

Die letzte Gleichung ist zusammen mit den Bedingungen Gl. (2.107) und Gl. (2.108) bei der Dimensionierung der Widerstände R_1 und R_2 zu beachten. Für $k_u \gg 1$ empfiehlt sich, R_2 so groß wie den Innenwiderstand R_q der Spannungsquelle zu wählen und R_1 dann nach Gl. (2.115) zu berechnen.

Beispiel 2.8

Die Spannung einer Quelle mit einem Innenwiderstand $R_q = 100 \Omega$ ist mit einem Verstärker zu messen, der eine Offsetspannung $U_{os} = 200 \mu V$ und die Eingangsströme $I_p = I_n = 10^{-8} A$ aufweist. Der Eingangstrom I_p führt an R_q zu einem Spannungsabfall von $10^2 \Omega \cdot 10^{-8} A = 1 \mu V$, der gegenüber der Offsetspannung unberücksichtigt bleiben darf. Ist zusätzlich noch $R_2 = R_q$, so könnte auch $R_2 I_n$ vernachlässigt werden unabhängig davon, dass sich für $R_2 = R_q$ die Wirkungen der Offsetströme gegenseitig aufheben.

Allgemein gilt, dass eine Spannungsmessung bei niederohmiger Quelle durch die Offsetspannung, nicht aber durch die Offsetströme gestört wird.

Nullpunktfehler bei einer Strommessung

Um bei dem i/u -Verstärker von Bild 2.68 den Einfluss der Offsetspannung U_{os} zu finden, werden alle Stromquellen als unterbrochen angesehen.

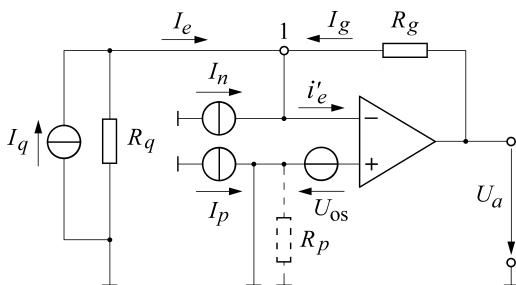


Bild 2.68 Offsetgrößen bei einer Strommessung; der p-Eingang kann über den Widerstand R_p an Masse gelegt werden

Zwischen den Eingangsklemmen liegt damit der Widerstand R_q . Der p-Eingang, der n-Eingang und der Knoten 1 befinden sich auf demselben Potenzial, so dass die Offsetspan-

nung zu den folgenden Strömen führt:

$$I_e = -\frac{U_{os}}{R_q} \quad \text{und} \quad I_g = \frac{U_a - U_{os}}{R_g}. \quad (2.201)$$

Beide Ströme sind entgegengesetzt gleich, $I_e = -I_g$. Die Ausgangsspannung U_a

$$U_a(U_{os}) = \frac{R_g + R_q}{R_q} U_{os} = \left(1 + \frac{R_g}{R_q}\right) U_{os} \quad (2.202)$$

ist wegen des hohen Innenwiderstandes R_q der Stromquelle, $R_q \gg R_g$, nur unbedeutend höher als die Offsetspannung

$$U_a(U_{os}) \approx U_{os}.$$

Die Offsetspannung wird bei einer Strommessung praktisch nicht verstärkt und kann unberücksichtigt bleiben. Sie führt wegen des hohen Innenwiderstandes R_q nach Gl. (2.201) zu einem sehr kleinen Eingangsstrom I_e , der vernachlässigt werden darf.

Um den Einfluss von I_n zu untersuchen, wird die Offsetspannungsquelle als kurzgeschlossen betrachtet und die Stromquellen I_q und I_p werden als unterbrochen angesehen. Bei einem großen Innenwiderstand R_q der Stromquelle fließt dann auch kein Strom über R_q und $I_e = 0$. Damit folgt für den idealen Verstärker aus

$$I_n = -I_g = -\frac{U_a}{R_g} \quad (2.203)$$

die Ausgangsspannung U_a zu

$$U_a(I_n) = -R_g I_n. \quad (2.204)$$

Der Strom I_p schließlich fließt bei $R_p = 0$ wegen $i'_e = 0$ zur Masse ab und bleibt ohne Einfluss auf die Ausgangsspannung, $U_a(I_p) = 0$. Damit können sich die beiden Eingangsströme nicht gegenseitig aufheben und der am n-Eingang fließende Strom I_n wird wie der Eingangsstrom I_e verstärkt.

Die Schaltung des invertierenden Verstärkers lässt sich verbessern, indem der p-Eingang nicht direkt, sondern über einen Widerstand R_p

$$R_p = R_g \parallel R_q = \frac{R_g R_q}{R_g + R_q} \quad (2.205)$$

an Masse gelegt wird. Die dadurch am p-Eingang entstehende Spannung $U_p = R_p I_p$ wirkt ähnlich wie U_{os} und führt zu der Ausgangsspannung

$$U_a(I_p) = \frac{R_q + R_g}{R_q} R_p I_p = R_g I_p. \quad (2.206)$$

Damit können sich jetzt die Wirkungen der Eingangsströme I_n und I_p gegenseitig aufheben und die Ausgangsspannung als Summe der Gln. (2.204) und (2.206)

$$U_a(I_p, I_n) = R_g (I_p - I_n) \quad (2.207)$$

verschwindet für $I_p = I_n$.

Nullpunktfehler beim Subtrahierer

Der Subtrahierer von Bild 2.59 ist mit $R_1 = R_4$, $R_3 = R_5$ und kurzgeschlossenen Spannungsquellen U_1 und U_2 noch einmal im Bild 2.69 dargestellt. Für ihn ist die Bedingung Gl. (2.205) erfüllt, so dass sich die Eingangsströme I_p und I_n gegenseitig aufheben können.

Bei dem als ideal angenommenen Verstärker ($u_e = 0; i'_e = 0$) liegen der p-, der n-Eingang und der Knotenpunkt 1 auf demselben Potenzial. Die Offsetspannung U_{os} führt zu den Strömen

$$I_1 = -\frac{U_{os}}{R_4} \quad \text{und} \quad I_g = \frac{U_a - U_{os}}{R_5}.$$

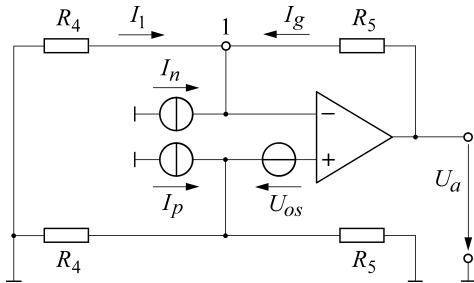


Bild 2.69 Offsetgrößen beim Subtrahierer; die Innenwiderstände der Spannungsquellen sind vernachlässigt

Beide Ströme sind entgegengesetzt gleich, $I_1 = -I_g$, woraus sich die Ausgangsspannung ergibt zu

$$U_a(U_{os}) = \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) U_{os}. \quad (2.208)$$

Operationsverstärker mit automatischem Nullabgleich

Um die Driften der Offsetspannung und der Offsetströme möglichst gering zu halten, empfiehlt sich ein häufiger Nullabgleich. Dieser lässt sich automatisieren und dann dementsprechend oft, z. B. 100-mal in der Sekunde, durchführen. Ein derartiger Operationsverstärker mit automatischem Nullabgleich ist zweikanalig aufgebaut. Der entsprechende integrierte Schaltkreis enthält zwei Verstärker mit einer Steuereinrichtung und einem Umschalter. Er verarbeitet die zu messende Spannung abwechselnd in beiden Kanälen. Während der eine Verstärker nach außen hin aktiv ist, wird die Offsetspannung des anderen ermittelt und gespeichert. Damit kann die Offsetspannung nach der Umschaltung von der zu messenden Spannung abgezogen werden.

Verstärkerrauschen

Werden die Nullpunktfehler beherrscht, so liegt die Messungenauigkeit in einem Spannungsbereich, der durch das Rauschen des Verstärkers geprägt ist. Bild 2.67 kann bei einer Spannungsmessung als Ersatzschaltbild dienen, wenn die Quellen U_{os} , I_p und I_n jetzt als Rauschquellen interpretiert werden. Die Rauschspannungen und -ströme wirken ähnlich wie die Offsetgrößen, und die oben angestellten Überlegungen gelten auch hier. Die Rauschspannung wird direkt verstärkt, während der Rauschstrom I_p erst nach Multiplikation mit dem Quellwiderstand R_q zu einer störenden Spannung wird. Für die niederohmigen Signalquellen ist das Spannungsrauschen maßgebend, das z. B. bei $1 \mu\text{V}$ liegen kann. Eine gleich große Spannung wird durch einen Rauschstrom von 10 pA erst an einem Widerstand von $100 \text{ k}\Omega$ erzeugt. Bei niederohmigen Quellen kann also das Stromrauschen oft vernachlässigt werden. Bei hochohmigen Quellen jedoch ist es von Bedeutung.

Chopperstabilisierte Verstärker mit automatischem Nullabgleich haben zwar eine geringe Offsetspannungsdrift, aber im Allgemeinen keine besseren Rauschwerte als die nicht stabilisierten.

Thermospannungen

Im Eingangskreis eines Verstärkers finden unter Umständen Leiter und Bauelemente aus unterschiedlichen Metallen Verwendung. Liegen die Verbindungsstellen auf unterschiedlichen Temperaturen, so können Thermospannungen entstehen. Diese werden wie das Nutzsignal verstärkt und führen damit zu einem Fehler. Die Thermospannungen betragen für metallische Elemente etwa $40 \mu\text{V}$ bei 1 K Temperaturdifferenz. Sie sind bei einer Umpolung der Messspannung zu erkennen.

■ 2.4 Elektrodynamische spannungsliefernde Aufnehmer

Nachdem die vorausgegangenen Abschnitte in die Spannungs- und Strommessung einführten, wird nun auf das elektrische Messen nichtelektrischer Größen übergegangen. In den nachfolgenden Abschnitten werden spannungs- und stromliefernde Aufnehmer vorgestellt.

Das Ersatzschaltbild eines spannungsliefernden Aufnehmers ist eine Spannungsquelle, die durch ihre Leerlaufspannung und ihren Innenwiderstand beschrieben wird. Beide Größen sind wichtig. Schwierigkeiten bei der Messung entstehen, wenn entweder die abgegebene Spannung sehr niedrig oder der Innenwiderstand der Quelle sehr hoch ist. Um wirklich die von der Quelle gelieferte Spannung zu erfassen, ist die Spannungsmessung hochohmig durchzuführen. Umgekehrt ist bei der Stromquelle, die als Stromgenerator mit parallel liegendem Innenwiderstand gezeichnet werden kann, der gelieferte Strom möglichst niedrohmig zu messen.

Die nachfolgend zu besprechenden Aufnehmer sind nach den zu Grunde liegenden physikalischen Gesetzen und den abgegebenen Signalen, nicht jedoch nach der zu messenden nichtelektrischen Größe geordnet. So kommt es, dass in diesem Abschnitt so verschiedene aussehende Geräte wie der Hall-Generator und der Induktions-Durchflussmesser im Zusammenhang besprochen werden.

Um zu sehen, welche Verfahren für die Messung einer bestimmten nichtelektrischen Größe bestehen, wird ein Blick ins Inhaltsverzeichnis empfohlen. Dort sind für die jeweilige nichtelektrische Größe die in diesem Buch behandelten Prinzipien zusammenfassend aufgeführt.

2.4.1 Weg- und Winkelmessung

Differenzial-Transformator

Der Differenzial-Transformator (Bild 2.70) besteht aus einer Primärspule und zwei Sekundärspulen, die auf einer Hülse sitzen. Gekoppelt sind die Spulen über einen in der Hülse verschiebbaren Kern. Die in den Sekundärspulen induzierten Spannungen sind gegeneinander geschaltet. Steht der Tauchkern in der Mitte, so sind die beiden Sekundärspannungen gleich und die Ausgangsspannung des Gebers ist null. Wird der Kern verfahren, nimmt die Ausgangsspannung der einen Spule zu, die der anderen ab, und die Differenz wächst streng linear mit der Verschiebung s .

Mit dem Differenzial-Transformer kann ohne einen mechanischen Kontakt zwischen Tauchkern und Spule ein Weg in eine Spannung umgeformt werden. Ist die Hülse druckdicht ausgeführt, so kann die Stellung des Kerns aus einem unter Druck stehenden Raum berührungslos nach außen übertragen werden. Die Messbereiche der Differenzial-Transformatoren liegen im Bereich zwischen 10^{-6} und 10^{-2} m. Ein voll ausgesteuerter Aufnehmer liefert etwa 1 V. Der Wechselstromwiderstand der Sekundärspulen bildet den Innenwiderstand der Ersatzspannungsquelle.

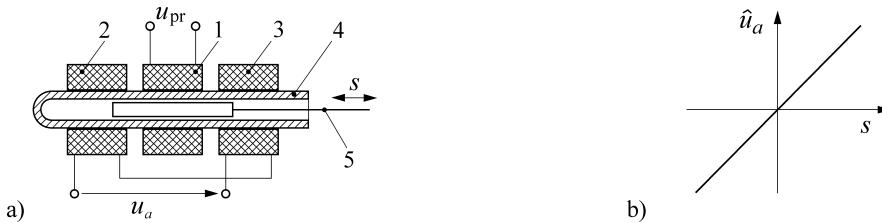


Bild 2.70 Differenzial-Transformer: a) Aufbau, b) Kennlinie
1 Primärspule, 2 und 3 Sekundärspulen, 4 Hülse, 5 verschiebbarer Kern

2.4.2 Drehzahllaufnehmer

Generatoren

Gleichspannungs-Generator. Im Feld eines Dauermagneten läuft ein Anker, auf dem eine oder mehrere Spulen gewickelt sind (Bild 2.71). Bei einer Drehung des Ankers wird in der Spule eine Spannung proportional zur Drehzahl induziert. Werden die Anschlüsse der Spulen über einen Kommutator jeweils bei dem Nulldurchgang der Spannung umgepolt, so entsteht als Ausgangssignal eine pulsierende Gleichspannung. Ihre Amplitude ist proportional der Drehzahl. Die Drehrichtung ist in der Polarität der abgegebenen Spannung erkennbar.

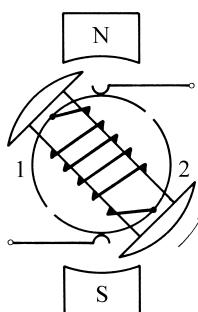


Bild 2.71 Gleichspannungs-Generator

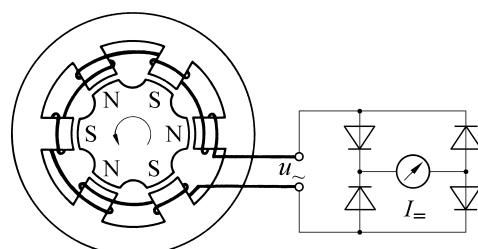


Bild 2.72 Wechselspannungs-Generator

Wechselspannungs-Generator. Um die Stromzuführungen zu einer sich drehenden Spule zu vermeiden, sind die Wechselspannungs-Generatoren mit fest stehenden Spulen und drehbar gelagerten Dauermagneten ausgeführt (Bild 2.72). Die induzierte Wechselspannung wird gleichgerichtet und kann z. B. auf einem Drehspulgerät angezeigt werden. Die Information über die Drehrichtung geht dabei verloren.

Impulsliefernde Drehzahlaufnehmer. Die Drehzahlaufnehmer (Bild 2.73) sind wohl die bekanntesten Geräte, die eine Frequenz als Messsignal liefern. Sie bestehen aus mindestens einer auf der umlaufenden Welle sitzenden Marke und einem fest stehenden Geräteteil, das die Bewegung der umlaufenden Marke detektiert. Die Frequenz f des gelieferten Signals hängt dabei von der Drehzahl n und der Zahl k der auf den Umfang verteilen Marken ab:

$$f = k n . \quad (2.209)$$

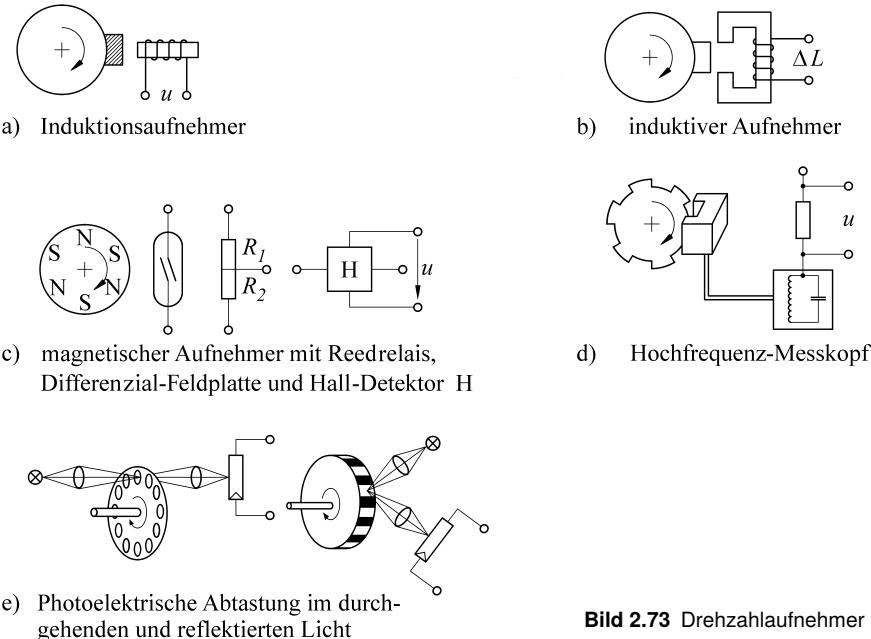


Bild 2.73 Drehzahlaufnehmer

Der **Induktions**-Drehzahlaufnehmer enthält einen mit der Welle umlaufenden Dauermagneten, der in einer fest stehenden Spule infolge der Flussänderung $d\Phi/dt$ Spannungsimpulse induziert. Die Höhe der Impulse ist proportional der Winkelgeschwindigkeit, d. h. proportional der Drehzahl. Damit ist der Induktionsgeber für niedrige Drehzahlen nicht geeignet und – wegen der starken Anziehung zwischen Magnet und Eisenkern der Spule – auch nicht für Wellen mit geringem Drehmoment. Der **induktive** Drehzahlaufnehmer benutzt als fest stehende Komponente eine Drossel mit Eisenkern, deren magnetischer Widerstand durch ein mit der Welle umlaufendes Zahnräder geändert wird. Gemessen werden die daraus resultierenden Induktivitätsänderungen. Diese führen in einer Brückenschaltung zu Spannungsimpulsen, deren Höhe unabhängig von der Drehzahl ist.

Andere magnetische Abgriffe sind ausgeführt, bei denen mit der Welle umlaufende Dauermagnete entweder direkt die Kontakte eines Reedrelais schalten, den Widerstand einer **Differenzial-Feldplatte** ändern oder in einem **Hall-Detektor** Spannungsimpulse hervorrufen. Von diesen Empfängern liefert der aktive Hall-Detektor das schwächere Signal, bietet aber die höhere Grenzfrequenz.

Sollen Dauermagnete am Messort vermieden werden, so kann auf den **Hochfrequenz-Messkopf** übergegangen werden. Dieser besteht aus zwei magnetisch gekoppelten, einen Schwingkreis bildenden Spulen, durch deren Luftspalt sich eine mit der Welle umlaufende

de Schlitzscheibe bewegt. Taucht eine Metallfahne dieser Scheibe in den Luftspalt ein, so wird infolge der auftretenden Wirbelströme die Kopplung verringert, und die Schwingung reißt ab. Dies führt zu einem Spannungsimpuls im Speisestromkreis. Die Rückwirkung zwischen Welle und Messkopf ist sehr gering. Die angreifende Kraft beträgt nur etwa $5 \cdot 10^{-8}$ N. Schließlich ist noch die **fotoelektrische Abtastung** im durchgehenden oder reflektierten Licht zu erwähnen, bei der völlig rückwirkungsfreie inkrementale fotoelektrische Winkelgeber eingesetzt werden.

2.4.3 Hall-Sonde

Wirkungsweise. Eine Hall-Sonde enthält ein senkrecht von einem Magnetfeld durchsetztes Plättchen, dessen Dicke d klein ist gegenüber seiner Länge und seiner Breite b (Bild 2.74). Bei einem Steuerstrom I in Längsrichtung des Plättchens kann an seiner Seite eine Spannung, die so genannte Hall-Spannung, abgenommen werden.

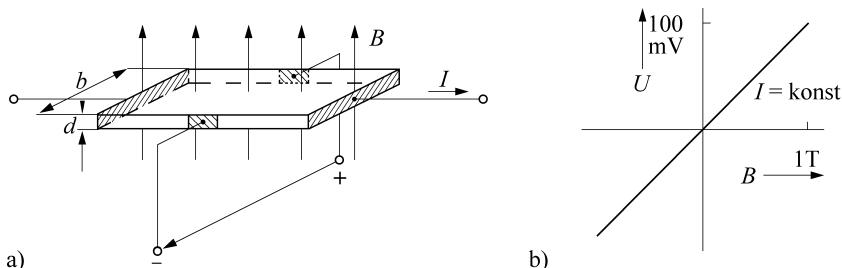


Bild 2.74 Hall-Sonde. a) Aufbau, b) Kennlinie

Diese Spannung entsteht infolge der Lorentz-Kraft F_m , die eine senkrecht zu einem Magnetfeld bewegte Ladung erfährt. Für ein mit der Geschwindigkeit v fließendes Elektron mit der Elementarladung e beträgt die Lorentz-Kraft

$$F_m = e v B. \quad (2.210)$$

Die Elektronen werden abgelenkt, sodass die eine Seite des Hall-Plättchens an Elektronen verarmt, die andere dagegen entsprechend angereichert wird. Ein elektrisches Feld E baut sich auf, das auf die Elektronen die Gegenkraft F_e

$$F_e = e E \quad (2.211)$$

ausübt. Die beiden Kräfte stehen im Gleichgewicht, $E = v B$, so dass bei einem Plättchen der Breite b die Spannung U entsteht (Hall-Generator):

$$U = E b = b v B. \quad (2.212)$$

Die Geschwindigkeit v der Elektronen ist über ihre Konzentration n mit der Stromdichte S verknüpft, die sich ihrerseits aus dem Querschnitt $b \cdot d$ und dem durch das Plättchen fließenden Steuerstrom I ergibt:

$$S = n v e = \frac{I}{b d}. \quad (2.213)$$

Wird die letzte Gleichung nach v aufgelöst und in Gl. (2.212) eingesetzt, so ist die Hall-Spannung U

$$U = \frac{1}{ne} \frac{1}{d} I B \quad (2.214)$$

proportional dem Steuerstrom I und der magnetischen Flussdichte B . Sie ist, anders als der Widerstand der Feldplatte (Abschnitt 3.10), abhängig von der Richtung des durchgehenden Stroms. Sie nimmt mit der Elektronenkonzentration n ab und mit der Elektronengeschwindigkeit v bzw. mit der Elektronenbeweglichkeit $\mu = v/E$ zu. Letztere ist in Halbleitermaterialien bedeutend größer als in Metallen (Tabelle 2.2). Daher werden insbesondere InSb, InAs und In(As, P) für Hall-Sonden verwendet.

Der Innenwiderstand eines Hall-Generators liegt im Bereich von Ω .

Tabelle 2.2 Konzentration und Beweglichkeit von Ladungsträgern

Material	Konzentration n der Ladungsträger in cm^{-3}	Beweglichkeit μ der Leitungselektronen in $\frac{\text{cm}}{\text{s}} / \frac{\text{V}}{\text{cm}}$	Beweglichkeit der Defektelektronen in $\frac{\text{cm}}{\text{s}} / \frac{\text{V}}{\text{cm}}$	Leitfähigkeit in $1/(\Omega \text{ cm})$
Cu	$8,7 \cdot 10^{22}$	40	–	$6 \cdot 10^5$
Si	$1,5 \cdot 10^{10}$	1 350	480	$5 \cdot 10^{-6}$
Ge	$2,4 \cdot 10^{13}$	3 900	1 900	$2 \cdot 10^{-2}$
InSb	$1,1 \cdot 10^{16}$	80 000	750	$1 \cdot 10^2$
GaAs	$9 \cdot 10^6$	8 500	400	$1 \cdot 10^{-8}$

Anwendungen des Hall-Effekts

Hall-Sonden werden zunächst benutzt, um Magnetfelder auszumessen. Darüber hinaus können sie alle die Größen erfassen, die Magnetfelder erzeugen oder beeinflussen.

Strommessung. Zur potenzialfreien Messung eines Stroms I_1 wird dieser durch die Wicklung eines Elektromagneten geschickt. Dessen magnetische Induktion B wird mit einer Hall-Sonde bestimmt. Bei konstantem Steuerstrom I ist die Hall-Spannung U ein Maß für den Strom I_1 .

Um den Einfluss des Eisenkreises auf die Messgenauigkeit auszuschalten, empfiehlt es sich, die Kompensationsanordnung (Bild 2.75) zu verwenden.

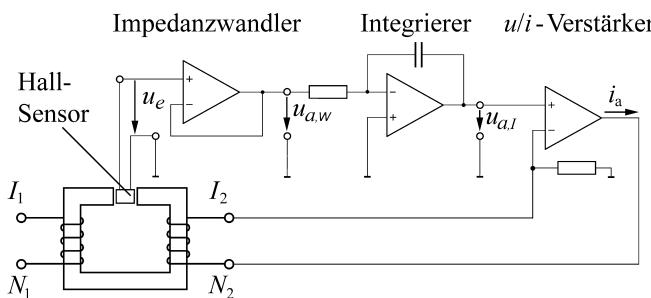


Bild 2.75 Strommessung mit Hall-Sensor im Kompensationsverfahren

Hier trägt der Eisenkern zwei Spulen. Die eine mit der Windungszahl N_1 wird von dem zu messenden Strom I_1 , die andere mit der Windungszahl N_2 von dem Kompensationstrom I_2 durchflossen. Die zweite Spule ist so angeschlossen, dass ihr Magnetfeld dem der ersten Spule entgegenwirkt. Die resultierende magnetische Induktion wird mit einem Hall-Sensor erfasst. Die Hallspannung geht auf einen Impedanzwandler, dessen Ausgangsspannung $u_{a,w}$ auf einen Integrierer. Dieser verändert über den u/i -Verstärker dessen Ausgangstrom $i_a = I_2$ so lange, bis die Hallspannung bei $N_1 I_1 = N_2 I_2$ verschwindet und dadurch der Ausgangstrom I_2 nicht mehr verstellt wird. Der Strom I_2 bleibt auch bei $u_{e=0}$ erhalten (Bild 2.64). Aus I_2 , N_1 und N_2 lässt sich dann I_1 berechnen.

Hall-Multiplizierer. Die Hall-Spannung U ist proportional dem Steuerstrom I und der magnetischen Flussdichte B . Wird Letztere mittels eines von dem Strom I_B durchflossenen Elektromagneten erzeugt (Bild 2.76), so steigt die Hall-Spannung mit dem Produkt der Ströme I und I_B .

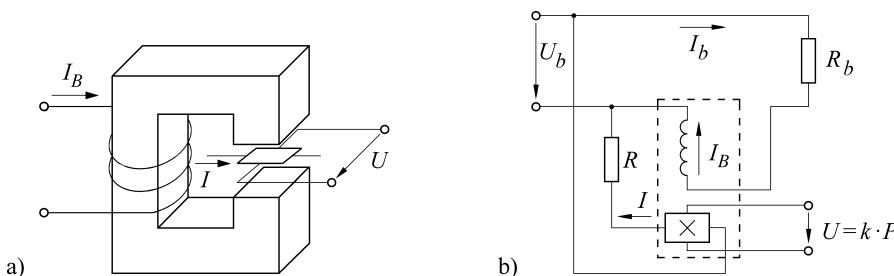


Bild 2.76 Hall-Multiplizierer; a) Aufbau, b) Anwendung zur Leistungsmessung

Damit ist ein Bauteil verfügbar, in dem Ströme multipliziert werden können. So werden Hall-Multiplizierer z. B. zur Leistungsmessung verwendet. Ist der Steuerstrom I proportional der an einem Verbraucher liegenden Spannung U_b ($I = U_b/R$) und ist der über den Verbraucher fließende Strom I_b gleich dem, der das Magnetfeld erzeugt ($I_b = I_B$), so ist die entstehende Hall-Spannung U proportional der im Verbraucher umgesetzten Leistung, $U = k U_b I_b = k P_b$.

Positionsmessung mit Magnetschranke. In der Magnetschranke von Bild 2.77 sitzt die Hall-Sonde in dem von einem Dauermagneten erzeugten Feld. In den Luftspalt fährt eine Weicheisenblende ein und aus und steuert so den das Hall-Plättchen durchsetzenden magnetischen Fluss, der als Maß für die Position der Weicheisenblende dient. Die Hall-Spannung wird in einer elektronischen Schaltung ausgewertet, die nur zwei diskrete Spannungspegel, z. B. 0 V und 12 V, ausgibt. Die Magnetschranke mit Hall-Detektor arbeitet damit als Endlagenschalter, der die Position von Maschinenteilen berührungslos überwacht.

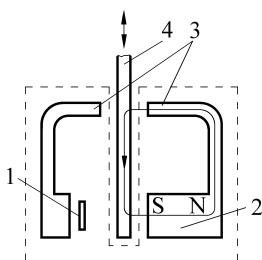


Bild 2.77 Magnetschranke mit Hall-Sonde zur Endlagenmessung.

1 Hall-Sonde mit integrierter Auswerteschaltung

2 Dauermagnet

3 Fluss-Leitbleche

4 Weicheisenblende

Monolithisch integrierter Hall-IC. Die Hall-Sensoren werden in bipolarer oder CMOS-Technologie zusammen mit den Komponenten zur Signalaufbereitung als sog. Hall-ICs gefertigt. Der digitale Hall-IC wirkt als Schalter, während der lineare IC eine dem Magnetfeld proportionale Ausgangsspannung liefert.

Bestimmung der Ladungsträgerkonzentration und -beweglichkeit. Von den in der Gl. (2.214) stehenden Größen können die Dicke des Plättchens d , der Steuerstrom I , die magnetische Flussdichte B und die Hall-Spannung U gemessen werden. Aus diesen Werten ergibt sich die Konzentration n der Elektronen. Der Hall-Effekt entsteht nun nicht nur bei der Bewegung von Elektronen, sondern auch bei der von positiven Ladungen, wobei sich die Richtung der Hall-Spannung umkehrt. So können über den Hall-Effekt das Vorzeichen und die Anzahl der Ladungsträger bestimmt werden.

Die Geschwindigkeit v der Ladungsträger ist das Produkt ihrer Beweglichkeit μ und der Feldstärke E in der Bewegungsrichtung: $v = \mu E$. Die Stromdichte S ist proportional der Leitfähigkeit σ und der elektrischen Feldstärke E :

$$S = \sigma E = n v e. \quad (2.215)$$

Wird in der letzten Beziehung die Geschwindigkeit v durch die Beweglichkeit μ ausgedrückt, so entsteht

$$\frac{1}{n e} = \frac{\mu}{\sigma}. \quad (2.216)$$

Über die Hall-Spannung lässt sich also bei bekannter Leitfähigkeit auch die Beweglichkeit μ der Ladungsträger erfassen.

Entsprechende Messungen werden sowohl bei der Entwicklung neuer Halbleiter-Materialien als auch während der Fertigung zur Qualitätskontrolle und Qualitätssicherung durchgeführt.

Transfernormal für die Widerstandseinheit. Auf die Nutzung des Quanten-Hall-Effekts für die Reproduzierbarkeit der Widerstandseinheit Ω wird in Abschnitt 1.2.6 eingegangen.

2.4.4 Induktions-Durchflussmesser

Wirkungsweise. Flüssigkeiten enthalten entsprechend ihrer Leitfähigkeit Ionen als Ladungsträger. Haben diese Ionen die Ladung q und bewegen sie sich mit der strömenden Flüssigkeit durch ein senkrecht zur Bewegungsrichtung stehendes magnetisches Feld, so werden sie mit der Kraft $F_m = q v B$ zur Seite abgelenkt. Dadurch entsteht ein elektrisches Feld E mit einer auf die Ionen wirkenden Kraft $F_e = q E$. Die elektrische Feldstärke E führt zu einer Spannung U , die an den im Abstand eines Rohrdurchmessers D isoliert sitzenden Elektroden abgegriffen werden kann:

$$q v B = q E = q \frac{U}{D}; \quad U = D v B. \quad (2.217)$$

Mit der Geschwindigkeit v ist der Volumendurchfluss \dot{V} ($\dot{V} = 0,78 D^2 v$) verknüpft, so dass die abgegriffene Spannung als Maß für die Durchflussmenge genommen werden kann.

In Gl. (2.217) tritt die Leitfähigkeit σ der Flüssigkeit nicht auf. Sie hat keine Bedeutung für die Höhe der induzierten Spannung, wohl aber für den Innenwiderstand R_q der Quelle. Dieser

ist gleich dem Widerstand der Flüssigkeitssäule zwischen den Elektroden. Bezeichnen D den Rohrdurchmesser und A die Fläche der Elektroden, so ist

$$R_q = \frac{1}{\sigma} \frac{D}{A} \quad (2.218)$$

und erreicht für $\sigma = 10 \mu\text{S}/\text{cm}$, $D = 100 \text{ cm}$ und $A = 1 \text{ cm}^2$ den hohen Wert

$$R_q = \frac{1}{10^{-5}} \frac{\text{V cm}}{\text{A}} 100 \text{ cm} \frac{1}{1 \text{ cm}^2} = 10^7 \Omega. \quad (2.219)$$

Induktions-Durchflussmesser stellen also hochohmige Quellen dar und erfordern für die Spannungsmessung Verstärker mit großem Eingangswiderstand.

Magnetfeld. Da sich bei magnetischen Gleichfeldern Polarisationsspannungen den induzierten Spannungen überlagern und diese verfälschen, werden die Messungen im Allgemeinen mit Wechselfeldern durchgeführt. Die entstehenden Messspannungen haben Scheitelwerte von einigen mV. Durch das Streufeld der Magnete werden nun Störwechselspannungen in den Messleitungen induziert, die erheblich größer als die Nutzsignale sein können. Hier entsteht das Problem, Nutz- und Störsignal sicher voneinander zu trennen.

Das Nutzsignal ist proportional der magnetischen Flussdichte $B = \hat{B} \sin \omega t$, die Störspannung ist proportional der zeitlichen Ableitung $dB/dt = \omega \hat{B} \cos \omega t$. Stör- und Nutzspannung haben also eine Phasenverschiebung von 90° . So besteht die Möglichkeit, einen im

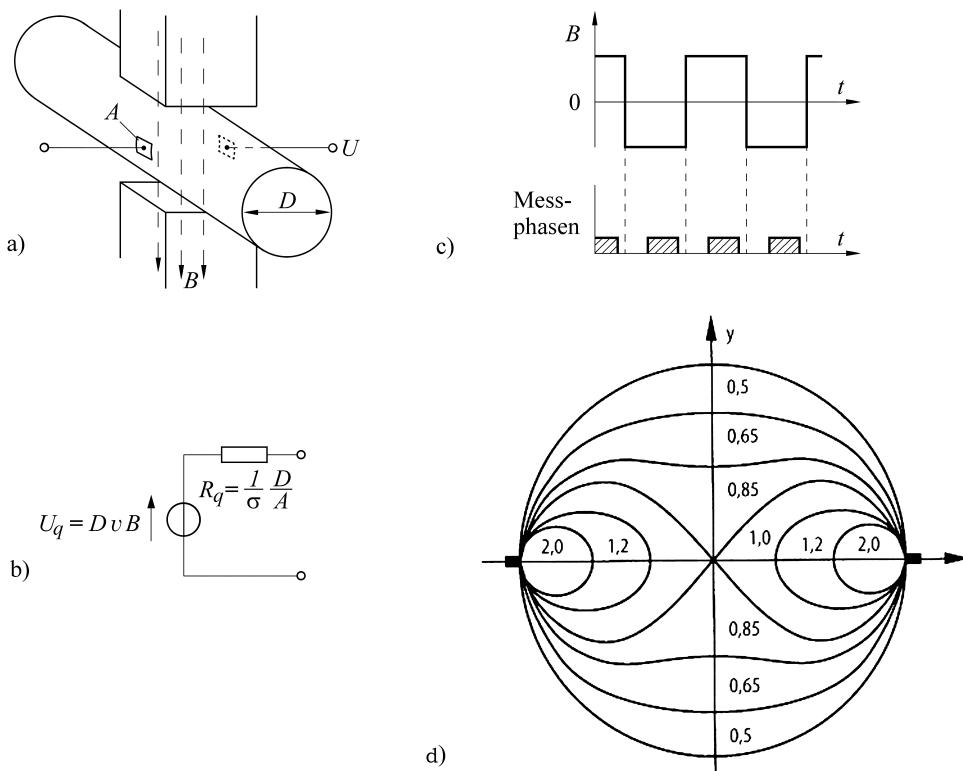


Bild 2.78 Induktions-Durchflussmesser: a) Prinzip, b) Ersatzschaltbild, c) umgeschaltetes Gleichfeld, d) Relative Gewichtung der an der Spannungsentstehung beteiligten Volumenelemente (aus [2.22])

Takt der Messspannung gesteuerten Gleichrichter zu verwenden, dessen Ausgangsspannung nach einer Mittelwertbildung die um $\pi/2$ verschobene Störspannung nicht mehr enthält.

Besser noch ist, an Stelle eines sinusförmig verlaufenden Feldes ein getaktetes umgeschaltetes Gleichfeld zu verwenden (Bild 2.78).

Die Periodendauer wird so groß gewählt, dass gerade noch keine Polarisationsspannungen auftreten. Die Störspannungen entstehen nur während der Umschaltung des Magnetfelds. Gemessen wird nicht zeitlich kontinuierlich, sondern diskret zu den Zeiten, bei denen das Magnetfeld konstant und keine Störspannung vorhanden ist.

Eigenschaften. Der Induktions-Durchflussmesser wird auch als magnetischer Durchflussmesser, induktiver Durchflussmesser und magnetisch-induktiver Durchflussmesser bezeichnet. Die relative Gewichtung der zur Spannungsentstehung zwischen den Elektroden beitragenden örtlich variierenden Feldstärke ist im Bild 2.78 d dargestellt. Die vom Durchflussmesser gelieferte Spannung ist daher bei einem homogenen Magnetfeld so lange ein Maß für den Durchfluss, solange das Strömungsprofil **rotationssymmetrisch** ist. Um das geforderte Strömungsprofil zu erreichen sind entsprechende strömungstechnische Maßnahmen, wie der Einbau von Leitblechen nach Rohrkrümmern und ausreichend lange ungekrümmte Vor- bzw. Nachlaufstrecken vorzusehen. Ein Vorteil des Induktions-Durchflussmessers ist, dass der Strömungsquerschnitt nicht durch Blenden oder Düsen eingeengt werden muss. Die Messung stark verschmutzter Flüssigkeiten (Klärschlamm), die von zähen Pasten oder auch von aggressiven Medien wie Säuren und Laugen ist mit entsprechend ausgekleideten Messstrecken möglich. Verglichen mit anderen Methoden ist die Messgenauigkeit hoch. Zwischen 10 und 100 % des Messbereichs kann die Unsicherheit der Messung kleiner als 1 % vom angezeigten Wert gehalten werden.

■ 2.5 Thermische spannungsliefernde Aufnehmer

2.5.1 Thermoelement

Wirkungsweise. Zwei unterschiedliche Materialien A und B bilden den Stromkreis von Bild 2.79. A ist mit B an der Stelle I und B ist mit A an der Stelle II verlötet oder verschweißt. Die Temperaturen der Verbindungsstellen sind T_1 und T_2 . Unterscheiden sich diese, so entsteht in dem Kreis eine Spannung U , die so genannte Thermospannung (thermoelektrischer Effekt, Seebeck-Effekt) [2.8].

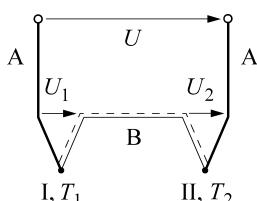


Bild 2.79 Prinzipschaltbild eines Thermoelements

An der Berührungsstelle zweier Metalle treten Elektronen von einem in das andere über. Maßgebend für diesen Vorgang ist die Austrittsarbeit der Elektronen. Das Metall mit der geringeren Austrittsarbeit gibt Elektronen ab und wird positiv. Dadurch bildet sich an der Grenzfläche ein elektrisches Feld. Es entsteht ein Gleichgewichtszustand zwischen den Elektronen, die von A nach B diffundieren, und denen, die infolge des elektrischen Felds von B nach A gezogen werden. An der Berührungsstelle I bildet sich die Kontaktspannung U_1 , die nach der Boltzmann-Verteilung der dort herrschenden Temperatur T_1 und dem Verhältnis der Elektronenzahldichten n_A und n_B proportional ist:

$$U_1 = \frac{k}{e} T_1 \ln \frac{n_A}{n_B} = \left(\frac{k}{e} \ln \frac{n_A}{n_B} \right) T_1. \quad (2.220)$$

In dieser Gleichung bedeutet k die Boltzmann-Konstante und e die Elementarladung. Auf der rechten Seite lassen sich die in der Klammer stehenden Terme zu einer Materialkonstanten k_{AB} zusammenfassen, wodurch die Gleichung übergeht in

$$U_1 = k_{AB} T_1.$$

Entsprechend gilt für die Lötstelle II:

$$U_2 = k_{BA} T_2.$$

Die Summe der beiden Kontaktspannungen U_1 und U_2 ergibt die Thermospannung U . Aus Gl. (2.220) bzw. aus der Maschengleichung $U_1 + U_2 - U = 0$ und aus der Beobachtung, dass bei Temperaturgleichheit $T_1 = T_2$ keine Thermospannung auftritt, $U = 0$, folgt $U_1 = -U_2$ und

$$k_{AB} T_1 = -k_{BA} T_1; \quad k_{AB} = -k_{BA}. \quad (2.221)$$

Mit dieser letzten Beziehung entsteht aus den vorangegangenen Gleichungen für den allgemeinen Fall von unterschiedlichen Temperaturen, $T_1 \neq T_2$,

$$U = U_1 + U_2 = k_{AB} (T_1 - T_2). \quad (2.222)$$

Die entstandene Thermospannung hängt von den Werkstoffen A und B ab und wächst mit der Temperaturdifferenz $T_1 - T_2$ zwischen den Verbindungsstellen I und II. Um den Proportionalitätsfaktor k_{AB} nicht für alle möglichen Werkstoffkombinationen angeben zu müssen, wurden die Empfindlichkeiten der einzelnen Materialien gegenüber Platin ermittelt. Die Ergebnisse sind in der so genannten thermoelektrischen Spannungsreihe zusammengestellt. In Tabelle 2.3 sind einige Werte angegeben, die für eine Temperaturdifferenz zwischen 100 °C und 0 °C gelten.

Tabelle 2.3 Thermoelektrische Spannungsreihe

Material X	k_{XPt} in [(mV) / (100 K)]
Konstantan (CuNi)	-3,47 ... -3,04
Nickel (Ni)	-1,9
Platin (Pt)	0,0
Wolfram (W)	0,7
Kupfer (Cu)	0,7
Eisen (Fe)	1,9
Nickel-Chrom (NiCr)	2,2
Silizium (Si)	44

Die Empfindlichkeit k_{AB} zweier beliebiger Materialien A und B ergibt sich dann als Differenz ihrer Empfindlichkeiten k_{APt} , und k_{BPT} :

$$k_{AB} = k_{APt} - k_{BPT}. \quad (2.223)$$

Für ein Thermoelement mit Schenkeln aus Eisen und Konstantan (Ko) wird dementsprechend

$$k_{FeKo} = k_{FePt} - k_{KoPt} = 1,9 - (-3,47) = 5,37 \frac{\text{mV}}{100 \text{ K}}. \quad (2.224)$$

Betrachtet man den Leitungsmechanismus in einem metallischen Leiter näher, so erkennt man, dass sich die freien Ladungsträger, bei Metallen die Elektronen, thermodynamisch nahezu wie ein ideales Gas verhalten, sie also temperaturabhängig verschieden hohe kinetische Energien annehmen. Diese thermodynamische Energie bezogen auf die Ladung, hier die Elektronenladung e , repräsentiert eine Spannung, die Temperaturspannung (siehe Gl. (2.192)). Wird der metallische Leiter einem Temperaturgefälle (vom warmen zum kalten Ende) ausgesetzt, so verschieben sich die Ladungen, einen Effekt, den man Thermodiffusion nennt. Dies führt zu einer elektrischen Feldstärke E im Leiter, die allerdings direkt nicht gemessen werden kann, da sich im zur Messung notwendigen geschlossenen Kreis die Diffusionswirkungen aufheben. Makroskopisch messbare Effekte treten erst bei der Kombination thermoelektrisch sich verschiedenen verhaltender Materialien auf; hier wird in einem geschlossenen Stromkreis eine Thermospannung wirksam, die sich aus dem Integral entlang des Leiters der sich einstellenden elektrischen Feldstärke ergibt. Die lokal herrschende elektrische Feldstärke ist proportional zum lokal wirksamen Temperaturgradienten und proportional zur lokal wirksamen thermoelektrischen Konstante des Materials. Diese, das Material beschreibende Konstante, ist ihrerseits abhängig von der mechanischen Vorgeschichte und ändert sich beispielsweise etwas, wenn der Draht stärker geknickt wird, wie es vorkommen kann, wenn er durch einen Türfalg eines Ofens geführt würde. Dies stört besonders, da dann gerade an der Knickstelle ein hoher Temperaturgradient auftreten kann was zu einem erheblichen Fehler der Temperaturmessung führen würde.

Grundwerte. Die Gl. (2.222) drückt einen streng linearen Zusammenhang zwischen der Temperaturdifferenz und der Thermospannung aus. Dies ist nur in erster Näherung und nur für kleine Temperaturbereiche richtig. Um die Thermospannungen in Abhängigkeit von der Temperatur wirklich genau angeben zu können, sind Polynome höherer Ordnung notwendig. Diese können DIN IEC 584 oder EN 60 584 entnommen werden. Die Thermospannung eines NiCr-Ni-Thermopaars (Typ K) z. B. berechnet sich im Temperaturbereich 0 bis 1372 °C aus

$$U = \sum_{i=0}^8 b_i \vartheta^i + 125 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\vartheta - 127}{65} \right)^2 \right] \mu\text{V}. \quad (2.225)$$

Dabei bezeichnet ϑ die jeweilige Temperatur in °C. Die einzelnen Koeffizienten sind in der Norm auf elf Stellen genau angegeben und gehen von

$$b_0 = 1,853\,306\,327\,3 \cdot 10^{+1} \quad \text{bis} \quad b_8 = +2,223\,997\,433\,6 \cdot 10^{-20}. \quad (2.226)$$

Auch in der Tabelle 2.4 und in dem groben Maßstab von Bild 2.80 sind die Nichtlinearitäten zu erkennen. Die Empfindlichkeiten liegen zwischen 5 mV pro 100 °C und 2 mV pro 100 °C.

Die Thermospannungen der gefertigten Thermopaare dürfen von den Grundwerten der Norm bis zu einem maximalen Wert abweichen. In DIN IEC 584 Teil 2 werden drei verschiedene Klassen der Grenzabweichungen definiert. Sie hängen vom Material des Thermo-

paares und dem Temperaturbereich ab. Für (NiCr-Ni)-Thermopaare z. B. sind die folgenden Werte vorgeschrieben:

Klasse	Grenzabweichung	Verwendungsbereich
1	$\pm (1,5 \text{ }^\circ\text{C} \text{ oder } 10,004 \vartheta)$	-40 °C bis 1000 °C
2	$\pm (2,5 \text{ }^\circ\text{C} \text{ oder } 0,0075 \vartheta)$	-40 °C bis 1200 °C
3	$\pm (2,5 \text{ }^\circ\text{C} \text{ oder } 0,015 \vartheta)$	-200 °C bis 40 °C

Tabelle 2.4 Thermospannungen der (Fe-CuNi)- und (NiCr-Ni)-Thermoelemente bei einer Bezugstemperatur $\vartheta_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ (DIN IEC 584)

Temperatur T_1 in °C	Spannung U Fe-CuNi in mV	Spannung U NiCr-Ni in mV
-200	-8,15	
-100	-4,75	
0	0	0
100	5,37	4,10
200	10,95	8,13
300	16,56	12,21
400	22,16	16,40
500	27,85	20,65
600	33,67	24,91
700	39,72	29,14
800		33,30
900		37,36
1 000		41,31

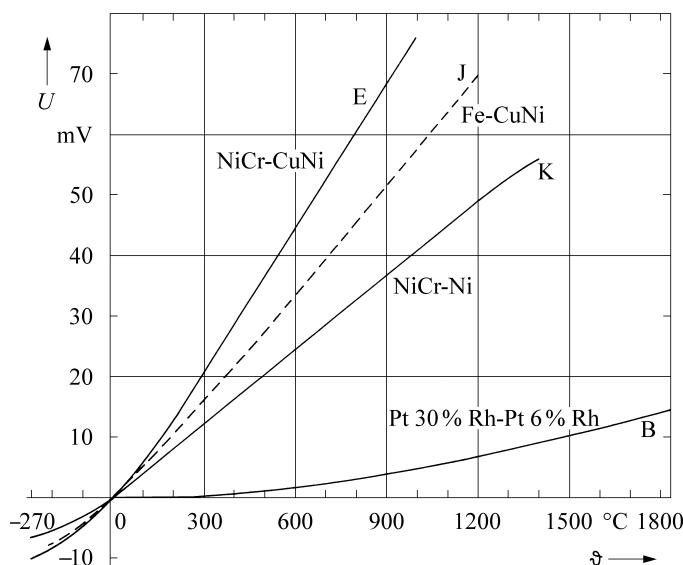


Bild 2.80 Kennlinie von Thermoelementen

Von den beiden angegebenen Werten gilt jeweils der höhere. Ein (NiCr-Ni)-Thermopaar der Klasse 2 hat also zwischen -40°C und 330°C eine Unsicherheit von $\pm 2,5^{\circ}\text{C}$. Bei höheren Betriebstemperaturen ϑ beträgt sie $\pm 0,0075 |\vartheta|$.

Stromkreis mit drei unterschiedlichen Materialien. Die Thermospannung des in Bild 2.81 gezeigten Kreises ergibt sich als Summe der drei Einzelspannungen U_1 , U_2 und U_3 mit

$$\begin{aligned} U_1 &= k_{\text{CA}} T_1 = (k_{\text{CPt}} - k_{\text{APt}}) T_1, \\ U_2 &= k_{\text{AB}} T_2 = (k_{\text{APt}} - k_{\text{BPt}}) T_2, \\ U_3 &= k_{\text{BC}} T_3 = (k_{\text{BPt}} - k_{\text{CPt}}) T_3 \\ \text{zu } U &= U_1 + U_2 + U_3 \\ &= k_{\text{CPt}} (T_1 - T_3) + k_{\text{APt}} (T_2 - T_1) + k_{\text{BPt}} (T_3 - T_2). \end{aligned} \quad (2.227)$$

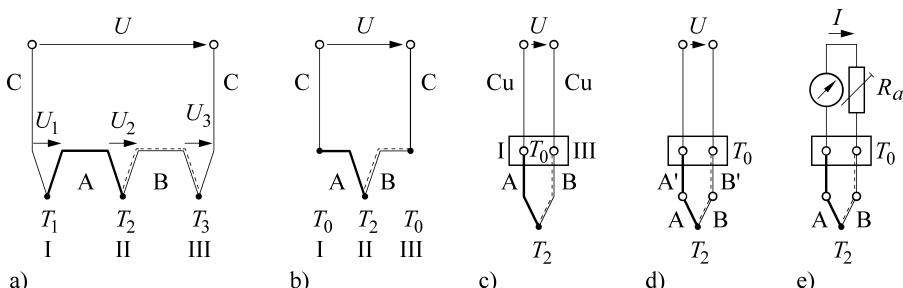


Bild 2.81 Thermoelementkreis mit 3 Materialien A, B und C

- a) und b) Prinzip
- c) technische Ausführung eines Thermoelements mit der Vergleichstellentemperatur T_0
- d) Verwendung von Ausgleichsleitungen A' und B'
- e) Abgleichwiderstand R_a zur Einstellung des Thermokreis-Widerstandes auf 20Ω ; Messung des Stroms I

Für den Fall, dass die Temperaturen der Verbindungsstellen I und III gleich sind, $T_1 = T_3 = T_0$, wird der erste Term auf der rechten Seite der obigen Gleichung null und übrig bleibt

$$U = k_{\text{APt}} (T_2 - T_0) + k_{\text{BPt}} (T_0 - T_2) = k_{\text{AB}} (T_2 - T_0). \quad (2.228)$$

Diese Gleichung beschreibt die technische Ausführung eines Thermoelements nach Bild 2.81 b und Bild 2.81 c, die sich von der Prinzipskizze Bild 2.79 unterscheidet. Die Verbindungsstelle des Thermoelements aus den Werkstoffen A und B liegt auf der Temperatur T_2 . An den Anschlusspunkten I und III wird von den Thermodrähten auf Kupferleitungen übergegangen. Die hier entstehenden Thermospannungen heben sich gegenseitig auf, solange die Anschlusspunkte dieselbe Temperatur $T_1 = T_3 = T_0$ haben. Das Thermoelement liefert die Spannung U , die nach Gl. (2.228) von der Materialpaarung A, B und der Temperaturdifferenz $T_2 - T_0$ abhängt.

In der Praxis wird manchmal von den Thermodrähten A, B zunächst auf Ausgleichsleitungen A' , B' übergegangen (Bild 2.81 d). Die Ausgleichsleitungen haben bis etwa 200°C dieselben thermoelektrischen Eigenschaften wie die Thermodrähte, so dass an den Anschlusspunkten keine Thermospannungen entstehen. Die Ausgleichsleitungen sind aber etwas weniger aufwändig gefertigt, haben im Allgemeinen einen größeren Querschnitt und geringeren elektrischen Widerstand als die Thermodrähte und sind trotzdem preisgünstiger als jene. Damit entsteht ein wirtschaftliches Interesse an ihrer Verwendung in den Fällen, in denen größere Entfernung bis zum Anschluss an die Kupferleitungen zu überbrücken sind.

Vergleichsstelle. Die Thermospannung ist proportional der Temperaturdifferenz zwischen der Temperatur T_2 der heißen Lötstelle und der Temperatur T_0 der Anschlusspunkte. Soll die Temperatur T_2 angegeben werden, so muss die Temperatur T_0 der so genannten Vergleichsstelle bekannt sein. Diese Forderung lässt sich z. B. mit einem Thermostaten oder mit einer Korrekturschaltung erfüllen.

Thermostat. Die Temperatur im Innern eines Thermostaten wird auf einen konstanten Wert von 50 oder 60 °C geregelt. Dort sitzen die Klemmen, in denen die Thermodrähte mit den Kupferleitungen verbunden sind (Bild 2.82 a). Die Temperatur der Vergleichsstelle ist damit bekannt und konstant, so dass aus der Thermospannung jederzeit die Temperatur T_2 der heißen Lötstelle angegeben werden kann.

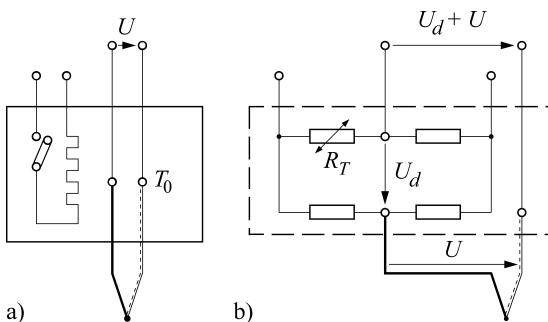


Bild 2.82 Ausführung der Vergleichsstelle mit a) einem Thermostaten, b) einer Korrekturschaltung

Korrekturschaltung. Wird eine Korrekturschaltung verwendet, so darf die Temperatur T_0 der Vergleichsstelle schwanken. Bei einer Änderung von T_0 wird eine Zusatzspannung U_d erzeugt und zur Thermospannung U addiert, so dass die Summe $U_d + U$ konstant bleibt. Dazu wird eine Brücke mit einem temperaturempfindlichen Widerstand R_T verwendet (**Kompensationsdose, Spannungsausgleicher**, Bild 2.82 b). Sie ist für eine bestimmte Umgebungstemperatur T_0 abgeglichen, d. h., bei der Temperatur T_0 ist die Diagonalspannung null, $U_d(T_0) = 0$. Ändert sich T_0 , so wird die Brücke verstimmt, und die Diagonalspannung nimmt mit T_0 zu. Umgekehrt verhält sich die entstandene Thermospannung. Diese wird mit steigender Umgebungstemperatur kleiner und bei fallender entsprechend größer. Die Brücke ist so ausgelegt, dass sie dieselbe Empfindlichkeit wie das zugehörige Thermoelement erreicht. Dadurch gleichen sich die beiden gegenläufigen Effekte aus, und die Summe der Diagonalspannung und der Thermospannung ist so groß wie das Signal eines Thermoelements, dessen Vergleichsstelle konstant auf T_0 gehalten wird.

Ausführungsformen der Thermoelemente. Unterschieden werden Thermoelemente in Messeinsätzen und Mantel-Thermoelemente:

Messeinsatz und Schutzrohr. Um die Thermodrähte vor einer mechanischen Beschädigung und einer chemischen Einwirkung durch das zu messende Medium zu schützen, sind sie zunächst in eine Hülse eingesetzt und bilden mit dieser den so genannten Messeinsatz (Bild 2.83).

Dieser steckt seinerseits in einem Schutzrohr, dessen Werkstoff und Wandstärke sich nach Art und Druck des Messmediums richtet. Ändert sich die Temperatur des Mediums, so muss erst das Schutzrohr, dann die Hülse und dann die Lötstelle die neue Temperatur annehmen, bevor diese zu einer Änderung der Thermospannung führt. Die Temperaturmessung ist also träge.

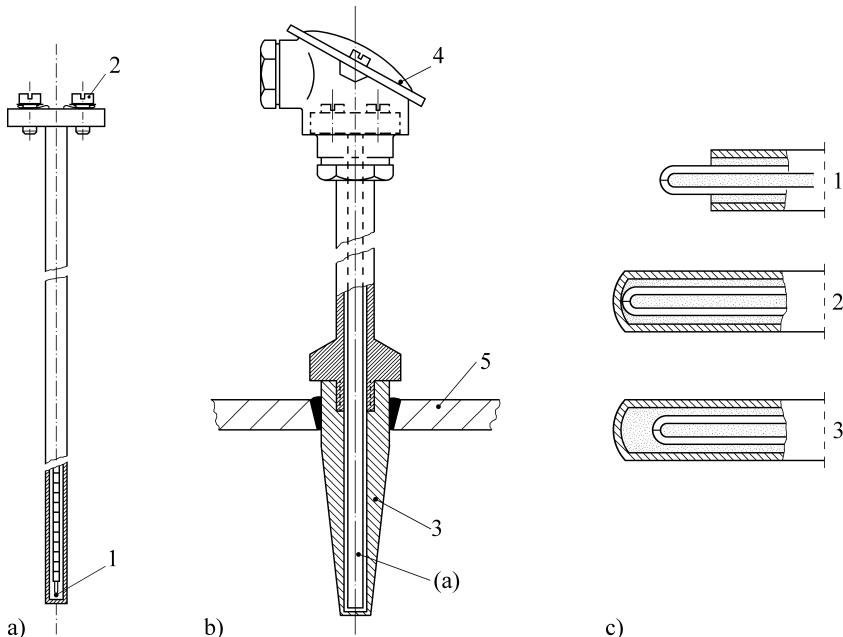


Bild 2.83 Ausführungsformen von Thermoelementen a) Messeinsatz mit Thermopaar 1 und Anschlussklemmen 2, b) Armatur mit Messeinsatz (a); 3 Schutzrohr, 4 Anschlusskopf, 5 Wand der Rohrleitung oder des Behälters, c) Mantelthermoelemente; 1 Thermopaar offen, 2 Thermopaar mit dem Mantel verschweißt, 3 Thermopaar vom Mantel isoliert

Mantel-Thermoelement. Die Thermodrahte des Mantel-Thermoelements sind von einem Metallröhrchen als Mantel umgeben und durch Al_2O_3 oder MgO von diesem isoliert. Der Mantel schützt die Thermodrahte vor chemischen Einwirkungen. Gleichzeitig erreichen die Elemente durch den kompakten Aufbau eine ausreichende mechanische Stabilität. Die Mantel-Thermoelemente haben eine geringere Masse und eine geringere Wärmekapazität als die Thermoelemente in Messeinsätzen und Schutzrohren. Besonders schnell sprechen diejenigen an, bei denen die Lötstelle mit dem Mantel verschweißt ist oder überhaupt offen liegt.

Messschaltung. Die elektrische Ersatzschaltung eines Thermoelements ist eine Spannungsquelle, deren Leerlaufspannung gleich der Thermospannung ist. Der Innenwiderstand liegt bei einigen Ohm für die Thermoelemente in Messeinsätzen und bei einigen $\text{k}\Omega$ für die dünneren Drahte der Mantel-Thermoelemente. Der Widerstand der Thermodrahte nimmt mit einem Temperaturkoeffizienten von etwa $5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ mit der Temperatur zu.

Manchmal wird nicht die erzeugte Spannung, sondern der im Thermoelementkreis fließende Strom I gemessen. In diesen Fällen muss der Widerstand des gesamten Kreises bekannt sein, um von dem Strom I über das ohmsche Gesetz auf die den Strom verursachende Thermospannung zurückrechnen zu können. Um zusätzlich die in Temperatureinheiten kalibrierten Strommessgeräte austauschbar zu halten, wird der Gesamtwiderstand des Messkreises durch einen Abgleich-Widerstand R_a auf z. B. jeweils 20Ω ergänzt (Bild 2.81 e).

Zeitverhalten. Das Zeitverhalten des Thermoelements hängt von dem Wärmeübergang von dem zu messenden Medium auf den Temperaturfühler und von dessen Wärmekapazi-

tät und Wärmeleitfähigkeit ab. In strömendem Wasser ist die Anzeigeverzögerung geringer als bei einer Messung in einem stehenden Gas. Thermoelemente in Schutzrohren zeigen bei einer sprunghaften Temperaturänderung 90 % des neuen Wertes nach ca. 10 bis 100 s an. Bei Mantel-Thermoelementen sind diese Zeiten mit 0,1 bis 1 s erheblich kürzer. Deren Zeitverhalten lässt sich durch eine Differenzialgleichung erster Ordnung beschreiben mit einer Zeitkonstante als bestimmendem Parameter (Bild 2.84).

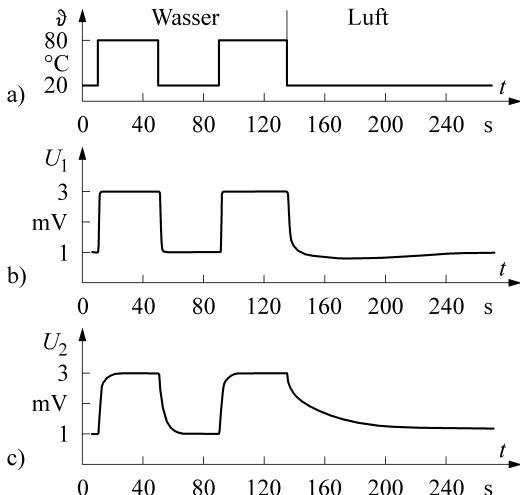


Bild 2.84 Anzeigegeschwindigkeit von Mantelthermoelementen beim Eintauchen in Wasser und Luft

- a) Temperatur des Wassers und der Luft
- b) Spannung des Thermoelements mit 0,5 mm Ø
- c) Spannung des Thermoelements mit 3 mm Ø

2.5.2 Integrierter Sperrsicht-Temperatur-Sensor

Der Durchlassstrom einer Diode ist von der Temperatur abhängig. Dieser Effekt lässt sich für eine Temperaturmessung nutzen. In der Gleichung der Diodenkennlinie mit dem Index D für Durchlassstrom oder Durchlassspannung

$$I_D = I_s(T) (e^{e^{-U_D/kT}} - 1) \quad (2.229)$$

wird in der Klammer zunächst der Subtrahend 1 gegenüber der e-Funktion vernachlässigt, so dass übrig bleibt:

$$I_D = I_s(T) e^{e^{-U_D/kT}}. \quad (2.230)$$

Indem Gl. (2.230) logarithmiert wird

$$U_D = \frac{kT}{e} \ln \frac{I_D}{I_s(T)}, \quad (2.231)$$

wird schon deutlich, dass die Spannung in Durchlassrichtung proportional mit der absoluten Temperatur T wächst. Leider steht in dieser Gleichung aber noch der von der Temperatur abhängige Sperrstrom $I_s = I_s(T)$, so dass noch kein eindeutiger Zusammenhang zwischen der Temperatur T und der Spannung in Durchlassrichtung erreicht ist.

Dieser lässt sich gewinnen, indem die Diode mit zwei unterschiedlichen Strömen I_1 und I_2 betrieben wird, zu denen in Durchlassrichtung die Spannungen U_1 und U_2 gehören. Deren Differenz

$$U_2 - U_1 = \frac{kT}{e} \ln \frac{I_2}{I_s} - \frac{kT}{e} \ln \frac{I_1}{I_s} = \frac{kT}{e} \ln \frac{I_2}{I_1} \quad (2.232)$$

ist unabhängig vom Sperrstrom und nimmt linear mit der absoluten Temperatur T zu.

Bei der praktischen Anwendung dieser Beziehung ist oft die Diode durch die Basis-Emitterstrecke eines Transistors ersetzt. Verwendet werden zwei Transistoren, die als Teil einer integrierten Schaltung völlig identisch aufgebaut sind. Der Emitterstrom I_2 des zweiten Transistors ist N -mal so groß wie der Strom I_1 des ersten, $I_2 = N I_1$. Gemessen wird die Differenz der beiden Basis-Emitterspannungen, die nach Gl. (2.232) von der Temperatur abhängt. Diese Differenz wird gleichzeitig verstärkt, so dass der integrierte Schaltkreis z. B. eine Ausgangsspannung von 1 mV/K oder einen Ausgangsstrom von 1 $\mu\text{A}/\text{K}$ liefert. Die Signale bei 0 °C sind also entweder 273,2 mV oder 273,2 μA . Mit einem derartigen integrierten Temperatursensor lassen sich Temperaturen zwischen –50 und +150 °C messen. Vorteilhaft ist die lineare Kennlinie, die zusätzliche Schaltungen zur Linearisierung überflüssig macht, und die Kombination von Aufnehmer und Verstärker in einem Bauteil.

In der Gleichung der Diodenkennlinie kommen neben der Boltzmann-Konstanten k und der Elementarladung e nur noch die Größen Temperatur, Spannung und Strom vor. Die Messung der beiden letztgenannten liefert die Temperatur, ohne dass eine besondere Kalibrierung nötig ist. Der Messwert ist allerdings mit einer Unsicherheit von etwa 2 K behaftet. Es ist nun möglich, für die Diodenkennlinie verbesserte Modelle zu verwenden und damit die Unsicherheit zu verringern [2.9].

■ 2.6 Chemische spannungsliefernde Aufnehmer und Sensoren

2.6.1 Galvanisches Element

Die chemischen spannungsliefernden Aufnehmer und Sensoren können als galvanische Elemente aufgefasst werden, deren Quellspannung in einer definierten Weise von der nachzuweisenden Komponente abhängt. Den Sensoren liegen die Erscheinungen und Gesetzmäßigkeiten zu Grunde, die zur Bildung von Galvani-Spannungen führen [2.10].

Taucht ein Metall in eine Lösung seiner Ionen ein, so können Metallionen in Lösung gehen. Die zugehörigen freien Elektronen bleiben im Metall und laden dieses negativ auf. Die Elektronen befinden sich an der Metalloberfläche und verhindern durch die elektrische Anziehung, dass sich die Metallionen von der Elektrode entfernen können. Es entsteht eine Doppelschicht aus Elektronen und Ionen. Die entsprechende Differenz zwischen dem Potenzial im Metall Φ_{M1} und dem der Lösung Φ_L führt über die Boltzmann-Verteilung zur Nernst-Gleichung

$$U_1 = \Phi_{M1} - \Phi_L = \frac{k T}{e} \ln \frac{c_{M1}}{c_L}, \quad (2.233)$$

wobei mit c_{M1} die Konzentration der Ionen im Metall und mit c_L die der Ionen in der Lösung bezeichnet wurde.

Um diese Spannung zu messen, ist eine zweite Elektrode notwendig. Ist diese aus einem anderen Metall M 2, so entsteht an ihr die Potenzialdifferenz U_2

$$U_2 = \Phi_{M2} - \Phi_L = \frac{k T}{e} \ln \frac{c_{M2}}{c_L}. \quad (2.234)$$

Beide Elektroden bilden zusammen mit dem Elektrolyten ein galvanisches Element, das die Spannung U liefert:

$$U_{21} = U_2 - U_1 = \frac{k T}{e} \ln \frac{c_{M2}}{c_{M1}}. \quad (2.235)$$

Diese Gleichung wird im Folgenden gleichermaßen auf die Elektronen- und Ionenleitung angewendet, d. h. auf das Vorzeichen der Spannung wird keine Rücksicht genommen.

Auch wenn zwei verschiedene Metalle in dieselbe Elektrolytlösung tauchen (z. B. Zink und Kupfer in die verdünnte Schwefelsäure des Daniell-Elements), ist zwischen ihnen eine Spannung zu messen. Die unterschiedlichen Metalle nehmen nämlich gegenüber der Lösung unterschiedliche Potenziale an. Des Weiteren treten Potenzialdifferenzen nicht nur an der Grenzfläche zwischen Metall und wässriger Lösung auf, sondern generell auch an den Grenzflächen Festkörper-Festkörper, Flüssigkeit-Flüssigkeit und Festkörper-Flüssigkeit. In dieser Situation ist die Aufgabe des Messtechnikers, eine Elektrodenkette zu finden, deren Spannung reproduzierbar und definiert von nach Möglichkeit einer einzigen interessierenden Komponente abhängt.

2.6.2 pH-Messkette mit Glaselektrode

Der pH-Wert (potentia Hydrogenii) kennzeichnet die Konzentration an H^+ -Ionen in wässrigen Lösungen. Eine Lösung mit dem pH-Wert 7 ist neutral; kleinere pH-Werte weisen auf saure, größere auf alkalische Flüssigkeiten hin. Der pH-Wert ist der mit -1 multiplizierte dekadische Logarithmus der Konzentration c_{H^+} von H^+ -Ionen

$$\text{pH} = -\log c_{\text{H}^+}.$$

Er ist eine reine Zahl und darf nicht wie eine Einheit angewendet werden (Schreibweise nach DIN 1962: eine Lösung hat den pH-Wert 5 oder: bei einer Lösung ist pH = 5; jedoch nicht: die Lösung hat 5 pH).

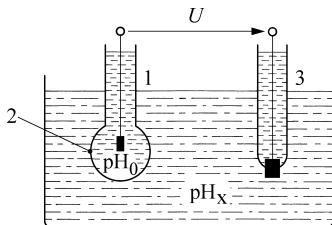


Bild 2.85 Glaselektrode zur Messung des pH-Wertes
1 innere Ableitelektrode
2 Glasmembran
3 äußere Ableitelektrode

Der pH-Wert bestimmt die Richtung und die Geschwindigkeit der in wässrigen Lösungen miteinander reagierenden Stoffe. Seine Messung hat dementsprechend für die Chemie, Lebensmittelindustrie, Metallindustrie (Korrosionsschutz, galvanische Oberflächenveredelung) und nicht zuletzt für den Umweltschutz, indem die Emissionen kontrolliert und die Abwässer entsprechend neutralisiert werden können, eine große Bedeutung [2.11].

Elektroden. Die gesuchte Wasserstoffionenkonzentration c_x wird mit Hilfe von zwei Elektroden gemessen (Bild 2.85). Verwendet werden häufig Glaselektroden, die mit speziell ausgewählten Lösungen so gefüllt sind, dass die abgegebene Spannung weitgehend nur von der Konzentration der Wasserstoffionen abhängt und nicht durch oxidierende oder reduzierende Substanzen, durch Salze oder Elektrodengifte, gestört wird.

Der Nullpunkt wird durch die Wasserstoffionenkonzentration c_0 in der inneren Ableitelektrode festgelegt. So resultiert schließlich aus den verschiedenen Potenzialdifferenzen der Grenzschichten die Spannung

$$\begin{aligned} U &= \frac{k T}{e} \ln \frac{c_x}{c_0} \\ &= \frac{k T}{e} 2,3 (\log c_x - \log c_0) \\ &= \frac{k}{e} 2,3 T (\text{pH}_0 - \text{pH}_x) \\ &= 0,2 T (\text{pH}_0 - \text{pH}_x) \quad \text{mV}, \end{aligned} \quad (2.236)$$

in der T die absolute Temperatur bezeichnet. Bei 0°C , $T = 273 \text{ K}$, beträgt also die Spannung

$$U = 54,2 (\text{pH}_0 - \text{pH}_x) \quad \text{mV}. \quad (2.237)$$

54,2 mV ist der Wert, falls sich die beiden pH-Werte um 1 unterscheiden.

Die entstandenen Spannungen sind so groß, dass sie an und für sich leicht weiterverarbeitet werden könnten. Schwierigkeiten entstehen jedoch durch den hohen Innenwiderstand der Spannungsquelle. Dieser kann infolge des gut isolierenden Glases der Messelektrode im Bereich von $10^9 \Omega$ liegen. Dementsprechend hochohmig ist dann auch der Eingang des nachfolgenden Spannungsverstärkers auszuführen. Die Messleitung zwischen Elektroden und Verstärker ist sehr sorgfältig abzuschirmen, da irgendwelche Einstreuungen in diesem hochohmigen Kreis nicht abfließen und das Messergebnis verfälschen. Oft wird die Messung zusätzlich durch die feuchte und schmutzige Umgebung erschwert.

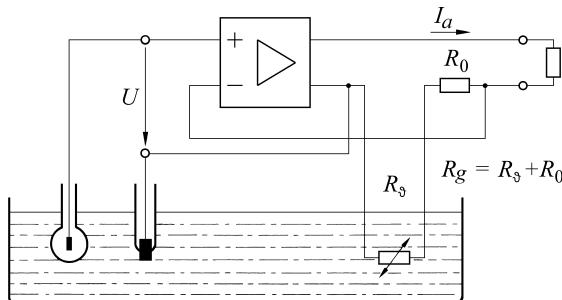


Bild 2.86 Verstärkung der von den pH-Elektroden gelieferten Spannung mit automatischer Temperaturkorrektur

Messkette. Der u/i -Verstärker (Bild 2.86) ist geeignet, die von den Elektroden gelieferte Spannung U in einen Strom I_a umzuformen:

$$I_a = \frac{U}{R_g + R_0} = \frac{U}{R_g + R_0}. \quad (2.238)$$

Der hierfür erforderliche Gegenkopplungswiderstand R_g ist in der Schaltung von Bild 2.86 in die zwei Widerstände R_g und R_0 zerlegt, um den Einfluss der Temperatur auf die zu messende Spannung korrigieren zu können. Diese nimmt ja proportional zur absoluten Temperatur zu. Um die Widerstände R_g und R_0 zu dimensionieren, ist zunächst der Temperaturkoeffizient α der von den pH-Elektroden gelieferten Spannung zu berechnen. Dieser ergibt sich aus dem Ansatz

$$0,2 T = 0,2 (273 + \vartheta) = 54,2 \left(1 + \frac{0,2}{54,2} \vartheta \right) = 54,2 (1 + 0,0037 \vartheta) \quad (2.239)$$

zu $\alpha = 0,0037$.

Der Wert des temperaturabhängigen Widerstandes R_ϑ ist dann mit dem des temperaturunabhängigen R_0 so abzustimmen, dass die Summe der Widerstände $R_g = R_\vartheta + R_0$ denselben Temperaturkoeffizienten $\alpha = 0,003\ 7$ wie die Elektrodenspannung aufweist. Hat also R_g bei $0\ ^\circ\text{C}$ den Wert R_{g0} , so muss R_g mit der Temperatur ϑ wie folgt zunehmen:

$$R_g = R_{g0} (1 + 0,003\ 7 \vartheta). \quad (2.240)$$

Werden die beiden letzten Ergebnisse in Gl. (2.237) eingesetzt, so kürzt sich der temperaturabhängige Faktor heraus und der Ausgangstrom I_a hängt allein von dem zu messenden pH-Wert ab:

$$\begin{aligned} I_a &= \frac{U}{R_g} = \frac{54,2 (1 + 0,003\ 7 \vartheta) (\text{pH}_0 - \text{pH}_m)}{R_{g0} (1 + 0,003\ 7 \vartheta)} \cdot \frac{\text{mV}}{\Omega} \\ &= \frac{54,2}{R_{g0}} (\text{pH}_0 - \text{pH}_x) \quad \text{mA}. \end{aligned} \quad (2.241)$$

Indem hier der Gegenkopplungswiderstand im Hinblick auf die Temperaturkorrektur ausgelegt ist, ergibt sich zwangsläufig die durch Gl. (2.241) definierte Empfindlichkeit. Soll diese noch frei einstellbar sein, so ist ein zweiter Verstärker erforderlich.

2.6.3 Sauerstoffmessung mit Festkörper-Ionenleiter

Prinzip. Bei Temperaturen größer als $350\ ^\circ\text{C}$ ist eine Keramik aus Zirkonoxid (ZrO_2) und Yttriumoxid (Y_2O_3) ein Sauerstoff-Ionenleiter. Ein Stromfluss durch eine solche Keramik erfolgt nicht wie beim metallischen Leiter durch Elektronen, sondern durch Sauerstoffionen (O^{--}). Der Stromtransport ist also, wie in einem flüssigen Elektrolyten, mit einem Ionentransport verbunden.

Wird ein derartiger Sauerstoff-Ionenleiter mit zwei porösen Elektroden aus z. B. Platin versehen und werden diese Elektroden unterschiedlichen Sauerstoff-Partialdrücken ausgesetzt, so bildet sich ein galvanisches Element (Bild 2.87).

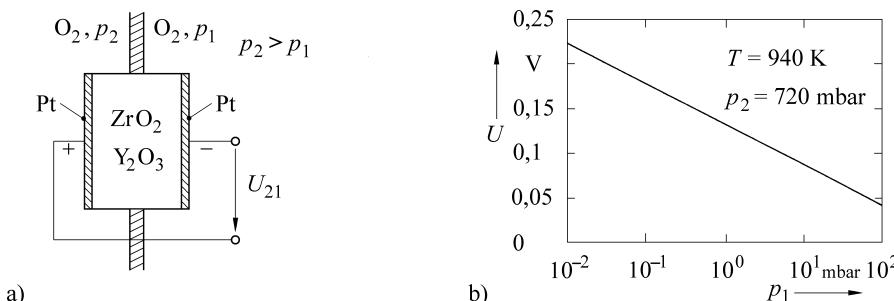


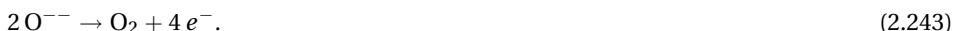
Bild 2.87 Sauerstoffsensor mit Festkörper-Elektrolyt. a) Aufbau, b) Kennlinie

Dabei spielen sich an den Elektroden die folgenden Vorgänge ab:

Kathode (Umgebung mit dem höheren Sauerstoff-Partialdruck p_2):



Anode (Umgebung mit dem niedrigeren Sauerstoff-Partialdruck p_1):



Bei geschlossenem äußerem Stromkreis fließen Elektronen über die metallischen Leiter von der Anode zur Kathode und dementsprechend wandern Sauerstoffionen von der Kathode zur Anode. Bei offenem Stromkreis entsteht an den Elektroden entsprechend Gl. (2.235) die Spannung U_{21} :

$$U_{21} = \frac{k T}{4 e} \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (2.244)$$

Der Faktor 4 im Nenner berücksichtigt, dass 4 Elementarladungen am Umsatz eines Sauerstoffmoleküls beteiligt sind.

Indem in der vorstehenden Gleichung Zähler und Nenner mit der Avogadro-Zahl N_A erweitert werden, lassen sich die allgemeine Gaskonstante R und die Faraday-Konstante F (die Ladung, die pro Mol entsteht) einführen. Die Gleichung geht damit über in

$$U_{21} = \frac{R T}{4 F} \ln \frac{p_2}{p_1} = 0,0496 T \log \frac{p_2}{p_1} \frac{\text{mV}}{\text{K}}. \quad (2.245)$$

Ist der eine Sauerstoff-Partialdruck bekannt, so kann aus der obigen Formel der andere bestimmt werden. Messungen bestätigen diese Beziehung (Bild 2.87 b). Unterscheiden sich die Sauerstoff-Partialdrücke um den Faktor 10, so ergibt sich bei $T = 1000 \text{ K}$ die Spannung $U_{21} = 49,6 \text{ mV}$.

Derartige Sensoren werden z. B. für die Messung der Sauerstoffkonzentration in Rauchgasen von Industriefeuерungen eingesetzt.

Lambda-Sonde. Zu einem Massenprodukt ist der Festkörper-Elektrolyt-Sauerstoff-Sensor in der Automobilindustrie geworden [2.12, 2.13, 2.14]. Dort bezeichnet λ die Luftzahl des dem Motor zugeführten Gemisches. Erhält der Motor genau so viel Luftsauerstoff wie zur vollständigen Verbrennung des Kraftstoffes erforderlich ist, so ist $\lambda = 1$. Bei $\lambda < 1$ fehlt Sauerstoff; das Gemisch ist „fett“. Es ist „mager“ bei $\lambda > 1$ (Luftüberschuss).

Eine Sauerstoff-Sonde in der Abgasleitung des Motors vermag den Restsauerstoff zu erfassen (Bild 2.88). Er ist vom Luft-Kraftstoff-Verhältnis des Gemisches abhängig. Damit lässt sich aus dem Abgas auf die Betriebsweise des Motors schließen.

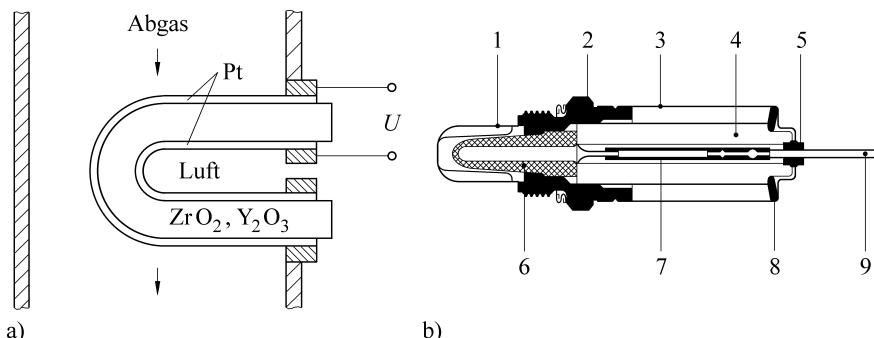


Bild 2.88 Lambda-Sonde. a) Aufbau, b) Technische Ausführung;
1 Schutzrohr mit Schlitten, 2 Sondengehäuse, 3 Schutzhülse, 4 Stützkeramik, 5 Isolierteil,
6 Sondenkeramik, 7 Kontaktierung, 8 Tellerfeder, 9 Anschlussleitung

Die sich in der Lambda-Sonde an der Grenzfläche zwischen Elektrolyt und abgasseitiger Elektrode einstellende Potenzialdifferenz berechnet sich nun nicht direkt aus dem

Sauerstoff-Partialdruck p_1 des Abgases, sondern aus dem Partialdruck p_1^* des thermodynamischen Gleichgewichts. Dieses wird infolge der katalytischen Wirksamkeit des Platins erreicht. Der Sauerstoff-Partialdruck p_1 ändert sich bei Veränderung der Luftzahl in einem engen Bereich um $\lambda = 1$ um mehr als 20 Größenordnungen. Für Luft als Referenzgas ($p_2 = 0,21$) wird bei 500 °C

$$\begin{aligned}\lambda = 0,9 \quad p_1^* &= 1,9 \cdot 10^{-27} \quad U = 998 \text{ mV}, \\ \lambda = 1,1 \quad p_1^* &= 1,8 \cdot 10^{-2} \quad U = 41 \text{ mV}.\end{aligned}$$

Die Spannungen sind dabei aus der Nernst'schen Gleichung (2.245) berechnet. Über diese signifikante Änderung der Sondenspannung bei $\lambda \approx 1$ lässt sich das Luft-Kraftstoff-Verhältnis des Gemisches zuverlässig erfassen (Bild 2.89).

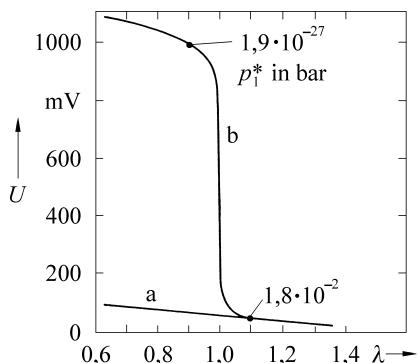


Bild 2.89 Leerlaufspannung der Lambda-Sonde bei $T = 780 \text{ K}$ in Abhängigkeit von der Luftzahl λ [2.17]; a katalytisch nicht aktive und b katalytisch aktive abgasseitige Elektrode; angegeben ist der Gleichgewichts-Sauerstoff-Partialdruck p_1^* in der abgasseitigen Elektrode

Voraussetzung für die Messung ist die Sauerstoff-Ionenleitfähigkeit des Festkörper-Elektrolyts. Da diese erst oberhalb 400 °C einsetzt, ist die Lambda-Sonde – insbesondere beim Start des Motors – auf eine Temperatur von etwa 700 °C zu heizen. Innenwiderstand und Ansprechzeit der Sonde sind von der Temperatur abhängig. Bei 700 °C betragen die entsprechenden Werte 100Ω und 10 ms.

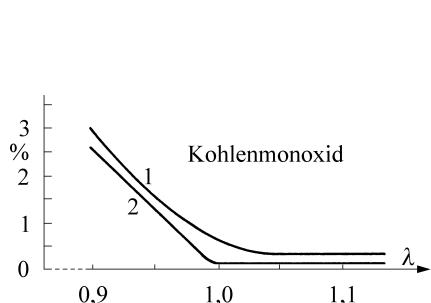
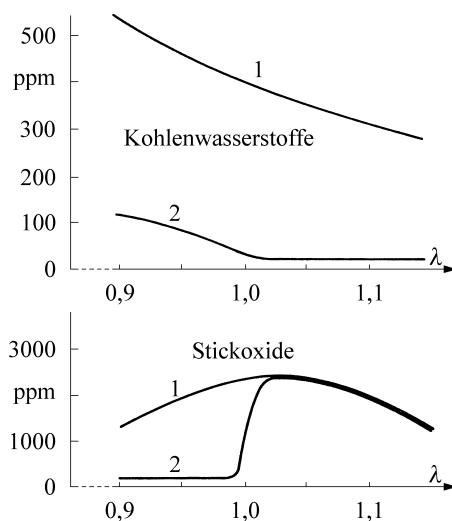


Bild 2.90 Schadstoffemissionen eines Kraftfahrzeugs in Abhängigkeit von der Luftzahl λ (1,7 l Hubraum, 3000 Upm); Kurve 1: ohne geregelten Katalysator; Kurve 2: mit geregeltem Katalysator



Regelung des Kraftstoff-Luft-Gemisches. Mit Hilfe der Lambda-Sonde lässt sich in Verbindung mit einem Katalysator die Schadstoffemission eines Kraftfahrzeugs wirkungsvoll begrenzen. Dazu wird in der Abgasleitung der Restsauerstoff-Gehalt gemessen. Auf Grund dieses Signals wird die Kraftstoffzufuhr so geregelt, dass der Motor bei $\lambda = 1$ betrieben wird (Bild 2.90).

Dadurch werden mit Hilfe des Katalysators die drei wichtigsten Schadstoffe Kohlenmonoxid, Kohlenwasserstoffe und Stickoxide wesentlich reduziert. Ohne diese Regelung würden (trotz Katalysator) entweder zu viel Kohlenmonoxid und zu viele Kohlenwasserstoffe (fettes Gemisch) oder zu viel Stickoxide (mageres Gemisch) emittiert.

■ 2.7 Piezo- und pyroelektrische ladungsliefernde Aufnehmer

2.7.1 Wirkungsweise und Werkstoffe

Piezoelektrischer Effekt. Bei den piezoelektrisch wirksamen dielektrischen Stoffen sind die positiven und negativen Ladungen unsymmetrisch verteilt. Bei den Molekülen bzw. bei den Kristalliten fällt der Schwerpunkt der positiven Ladungen nicht mit dem der negativen zusammen. Die piezoelektrischen Stoffe sind elektrisch polarisiert. Werden sie deformiert, so ändern sich die Dipolmomente. Durch die damit verbundene Änderung der Polarisation werden an der Oberfläche Ladungen frei. So lässt sich dieser piezoelektrische Effekt nutzen, um aus der gemessenen Ladung die die Deformation verursachende Größe zu bestimmen [2.15, 2.16, 2.17].

Je nach Polarisationsrichtung des piezoelektrischen Materials können die Ladungen an den mechanisch belasteten Flächen (Längseffekt) oder quer dazu (Quereffekt) auftreten. Auch durch Schubspannungen wird die Polarisation verändert (Schereffekt) (Bild 2.91).

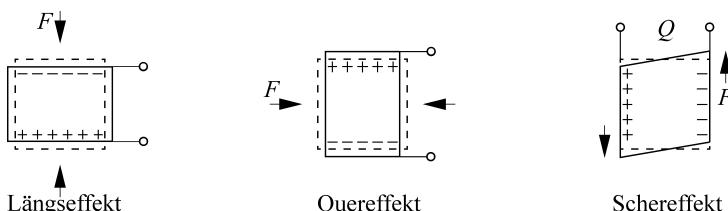


Bild 2.91 Wirkungsrichtungen des piezoelektrischen Effekts

Die freigesetzte Ladung hängt nur von der Deformation des Kristalls ab und nicht von der Geschwindigkeit oder Beschleunigung, mit der die Deformation erzeugt wird. Maßgebend ist also nur die jeweilige Längen- oder Dickenänderung. Ein piezoelektrischer Körper reagiert wie ein Längenfühler, wenn auch die Längenänderungen kaum wahrnehmbar sind.

Der piezoelektrische Effekt ist umkehrbar. Wird ein dielektrischer Stoff in ein elektrisches Feld gebracht, so dehnt er sich etwas aus oder zieht sich zusammen (Elektrostriktion, reziproker piezoelektrischer Effekt).

Pyroelektrischer Effekt. Die Polarisation eines dielektrischen Körpers nimmt nicht nur bei einer mechanischen Verformung andere Werte an, sondern auch bei Temperaturänderungen. Auch hier werden an der Oberfläche Ladungen frei, die als Maß für die Temperaturänderung dienen können [2.18, 2.19].

Werkstoffe. Der piezo- und pyroelektrische Effekt tritt auf in (Tab. 2.5)

- Einkristalle, wie z. B. Quarz, Triglyzinsulfat TGS, Lithiumtantalat LiTaO₃
- polykristalline keramischen Körpern, wie z. B. Bariumtitannat BaTiO₃, Bleititanat PbTiO₃, Bleizirkonat PbZrO₃, Blei-Zirkonat-Titanat PZT Pb(Zr, Ti)O₃
- organischen Polymeren, wie z. B. Polyvinylidendifluorid PVDF.

Tabelle 2.5 Eigenschaften piezoelektrischer und pyroelektrischer Materialien bei Raumtemperatur [2.16]

Material	Curie-Temperatur in °C	ϵ_r	piezoelektrische Empfindlichkeit $k (10^{-12} \text{ As/N})$			pyroelektrische Empfindlichkeit	
			Längseffekt d_{33}	Quereffekt d_{31}	Scher-effekt d_{15}	k_Q As/K · m ²	k_u V/K · m
Quarz	–	4,5	2,3	3) –	4,6	–	–
TGS ¹⁾	49	30	–	–	–	$3,5 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^6$
LiTaO ₃	618	45	5,7	–3	26	$2 \cdot 10^{-4}$	$0,5 \cdot 10^6$
BaTiO ₃	120	1 000	374	–150	550	$4 \cdot 10^{-4}$	$0,05 \cdot 10^6$
Pb(Zr,Ti)O ₃	340	1 600	374	–171	584	$4,2 \cdot 10^{-4}$	$0,03 \cdot 10^6$
PbTiO ₃	470	200	51	–6,1	45	$2,3 \cdot 10^{-4}$	$0,13 \cdot 10^6$
PVDF	205 ²⁾	12	30	–20	–	$0,4 \cdot 10^{-4}$	$0,4 \cdot 10^6$

¹⁾ $d_{21}: k = 23,5 \cdot 10^{-12} \text{ As/N}$

²⁾ irreversible Polarisationsverluste bei Temperaturen über 80 °C

³⁾ abhängig von den geometrischen Abmessungen

In Übereinstimmung mit dem geringen Temperaturkoeffizienten des Quarzes ist der pyroelektrische Effekt dort zu vernachlässigen. Die erwähnten polykristallinen Metalloxide sind im Hinblick auf ihr piezo- und pyroelektrisches Verhalten entworfen. Sie sind empfindlicher als Quarz, preiswerter und lassen sich in unterschiedlichen Formen fertigen. Sie werden aus gemahlenen Metalloxiden hergestellt, die mit einem Bindemittel zu einem Brei verrührt sind. Er wird in die gewünschte Form gegossen und anschließend zu einem keramischen Körper gebrannt. Danach ist, um die genauen Abmessungen zu erreichen, noch eine mechanische Nachbehandlung notwendig. Anschließend wird die Keramik unter Erwärmung in einem elektrischen Feld polarisiert. Die vorher regellosen Kristallite orientieren sich in Richtung des elektrischen Feldes und behalten diese Richtung auch nach dem Abschalten der Polarisationsspannung bei (Bild 2.92).

Wie die ferromagnetischen Stoffe im Magnetfeld magnetisiert werden, werden die piezoelektrischen Stoffe im elektrischen Feld polarisiert. Wegen dieser Ähnlichkeit im Aufbau und im Verhalten werden die piezoelektrischen Metalloxide als ferroelektrisch bezeichnet. Ein ferroelektrischer Körper ist also immer auch piezoelektrisch. Die Ordnung der Kristallite und damit auch das piezo- und pyroelektrische Verhalten gehen aber bei Erreichen der Curie-Temperatur verloren. Doch auch dann noch sind die ferroelektrischen Metalloxide als Kaltleiter für die Messtechnik von Bedeutung (Abschnitt 3.6.3).

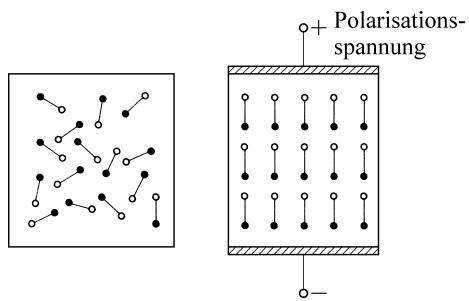


Bild 2.92 Polarisation eines piezoelektrischen Körpers; die vorher regellos angeordneten Dipole werden im elektrischen Feld ausgerichtet

Von den bisher untersuchten Polymeren hat das Polyvinylidendifluorid PVDF die größte piezoelektrische und pyroelektrische Empfindlichkeit. Die Gruppen des Monomers Vinyliden-difluorid $\text{CH}_2 = \text{CF}_2$ polymerisieren geordnet und bilden eine



mit einem großen Dipolmoment. Das PVDF lässt sich in Folien gießen und anschließend in verschiedenen Richtungen polarisieren. Die Folie ist flexibel, biegbar und kann leicht unterschiedlichen Aufgabenstellungen angepasst werden.

In der Messtechnik sind die piezoelektrischen Körper in ihrer Eigenschaft als mechanisch-elektrische Energiewandler von Bedeutung (Kraftmessung, Beschleunigungsmessung). Darüber hinaus spielt auch der reziproke piezoelektrische Effekt, die elektrisch-mechanische Energiewandlung, eine große Rolle. Sie wird z. B. beim Schwingquarz, zur Erzeugung von Ultraschall und als Antrieb für die Verstellung von Komponenten benutzt.

2.7.2 Piezoelektrischer Kraftaufnehmer

Als Beispiel eines piezoelektrischen Aufnehmers zeigt Bild 2.93 ein aus einem Einkristall in einer bestimmten Richtung herausgeschnittenes Stück Quarz. Die obere und untere Schnittfläche sind metallisiert und bilden die Elektroden.

Wirkt eine Kraft F auf die Quarzscheibe, so wird die Ladung Q

$$Q = k F \quad k = 2,3 \cdot 10^{-12} \text{ As/N}$$

frei. Die Ladung nimmt proportional zur wirkenden Kraft zu.

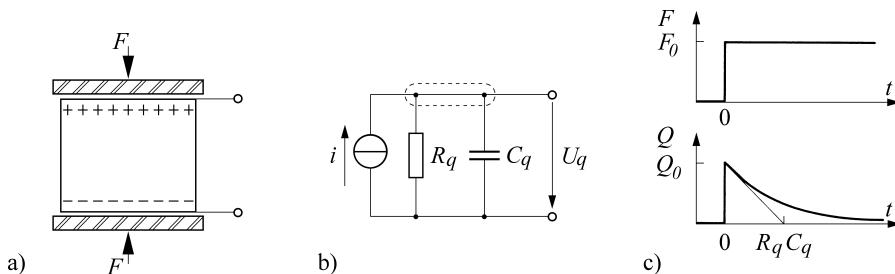


Bild 2.93 Piezoelektrischer Aufnehmer a) Aufbau, b) Ersatzschaltbild, c) Sprungantwort

Das Ersatzschaltbild eines derartigen Quarzes ist eine Stromquelle mit dem Kurzschlussstrom $i = dQ/dt = k dF/dt$, dem Innenwiderstand R_q und der Kapazität C_q . Der Widerstand berechnet sich aus den Abmessungen und dem spezifischen Widerstand des Quarzes, die Kapazität aus den Abmessungen und der relativen Permittivitätszahl. Der Quarz lässt sich als Kondensator auffassen, der sich unter dem Einfluss der Kraft F infolge der freigesetzten Ladung Q auf die Spannung U_q auflädt:

$$U_q = \frac{Q}{C_q}. \quad (2.246)$$

Beispiel 2.9

Ein Quarz mit der Empfindlichkeit $k = 2,3 \cdot 10^{-12} \text{ As/N}$, der Fläche $A = 10 \text{ cm}^2$, der Dicke $d = 1 \text{ mm}$, dem spezifischen Widerstand $\varrho = 10^{14} \Omega \text{ cm}$, der relativen Permittivitätszahl $\varepsilon_r = 5$ und belastet mit einer Kraft von 10^3 N

- hat den Innenwiderstand $R_q = \frac{d}{A} \varrho = \frac{0,1 \text{ cm}}{10 \text{ cm}^2} 10^{14} \Omega \text{ cm} = 10^{12} \Omega$,
- hat die Kapazität $C_q = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm} \cdot 5 \cdot 0,001 \text{ m}^2}{0,001 \text{ m}} = 44 \text{ pF}$,
- liefert die Ladung $Q = k F = 2,3 \cdot 10^{-12} \text{ As/N} \cdot 10^3 \text{ N} = 2,3 \cdot 10^{-9} \text{ As}$,
- liefert die Spannung $U_q = \frac{Q}{C_q} = \frac{2,3 \cdot 10^{-9} \text{ As}}{44 \text{ pF}} = 52 \text{ V}$.



Zeitverhalten. Die durch die wirkende Kraft getrennten Ladungen bleiben nicht beliebig lange auf den Elektroden sitzen, sondern versuchen, sich über den Innenwiderstand R_q auszugleichen. Mit $i = dQ/dt$ gilt für den Knoten 1 von Bild 2.93 b die Differenzialgleichung:

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{U_q}{R_q} - C_q \frac{dU_q}{dt} = 0. \quad (2.247)$$

Das ist eine inhomogene Differenzialgleichung 1. Ordnung

$$\frac{U_q}{R_q} + C_q \frac{dU_q}{dt} = \frac{dQ}{dt} \quad (2.248)$$

in der Form von Gl. (1.105). Eine partikuläre Lösung ist $U_{q,p} = 0$. Die Lösung der homogenen Gleichung ergibt sich zu

$$U_{q,h} = K e^{-t/R_q C_q}. \quad (2.249)$$

Die Randbedingung $U_q(t = 0) = Q_0/C_q$ liefert für die Konstante den Wert $K = Q_0/C_q$. Damit ist die gesamte Lösung

$$U_q = \frac{Q_0}{C_q} e^{-t/R_q C_q} \quad \text{für } t > t_0. \quad (2.250)$$

Die Spannung U_q des Quarzes nimmt mit der durch die Materialkonstanten festgelegten Zeitkonstante T_q ab:

$$T_q = R_q C_q. \quad (2.251)$$

Bei dem Quarz des vorangegangenen Beispiels beträgt sie $10^{12} \Omega \cdot 44 \text{ pF} = 44 \text{ s}$. Soll der Messwert um höchstens 1 % falsch ermittelt werden, so müsste die Messung nach $T_q/100$, d. h. nach 0,44 Sekunden, abgeschlossen sein.

Aufnehmer mit entgegengesetzten Kristallen. Werden zwei Quarzscheiben, die entgegengesetzte Ladungen liefern, nach Bild 2.94 zusammengeschaltet, so kann die entstehende Ladung von der gemeinsamen Mittelelektrode abgenommen werden. Die beiden äußeren Elektroden lassen sich miteinander und mit dem Schirm des Messkabels verbinden, wodurch der Aufnehmer allseitig abgeschirmt wird.

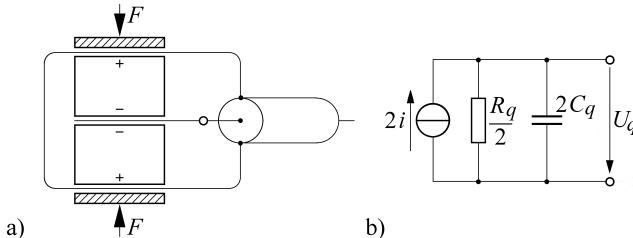


Bild 2.94 Aufbau a) und Ersatzschaltbild b) eines Aufnehmers mit zwei einander entgegengerichteten Kristallen

Jede Quarzscheibe liefert die Ladung Q , so dass insgesamt $2 Q$ entstehen. Die Kapazitäten der beiden Scheiben liegen parallel, und die Gesamtkapazität des Aufnehmers ist doppelt so groß wie die einer Scheibe. Wird bei dem Aufnehmer mit entgegengesetzten Kristallen nicht die erzeugte Ladung, sondern die entstandene Spannung gemessen, so ist sie mit

$$U_q = \frac{2 Q}{2 C_q} = \frac{Q}{C_q} \quad (2.252)$$

auch nicht größer als bei dem einfachen Aufnehmer von Bild 2.93.

Ladungsverstärker. In Bild 2.95 ist der piezoelektrische Kraftaufnehmer an einen Integrations- oder Ladungsverstärker angeschlossen. Der Widerstand R_e beinhaltet wieder die Parallelschaltung aus dem Innenwiderstand der Quelle R_q und dem Isolationswiderstand des Kabels R_K . In gleichem Sinne ist C_e die Summe aus der Aufnehmer- und der Kabelkapazität. Im Unterschied zu dem Ladungsverstärker Bild 2.64 liegt in der Rückführung parallel zu Kapazität C_g noch der Widerstand R_g , über den sich C_g kontinuierlich entladen kann. Bei dem als ideal angenommenen Verstärker mit $i'_e = 0$ liegt der Knoten 1 an der virtuellen Masse. An R_e und C_e stehen keine Spannungen an, und dementsprechend fließen keine Ströme über diese Elemente. Mit $i = dQ/dt$ lautet die Knotengleichung für den Punkt 1:

$$i + \frac{u_a}{R_g} + C_g \frac{du_a}{dt} = 0. \quad (2.253)$$

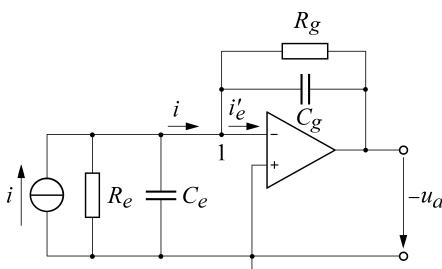


Bild 2.95 Anschluss eines Ladungsverstärkers an einen piezoelektrischen Aufnehmer

Dieser Ansatz enthält keine detektor- oder kabelspezifischen Parameter mehr wie z. B. R_q , C_q , R_K , C_K , sondern nur noch die Werte der in der Rückführung sitzenden Bauteile C_g und R_g . Dementsprechend sind jetzt diese allein maßgebend für die statische und dynamische Empfindlichkeit der Messeinrichtung.

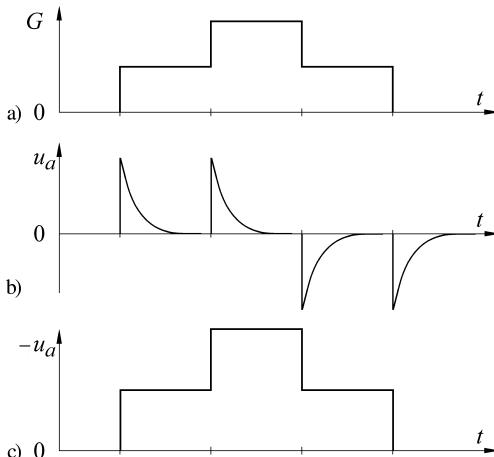


Bild 2.96 Sprungantwort des mit der Kraft G belasteten Quarzes

- a) zeitlicher Verlauf der Kraft G
- b) u_a Ausgangsspannung des Spannungsverstärkers
- c) $-u_a$ Ausgangsspannung des Ladungsverstärkers (Bild 2.95) für $R_g \rightarrow \infty$

Die vom Aufnehmer gelieferte Ladung fließt völlig auf die in der Rückführung liegende Kapazität C_g . Springt zum Zeitpunkt t_0 die wirkende Kraft von 0 auf F_0 , so entsteht die Ladung $Q_0 = k F_0$ und der Ladungsverstärker liefert für $t > t_0$ die Ausgangsspannung u_a

$$u_a = -\frac{Q_0}{C_g} e^{-\frac{t}{R_g C_g}} \quad \text{für } t > t_0. \quad (2.254)$$

Bei dem exakten Integrierer mit $R_g \rightarrow \infty$ kann die auf der Kapazität sitzende Ladung nicht mehr abfließen, und die Ausgangsspannung $u_a = -Q_0/C_g$ steht praktisch beliebig lange an. Der piezoelektrische Aufnehmer ist dementsprechend in Verbindung mit dem Ladungsverstärker auch zur Messung von sich langsam ändernden Kräften geeignet (Bild 2.96).

Anwendung der piezoelektrischen Aufnehmer zur Druckmessung. Wird der piezoelektrische Aufnehmer in ein mit einer elastischen Membran verschlossenes Gehäuse eingebaut, so wirkt der durch die Membran übertragene Druck nach der Beziehung

$$\text{Druck} \cdot \text{Fläche} = \text{Kraft}$$

wie eine Kraft und kann dementsprechend gemessen werden. Ein derartiger piezoelektrischer Aufnehmer ist insbesondere für die Messung schnell veränderlicher Drücke und für die Messung von Druckstößen geeignet, da dann der Ladungsausgleich über den Quarz keine Rolle spielt. Entsprechende Aufnehmer werden z. B. benutzt, um den Kompressionsdruck in den Zylindern von Verbrennungsmotoren zu messen. Erschütterungen am Einbauort stören die Messung, da der Druckaufnehmer selbst ein schwingungsfähiges System ist. In diesem Fall sind dann beschleunigungs-kompensierte Druckaufnehmer zu verwenden.

Piezoelektrische Aktoren Außerhalb der Messtechnik werden Piezo-Elemente häufig als Antriebe, Scanner, Positioniereinrichtungen usw. verwendet. Sie können Stellwege im μm -Bereich mit kHz-Frequenzen durchfahren. Bewegungen im nm-Bereich lassen sich auflösen. Auch werden sie als Aktoren eingesetzt, die Membranen zu Ultraschallschwingungen anregen und so z. B. in der Medizin Medikamente zerstäuben.

2.7.3 Pyroelektrischer Infrarot-Sensor

Empfindlichkeit. Ein pyroelektrischer Sensor enthält ein dünnes pyroelektrisches Plättchen, das auf der Ober- und Unterseite metallisiert und mit Anschläßen versehen ist. Erwärmst sich das Plättchen um die Temperatur ΔT , so wird die Ladung ΔQ frei. Mit A als Fläche des Plättchens und k_Q als Ladungsempfindlichkeit ergibt sich

$$\Delta Q = k_Q A \Delta T. \quad (2.255)$$

Der Sensor liefert primär eine Ladung. Die Ersatzschaltung von Bild 2.93 gilt auch für den pyroelektrischen Detektor.

Das Plättchen mit der Dicke d und der Permittivitätszahl ϵ_r hat die Kapazität C_q

$$C_q = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}. \quad (2.256)$$

Die Ladung ΔQ führt an dieser Kapazität zur Spannung ΔU

$$\Delta U = \frac{\Delta Q}{C_q} = \frac{k_Q A \Delta T d}{\epsilon_0 \epsilon_r A} = k_U d \Delta T, \quad (2.257)$$

wenn die materialspezifischen Größen zur Spannungsempfindlichkeit k_U zusammengefasst werden:

$$k_U = \frac{k_Q}{\epsilon_0 \epsilon_r}. \quad (2.258)$$

Nach Gl. (2.257) liefert also eine 30 μm dicke Scheibe aus LiTaO₃ mit der in Tabelle 2.5 angegebenen Empfindlichkeit bei einer Temperaturänderung von 1 K die Spannung 15 V.

Die freigesetzte Ladung kann mit Hilfe eines Spannungs- oder eines Ladungsverstärkers weiterverarbeitet werden. Oft ist auch das pyroelektrische Plättchen zusammen mit einer FET-Stufe als Vorverstärker in einem Gehäuse zusammen untergebracht (integrierter Sensor). In diesem Fall sind die Elektroden des Plättchens mit einem Lastwiderstand R_L abgeschlossen und verstärkt wird die an diesem Lastwiderstand abfallende Spannung (Bild 2.97).

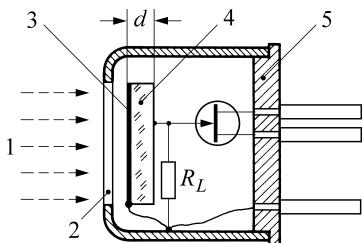


Bild 2.97 Aufbau eines pyroelektrischen Infrarot-Detektors
1 Infrarot-Strahlung, 2 infrarotdurchlässiges Fenster, 3 Absorber, 4 pyroelektrisches Material, 5 Transistorgehäuse

Zeitverhalten. Wird der pyroelektrische Detektor sprungförmig bestrahlt, so bildet sich das Signal mit der Zeitkonstante τ_1 aus. Diese Zeitkonstante hängt von dem Wärmewiderstand R_{th} und der Wärmekapazität C_{th} des Sensors ab:

$$\tau_1 = R_{th} C_{th}. \quad (2.259)$$

Infolge der Leitfähigkeit des Sensors und des endlichen Ableitwiderstandes R_L gleichen sich die entstandenen Ladungen wieder aus. Dieser Ausgleich erfolgt bei vernachlässigter Konvektion mit der Zeitkonstante τ_2 , die von der elektrischen Kapazität des Sensors C_q und dem Ableitwiderstand R_L abhängt:

$$\tau_2 = R_L C_q. \quad (2.260)$$

Die Sprungantwort des pyroelektrischen Detektors folgt mit x_a als Ausgangssignal der folgenden Gleichung (Bild 2.98):

$$x_a = k \left(e^{-t/\tau_2} - e^{-t/\tau_1} \right). \quad (2.261)$$

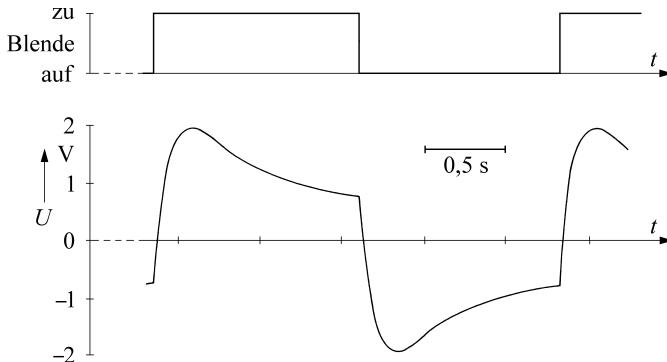


Bild 2.98 Signal eines zyklisch bestrahlten pyroelektrischen Infrarot-Sensors aus LiTaO_3 (Spannungsverstärker); bei offener Blende sieht der Detektor die infrarote Strahlung einer Wärmequelle, bei geschlossener die der Blende. Im Gleichgewichtszustand sind die Amplituden (Temperaturdifferenzen) beim Öffnen und Schließen der Blende gleich groß. Die in Tabelle 2.5 angegebenen Spannungsempfindlichkeiten beziehen sich auf den Scheitelwert der Sprungantwort.

Anwendung. Verwendet werden die pyroelektrischen Sensoren zur Messung der infraroten Strahlung (Bild 2.99).

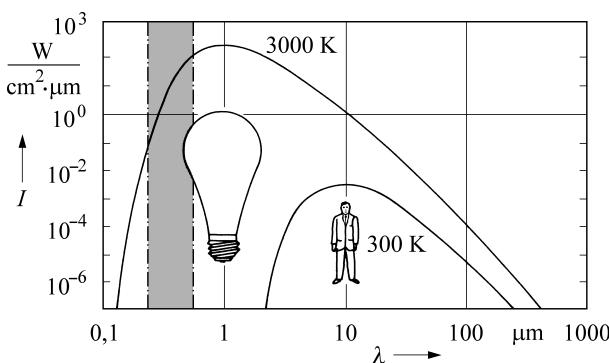


Bild 2.99 Strahlung eines Menschen (300 K) und einer Glühbirne (3000 K)
I spektrales Emissionsvermögen in $\text{W}/(\text{cm}^2 \cdot \mu\text{m})$,
 λ Wellenlänge in μm

Ihre Empfindlichkeit ist unabhängig von der Wellenlänge im Bereich zwischen 0,6 und 35 μm . Sie können aber nur Strahlungsänderungen erfassen. Dies ist z. B. ausreichend bei Brand- und Einbruch-Meldeanlagen. Tritt eine Person z. B. in das Blickfeld des pyroelektrischen Sensors, so ist sie mit ihrer Körpertemperatur eine heißere Strahlungsquelle als die sonst beobachtete kühlere Wand und der Sensor liefert ein entsprechendes Signal.

Ein weiteres Einsatzgebiet ist die berührungslose Temperaturmessung. Hier sind statische oder nur langsam veränderliche Temperaturen zu messen. Das gelingt, indem die statische Messung in eine dynamische umgeformt wird (Bild 2.100). Vor dem Sensor befindet sich eine umlaufende Blende (Chopper), die den Strahlengang abwechselnd abdeckt und freigibt. Bei unterbrochenem Strahlengang sieht der Detektor die Strahlung der Blende (bzw.

die einer eingespiegelten Referenzquelle), bei geöffnetem die Strahlung des Objekts. Die daraus resultierende Temperaturänderung des mit einem absorbierenden Material belegten Detektors führt zu einem der Objekttemperatur proportionalen Signal. Diese Infrarot-Thermometer erweitern das Einsatzgebiet der im sichtbaren Licht messenden Strahlungs-pyrometer in Richtung niedrigerer Temperaturen.

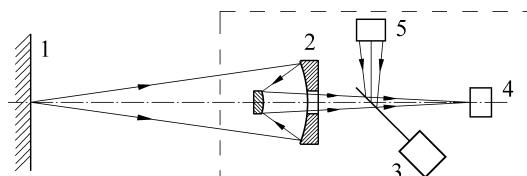


Bild 2.100 Messkopf eines Infrarot-Pyrometers (Heimann)
1 Messobjekt, 2 Optik, 3 Schwingmodulator,
4 Strahlungsempfänger, 5 Vergleichsstrahler

■ 2.8 Optische Aufnehmer und Sensoren

Übersicht. Fotoelement und Fotodiode gehören zusammen mit der Fotozelle, dem Fotovervielfacher und dem in Abschnitt 3.9 besprochenen Fotowiderstand zu den optoelektrischen Messgrößenumformern. Diese liefern proportional zu einer optischen Größe ein elektrisches Signal.

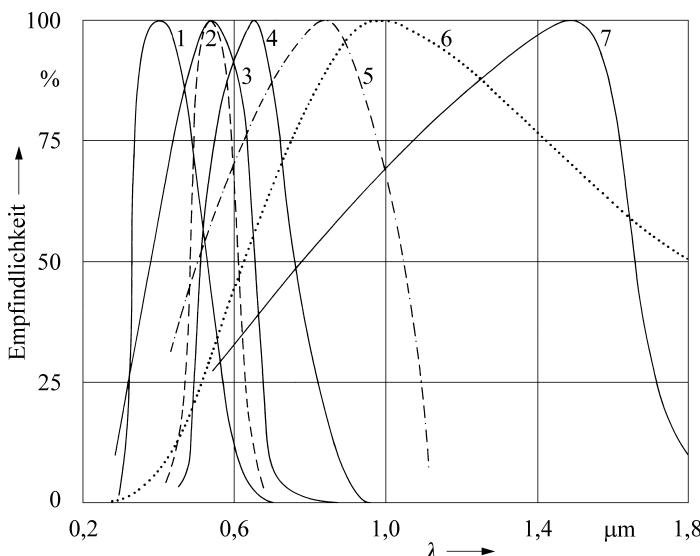


Bild 2.101 Normierte spektrale Empfindlichkeit optoelektrischer Messgrößenumformer

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------------|
| 1 Fotozelle mit Sb-Cs-Kathode | 5 Si-pin-Fotodiode |
| 2 Augenempfindlichkeit | 6 spektrale Emission einer Glühlampe |
| 3 Se-Fotoelement | 7 Ge-Fotodiode |
| 4 CdS-Fotowiderstand | |

Die Einheiten der lichttechnischen Größen sind das Lumen und das Lux. Sie leiten sich von der Basiseinheit Candela ab:

- das Lumen lm ist die Einheit des Lichtstroms Φ , der die gesamte von einer Lichtquelle abgegebene und vom Auge bewertete Strahlungsleistung darstellt;
- das Lux lx ist die Einheit der Beleuchtungsstärke E_v und ergibt sich als das Verhältnis aus dem Lichtstrom Φ und der beleuchteten Fläche A :

$$\text{Beleuchtungsstärke } E_v = \frac{\text{Lichtstrom } \Phi}{\text{Fläche } A}; \quad 1 \text{ lx} = \frac{1 \text{ lm}}{\text{m}^2}.$$

Geht man von einem schwarzen Körper als Quelle aus, so wird bei üblichen Fadentemperaturen einer Glühlampe im Bereich von 2 000 K bis 2 700 K nur ein sehr geringer Teil der elektrisch zugeführten Leistung im sichtbaren Bereich des Spektrums ($\lambda = 380$ bis 740 nm) also in Form von Licht abgegeben. Wenn man sich die Frage stellt welchen Lichtstrom man maximal erhalten kann, wenn 1 Watt elektrisch zugeführt wird, so wird klar, dass dieses Maximum nur erhalten wird, wenn der Strahler spektral am Ort der maximalen Empfindlichkeit des Auges, also bei $\lambda = 555$ nm (im grünen Bereich) strahlt. Es ergibt sich dann ein Lichtstrom von 683 lm/W. Stellt man gleichzeitig die Forderung auf, dass das Licht vom Auge als (tageslicht-) weiß empfunden werden muss, der Strahler also das gesamte sichtbare Spektrum in der korrekten spektralen Zusammensetzung emittieren muss, so reduziert sich die empfundene Helligkeit etwa auf 30 %, da das Auge nahe dem roten bzw. blauen Ende des Spektrums stark an Empfindlichkeit verliert. Somit ergibt sich für einen als weiß empfundenen Strahler der optimale Wert von etwa 220 lm/W.

Tabelle 2.6 Optoelektronische Sensoren

Aufnehmer	Selen-Fotoelement	Silizium-Fotoelement	Silizium-Fotodiode
ausgenutzter Effekt	Sperrschielt-Fotoeffekt	Sperrschielt-Fotoeffekt	Sperrschielt-Fotoeffekt
elektrische Messgröße	Strom oder Spannung	Strom oder Spannung	Strom
ausgenutzter Bereich des $i(u)$ -Kennlinienfeldes	4. Quadrant	4. Quadrant	3. Quadrant
Versorgungsspannung in V	0	0	-10
Stromempfindlichkeit in $\mu\text{A/lux}$	1	10^{-1}	10^{-1}
Grenzfrequenz in Hz	10^2	10^3	10^8
spektrale Empfindlichkeit	Se	Si	Si
Temperaturkoeffizient in K^{-1}	$2 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$
Aufnehmer	Fotozelle	Foto-vervielfacher	Foto-widerstand
ausgenutzter Effekt	äußerer Fotoeffekt	äußerer Fotoeffekt	innerer Fotoeffekt
elektrische Messgröße	Strom	Strom	Widerstand
ausgenutzter Bereich des $i(u)$ -Kennlinienfeldes	1. Quadrant	1. Quadrant	1. und 3. Quadrant
Versorgungsspannung in V	100	1 000	$10 \dots 100$
Stromempfindlichkeit in $\mu\text{A/lux}$	10^{-3}	10^5	10^2
Grenzfrequenz in Hz	10^9	10^6	10^2
spektrale Empfindlichkeit	Sb-Cs, Cs	Sb-Cs, Cs	CdS, CdSe
Temperaturkoeffizient in K^{-1}	sehr klein	sehr klein	$25 \cdot 10^{-3}$

Die einzelnen Aufnehmer unterscheiden sich insbesondere in ihrer statischen, dynamischen und spektralen Empfindlichkeit (Bild 2.101).

Die wichtigsten Daten der fotoelektrischen Aufnehmer sind in der Tabelle 2.6 zusammengestellt. Diese Eigenschaften sind bei der Auswahl eines Aufnehmers für eine konkrete Messaufgabe zu berücksichtigen.

2.8.1 Fotoelement und Fotodiode

Wirkungsweise des Fotoelements. In einem Halbleiter mit einer p- und einer n-leitenden Zone diffundieren an der Schnittstelle die Defektelektronen in den n-leitenden und die Leitungselektronen in den p-leitenden Bereich. Defekt- und Leitungselektronen rekombinieren, so dass eine Zone ohne freie Ladungsträger, die Raumladungszone oder Sperrschiicht, entsteht. Dabei bleibt auf der p-leitenden Seite die unkomponierte negative Ladung der Akzeptoren und auf der n-leitenden die entsprechend große positive der Donatoren zurück, so dass an der Raumladungszone die Diffusionsspannung von z. B. 0,7 V bei Si entsteht.

Wird nun die Raumladungszone von Lichtquanten genügend hoher Energie getroffen, so wird die Elektronenbindung zerstört, und Elektronen werden vom Valenz- in das Leitungsband gehoben. Die dadurch entstandenen Elektron-Loch-Paare werden durch das elektrische Feld der Raumladungszone getrennt. Die Löcher werden zur p- und die Elektronen zur n-leitenden Seite hin abgesaugt (Driftstrom). Außerhalb der Raumladungszone erzeugte Ladungsträger müssen erst in die Raumladungszone diffundieren, um dort getrennt zu werden. Rekombinieren Löcher und Elektronen vorher, so tragen sie nicht zum Fotostrom bei. Der Fotostrom setzt sich damit aus dem Driftstrom der Raumladungszone und dem Diffusionsstrom aus dem p- und dem n-Gebiet zusammen. Er ist proportional der Beleuchtungsstärke und kann gemessen werden, indem der pn-Halbleiter mit Elektroden versehen und die Elektroden zu einem Stromkreis verbunden werden (**innerer lichtelektrischer Effekt, Sperrschiicht-Fotoeffekt**). Selen und Silizium sind Ausgangsmaterialien für derartige Fotoelemente (Bild 2.102).

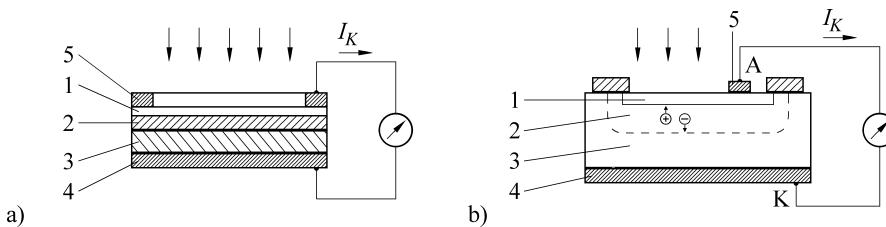


Bild 2.102 a) Selen-Fotoelement; 1 durchsichtige Metallelektrode, 2 CdS-Schicht, 3 Selenschicht, 4 Trägermetall, 5 Kontaktring b) Silizium-Fotoelement; 1 p-leitende Zone, 2 Raumladungszone, 3 n-leitende Zone, 4, 5 Kontaktierung

Das Se-Element, bei dem sich die Sperrschiicht zwischen dem Se und dem CdS aufbaut, wird hauptsächlich in der Lichttechnik benutzt. Seine spektrale Empfindlichkeit ist der des menschlichen Auges ähnlich. Die optische Nachrichtentechnik hingegen ist das Einsatzgebiet der Si-Aufnehmer.

Betrieb als Fotoelement. Die Eigenschaften des Fotoelements sollen anhand seiner Kennlinien diskutiert werden.

Dargestellt sind in Bild 2.103 die Kennlinien für den gesamten möglichen Betriebsbereich.

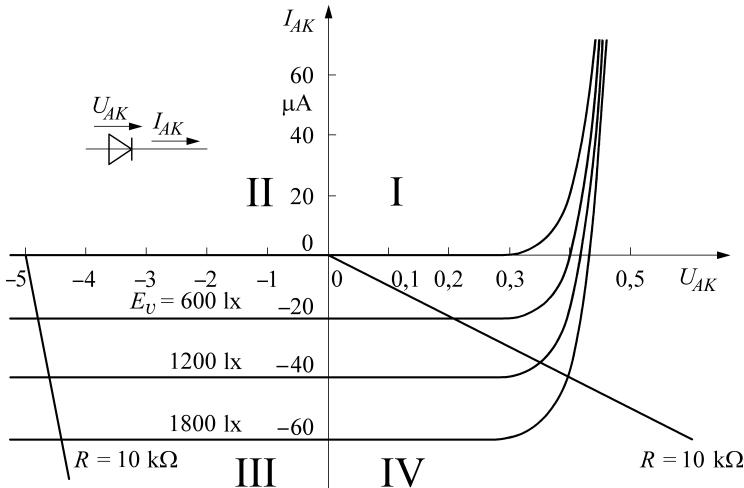


Bild 2.103 Kennlinie der Si-Fotodiode BPW20

Die im III. Quadranten des Kennlinienfeldes verlaufenden Kurven charakterisieren die Betriebsart „Diode“, die im IV. Quadranten die Betriebsart „Element“. Möglich ist beim Elementbetrieb die Messung des Kurzschlussstroms I_K bei $U_{AK} = 0$. Die entsprechenden Werte sind auf der negativen Ordinatenachse dargestellt. Der Kurzschlussstrom steigt linear mit der Beleuchtungsstärke (Bild 2.104 b).

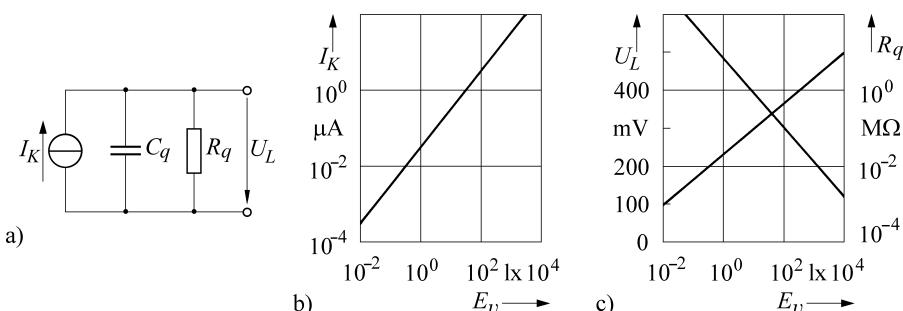


Bild 2.104 Fotoelement. a) Ersatzschaltbild, b) und c) Kennlinien;
 I_K Kurzschlussstrom, U_L Leerlaufspannung, R_q Innenwiderstand, E_v Beleuchtungsstärke

Wird die Leerlaufspannung U_L des Elements gemessen, so fließt kein Strom durch die Diode, $I_{AK} = 0$. Für die verschiedenen Beleuchtungsstärken ergeben sich die auf der positiven Abszissenachse angegebenen Spannungen. Sie steigen mit dem Logarithmus der Beleuchtungsstärke (Bild 2.104 c).

Dieses Verhalten lässt sich im Ersatzschaltbild durch eine Stromquelle darstellen, bei der nicht nur der Kurzschlussstrom I_K , sondern auch der Innenwiderstand R_q von der Beleuchtungsstärke abhängt. Die Leerlaufspannung U_L ergibt sich als das Produkt aus dem Kurzschlussstrom I_K und dem Innenwiderstand R_q

$$U_L = I_K R_q \quad (2.262)$$

und steigt so weniger schnell als der Kurzschlussstrom. Kurzschlussstrom (Ordinate) und Leerlaufspannung (Abszisse) begrenzen den Betriebsbereich eines Fotoelements. Dazwischen kann praktisch jeder Arbeitspunkt erreicht werden, wenn man das Element mit einem Widerstand R belastet (Bild 2.105 c).

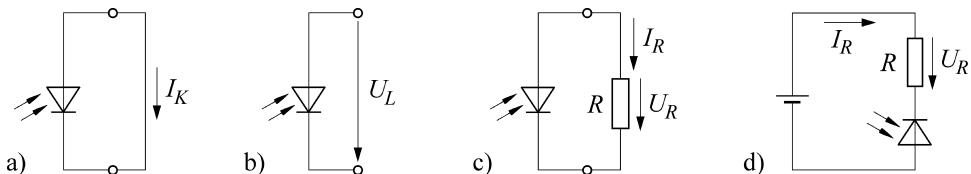


Bild 2.105 Betriebsarten von Fotoelement und Fotodiode. a) Elementbetrieb, Messung des Kurzschlussstroms I_K , b) Elementbetrieb, Messung der Leerlaufspannung U_L , c) Elementbetrieb, Strom- oder Spannungsmessung in einem Kreis mit Lastwiderstand, d) Diodenbetrieb, Messung des Stroms oder der am Lastwiderstand abfallenden Spannung

In diesem Fall kann entweder der im Kreis fließende Strom I_R oder die am Widerstand abfallende Spannung U_R gemessen werden. Beide Größen hängen nichtlinear von der Beleuchtungsstärke ab.

Betrieb als Fotodiode. Im Diodenbetrieb wird eine Spannung in Sperrrichtung an den Aufnehmer gelegt (III. Quadrant des Kennlinienfeldes). Dadurch ändert sich, wie die Kennlinien zeigen, nicht der vom Aufnehmer gelieferte Strom. Ein Lastwiderstand kann jetzt relativ groß gewählt werden, ohne dass der lineare Zusammenhang zwischen der Beleuchtungsstärke und dem im Messkreis fließenden Strom oder der am Widerstand abfallenden Spannung verloren geht. Noch wichtiger aber ist, dass durch die Spannung in Sperrrichtung die Breite der Raumladungszone zunimmt, womit die Kapazität der Diode sinkt. Dadurch verbessert sich ihr Zeitverhalten. Fotoelemente können Frequenzen von höchstens einigen kHz folgen, wogegen Fotodioden Frequenzen im MHz-Bereich zu messen gestatten.

2.8.2 Fotosensoren für Positionsmessungen und zur Bilderzeugung

In einer Vielzahl von Anwendungen wie z. B. bei Werkzeugmaschinen und Robotern ist mit optischen Mitteln die Position eines Werkstücks zu erfassen. Für diese Aufgabe interessiert nicht so sehr die Intensität eines Lichtstrahls als vielmehr seine Lage. Dafür sind ortsauflösende Fotodioden verfügbar, die sich als segmentiert oder nicht segmentiert unterscheiden lassen.

Lateraleffekt-Fotodiode. Die Lateraleffekt-Fotodiode ist nicht segmentiert. Sie kann die Verschiebung eines Lichtpunktes längs einer Geraden (einachsige Ausführung) oder in einer Ebene (zweiachsige Ausführung) messen.

An der lichtempfindlichen Seite der Fotodiode sind zwei bzw. vier p-Kontakte (Anoden) vorhanden. Der gemeinsame n-Kontakt (Kathode) befindet sich an der Rückseite (Bild 2.106).

Bei einer punktförmigen Beleuchtung ist die zu einer Anode fließende Ladung umso größer, je näher der Lichtpunkt an dieser Anode zu liegen kommt. Die an gegenüberliegenden Elektroden austretenden Ströme werden subtrahiert. Ihre Differenz ist ein Maß für die Position des Lichtpunktes zwischen diesen beiden Elektroden.

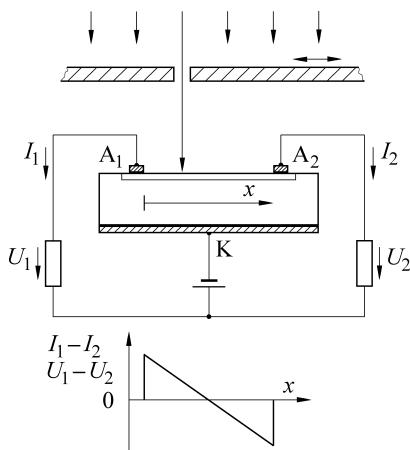


Bild 2.106 Lateraleffekt-Fotodiode mit den beiden p-Elektroden \$A_1\$ und \$A_2\$ in \$x\$-Richtung. Die Differenz der Ströme \$I_1 - I_2\$ gibt die Lage des Lichtpunktes in \$x\$-Richtung an

Segmentierte Fotodioden. Bei den segmentierten Fotodioden sind mehrere getrennte p-leitende Zonen auf einem gemeinsamen n-leitenden Substrat untergebracht. Auf diese Weise lassen sich Quadranten-, Zeilen-, Ring- oder Flächensensoren (Diodenarrays) fertigen. Mit Hilfe der Quadrantendiode kann z. B. in Form einer Ja-Nein-Entscheidung festgestellt werden, ob der Lichtpunkt die Mitte der Diode trifft (Bild 2.107).

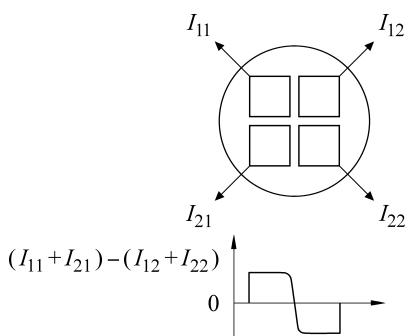


Bild 2.107 Segmentierte Quadranten-Fotodiode zur Zentrierung eines Lichtpunktes in der \$x/y\$-Ebene; das Signal \$(I_{11} + I_{21}) - (I_{12} + I_{22})\$ zeigt die Abweichung in \$x\$-Richtung, \$(I_{11} + I_{12}) - (I_{21} + I_{22})\$ die in \$y\$-Richtung an

Haben die Dioden einige wenige individuelle lichtempfindliche Segmente, so können die dazugehörigen Elektroden noch einzeln als Anschlüsse nach außen geführt werden. Bei den großen Zeilensensoren mit bis zu 4 096 einzelnen Segmenten, z. B. 13 µm breit und 2,5 mm hoch, können individuelle Zuleitungen nicht mehr untergebracht werden. Noch größer ist dieses Problem bei den matrixförmigen Flächensensoren, die z. B. bei einer Elementgröße von 24 µm · 24 µm bis zu 800 · 800 = 640 000 Bildpunkte enthalten. In diesem Falle müssen die einzelnen Messsignale mit Hilfe besonderer Verfahren über gemeinsame Leitungen nacheinander ausgelesen werden.

Die lageempfindlichen Dioden dienen in der Mess- und Automatisierungstechnik zur berührungslosen Bestimmung der Lage von Werkstücken. Darüber hinaus werden die Zeilensensoren z. B. in optischen Spektrometern eingesetzt. Dort wird weißes Licht mit Hilfe eines Prismas oder eines Gitters spektral zerlegt. Das aufgefächerte Licht trifft auf einen Zeilsensor, wobei jedes einzelne lichtempfindliche Segment jetzt die Strahlung einer definierten Wellenlänge erfasst. Damit kann das gesamte Spektrum praktisch gleichzeitig ermittelt

werden und es wird z. B. möglich, die Geschwindigkeit chemischer Reaktionen anhand ihrer Absorptionsspektren zu untersuchen.

In Verbindung mit einer entsprechenden Optik können die Flächensensoren Bilder aus dem sichtbaren oder infraroten Licht in elektrische Signale umsetzen (Bildsensoren, Festkörper-Vidikons, Bildwandler). Sie sind für die Aufnahmen schwarz-weißer und auch farbiger Bilder geeignet.

2.8.3 Fotozelle

Die Fotozelle besteht aus einer evakuierten Glaskugel mit einer Kathode K und einer Anode A (Bild 2.108).

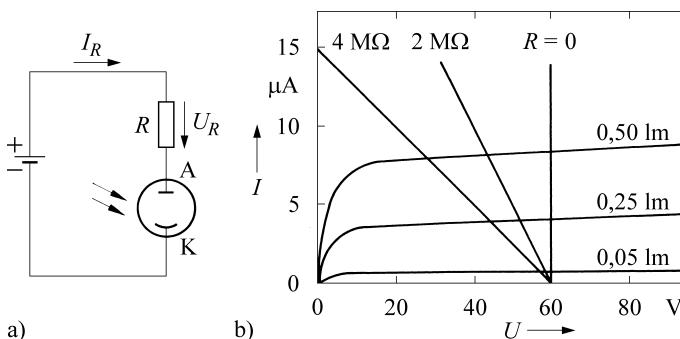


Bild 2.108 Aufbau a) und Kennlinie b) einer Fotozelle

Treffen auf die Kathode Lichtquanten, deren Energie größer als die Ablösearbeit der Elektronen ist, so werden Elektronen freigesetzt (äußerer Fotoeffekt). Die Elektronen werden unter dem Einfluss einer zwischen Kathode und Anode angelegten Spannung in Richtung Anode beschleunigt und führen zu einem im äußeren Kreis messbaren Strom.

Hat die an der Fotozelle liegende Spannung eine bestimmte Größe erreicht, so ist der Fotostrom unabhängig von der Spannung und nimmt linear mit der Beleuchtungsstärke zu. Die Empfindlichkeit ist konstant und beträgt etwa $10^{-3} \mu\text{A/lx}$. Die Fotozellen sind sehr schnell; Lichtfrequenzen von 10^9 Hz können verarbeitet werden.

2.8.4 Fotovervielfacher und Mikrokanalplatte

Der **Fotovervielfacher** (Multiplier, Sekundär-Elektronen-Vervielfacher) enthält zunächst wie die Hochvakuum-Fotozelle eine lichtempfindliche Kathode (Bild 2.109).

Darüber hinaus sind jetzt mehrere Elektroden (Dynoden) vorhanden, die in Richtung Anode an einer jeweils höheren Spannung liegen. Die in der Kathode von den Lichtquanten freigesetzten Elektronen werden zur ersten Dynode beschleunigt. Dort wird der Effekt der Sekundärelektronenemission wirksam. Jedes auftreffende Elektron löst im Mittel z Sekundärelektronen aus. Dieser Vorgang setzt sich von Dynode zu Dynode fort, so dass bei insgesamt N Dynoden der Ausgangsstrom i_A um den Faktor z^N größer ist als der Fotostrom i_K der Kathode. Der Fotovervielfacher ist sehr empfindlich. Verstärkungsfaktoren bis zu 10^8 werden erreicht, und einzelne Lichtquanten können als Impulse nachgewiesen werden.

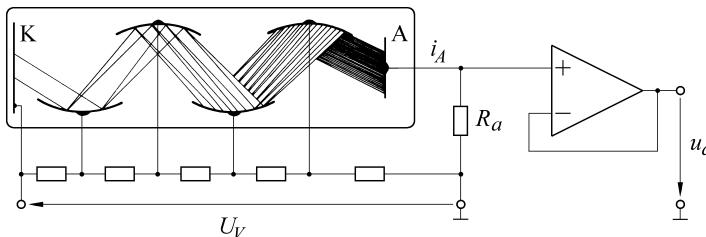


Bild 2.109 Fotovervielfacher mit Kathode K, Anode A, Spannungsteiler für die Spannungsversorgung der Dynoden und Impedanzwandler

Wird vor die Kathode des Fotovervielfachers ein Szintillatormesskopf zum Nachweis radioaktiver Strahlung erhalten. Die α - und β -Teilchen und die γ -Quanten führen bei ihrer Absorption im Szintillator zur Emission von Elektronen, die am Ausgang des Fotovervielfachers als Impulse abgenommen werden können. Die Impulsrate ist proportional zur Aktivität des Strahlers.

Bei manchen Anwendungen ist eine Kombination der hohen Empfindlichkeit von Fotovervielfächern mit der örtlichen Auflösung von Kameras gefragt. Bei diesen Anwendungen kommen spezielle Fotovervielfächer sogenannte **Mikrokanalplatten** zum Einsatz. Bei ihnen wird der Sekundäremissionseffekt entlang einer Vielzahl von sehr dünnen in ein hochisolierendes Trägermaterial eingebetteten inneren mit einer halbleitenden Schicht versehenen Kanälen ebenfalls zur Vervielfachung genutzt. Die Betriebsspannung von einigen hundert Volt, die zwischen den metallisierten Plattenseiten angelegt wird, verursacht, dass einfallende Elektronen entlang der zur Plattenachse geneigten Kanäle soweit beschleunigt werden, dass sie ihrerseits in mehreren Schritten eine Kaskade von Sekundärelektronen auslösen, so dass ein stark verstärkter Elektronenstrom die Kanäle verlässt [2.23].

■ 2.9 Aufnehmer für ionisierende Strahlung

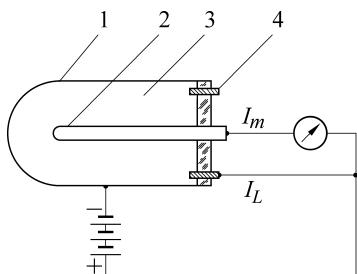
2.9.1 Ionisationskammer

Die Ionisationskammer gehört zusammen mit dem Auslöse-Zählrohr, dem Szintillationszähler und dem Halbleiter-Detektor zu der Gruppe der Strahlungsdetektoren.

Wirkungsweise. Die Ionisationskammer besteht aus zwei Elektroden, deren Zwischenraum mit einem ionisierbaren Gas wie z. B. Luft oder Argon gefüllt ist (Bild 2.110).

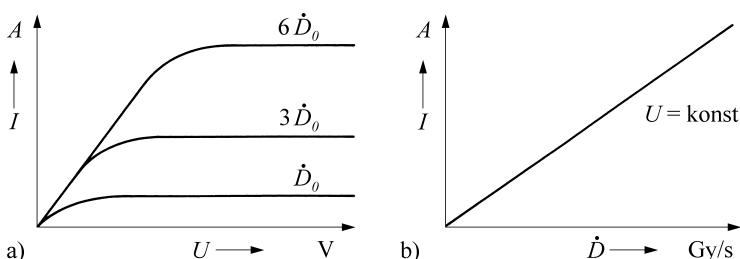
Die Elektroden werden an eine Spannung gelegt, so dass sich ein elektrisches Feld aufbaut. Trifft eine α -, β - oder γ -Strahlung das Gas zwischen den Elektroden, so werden dessen Atome ionisiert. Das elektrische Feld trennt die entstandenen Ladungen. Diese fließen zu den Elektroden ab und bilden den im Außenkreis messbaren Ionisationskammerstrom I_m .

Der Ionisationskammerstrom steigt zunächst mit der an der Kammer liegenden Spannung, bis alle primär gebildeten Ladungsträger die Elektroden erreicht haben. Dieses ist bei der so genannten Sättigungsspannung der Fall. Von diesem Wert an ist der Ionisationskammer-

**Bild 2.110** Ionisationskammer

- 1 Außenelektrode
- 2 Innenelektrode
- 3 Gasfüllung
- 4 Schutzring

strom nur noch abhängig von der in der Kammer erzeugten Ladung und ist damit ein Maß für die Dosisleistung \dot{D} der auftreffenden γ -Strahlung (Bild 2.111).

**Bild 2.111** Ionisationskammer. a) $I(U)$ -Kennlinie, b) $I(\dot{D})$ -Kennlinie

Die Ionisationskammern werden so insbesondere im Strahlenschutz zur Messung und Überwachung der Dosisleistung verwendet [2.20].

Der Ionisationskammerstrom ist unter Umständen sehr niedrig und liegt im Bereich um 10^{-10} A oder darunter. Er kann leicht durch einen Leckstrom zwischen den Elektroden verfälscht werden. Um diesen Leckstrom von dem Ionisationskammerstrom zu trennen, enthält die Ionisationskammer von Bild 2.110 einen Schutzring. Dieser liegt auf demselben Potenzial wie die Innenelektrode. Die Potenzialdifferenz zwischen Schutzring und Innenelektrode ist null, so dass über diesen Weg kein Strom zu Stande kommt. Lediglich zwischen Außenelektrode und Schutzring kann ein Leckstrom I_L fließen, der sich jedoch nicht dem Ionisationskammerstrom I_m überlagert.

Ersatzschaltbild und Stromverstärker. Eine Stromquelle mit sehr hohem Innenwiderstand bildet das Ersatzschaltbild einer Ionisationskammer. Liefert diese z. B. bei einer angelegten Spannung von 100 V einen Strom von 10^{-11} A , so ist ihr Innenwiderstand $R_q = 100 \text{ V} : 10^{-11} \text{ A} = 10^{13} \Omega$.

Wird der Ionisationskammerstrom von 10^{-11} A in einem idealen i/u -Verstärker in eine Spannung von 10 V umgeformt, so ist ein Gegenkopplungswiderstand R_g von $R_g = U_a : I_e = 10^{12} \Omega$ notwendig. Bei der Herleitung der Empfindlichkeit für den i/u -Verstärker war in Gl. (2.140) vorausgesetzt worden, dass der Eingangswiderstand R'_e des offenen Verstärkers groß gegenüber dem Gegenkopplungswiderstand R_g sein sollte. Diese Bedingung ist für Gegenkopplungswiderstände von $10^{12} \Omega$ nicht ohne weiteres zu erfüllen und so soll hier noch einmal der reale i/u -Verstärker untersucht werden, wobei eine von null verschiedene Eingangsspannung u'_e angenommen wird.

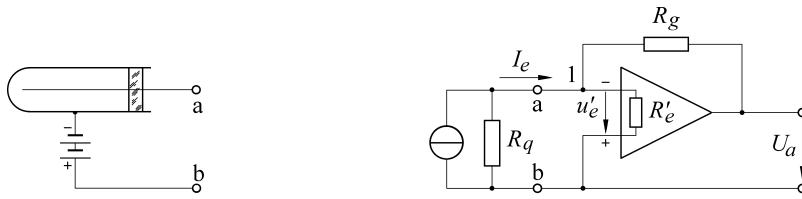


Bild 2.112 Ersatzschaltbild einer Ionisationskammer und Verstärkung des Ionisationskammerstroms

Für den Knoten 1 von Bild 2.112 entsteht die Gleichung

$$I_e + \frac{U_a - u'_e}{R_g} - \frac{u'_e}{R'_e} = 0, \quad (2.263)$$

die mit $U_a = -k' u'_e$ übergeht in

$$I_e + U_a \left(\frac{1}{R_g} + \frac{1}{k' R_g} + \frac{1}{k' R'_e} \right) = 0. \quad (2.264)$$

Hier darf in der Klammer der zweite Term gegenüber dem ersten vernachlässigt werden ($k' \approx 10^5$), und es entsteht

$$U_a = -I_e (R_g \parallel k' R'_e). \quad (2.265)$$

Der Verstärker verhält sich so, als ob dem Gegenkopplungswiderstand R_g der mit k' multiplizierte Eingangswiderstand R'_e des offenen Verstärkers parallel geschaltet wäre. Damit nun R_g die Empfindlichkeit des Verstärkers bestimmt und nicht R'_e , muss $k' R'_e$ groß gegenüber R_g bleiben ($k' R'_e \gg R_g$). Diese Forderung ist leichter zu erfüllen als die ursprüngliche Annahme $R'_e \gg R_g$.

Bei der Messung derartig geringer Ströme muss also der Eingangswiderstand des offenen Verstärkers sehr hoch sein. Dieser wird dann durch die Gegenkopplung so weit reduziert, dass die von den hochohmigen Ionisationskammern gelieferten Ströme praktisch im Kurzschluss gemessen werden. Verstärker mit Feldeffekttransistoren oder Kapazitätsdiode-Modulatoren lassen sich verwenden, deren Spannungsdriften wegen des hohen Innenwiderstandes der Ionisationskammer die Strommessung nicht stören.

Flammen-Ionisationsdetektor. Der Flammen-Ionisationsdetektor dient zum Nachweis von Kohlenwasserstoffen in Luft. Diese sind meist geruch-, geschmack- und farblos. Sie treten in Räumen auf, in denen mit organischen Lösungsmitteln gearbeitet wird oder in denen Verbrennungsmotoren laufen. Sie schädigen den menschlichen Organismus schon bei Konzentrationen von etwa $1 : 10^6$.

In dem Flammen-Ionisationsdetektor (Bild 2.113) werden in einer H_2 -Flamme die im Messgas enthaltenen Kohlenwasserstoffe verbrannt. Vor der Brennerdüse befindet sich eine gitterförmige Auffang-Elektrode. Brennerdüse und Auffang-Elektrode liegen an einer Spannung und bilden eine Ionisationskammer.

Der zwischen beiden Elektroden fließende Strom ist proportional zur Konzentration an Kohlenwasserstoffen, wobei die Nachweisgrenze bei etwa 10^{-12} g/s liegt.

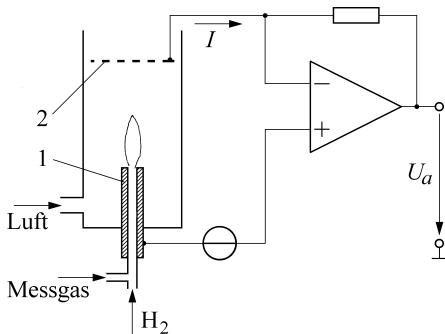


Bild 2.113 Prinzip des Flammen-Ionisationsdetektors mit Brennerdüse 1 und Auffang-Elektrode 2

2.9.2 Halbleiter-Strahlungsdetektor

Wirkungsweise. Ein Halbleiter-Strahlungsdetektor ist eine pin-Diode, die auf einen geringen Dunkelstrom und hohe Spannungsfestigkeit hin entwickelt ist. An die Diode wird in Sperrrichtung eine Spannung von etwa 5 000 V gelegt. Sie wird mit flüssigem Stickstoff gekühlt, um die thermische Bildung von freien Ladungsträgern zu vermeiden.

Trifft eine γ -Strahlung die Diode und überträgt ein γ -Quant im Fotoeffekt seine Energie auf ein Elektron, so wird dieses über die Bildung von Elektron-Loch-Paaren abgebremst. Die so entstandenen Ladungen fließen unter dem Einfluss des elektrischen Feldes zu den Elektroden ab und führen dort zu einem Stromimpuls von etwa 10^{-7} s Dauer. Die Wahrscheinlichkeit für die Absorption eines γ -Quants im Fotoeffekt steigt mit der 4. Potenz der Ordnungszahl Z des Halbleitermaterials. Sie ist bei Germanium mit $Z = 32$ höher als bei Silizium mit $Z = 14$. So werden zur Strahlungsmessung hauptsächlich Ge-Dioden verwendet. Um ein Elektron-Loch-Paar zu bilden, ist in Germanium im Mittel eine Energie von 2,8 eV, in Silizium von 3,6 eV erforderlich.

Beispiel 2.10

Ein Elektron der Energie 1 MeV erzeugt in Ge $10^6 : 2,8 = 0,36 \cdot 10^6$ Ladungsträger eines Vorzeichens.

Die Elementarladung ist $1,6 \cdot 10^{-19}$ As, so dass insgesamt die Ladung Q

$$Q = 0,36 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 5,7 \cdot 10^{-14} \text{ As}$$

abfließt. Wird diese Ladung auf einer Kapazität von 300 pF gesammelt, so entsteht die Spannung u

$$u = \frac{Q}{C} = \frac{5,7 \cdot 10^{-14} \text{ As}}{300 \cdot 10^{-12} \text{ As/V}} = 0,19 \text{ mV}.$$

Ersatzschaltbild und Ladungsverstärker. Bei der Bildung von Elektron-Loch-Paaren fließt in der an Spannung liegenden Diode der Strom $i = dQ/dt$. Die Diode hat den Widerstand R_q und die Kapazität C_q und ist über ein Kabel mit dem Widerstand R_K und der Kapazität C_K mit den Verstärkerklemmen 3–4 verbunden (Bild 2.114). Im Ersatzschaltbild lässt sich die

Diode durch eine Stromquelle mit dem Kurzschlussstrom i , dem Innenwiderstand R_e und der Kapazität C_e darstellen:

$$C_e = C_K + C_q, \quad (2.266)$$

$$R_e = R_K \parallel (R_q + R_a) \approx R_K \parallel R_q, \quad (2.267)$$

da der Arbeitswiderstand R_a von etwa $1 \text{ M}\Omega$ gegenüber dem Detektorwiderstand R_q vernachlässigt werden darf.

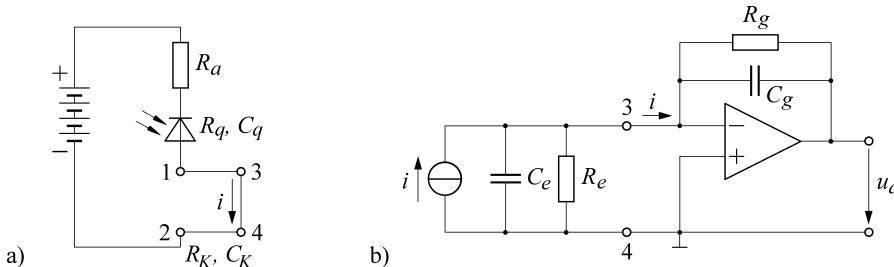


Bild 2.114 Halbleiter-Strahlungsdetektor. a) Prinzipschaltung, b) Ersatzschaltbild

Der Halbleiter-Strahlungsdetektor hat damit dasselbe Ersatzschaltbild wie das Geiger-Müller-Zählrohr und der piezoelektrische Kraftaufnehmer, wobei die erzeugten Ladungen um Größenordnungen niedriger sind. Die beim Kraftaufnehmer diskutierten Vor- und Nachteile einer Spannungs- oder Ladungsverstärkung gelten auch hier. Zweckmäßig ist, sich für den Ladungsverstärker zu entscheiden, ein Kabel für die Übertragung der Stromimpulse zu vermeiden und den Ladungsverstärker direkt mit der in einem Kryostaten sitzenden Diode zusammenzubauen. Das Zeitverhalten wird durch die Differenzialgleichung (2.253) beschrieben, in die nicht die detektorspezifischen Parameter R_q , R_K , C_q , C_K , sondern die Werte der in der Rückführung sitzenden Bauteile R_g und C_g eingehen. Wird ein rechteckförmiger Stromimpuls mit der Amplitude i_0 und der Dauer t_1 angenommen, so steigt für $0 \leq t \leq t_1$ die Ausgangsspannung u_a des Verstärkers mit

$$u_a(t) = -R_g i_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{R_g C_g}} \right) \quad \text{für } 0 \leq t \leq t_1 \quad (2.268)$$

und geht für $t \geq t_1$ mit

$$u_a(t) = -u_a(t_1) e^{-\frac{t-t_1}{R_g C_g}} \quad \text{für } t \geq t_1 \quad (2.269)$$

wieder auf 0 zurück. Dieser Impuls ist im Allgemeinen für eine Weiterverarbeitung zu lang und wird wie der des Zählrohrs in Differenziergliedern amplitudentreu verkürzt.

Anwendung. Der Halbleiter-Strahlungsdetektor ist wegen der erforderlichen Kühlung und seiner hohen Betriebsspannung nicht ganz einfach zu handhaben. Trotzdem kann auf ihn für Präzisionsmessungen nicht verzichtet werden. Die erzeugte Ladung Q ist ein Maß für die Energie des absorbierten Teilchens. Der Detektor wird hauptsächlich zur **Impulshöhenanalyse** und zur **Identifizierung unbekannter radioaktiver Nuklide** verwendet [2.21]. Da bei der Ge-Diode nur 2,8 eV für die Bildung eines Elektron-Loch-Paares erforderlich sind gegenüber 300 eV bei einem NaI(Tl)-Kristall, ist die Energieauflösung des Halbleiter-Detektors bedeutend besser als die des Szintillationszählers.

3

Messung von ohmschen Widerständen; Widerstandsaufnehmer

Die in der Elektrotechnik verwendeten Werkstoffe unterscheiden sich sehr hinsichtlich ihrer elektrischen Leitfähigkeit. Ihr ohmscher Widerstand kann Werte in dem außerordentlich weiten Bereich von mehr als 20 Zehnerpotenzen annehmen. Sehr niedrige Widerstände sind bei Leitern oder Leiterbahnen, sehr hohe bei isolierenden Werkstoffen zu messen.

Der elektrische Widerstand von Leitern oder Halbleitern ändert sich bei einer mechanischen, thermischen, magnetischen oder optischen Einwirkung. über die Widerstandsmessung kann so die die Widerstandsänderung verursachende nichtelektrische Größe erfasst werden. Die entsprechenden Bauteile werden ohmsche Sensoren oder Widerstandsaufnehmer genannt. Sie sind passive Bauteile. Zur Messung ist jeweils eine Spannungs- oder Stromversorgung notwendig. Die nichtelektrische Größe beeinflusst den Widerstand in vielen Fällen rückwirkungsfrei und die für die Messung erforderliche Energie wird nicht der gemessenen Größe, sondern der benutzten Spannungs- oder Stromquelle entnommen.

■ 3.1 Strom- und Spannungsmessung

Die Bestimmung eines Widerstandes nach dem ohmschen Gesetz aus Spannung und Strom ist sehr nahe liegend. Sie vereinfacht sich, wenn eine dieser Größen bekannt oder ein Referenzwiderstand vorhanden ist.

3.1.1 Gleichzeitige Messung von Spannung und Strom

Ein Widerstand kann durch eine getrennte, gleichzeitige Messung von Spannung und Strom nach den in Bild 3.1 wiedergegebenen Schaltungen (a) und (b) bestimmt werden, wobei jede Schaltung einen systematischen Messfehler verursacht. Diese Fehler können korrigiert werden, wenn die Widerstände R_A des Strommessers und R_V des Spannungsmessers bekannt sind.

Bei der Anordnung der Messgeräte nach Schaltung (a) wird der durch den Widerstand R_x gehende Strom I richtig erfasst, die Spannungsmessung ist fehlerhaft und der Spannungsabfall am Amperemeter ist abzuziehen:

$$R_x = \frac{U - R_A I}{I} = \frac{U}{I} - R_A . \quad (3.1)$$

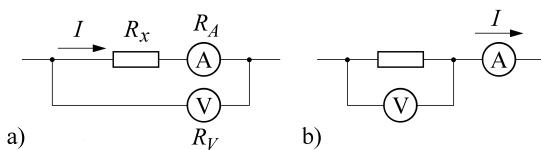


Bild 3.1 Bestimmung eines Widerstandes R aus der gleichzeitigen Messung von Spannung und Strom

- a) Schaltung für die Messung großer Widerstände
- b) Schaltung für die Messung kleiner Widerstände

In der Schaltung (b) stimmt dann die Spannungsmessung, der Strom wird jedoch um den durch den Spannungsmesser gehenden Teil zu groß angezeigt:

$$R_x = \frac{U}{I - U/R_V}. \quad (3.2)$$

Da der Innenwiderstand des Strommessers R_A klein, der des Spannungsmessers R_V aber groß sein wird, empfiehlt sich die Schaltung (a) für große Widerstände ($R_x \gg R_A$), die Schaltung (b) für kleine Widerstände ($R_x \ll R_V$).

3.1.2 Vergleich mit einem Referenzwiderstand

Der systematische Fehler lässt sich vermeiden, wenn der zu bestimmende Widerstand R_x mit einem Referenzwiderstand R_r verglichen wird.

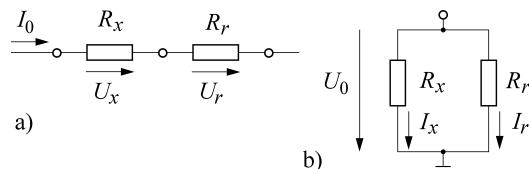


Bild 3.2 Bestimmung des Widerstandes R_x mit Hilfe eines Referenzwiderstandes R_r

- a) Stromspeisung; Messung des Spannungsabfalls
- b) Spannungsspeisung; Messung des durchgehenden Stroms

In der Schaltung nach Bild 3.2 (a) werden der gesuchte und der bekannte Widerstand vom gleichen, konstanten Strom I_0 durchflossen. Gemessen werden die an den Widerständen abfallenden Spannungen. Der gesuchte Widerstand R_x ergibt sich zu

$$R_x = \frac{U_x}{U_r} R_r. \quad (3.3)$$

Bei Isolationsmessungen schreiben die Normen jeweils die Spannung U_0 vor, die an den Prüfling R_x zu legen ist. Hier empfiehlt sich die Schaltung nach Bild 3.2 (b), in der die konstante Messspannung an den Prüfling und an den Referenzwiderstand gelegt wird. Gemesen werden die durch die beiden Widerstände fließenden Ströme I_x und I_r und der gesuchte Isolationswiderstand ist

$$R_x = \frac{I_r}{I_x} R_r. \quad (3.4)$$

■ 3.2 Anwendung einer Konstantstromquelle

Prinzip. Eine kontinuierliche Anzeige eines Widerstandswertes ermöglicht die Schaltung nach Bild 3.3. Der eingeprägte, konstante Strom I_0 fließt über den zu bestimmenden Widerstand R_x und dessen Wert ergibt sich aus der gemessenen Spannung U_x

$$R_x = \frac{U_x}{I_0}. \quad (3.5)$$

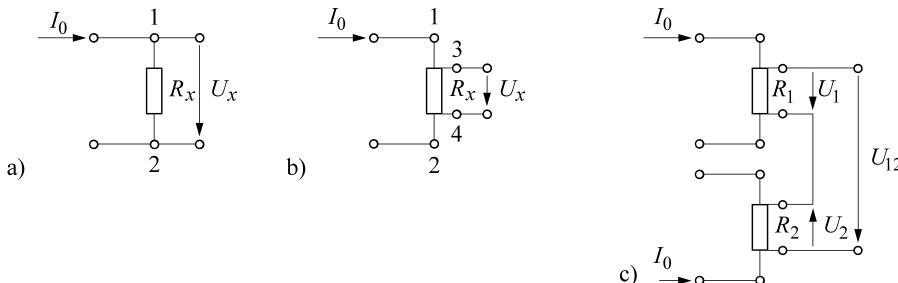


Bild 3.3 Speisung mit konstantem Strom und Messung des Spannungsabfalls a) Prinzip, b) Messung eines niederohmigen Widerstandes mit den Stromklemmen 1, 2 und den Spannungsklemmen 3, 4, c) Messung der Widerstands differenz $R_1 - R_2$

Der eingeprägte Strom ist natürlich so niedrig zu wählen, dass er nicht zu einer Temperatur- und damit Widerstandserhöhung führt. Gegebenenfalls ist mit einer gepulsten Stromquelle zu arbeiten.

Bei der Messung sehr **niedriger Widerstände** sind die an den Klemmen auftretenden Übergangswiderstände nicht zu vernachlässigen. Um sie und eventuelle Zuleitungswiderstände nicht mit zu messen, empfiehlt sich der in Bild 3.3 (b) skizzierte 4-Leiter-Anschluss. Hier sind die Klemmen 1 und 2 der Stromzuführung von denen der Messleitungen (Potenzialklemmen) 3 und 4 getrennt. Die möglichen Spannungsabfälle an den Anschlusspunkten 1 und 2 werden nicht gemessen. Die Übergangswiderstände an den Klemmen 3 und 4 liegen in Reihe mit dem Eingangswiderstand des Spannungsmessers und können ebenso wie die Widerstände der Messleitungen vernachlässigt werden, solange der Spannungsmesser genügend hochohmig ist.

Widerstands differenzen $R_1 - R_2$ können unter Verwendung von zwei Stromquellen, von denen jede denselben eingeprägten Strom I_0 liefert, gemessen werden. Bei der Schaltung nach 3.3 (c) fällt am Widerstand R_1 die Spannung $U_1 = R_1 I_0$ und am Widerstand R_2 die Spannung $U_2 = R_2 I_0$ ab. Die Spannung

$$U_{12} = U_1 - U_2 = I_0 (R_1 - R_2) \quad (3.6)$$

ist ein Maß für die gesuchte Widerstands differenz $R_1 - R_2$.

Diese Schaltung ermöglicht gleichzeitig eine **Nullpunktunterdrückung** und eine **Kompensation unerwünschter Widerstandsänderungen**, die bei der Messung nichtelektrischer Größen häufig erforderlich sind. Gehen wir von zwei gleichen Widerständen $R_1 = R_2 = R_0$ aus und nehmen wir für den ersten Widerstand eine Zunahme seines Wertes auf $R_0 + \Delta R$ an, so wird in der Differenzschaltung der Grundwiderstand R_0 unterdrückt und nur die Widerstands differenz ΔR wird angezeigt:

$$U_{12} = I_0 (R_1 - R_2) = I_0 (R_0 + \Delta R - R_0) = I_0 \Delta R. \quad (3.7)$$

Nimmt in einem anderen Beispiel der Wert des Widerstandes R_1 infolge eines erwünschten Effekts A um ΔR_A und infolge eines störenden Effekts B um ΔR_B auf

$$R_1 = R_0 + \Delta R_A + \Delta R_B$$

zu, und ist der zweite Widerstand nur den Einflüssen der Störgröße B ausgesetzt

$$R_2 = R_0 + \Delta R_B,$$

so wird durch die Differenzschaltung nur der Unterschied der beiden Widerstände, also die Widerstandserhöhung des ersten infolge des Effekts A erfasst. Die gleichsinnige Änderung beider Widerstände infolge des Effekts B hebt sich durch die Differenzbildung auf:

$$U_{12} = I_0 [(R_0 + \Delta R_A + \Delta R_B) - (R_0 + \Delta R_B)] = I_0 \Delta R_A. \quad (3.8)$$

Operationsverstärker für die Widerstandsmessung. Die Konstantstrommessung kann vorteilhaft unter Verwendung eines invertierenden Verstärkers durchgeführt werden. In der Schaltung von Bild 3.4 (a) ergibt sich der konstante Eingangsstrom I_0 aus der bekannten Spannung U_0 und dem bekannten Widerstand R_0 . Rückgeführt wird der Strom $I_g = u_a/R_x$. Beide Ströme heben sich gegenseitig auf, $I_0 + I_g = 0$. Die gemessene Spannung u_a ist also ein Maß für den gesuchten Widerstand R_x :

$$u_a = -I_0 R_x. \quad (3.9)$$

Die diskutierte Schaltung funktioniert natürlich auch in Verbindung mit einer Konstantstromquelle I_0 (Bild 3.4 b). Der Verstärker liefert hier die Ausgangsspannung

$$u_a = -I_0 R_x.$$

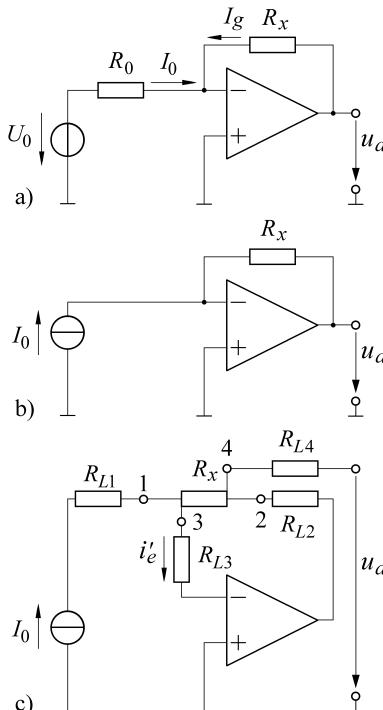


Bild 3.4 Widerstandsmessung mit Hilfe des invertierenden Verstärkers

- Speisung mit einer konstanten Spannung
- Speisung mit einem konstanten Strom
- 4-Leiter-Anschluss bei Speisung mit einem konstanten Strom

Bei der Speisung mit eingeprägtem Strom lässt sich auch der 4-Leiter-Anschluss realisieren (Bild 3.4 c), bei dem die Zuleitungswiderstände R_{L1} bis R_{L4} keine Rolle spielen. Dazu wird der Verstärkungsfaktor k' des nicht gegengekoppelten Operationsverstärkers so hoch angenommen, dass der Eingangsstrom i'_e zu vernachlässigen ist. Des Weiteren soll die Ausgangsspannung u_a so hochohmig gemessen werden, dass der Ausgangsstrom i_a unberücksichtigt bleiben darf. In der gezeigten Schaltung geht R_{L1} wegen des eingeprägten Stroms I_0 nicht in das Ergebnis ein, ebenso wenig wie der Widerstand R_{L2} , der lediglich den (nicht gezeichneten) Innenwiderstand der Spannungsquelle des Operationsverstärkers vergrößert. Mit $i'_e = 0$ fällt keine Spannung an R_{L3} ab; der Knoten 3 liegt an der virtuellen Masse. Wege $i_a = 0$ tritt ebenfalls kein Spannungsabfall an R_{L4} auf; zwischen der Klemme 4 und der Masse liegt die Spannung u_a . Damit gilt wie in Bild 3.4 (b)

$$u_a = -I_0 R_x .$$

Die Leitungswiderstände beeinflussen also nicht das Ergebnis.

■ 3.3 Brückenschaltungen

3.3.1 Abgleich-Widerstandsmessbrücke

Prinzip. Die erstmals von Wheatstone 1843 zum Messen eines Widerstandes verwendete Brückenschaltung enthält die vier Widerstände R_1 bis R_4 , die paarweise einen Spannungsteiler bilden und an der Brückenspeisespannung U_0 liegen (Bild 3.5).

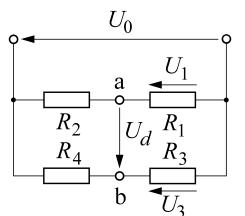


Bild 3.5 Wheatstone-Messbrücke

An dem Widerstand R_1 wird die Teilspannung

$$U_1 = U_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (3.10)$$

und am Widerstand R_3 die Teilspannung U_3

$$U_3 = U_0 \frac{R_3}{R_3 + R_4} \quad (3.11)$$

abgegriffen. Die Differenz dieser Teilspannungen ergibt die in der Brückendiagonale zwischen den Punkten a und b liegende Diagonalspannung U_d :

$$U_d = U_3 - U_1 = U_0 \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} . \quad (3.12)$$

Ist die Diagonalspannung null, so ist die Brücke abgeglichen. Daraus folgt die Abgleichbedingung zu

$$R_2 R_3 = R_1 R_4 . \quad (3.13)$$

Zur Messung wird der gesuchte Widerstand (z. B. R_2) zusammen mit drei bekannten Widerständen zu einer Brücke verschaltet. Von diesen ist mindestens ein Widerstand einstellbar, so dass die Brücke abgeglichen werden kann. Der Wert des gesuchten Widerstandes R_2 ist

$$R_2 = R_1 \frac{R_4}{R_3}. \quad (3.14)$$

Die Diagonalspannung U_d kann mit einem nachgeschalteten Differenzverstärker (Bild 2.59) auf den Arbeitsbereich eines nachgeschalteten Anzeigegerätes oder A/D-Umsetzers angepasst werden.

Schleifdraht-Messbrücke. Bei der Schleifdraht-Messbrücke (Bild 3.6) wird der untere Spannungsteiler durch einen Draht der Länge $l_3 + l_4$ mit dem konstanten Querschnitt A und dem spezifischen Widerstand ρ gebildet, an dem durch einen Abgriff die Teilwiderstände

$$R_3 = l_3 \frac{\rho}{A}; \quad R_4 = l_4 \frac{\rho}{A}$$

eingestellt werden können. R_1 sei ein bekannter Widerstand und ungefähr so groß wie der zu messende Widerstand $R_x = R_2$. Aus dem Widerstandsverhältnis R_4/R_3 , d. h. aus der Länge l_4/l_3 , bestimmt sich nach dem Brückenabgleich der unbekannte Widerstand R_x zu

$$R_x = R_2 = R_1 \frac{R_4}{R_3} = R_1 \frac{l_4}{l_3}. \quad (3.15)$$

Der Abgleich lässt sich leicht automatisieren, indem von der verstärkten Diagonalspannung ein Motor angetrieben wird. Wie bei den Potentiometerschreibern ist die Drehrichtung dieses Motors abhängig von der Polarität der Diagonalspannung. Mit dem Motor ist der Abgriff eines oft ringförmig ausgebildeten Potentiometers gekoppelt. Dieses wird so lange verstellt, bis die Diagonalspannung null geworden und der Motor zum Stillstand gekommen ist. Die Stellung des Abgriffs ist dann ein Maß für den gemessenen Widerstand.

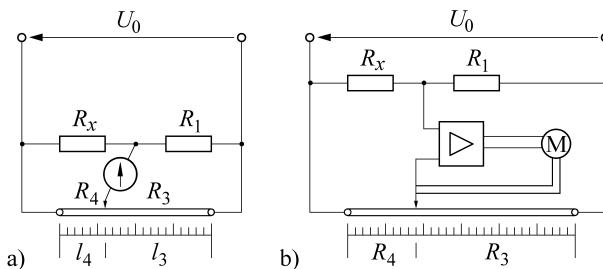


Bild 3.6 Schleifdraht-Messbrücke
a) manueller Abgleich
b) selbsttätiger Abgleich

Thomson-Messbrücke. Um bei der Messung sehr niedriger Widerstände Messfehler infolge von Übergangswiderständen zu vermeiden, sind diese in der 4-Leiter-Technik anzuschließen. Versucht man nun eine Wheatstone-Brücke mit zwei derartigen Widerständen in einem Brückenzweig aufzubauen (Bild 3.7 a), so sind zunächst die Leitungen 1–1 und 1'–1' völlig gleich. Eine Unterscheidung in eine niederohmige Speise- und eine hochohmige Messleitung ist nicht möglich.

Um diese Funktionen nun doch eindeutig definieren zu können, verwendet die Thomson-Messbrücke (Bild 3.7 b) zusätzlich den niederohmigen Widerstand R und den hochohmigen Spannungsteiler $R_1 : R_2$. Dadurch fließt zwischen den Anschlusspunkten 1–1 ein sehr viel größerer Strom als in der Leitung 1'–1', die damit eindeutig als Messleitung festgelegt ist.

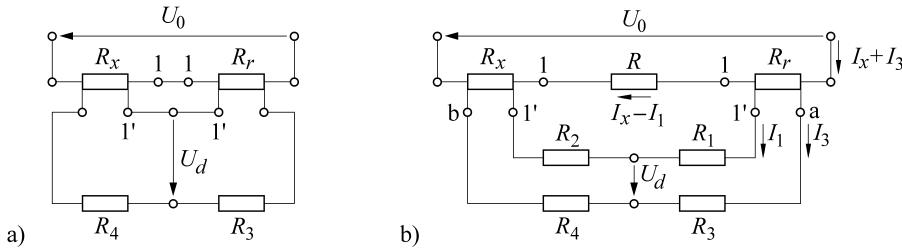


Bild 3.7 Messung niedriger Widerstände in einer Brückenschaltung; $R_x, R_r \ll R_1, R_2, R_3, R_4$; $I_x \gg I_1, I_3$:
a) Versuch, Widerstände in der 4-Leiter-Technik zu einer Wheatstone-Brücke zu verschalten, b) Thomson-Messbrücke

Die Wirkungsweise der Thomson-Brücke ist jetzt leicht zu verstehen. In der gezeichneten Schaltung soll der niederohmige Widerstand R_x bestimmt werden. Dieser liegt in Reihe mit einem etwa gleich großen Referenzwiderstand R_r . Durch beide Widerstände fließt der relativ große Strom I_x . Die dabei abfallenden Spannungen werden in einer aus den bekannten, hochohmigen Widerständen R_1 bis R_4 aufgebauten Brücke verglichen. Diese Widerstände sind einstellbar und mechanisch so gekoppelt, dass in beiden Brückenzweigen immer das-selbe Widerstandsverhältnis vorliegt (vgl. Gl. (3.13)):

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}.$$

Dieses Verhältnis wird nun so lange geändert, bis die Diagonalspannung zu null geworden ist. für diesen Fall teilt sich die zwischen den Punkten a und b liegende Spannung wie folgt auf:

$$\frac{I_x R_r + I_1 R_1}{I_1 R_2 + I_x R_x} = \frac{I_3 R_3}{I_3 R_4} = \frac{R_1}{R_2}$$

und der zu bestimmende Widerstand R_x wird

$$R_x = R_r \frac{R_2}{R_1}. \quad (3.16)$$

Mit der Thomson-Brücke lassen sich Widerstände bis zu $10^{-7} \Omega$ messen. Infolge der gewählten 4-Leiter-Schaltung gehen die Übergangswiderstände nicht in das Messergebnis ein. Die Übergangswiderstände an den Stromklemmen werden nicht gemessen und die an den Spannungsklemmen liegen in Reihe mit den größeren Brückenwiderständen R_1 und R_2 bzw. R_3 und R_4 und sind diesen gegenüber zu vernachlässigen.

3.3.2 Ausschlag-Widerstandsmessbrücke

Wirkungsweise

Bei den bis jetzt besprochenen Messbrücken ist jeweils eine gewisse Mühe auf den Abgleich zu verwenden. Diese Anstrengungen lassen sich vermeiden, wenn Widerstandsänderungen nur in der Nähe eines Arbeitspunktes gemessen werden sollen. Die Brücke ist in diesen Fällen so ausgelegt, dass sie bei einem bestimmten Wert des interessierenden Widerstandes abgeglichen ist. Bei kleinen Änderungen dieses Widerstandswertes wird dann auf einen erneuten Abgleich verzichtet und die sich einstellende Diagonalspannung wird als Maß für die

Widerstandsänderung genommen. Durch diesen Übergang von der Abgleich- auf die Auschlagmessung wird eine zeitlich kontinuierliche Widerstandsmessung möglich. ändert sich der gesuchte Widerstand R_x mit der Zeit, $R_x = R_x(t)$, so ist die Diagonalspannung ebenfalls eine Funktion der Zeit, $U_d = U_d(t)$.

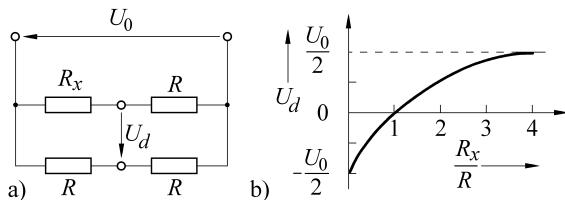


Bild 3.8 Verlauf der Diagonalspannung in Abhängigkeit von R_x .

a) Schaltung

b) Kennlinie

Die in Bild 3.8 dargestellte Brücke besteht aus einem variablen Widerstand R_x und drei gleich großen Widerständen R . zunächst wird überlegt, welche Werte die Diagonalspannung U_d

$$U_d = U_0 \left(\frac{1}{2} - \frac{R}{R + R_x} \right) = \frac{U_0}{2} \frac{R_x - R}{R_x + R} \quad (3.17)$$

in Abhängigkeit von R_x annimmt. Es ergeben sich die folgenden Wertepaare:

$$R_x = 0 : \quad U_d = -\frac{U_0}{2},$$

$$R_x = R : \quad U_d = 0,$$

$$R_x \rightarrow \infty : \quad U_d = +\frac{U_0}{2}.$$

Die Kennlinie verläuft also gekrümmt und die Empfindlichkeit dU_d/dR_x ist auch in der Nähe des Arbeitspunktes $R_x = R$ nicht konstant. Die Höhe der Diagonalspannung kann aber immer als Maß für die Verstimmung der Brücke genommen werden. Sie ist nicht nur von der Größe der Widerstände, sondern auch von ihrer Anordnung abhängig, wie in dem folgenden Abschnitt gezeigt wird.

Brücke, mit einer konstanten Spannung gespeist

Ausgegangen wird von der mit einer konstanten Spannung gespeisten Brücke, die zunächst vier gleiche Widerstände R_0 enthält. für die in Bild 3.9 gezeichneten Konfigurationen wird dann die Größe der betreffenden Widerstände um ΔR verändert und die sich einstellende Diagonalspannung wird berechnet. Die verschiedenen Anordnungen werden dabei als Viertel- (Bild 3.9 a-c), Halb- (Bild 3.9 d-g) oder Vollbrücke (Bild 3.9 h) bezeichnet, je nachdem, ob 1 Widerstand, ob 2 oder alle 4 Widerstände variabel sind.

Für die Brücke von Zeile a mit $R_1 = R_3 = R_4 = R_0$ und $R_2 = R_0 + \Delta R$ ergibt sich aus Gl. (3.12) U_d zu

$$U_d = U_0 \frac{(R_0 + \Delta R) R_0 - R_0 R_0}{(2 R_0 + \Delta R) 2 R_0} = U_0 \frac{\Delta R}{4 R_0 + 2 \Delta R}. \quad (3.18)$$

Hier kann im Nenner bei kleinen Widerstandsänderungen ΔR gegenüber R_0 vernachlässigt werden, womit die Gleichung übergeht in

$$U_d \approx \frac{U_0}{4} \frac{\Delta R}{R_0}. \quad (3.19)$$

		U_0 -gespeist	I_0 -gespeist
a		$U_d \approx +\frac{U_0}{4} \frac{\Delta R}{R_0}$	$U_d \approx \frac{I_0}{4} \Delta R$
b		$U_d \approx -\frac{U_0}{4} \frac{\Delta R}{R_0}$	$U_d \approx -\frac{I_0}{4} \Delta R$
c		$U_d \approx -\frac{U_0}{4} \frac{\Delta R}{R_0}$	$U_d \approx -\frac{I_0}{4} \Delta R$
d		$U_d \approx \frac{U_0}{2} \frac{\Delta R}{R_0}$	$U_d = \frac{I_0}{2} \Delta R$
e		$U_d \approx \frac{U_0}{2} \frac{\Delta R}{R_0}$	$U_d = \frac{I_0}{2} \Delta R$
f		$U_d = \frac{U_0}{2} \frac{\Delta R}{R_0}$	$U_d = \frac{I_0}{2} \Delta R$
g		$U_d \approx -\frac{U_0}{4} \left(\frac{\Delta R}{R_0} \right)^2$	$U_d = -\frac{I_0}{4} \frac{\Delta R}{R_0} \Delta R$
h		$U_d = U_0 \frac{\Delta R}{R_0}$	$U_d = I_0 \Delta R$

Bild 3.9 Diagonalspannung U_d für verschiedene Brückenanordnungen. Die nicht bezeichneten Widerstände haben den Wert R_0 ; die mit + gekennzeichneten den Wert $R_0 + \Delta R$ und die mit – markierten den Wert $R_0 - \Delta R$

Die Diagonalspannung ist also nicht exakt, sondern nur angenähert der auf den Anfangswiderstand R_0 bezogenen Widerstandsänderung ΔR proportional. (Bei der Anwendung der Brückenschaltungen wird dann diese Nichtlinearität vernachlässigt und die Gl. (3.19) wird mit dem Gleichheitszeichen geschrieben.) Auf dieselbe Weise wurden die übrigen in Bild 3.9 zusammengestellten Ergebnisse berechnet. Wird wie im Fall b ein Widerstand auf der rechten Seite um $+\Delta R$ erhöht, so ist die entstehende Diagonalspannung negativ und entspricht der, die sich einstellt, wenn ein Widerstand auf der linken Seite um ΔR verringert wird (Fall c). Werden in einer Brückendiagonalen zwei Widerstände um ΔR erhöht (Fall d), so ist die entstehende Diagonalspannung doppelt so groß wie bei der Viertelbrücke.

Weitere Halbbrücken sind in den Anordnungen e, f und g dargestellt. Wird nur der Zähler der Gl. (3.12) berücksichtigt, so sollten die Schaltungen e und f dasselbe Ergebnis liefern. Die Anordnung nach f ist aber besser. Da hier im Nenner keine Vernachlässigungen notwendig werden, ist die Ausgangsspannung exakt linear proportional zu $\Delta R/R_0$. Entgegengesetzte Widerstandsänderungen in den beiden Brückendiagonalen führen zu einer linearen Abhängigkeit der Diagonalspannung von der Widerstandsänderung. Auf diese Eigenschaft der mit Differenzialaufnehmern bestückten Halbbrücke wird in Abschnitt 3.12.3 noch einmal besonders eingegangen.

Die Brücke g ist in beiden Brückenzweigen gleichsinnig verstimmt, so dass in erster Näherung die Diagonalspannung null erwartet wird. Im Zähler der Brückengleichung bleibt aber

noch der Term $-(\Delta R)^2$ übrig. Die Diagonalspannung hängt von dem Quadrat der auf R_0 bezogenen Widerstandsänderung ab.

Die Anordnung h zeigt eine aus vier variablen Widerständen aufgebaute Vollbrücke mit der vierfachen Empfindlichkeit einer Viertelbrücke. Die Diagonalspannung steigt exakt mit $\Delta R/R_0$.

Brücke, mit einem konstanten Strom gespeist

Die Brücken werden entweder mit einer konstanten Spannung oder mit einem konstanten Strom gespeist. Im zweiten Fall fließt der Konstantstrom I_0 in die Parallelschaltung von $(R_1 + R_2)$ mit $(R_3 + R_4)$ (Bild 3.10) und führt zu einem Spannungsabfall $U_0(I_0)$ von

$$U_0 = I_0 [(R_1 + R_2) \parallel (R_3 + R_4)] = I_0 \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}. \quad (3.20)$$

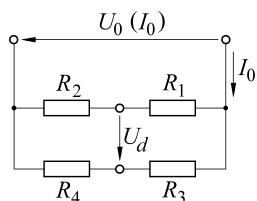


Bild 3.10 Der Speisestrom I_0 führt an der Brücke zu dem Spannungsabfall $U_0(I_0)$

Wird U_0 nach Gl. (3.20) in die Brückengleichung (3.12) eingesetzt, ergibt sich die Diagonalspannung U_d der stromgespeisten Brücke zu

$$\begin{aligned} U_d &= I_0 \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \\ &= I_0 \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Sie ist proportional dem Speisestrom I_0 . Der Zähler der Gl. (3.21) ist derselbe wie bei der spannungsgespeisten Brücke (Gl. (3.12)). Im Nenner steht jetzt aber die Summe der Brückenwiderstände.

Werden nun für die stromgespeisten Brücken die Diagonalspannungen berechnet, so zeigt sich, dass diese nicht mehr von $\Delta R/R_0$, sondern von ΔR allein abhängen (Bild 3.9). Das ist in den Fällen ein Vorteil, in denen hochohmige Aufnehmer verwendet werden können. darüber hinaus sind neben der Anordnung f jetzt auch schon die Schaltungen d, e und g streng linear.

Ersatzschaltbild für die belastete Brücke

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde immer unterstellt, dass die Diagonalspannung ideal, d. h. ohne Stromentnahme gemessen wird. Im Folgenden wird nun angenommen, dass über das Messgerät mit dem endlichen Widerstand R_M der Strom I_M in der Brückendiagonalen fließt (Bild 3.11). Um diesen Strom zu berechnen, wird die Brückenschaltung durch eine Ersatzspannungsquelle mit der Leerlaufspannung U_q und dem Innenwiderstand R_i beschrieben. Die Aufgabe entsteht, diese beiden Größen zu bestimmen.

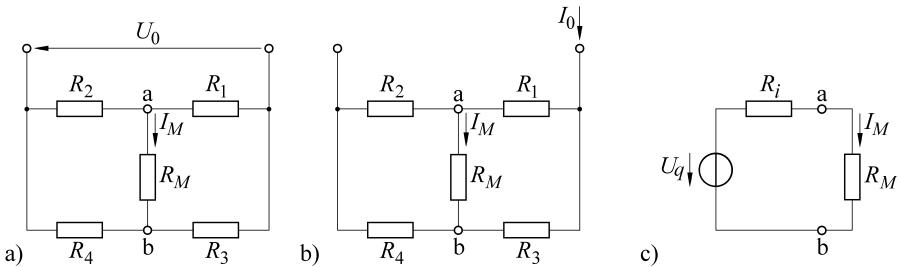


Bild 3.11 a) spannungsgespeiste Brücke bei Belastung, b) stromgespeiste Brücke bei Belastung, c) Ersatzschaltbild für diese Brücken

Spannungsgespeiste Brücke. Die Leerlaufspannung der Ersatzspannungsquelle ist gleich der Leerlaufspannung der Brücke, d. h. gleich der schon bekannten Diagonalspannung U_d , siehe Gl. (3.12).

Der Innenwiderstand R_i der Ersatzspannungsquelle wird erhalten, indem bei kurzgeschlossener Konstantspannungsquelle von den Punkten a und b aus der Widerstand der Schaltung bestimmt wird. Auf diese Weise ergibt sich

$$R_i = (R_1 \parallel R_2) + (R_3 \parallel R_4). \quad (3.22)$$

Damit sind die Größen der Ersatzspannungsquelle bestimmt. Der Strom I_M in der Brückendiagonalen errechnet sich zu

$$I_M = \frac{U_d}{R_i + R_M}. \quad (3.23)$$

Infolge des Spannungsabfalls an R_i steht an den Klemmen a und b nicht mehr die gesamte Leerlaufspannung U_d zur Verfügung.

Stromgespeiste Brücke. Die Vorgehensweise ist dieselbe. Die Leerlaufspannung U_q der Ersatzspannungsquelle ist gleich der Brückendiagonalspannung, siehe Gl. (3.21).

Die Berechnung des Innenwiderstandes erfolgt, indem die Stromquelle als unterbrochen angenommen wird. Daraus errechnet sich R_i zu

$$R_i = (R_2 + R_4) \parallel (R_1 + R_3) \quad (3.24)$$

und der in der Diagonalen fließende Strom I_M lässt sich wieder mit Gl. (3.23) bestimmen.

Nullpunktunterdrückung und Kompensation unerwünschter Einflüsse

Zum Schluss dieses Abschnitts sei noch einmal daran erinnert, dass die Brücke eine Messeinrichtung mit Parallelstruktur ist. Einflüsse, die auf beiden Seiten der Brücke gleichsinnig wirksam werden, heben sich gegenseitig auf. Diese **Gleichaktunterdrückung** ist für die Verarbeitung des von einem Widerstandsaufnehmer gelieferten Signals besonders wertvoll. Der Widerstand eines Aufnehmers hat ja bei Beginn des Messbereichs schon einen bestimmten Wert R_0 , der durch den zu messenden Effekt auf $R_0 + \Delta R$ ansteigt (Bild 3.12). Liegt der Aufnehmer in einer Brücke mit Festwiderständen der Größe R_0 , so wird der Anfangswiderstand R_0 kompensiert. Die Diagonalspannung U_d ist bei der stromgespeisten Brücke direkt proportional der Widerstandsänderung ΔR , bei der spannungsgespeisten Brücke proportional zur relativen Widerstandsänderung $\Delta R/R_0$.

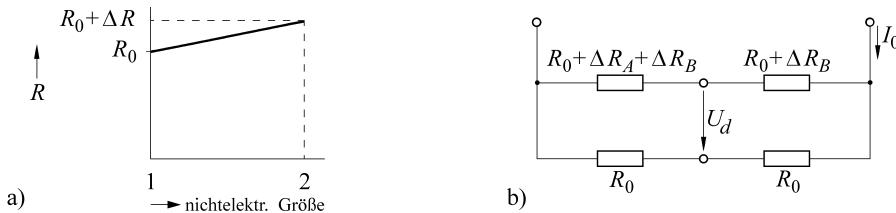


Bild 3.12 Nullpunktunterdrückung und Kompensation unerwünschter Einflüsse bei der Messung mit Widerstandsaufnehmern. a) Kennlinie mit Beginn des Messbereichs (1) und Ende des Messbereichs (2), b) Brückenschaltung mit den Widerständen $R_1 = R_0 + \Delta R_B$ und $R_2 = R_0 + \Delta R_A + \Delta R_B$

Wie bei der Messung von Widerstandsunterschieden mit zwei Konstantstromquellen kompensieren sich die Widerstandsänderungen, die auf beiden Seiten einer Brücke erfolgen. Die in Bild 3.12 (b) gezeigte Schaltung enthält die Aufnehmer R_1 und R_2 . Der Widerstand von R_2 erhöht sich infolge einer Einflussgröße A um ΔR_A und infolge einer Störgröße B um ΔR_B . Der Aufnehmer R_1 ist nur der Störgröße B ausgesetzt ($R_1 = R_0 + \Delta R_B$). Die stromgespeiste Brücke z. B. liefert die Diagonalspannung U_d

$$\begin{aligned} U_d &= I_0 \frac{R_0(R_0 + \Delta R_A + \Delta R_B) - R_0(R_0 + \Delta R_B)}{4R_0 + \Delta R_A + 2\Delta R_B} \\ &= I_0 \frac{R_0 \Delta R_A}{4R_0 + \Delta R_A + 2\Delta R_B} \approx \frac{I_0}{4} \Delta R_A. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Sie hängt nur von der Einflussgröße A ab, die sich damit spezifisch ohne Störung durch die Einflussgröße B erfassen lässt.

■ 3.4 Verstärker für Brückenschaltungen

3.4.1 Subtrahierer mit invertierendem Verstärker

Die Brückendiagonalspannung U_d (Bild 3.13) entsteht als Differenz der ungefähr gleich großen Teilspannungen U_1 und U_2 :

$$U_d = U_1 - U_2.$$

Zur Bildung und Verstärkung dieser Differenz bietet sich zunächst der Subtrahierverstärker an (Bild 3.14). Er liefert nach Gl. (2.179) die Ausgangsspannung

$$U_a = -\frac{R_5}{R_4} (U_1 - U_2).$$

Wird dieser Verstärker an die im Bild gezeigte Brücke angeschlossen, so wird die Diagonalspannung um den Faktor R_5/R_4 verstärkt:

$$U_a = -\frac{R_5}{R_4} U_d \approx -\frac{R_5}{R_4} \frac{U_0}{4R_0} \Delta R. \quad (3.26)$$

Diese Kombination aus Brücke und invertierendem Verstärker ist nur für niederohmige Aufnehmer geeignet. Die Widerstände R_4 und R_5 verstimmen die Brücke und der in der

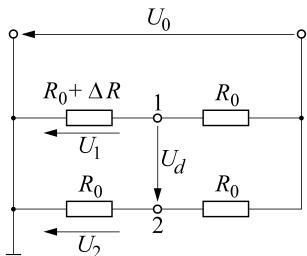


Bild 3.13 Brücke mit der Diagonalspannung
 $U_d = U_1 - U_2$

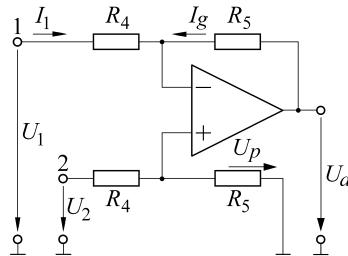


Bild 3.14 Subtrahierer zur Verstärkung
der Diagonalspannung

Brückendiagonalen fließende Strom kann die Nichtlinearität vergrößern. Solange nur eine Nullpunktunterdrückung um den Wert R_0 erforderlich ist, könnte der Operationsverstärker von Bild 3.15 (a) benutzt werden. Diese Schaltung hätte den Vorteil, nicht so viele eng tolerierte Widerstände zu benötigen wie die von Bild 3.13.

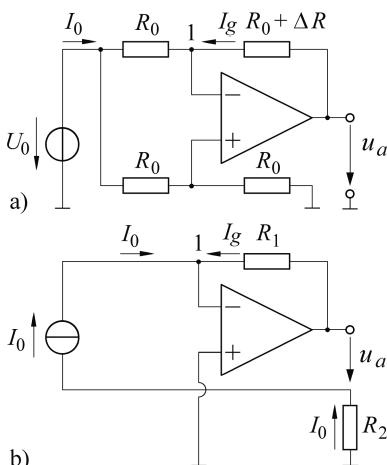


Bild 3.15 Widerstandsdifferenzmessung mit Hilfe des invertierenden Verstärkers
a) Speisung mit einer konstanten Spannung
b) Speisung mit einem konstanten Strom

3.4.2 Subtrahierer mit Elektrometer-Verstärkern

Für die Verstärkung der Diagonalspannungen aus hochohmigen Brücken ist die Schaltung nach Bild 3.13 nicht geeignet. Um die Brücke nicht zu verstimmen, müssen die Teilspannungen U_1 und U_2 leistunglos gemessen werden. Dies gelingt mit der in Bild 3.16 gezeigten Schaltung. Die beiden Elektrometer-Verstärker V1 und V2 verstärken rückwirkungsfrei die Eingangsspannungen auf U_{1a} und U_{2a} und deren Differenz wird dann in dem schon bekannten Subtrahierer V3 gebildet.

Die Verstärker V1 bis V3 werden als ideal mit $u'_e = 0$, $i'_e = 0$ vorausgesetzt. Um zunächst die Ausgangsspannungen U_{1a} und U_{2a} zu ermitteln, werden die folgenden Maschengleichungen aufgestellt und nach den Strömen aufgelöst:

$$-U_1 - I_1 R_1 + U_{1a} = 0; \quad I_1 = \frac{U_{1a} - U_1}{R_1}, \quad (3.27)$$

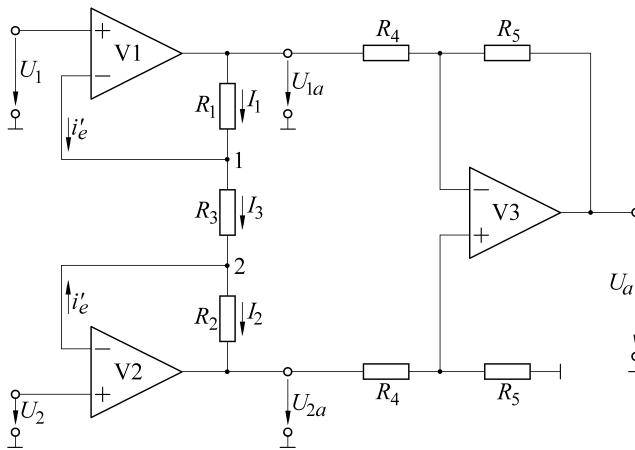


Bild 3.16 Subtrahierer mit Elektrometer-Verstärkern

$$-U_2 + I_2 R_2 + U_{2a} = 0; \quad I_2 = \frac{U_2 - U_{2a}}{R_2}, \quad (3.28)$$

$$-U_1 + I_3 R_3 + U_2 = 0; \quad I_3 = \frac{U_1 - U_2}{R_3}. \quad (3.29)$$

Die Gleichungen für die Knotenpunkte 1 und 2 liefern

$$I_1 - I_3 = 0; \quad I_3 - I_2 = 0,$$

woraus

$$I_1 = I_2 = I_3 \quad (3.30)$$

folgt. Mit der Kenntnis von Gl. (3.30) ergibt sich aus den Gln. (3.27) und (3.29)

$$U_{1a} = \left(1 + \frac{R_1}{R_3} \right) U_1 - \frac{R_1}{R_3} U_2 \quad (3.31)$$

und aus den Gln. (3.28) und (3.29)

$$U_{2a} = \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right) U_2 - \frac{R_2}{R_3} U_1. \quad (3.32)$$

Für die symmetrisch mit $R_1 = R_2$ aufgebaute Schaltung wird

$$U_{1a} - U_{2a} = \left(1 + \frac{2 R_1}{R_3} \right) (U_1 - U_2). \quad (3.33)$$

Die Widerstände R_1 und R_3 bestimmen also den Verstärkungsfaktor, gehen aber nicht in die Differenz $U_1 - U_2$ ein. Driften diese Widerstände, so ändert sich die Steigung der Kennlinie. Der Nullpunkt bleibt unbeeinflusst. Für $R_3 \rightarrow \infty$ arbeitet der Verstärker als Spannungsfolger mit $U_{1a} = U_1$ und $U_{2a} = U_2$:

$$U_a = -\frac{R_5}{R_4} (U_{1a} - U_{2a}) = -\frac{R_5}{R_4} \left(1 + \frac{2 R_1}{R_3} \right) (U_1 - U_2). \quad (3.34)$$

Die Differenz $U_{1a} - U_{2a}$ wird in dem Subtrahierer V3 verstärkt. Nach Gl. (2.179) ist dessen Ausgangsspannung U_a .

Einfluss der Eingangsströme und der Offsetspannungen. Bei Spannungsverstärkern ist die Wirkung der Eingangsströme im Allgemeinen gegenüber der Offsetspannung zu vernachlässigen (Abschnitt 2.3.6). Aus diesem Grund sind in Bild 3.17 bei den Elektrometer-Verstärkern die Eingangsströme nicht gezeichnet. Die des Subtrahierers V3 kompensieren sich weitgehend (Gl. (2.207)) und werden deshalb im Folgenden auch nicht weiter betrachtet.

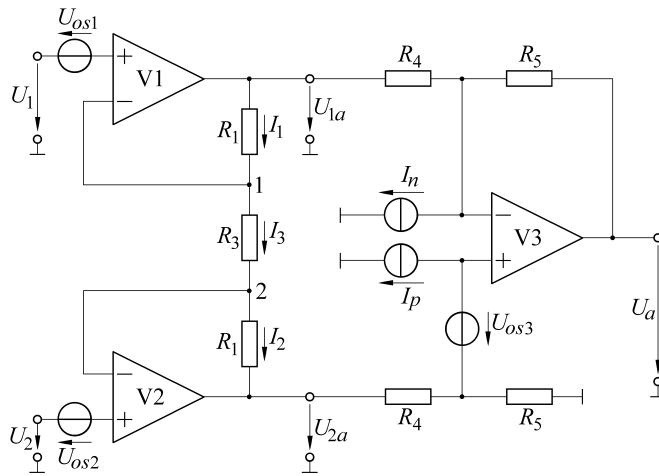


Bild 3.17 Offsetspannungen (U_{os}) und Offsetströme (I_n, I_p) bei dem Subtrahierer mit Elektrometer-Verstärkern

Die Offsetspannungen U_{os1} und U_{os2} an den Elektrometer-Verstärkern werden wie die Nutzspannungen verstärkt und führen zu der Ausgangsspannung

$$U_a(U_{os1}, U_{os2}) = -\frac{R_5}{R_4} \left(1 + \frac{2R_1}{R_3}\right) (U_{os1} - U_{os2}). \quad (3.35)$$

Die Offsetspannung U_{os3} des Verstärkers V3 liefert nach Gl. (2.208)

$$U_a(U_{os3}) = \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) U_{os3},$$

so dass insgesamt die Ausgangsspannung

$$U_a(U_{os}) = -\frac{R_5}{R_4} \left(1 + \frac{2R_1}{R_3}\right) (U_{os1} - U_{os2}) + \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) U_{os3} \quad (3.36)$$

entsteht.

Instrumentierungs-Verstärker. Der Subtrahierer mit Elektrometer-Verstärker ist als integrierter Schaltkreis erhältlich (instrumentation amplifier). Die drei Verstärker dieses IC sind weitgehend gleich aufgebaut und sind denselben Umgebungs- und Temperaturbedingungen ausgesetzt. Die Offsetgrößen werden sich daher nach dem Abgleich nur gleichsinnig ändern. Die Offsetspannungen der Elektrometer-Verstärker V1 und V2 gehen als Differenz in das Gesamtergebnis ein und werden sich so weitgehend kompensieren. Damit kann nur noch die Offsetspannung des Verstärkers V3 zu einem Fehler führen. Um ihn gering zu halten, ist die Verstärkung von V3 (R_5/R_4) klein und die der Elektrometer-Verstärker ($1 + 2R_1/R_3$) möglichst groß zu wählen. Dazu ist ein Widerstand R_3 von außen an den Chip anschließbar.

3.4.3 Trägerfrequenz-Brücke und -Messverstärker

Das Auflösungsvermögen der bis jetzt besprochenen, mit Gleichspannung oder Gleichstrom versorgten Brückenschaltungen wird durch das Offsetdriften des Messverstärkers und durch eventuelle Thermospannungen, hervorgerufen durch unterschiedliche Materialien und Temperaturen an den Anschlusspunkten, begrenzt. Offset- und Thermospannungen sind Gleichgrößen, die von einem Wechselspannungs-Verstärker nicht übertragen werden. Eine Störung durch diese Gleichgrößen kann vermieden und das Auflösungsvermögen kann verbessert werden, wenn auf eine mit einer Wechselspannung gespeiste Brücke und eine Wechselspannungsmessung übergegangen wird.

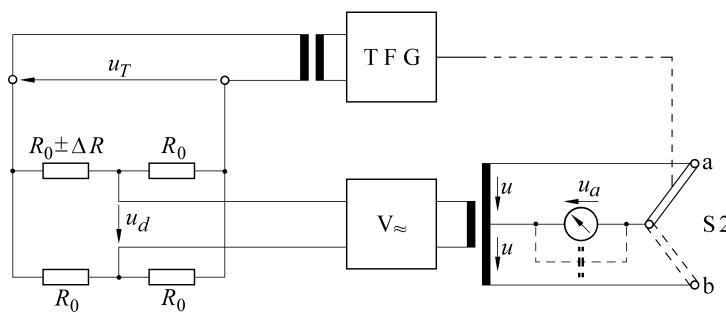


Bild 3.18
Trägerfrequenz-
Messbrücke;
TFG Trägerfrequenz-
Generator,
 V_{\sim} Wechselspan-
nungs-Verstärker,
S2 gesteuerter Um-
schalter als Demodu-
lator

Die in Bild 3.18 gezeigte Brückenschaltung enthält vier gleiche Widerstände R_0 , von denen einer im Verlauf der Untersuchungen um $\pm \Delta R$ geändert werden soll. An der Brücke liegt die Wechselspannung (Trägerspannung) $u_T = \hat{u}_T \sin \omega_T t$. Wird die Brücke um $+\Delta R$ verstimmt, so entsteht die Diagonalspannung u_d

$$u_d = \frac{\hat{u}_T \sin \omega_T t}{4 R_0} \Delta R. \quad (3.37)$$

Die Speisespannung lässt sich als Trägerspannung auffassen, die durch die Widerstandsänderung ΔR **moduliert** („Modulations-Verstärker“) wird.

Nimmt der veränderliche Widerstand auf $R_0 - \Delta R$ ab (2. Zeile von Bild 3.19), so wird die Diagonalspannung u_d

$$u_d = \frac{\hat{u}_T}{4} \sin \omega_T t \frac{(-\Delta R)}{R_0} = -\frac{\hat{u}_T \sin \omega_T t}{4 R_0} \Delta R.$$

Das Minuszeichen im letzten Ausdruck bedeutet eine Phasenverschiebung zwischen der Diagonalspannung und der Trägerspannung um 180° . Immer dann, wenn sich das Vorzeichen der Brückenverstimmung ändert, springt die Phase der Diagonalspannung um π (3. Zeile von Bild 3.19).

Der Wechselspannungs-Verstärker vervielfacht diese Diagonalspannung. Seine Ausgangsspannung muss gleichgerichtet werden, um die die Brücke verstimmende Widerstandsänderung erkennen zu können. Würde dies mit Hilfe eines Doppelweg-Gleichrichters versucht, so wäre in der gleichgerichteten Verstärkerausgangsspannung die Höhe der Widerstandsänderung, nicht aber das Vorzeichen erkennbar. Damit wäre die Brücke nur für Messaufgaben verwendbar, bei denen ΔR nicht das Vorzeichen wechselt.

Mit der phasenselektiven Gleichrichtung aber ergibt sich für die Widerstandsänderungen unseres Beispiels die in der letzten Zeile von Bild 3.19 dargestellte Ausgangsspannung. Die

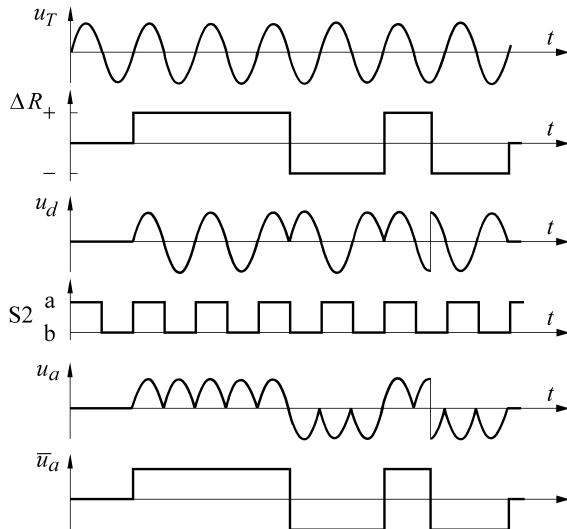


Bild 3.19 Signalverlauf bei der Trägerfrequenz-Messbrücke

Einhüllende dieser geglätteten Spannung ist ein eindeutiges Maß für die Widerstandsänderung ΔR und lässt auch deren Vorzeichen sicher erkennen.

Der Nullpunkt der Wechselspannungs-Verstärker ist zwar stabil, nicht so sehr jedoch der der Modulationsschaltung. Auch kann die Steuerspannung u_T zu Störspannungen im Messkreis führen.

Störspannungsunterdrückung beim Trägerfrequenz-Verstärker (Lock-in-Verstärker).

Bei Messungen in industriellen Anlagen sind die Messsignale mitunter gestört durch Einstreuungen der Netzspannung, ihrer Oberwellen und auch durch Signale, die beim Schalten elektrischer Lasten entstehen. Der Modulations-Verstärker kann diese Störsignale unterdrücken, falls die Störfrequenzen höher sind als die Frequenzen des Messsignals.

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit wird hier angenommen, dass sich der zu messende Widerstand R sinusförmig ändert:

$$R = R_0 + \Delta R \sin \omega_M t \quad (3.38)$$

Bei der Modulation werden nun das Messsignal (Index M) und das Störsignal (Index S) mit der Trägerspannung (Index T) multipliziert. Bei sinusförmigen Signalen entstehen wegen

$$\sin 2\pi f_T t \sin 2\pi f_M t = \frac{1}{2} [\cos 2\pi t (f_T - f_M) - \cos 2\pi t (f_T + f_M)] \quad (3.39)$$

die Frequenzen $f_T - f_M$ und $f_T + f_M$. In gleicher Weise führen die Störsignale zu den Frequenzen $f_T - f_S$ und $f_T + f_S$ (Bild 3.20).

Der Verstärker ist nun hinsichtlich seiner Bandbreite so ausgelegt, dass nur Signale mit Frequenzen im Bereich $f_T \pm f_M$ verstärkt werden. Nach der Demodulation und Abtrennung der Trägerfrequenz durch die Tiefpassfilterung bleibt dann das ungestörte Messsignal bei der Frequenz f_M übrig.

Auf die Störunterdrückung wirkt sich beim Modulations-Verstärker mit magnetischer Kopplung vorteilhaft aus, dass Eingangs- und Ausgangssignal galvanisch voneinander getrennt sind.

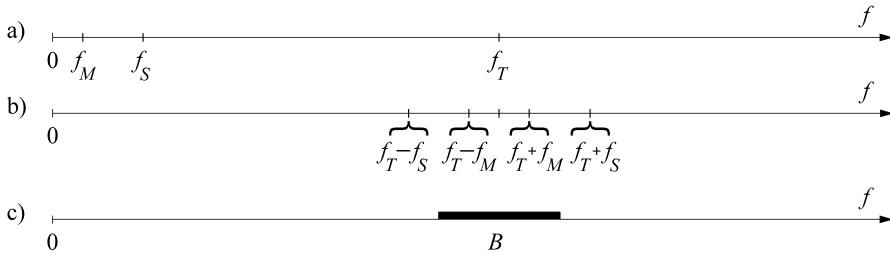


Bild 3.20 Unterdrückung von Störsignalen beim Trägerfrequenz-Verstärker a) vor der Modulation; Frequenz des Messsignals f_M , des Störsignals f_S und des Trägers f_T , b) Frequenzen nach der Modulation, c) Bandbreite B des Modulations-Verstärkers

Störungsunterdrückung durch die phasenselektive Gleichrichtung. Störspannungen, die um $\pm 90^\circ$ gegenüber den Gleichrichter steuernden Spannung verschoben sind, werden bei einer nachfolgenden Mittelwertbildung unterdrückt. Um dies zu zeigen (Bild 3.21), wird ein Phasenwinkel φ zwischen der Eingangsspannung u_1 und der den Gleichrichter steuernden Spannung angenommen:

$$u_1 = \hat{u}_1 \sin(\omega t + \varphi). \quad (3.40)$$

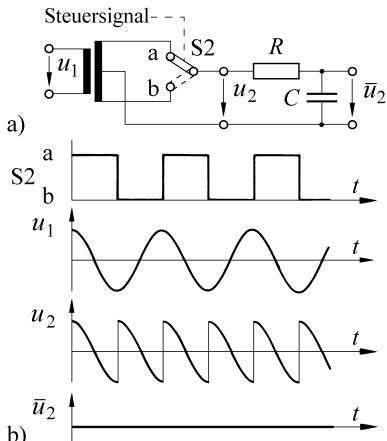


Bild 3.21 Phasenselektiver Gleichrichter

- Schaltung
- bei einer Phasenverschiebung von 90° zwischen Eingangsspannung u_1 und der Steuerspannung ist der Mittelwert \bar{u}_2 der Ausgangsspannung null

Der Übertragungsfaktor sei 1. Die gemittelte Ausgangsspannung \bar{u}_2 ist

$$\bar{u}_2 = \frac{1}{T} \left[\int_0^{T/2} \hat{u}_1 \sin(\omega t + \varphi) - \int_{T/2}^T \hat{u}_1 \sin(\omega t + \varphi) \right] dt, \quad (3.41)$$

wobei der erste Term auf der rechten Seite die Mittelung während der positiven Halbwelle der Trägerspannung, der zweite Term die während der negativen bezeichnet. Die Integration führt zu dem Ergebnis

$$\bar{u}_2 = \frac{2}{\pi} \hat{u}_1 \cos \varphi. \quad (3.42)$$

Die gemittelte Ausgangsspannung des phasenselektiven Gleichrichters bewertet also den Kosinus des Phasenwinkels zwischen Eingangsspannung und Steuerspannung. Für $\varphi = 0$

ergibt sich der Gleichrichtwert der Sinusschwingung, für $\varphi = 180^\circ$ der negative Gleichrichtwert. Bei $\varphi = \pm 90^\circ$ werden $\cos \varphi$ und \bar{u}_2 zu null. Der phasenselektive Gleichrichter mit **Mittelwertbildung** unterdrückt also die Spannungen, die um $\pm 90^\circ$ gegenüber der steuernden Spannung phasenverschoben sind.

Beispiel 3.1

Eine um 90° verschobene Spannung kann z. B. in einer Messleitung als Störung durch den Streufluss des Trägerfrequenzgenerators entstehen. Bei einer Frequenz des Generators $f = 5$ kHz und einem Fluss $\Phi = 2 \cdot 10^{-7} \sin \omega t$ [Vs] wird in der 1 Windung umfassenden Messleitung die Spannung u_i induziert:

$$u_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -2 \cdot 10^{-7} \frac{d \sin \omega t}{dt} = -2 \cdot 10^{-7} \omega \cos \omega t \text{ V}. \quad (3.43)$$

Der Scheitelwert der Störspannung wird für $\omega = 2\pi \cdot 5$ kHz und $\cos \omega t = -1$

$$\hat{u}_i = 6,28 \text{ mV}.$$

■ 3.5 Widerstandsaufnehmer zur Längen- und Winkelmessung

Widerstandsaufnehmer (Widerstandsferngeber) werden zur Längen- und Winkelmessung verwendet. Sie bestehen jeweils aus einem Potentiometer, dessen Abgriff von der zu messenden Größe verstellt wird. Häufig werden drahtgewickelte Potentiometer verwendet. Deinen Draht soll einen über seine Länge gleich bleibenden Widerstand mit einem nur geringen Temperaturkoeffizienten aufweisen, leicht zu verarbeiten und korrosionsbeständig sein. Diese Forderungen werden von einer Nickel-Kupfer-Legierung (Konstantan) und auch von einer Silber-Palladium-Legierung gut erfüllt. Als Schleifkontakt werden häufig Drahtbürsten aus einer Gold-Legierung benutzt.

Die Ferngeber werden mit unterschiedlichen Widerstandswerten, die etwa zwischen 10^2 und $10^4 \Omega$ liegen, ausgeführt. Der Zusammenhang zwischen der Stellung des Schleifkontakte und dem abgegriffenen Widerstand kann linear, logarithmisch oder auch nach einer anderen Funktion ausgeführt sein.

Der Endwert des Messbereichs liegt bei Längenaufnehmern zwischen 1 cm und 200 cm, bei Winkelauftnehmern meistens bei 270° oder 360° und kann bei einem gewendelten Widerstandskörper mit mehreren Umdrehungen auch ein Vielfaches von 360° erreichen.

Der notwendige mechanische Abgriff des Widerstandswertes wirft in einigen Anwendungsfällen Probleme auf. Der Schleifkontakt kann den Widerstandsdraht beschädigen oder zerstören. Bei mechanischen Erschütterungen kann sich der Abgriff völlig vom Draht lösen. Diesen Nachteilen der Widerstandsferngeber steht ihre gute Empfindlichkeit gegenüber. Jede Längen- oder Winkeländerung führt zu einer relativ großen Widerstandsänderung. Da außerdem über den Ferngeber die für ein Anzeigegerät erforderlichen Ströme fließen dürfen, gestaltet sich die Messung des abgegriffenen Widerstandes sehr einfach.

■ 3.6 Widerstandstemperaturfühler

Häufiger als Thermoelemente werden Widerstandsthermometer eingesetzt. Diese nutzen die Abhängigkeit des elektrischen Widerstandes von der Temperatur zu deren Messung aus. Temperaturmessungen sind oft erforderlich, da die physikalischen Eigenschaften der Stoffe wie auch die Ablaufgeschwindigkeiten der meisten Prozesse temperaturabhängig sind. darüber hinaus können über eine Messung der Temperatur auch die die Temperatur beeinflussenden Größen erfasst werden.

3.6.1 Metall-Widerstandsthermometer

Wirkungsweise. In Metallen bilden die frei beweglichen Elektronen der äußersten Atomenschale ein Elektronengas. Eine anliegende Spannung treibt die sich ungeordnet bewegenden Elektronen als Strom durch den Leiter. Mit steigender Temperatur stoßen dabei die Elektronen häufiger miteinander und mit den größere Schwingungen ausführenden Metallionen zusammen. Die Bewegung der Elektronen wird behindert; der ohmsche Widerstand des Metalls steigt.

Hat ein metallischer Leiter bei der Temperatur T_0 den Widerstand R_0 , so nimmt er bei der Temperatur T den Widerstand $R(T)$ nach der folgenden Beziehung an, in der α in K^{-1} und β in K^{-2} Materialkonstanten sind:

$$R(T) = R_0 [1 + \alpha(T - T_0) + \beta(T - T_0)^2]. \quad (3.44)$$

Der Zahlenwert der Konstanten β ist ungefähr drei Zehnerpotenzen kleiner als der von α , so dass bei einem nicht zu großen Temperaturintervall der letzte Term der obigen Gleichung vernachlässigt werden darf. Wird weiterhin die Temperatur in Grad Celsius gemessen, so benutzen wir als Formelzeichen für die Temperatur nicht T , sondern ϑ . Wir wählen die Bezugstemperatur $\vartheta_0 = 0^\circ C$. Damit geht die obige Gleichung über in

$$R(\vartheta) = R_0 [1 + \alpha(\vartheta - \vartheta_0)] = R_0 (1 + \alpha \vartheta). \quad (3.45)$$

Die Empfindlichkeit E (in Ω/K) des metallischen Leiters ist

$$E = \frac{dR}{d\vartheta} = R_0 \alpha. \quad (3.46)$$

Aus ihr wird nach Division durch den Widerstand R_0 der Temperaturkoeffizient α (in $1/K$) erhalten:

$$\alpha = \frac{1}{R_0} \frac{dR}{d\vartheta}. \quad (3.47)$$

Grundwerte. In der Technik werden vorwiegend Nickel- und Platin-Thermometer benutzt, die sich mit konstanten, reproduzierbaren Widerstandswerten herstellen lassen [3.1]. Die Widerstandswerte sind genormt und betragen 100Ω bei $0^\circ C$ (Bild 3.22, Tabelle 3.1).

Nickel kann im Temperaturbereich von $-60^\circ C$ bis $+180^\circ C$, Platin zwischen $-200^\circ C$ und $850^\circ C$ eingesetzt werden. für die Widerstandswerte in Abhängigkeit von der Temperatur gelten nach DIN 4367 die folgenden Zahlenwertgleichungen, wobei ϑ die Temperatur in $^\circ C$ und $R(\vartheta)$ den Widerstandswert in Ω bei der Temperatur ϑ $^\circ C$ bedeutet:

Für Pt-100 im Temperaturbereich von $0^\circ C$ bis $850^\circ C$:

$$R(\vartheta) = 100 (1 + 3,90802 \cdot 10^{-3} \vartheta - 0,580195 \cdot 10^{-6} \vartheta^2) \Omega. \quad (3.48)$$

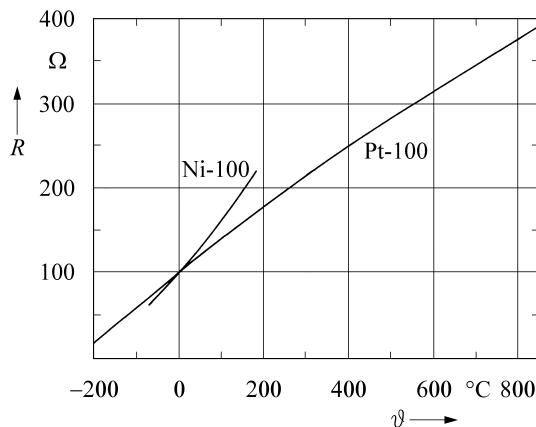


Bild 3.22 Kennlinien von Pt- und Ni-Messwiderständen

Tabelle 3.1 Grundwerte der Messwiderstände für Widerstandsthermometer nach DIN 43 760
Mittlerer Temperaturkoeffizient im Bereich zwischen 0 und 100 $^{\circ}\text{C}$;
Nickel: $\alpha = 0,006\,18\,\text{K}^{-1}$, Platin: $\alpha = 0,003\,85\,\text{K}^{-1}$

Temperatur in $^{\circ}\text{C}$	Nickel		Platin	
	Grundwert Ω	zulässige Abweichung Ω	K	Grundwert Ω
-200				18,49
-100				60,25
-60	69,5	$\pm 1,0$	$\pm 2,1$	
0	100,0	$\pm 0,2$	$\pm 0,4$	100,00
100	161,8	$\pm 0,8$	$\pm 1,1$	138,50
180	223,2	$\pm 1,3$	$\pm 1,5$	
200				175,84
300				212,02
400				247,04
500				280,90
600				313,59
700				345,13

Für Pt-100 im Temperaturbereich von $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$ bis $0\text{ }^{\circ}\text{C}$:

$$R(\vartheta) = 100 \left[1 + 3,908\,02 \cdot 10^{-3} \vartheta - 0,580\,295 \cdot 10^{-6} \vartheta^2 - 4,273\,50 \cdot 10^{-12} (\vartheta - 100) \vartheta^3 \right] \Omega. \quad (3.49)$$

Für Ni-100 im Temperaturbereich von $-60\text{ }^{\circ}\text{C}$ bis $180\text{ }^{\circ}\text{C}$:

$$R(\vartheta) = 100 + 0,548\,5 \vartheta + 0,665 \cdot 10^{-3} \vartheta^2 + 2,805 \cdot 10^{-9} \vartheta^4 \Omega. \quad (3.50)$$

Für das Pt-Widerstandsthermometer sind zwei Genauigkeitsklassen A und B definiert, für das Ni-Thermometer eine. Die zulässigen Abweichungen sind durch die folgenden Zahlenwertgleichungen festgelegt:

Pt-100, Klasse A: Zulässige Abweichung:	$\pm(0,15 + 0,002 \vartheta) ^\circ\text{C}$
Pt-100, Klasse B: Zulässige Abweichung:	$\pm(0,3 + 0,005 \vartheta) ^\circ\text{C}$
Ni-100, (0°C bis 180°C): Zulässige Abweichung:	$\pm(0,4 + 0,007 \vartheta) ^\circ\text{C}$
Ni-100, (-60°C bis 0°C): Zulässige Abweichung:	$\pm(0,4 + 0,028 \vartheta) ^\circ\text{C}$

Draht-Messwiderstände. Die Draht-Messwiderstände werden in Form von dünnen Drähten verarbeitet, die auf einen Glas- oder Keramikkörper gewickelt werden (Bild 3.23).



Bild 3.23 Platin-Messwiderstand mit eingeschmolzenem Platin-Draht;
1 Glas- oder Keramikkörper, 2 bifilar gewickelter Platin-Draht, 3 Glas- oder Keramiküberzug, 4 Anschlussdrähte

Bei der Glasausführung erhält der gewickelte Draht eine Glasschutzschicht, in die er eingeschmolzen wird. Messdraht und Glas bilden dann eine homogene Einheit. Bei den Keramikmesseinsätzen sind die Platin-Wendeln in Kapillaren aus hochreinem Aluminiumoxid spannungsfrei eingebettet und vor Umgebungseinflüssen geschützt. Die Glasausführung kann bis 500°C , die Keramikausführung bis 850°C eingesetzt werden. Mit Widerstandsthermometern lassen sich also keine so hohen Temperaturen wie mit Thermoelementen messen. Die Messwiderstände können entweder direkt, d. h. ohne eine weitere Umhüllung zur Temperaturmessung verwendet oder auch, wie die Thermoelemente, in Tauchhülsen und Schutzrohre eingebaut werden.

Bei einer Temperaturänderung muss zunächst das Schutzrohr die neue Temperatur annehmen, bevor diese auf das Rohr des Messeinsatzes und dann auf den Träger mit dem Widerstandsdräht übergehen kann. Der Wärmeübergang hängt von der Ausführung der Armatur und von der Art des Mediums ab. Er ist in ruhenden Gasen sehr viel schlechter als in strömenden Flüssigkeiten. Bei Messungen in Wasser wird der neue Wert erst nach einigen zehn Sekunden, in Luft erst nach einigen Minuten erreicht.

Schichtwiderstände. Die Drahtwiderstände sind relativ aufwändig zu fertigen, für die Anwendung in Haushaltsgeräten oder Verbrauchsgütern sind sie zu teuer. Trotzdem besteht der Wunsch, die Genauigkeit, Stabilität und Reproduzierbarkeit der Metallwiderstände auch für einfache Aufgaben nutzbar zu machen. Dies gelingt durch die Dünnschichttechnik. Mit ihr lassen sich die Messfühler in großen Stückzahlen, automatisiert, gut reproduzierbar und preisgünstig fertigen und erfüllen so die Voraussetzungen, die gemeinhin an Sensoren gestellt werden.

Die Platin- und Nickel-Schichten werden auf einen isolierenden Träger entweder aufgestäubt oder aufgedampft. In die zunächst flächenhafte Schicht wird mit Hilfe eines Laserstrahls eine mäanderförmige Struktur gebrannt. Anschließend ist dann der strukturierte Schichtwiderstand – wieder mit Hilfe eines Laserstrahls – auf den Normwert abzugleichen. Die Platin- und Nickel-Schichten werden noch mit einer Schutzschicht überzogen, um eine Verschmutzung oder eine Zerstörung durch Feuchtigkeit zu verhindern.

Zur praktischen Handhabung sind die Schichtwiderstände in kleine Gehäuse eingebaut, die den Einsatz auf gedruckten Schaltungen oder auch das Eingießen in Schutzhülsen ermöglichen. Generell sind die verwendeten Massen und Abmessungen kleiner als bei den Drahtwiderständen, wodurch ein besseres dynamisches Verhalten erreicht wird.

Messschaltung. Zur Bestimmung des Draht- oder Schichtwiderstandes werden hauptsächlich

- die Messung mit Hilfe einer Konstantstromquelle,
- die Brückenschaltung mit automatischem Nullabgleich,
- die Ausschlag-Brücke oder auch
- der Relaxations-Oszillatator

verwendet.

Zur Widerstandsmessung ist immer eine Spannungs- oder Stromquelle erforderlich. Dabei ist darauf zu achten, dass der über den Widerstand fließende Strom diesen nicht erwärmt und den Messwert verfälscht. In den Fällen, in denen die **Eigenerwärmung** zu groß ist, kann von der kontinuierlichen auf die diskontinuierliche Widerstandsmessung übergegangen werden. Bei diesem „gepulsten Betrieb“ wird der Widerstandswert nur in bestimmten Zeitabständen ermittelt, wobei nur während der Dauer der Messung ein Strom über den Widerstand fließt. Damit sind im zeitlichen Mittel die thermische Belastung und die Eigenerwärmung entsprechend geringer.

Linearisierung. Die Gl. (3.44) und Bild 3.22 zeigen den nichtlinearen Zusammenhang zwischen der Temperatur und dem Widerstand. Bei Nickel-Thermometern ist der Koeffizient des quadratischen Glieds positiv. Die Empfindlichkeit nimmt mit der Temperatur zu. Diese Nichtlinearität lässt sich auf Kosten der Empfindlichkeit verringern, indem dem Nickel-Thermometer ein temperaturunabhängiger Widerstand parallel geschaltet wird.

Beim Platin-Thermometer ist der Koeffizient des quadratischen Terms negativ. Die Empfindlichkeit nimmt mit zunehmender Temperatur ab. Hier sind aktive Schaltungen zur Korrektur der Nichtlinearität gebräuchlich.

Bei der Verwendung eines Oszillators kann z. B. die Torzeit in Abhängigkeit von der Frequenz (Temperatur) so geändert werden, dass ein linearer Zusammenhang zwischen Oszillatorfrequenz und Temperatur entsteht.

Immer häufiger wird aber die Messwertverarbeitung mit Hilfe eines Mikroprozessors durchgeführt. Hier wird die Gl. (3.44) nach der Temperatur aufgelöst und aus dem gemessenen Widerstandswert wird direkt die Temperatur errechnet:

$$\vartheta = -\frac{\alpha}{2\beta} - \left[\left(\frac{\alpha}{2\beta} \right)^2 + \frac{1}{\beta} \frac{R(\vartheta) - R_0}{R_0} \right]^{1/2}. \quad (3.51)$$

Vergleich eines Widerstandsthermometers mit einem Thermoelement. Der Widerstand eines Nickel-Thermometers nimmt zwischen 0 und 100 °C um $61,8 \Omega$ zu. Fließt über das Thermometer ein Strom von 10 mA, so führt die Widerstandsänderung zu einer Spannungsänderung von $10 \text{ mA} \cdot 61,8 \Omega = 618 \text{ mV}$. Ein (Fe-Konst.)-Thermoelement würde bei derselben Temperaturänderung eine Spannung von 5,37 mV liefern. Das Widerstandsthermometer als passiver Aufnehmer (der zu messende Widerstand wird von der Temperatur nur gesteuert) ist mehr als hundertmal empfindlicher als der aktive Aufnehmer Thermoelement (die zu messende Spannung wird erzeugt). Als weiterer Vorteil ist die größere Genauigkeit des Widerstandsthermometers zu erwähnen. Bei 20 °C z. B. hat ein Thermoelement Typ K der Klasse 2 eine Unsicherheit von $\pm 2,5^\circ\text{C}$, ein Platin-Widerstandsthermometer der Klasse A jedoch nur eine Unsicherheit von $\pm 0,19^\circ\text{C}$. Bei 400 °C sind die entsprechenden Werte $\pm 3^\circ\text{C}$ und $\pm 0,95^\circ\text{C}$. Das Widerstandsthermometer ist allerdings meistens erheblich trüger als das Thermoelement. In Bereichen mit großen Temperaturgradienten können die beiden Aufnehmer unterschiedliche Werte anzeigen. Das Widerstandsthermometer liefert eine

über die Ausdehnung des Messeinsatzes gemittelte Temperatur, während das Thermoelement praktisch punktförmig misst.

3.6.2 Heißleiter

Wirkungsweise. Bei Halbleitern sind die Valenzelektronen fester an die Atomkerne gebunden als bei Metallen. Die Zahl der freien Leitungsträger ist zunächst gering, nimmt aber mit steigender Temperatur zu. Es vergrößert sich die Eigenleitfähigkeit. Dadurch erniedrigt sich der elektrische Widerstand der Halbleiter. Dieser Effekt wird in speziellen, aus Oxiden von Schwermetallen oder seltenen Erden gemischten und bei hohen Temperaturen gesinterten Bauelementen zur Temperaturmessung ausgenutzt. Die kugel-, scheiben- oder zylinderförmig hergestellten Sensoren werden als NTC-Widerstände (Widerstände mit einem negativen Temperaturkoeffizienten), Heißleiter, Thermistoren oder Thernewids bezeichnet.

Für die Abhängigkeit des elektrischen Widerstandes R in Ω von der Temperatur T in K gilt Näherungsweise die folgende Beziehung:

$$R = R_0 e^{b\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}, \quad (3.52)$$

b = Materialkonstante in K,

R_0 = Widerstand bei der Temperatur T_0 .

Mit $K_0 = R_0 e^{-b/T_0}$ lässt sich Gl. (3.52) umformen in

$$R = R_0 e^{b/T} \cdot e^{-b/T_0} = K_0 e^{b/T}. \quad (3.53)$$

Daraus ergibt sich die Empfindlichkeit E zu

$$E = \frac{dR}{dT} = K_0 e^{b/T} \left(-\frac{b}{T^2} \right) = -\frac{b}{T^2} R \quad \left[\frac{\Omega}{K} \right]. \quad (3.54)$$

Mit steigender Temperatur werden die Widerstandsänderungen immer geringer. Der Temperaturkoeffizient α nimmt mit steigender Temperatur ab:

$$\alpha = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT} = -\frac{b}{T^2} \quad [K^{-1}]. \quad (3.55)$$

Er hat bei Raumtemperatur den Betrag von etwa $4 \cdot 10^{-2} K^{-1}$ und ist damit 10-mal größer als der von Platin (Bild 3.24).

Zutreffender als mit Gl. (3.52) lässt sich die Kennlinie des Heißleiters durch die folgende Steinhart-Hart-Gleichung beschreiben, wobei die drei Konstanten A , B und C durch Messungen an mindestens 3 bekannten Temperaturen zu bestimmen sind [3.2]:

$$\frac{1}{T} = A + B \ln R + C(\ln R)^3. \quad (3.56)$$

Der Widerstand der polykristallinen Heißleiterkörper ist nicht so stabil wie der von Metallen. Die sporadischen Widerstandsänderungen werden jedoch mit zunehmender Lebensdauer seltener. Daher sind für anspruchsvolle Messungen künstlich gealterte Präzisionsheißleiter zu verwenden.

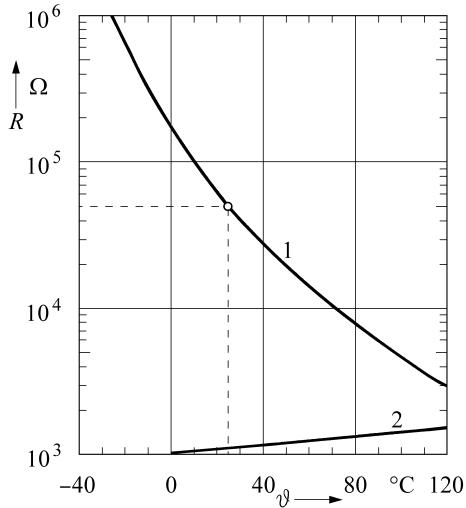


Bild 3.24 Widerstand eines Heißleiters 1 (Nennwiderstand $50 \text{ k}\Omega$) und eines Platin-Widerstandsthermometers 2 (Nennwiderstand $1 \text{ k}\Omega$) in Abhängigkeit von der Temperatur ϑ

$U(I)$ -Kennlinie. Wird durch den Heißleiter ein Strom geschickt und der zugehörige Spannungsabfall gemessen (Bild 3.25), so wird zunächst eine strenge Proportionalität zwischen durchfließendem Strom I und abfallender Spannung U gefunden.

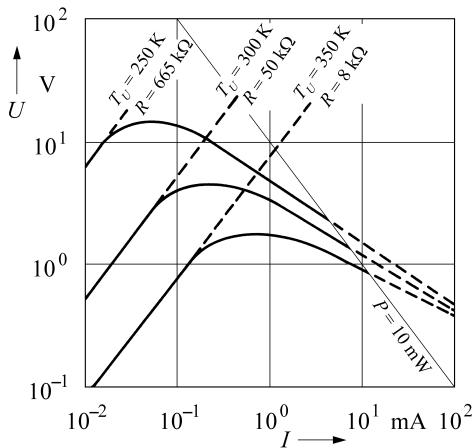


Bild 3.25 Spannungsabfall U an einem Heißleiter in Abhängigkeit vom durchgehenden Strom I ; Parameter ist die Umgebungstemperatur T_U

Die zugeführte elektrische Leistung ist hier so gering, dass keine Eigenerwärmung auftritt. Der „**Kaltwiderstand**“ des Heißleiters wird nur von der Umgebungstemperatur T_U bestimmt. Mit zunehmendem Strom erwärmt sich der Heißleiter, sein Widerstand nimmt ab und die Spannung steigt damit weniger schnell als der zugehörige Strom. In einem kleinen Bereich wird die Stromzunahme durch eine Widerstandsabnahme kompensiert. Die Spannung bleibt ungefähr konstant, bis schließlich die Widerstandsabnahme größer als die Stromzunahme wird und die Spannung wieder fällt. Wird die Kennlinie bei einer höheren Umgebungstemperatur aufgenommen, so ist der Widerstand des Heißleiters niedriger und die Erwärmung beginnt erst bei höheren Strömen. Temperaturmessungen sind nur in dem ohmschen Bereich der Kennlinie möglich. Nur dort ist der Widerstand des Heißleiters ein Maß für die Umgebungstemperatur.

Korrektur des dynamischen Fehlers. Die kleinsten Heißleiterperlen werden mit einem Durchmesser von etwa 0,1 mm gefertigt. Sie haben dank ihrer geringen Masse eine niedrige Zeitkonstante, die in Luft bei 0,4 s liegt. Soll trotzdem der dynamische Fehler korrigiert werden, so kann im Fall einer rein analogen Signalverarbeitung der NTC-Sensor auf eine konstante Temperatur geregelt werden, wobei der über den Sensor fließende Strom als Maß für die Temperatur genommen wird. Die NTC-Perle muss sich weder erwärmen noch abkühlen, sodass keine thermische Zeitkonstante auftritt. Bei einer digitalen Zeitkorrektur wird aus den abgetasteten und digitalisierten Augenblicksmesswerten auf die stationären Temperaturwerte hochgerechnet. Dies ist beim Heißleiter einfacher als beim Metall-Widerstandsthermometer, da sein Zeitverhalten wie das eines Thermoelements durch eine Differenzialgleichung 1. Ordnung beschrieben werden kann.

Vergleich eines Heißleiters mit einem Metall-Widerstandsthermometer. Von einem Metall-Widerstandsthermometer unterscheidet sich der Heißleiter insbesondere in den folgenden Punkten:

- der Temperaturkoeffizient ist negativ,
- der Temperaturkoeffizient und die Empfindlichkeit sind 10-mal höher als beim Platin-Messeinsatz,
- die Kennlinie ist stärker gekrümmmt; die Nichtlinearität ist größer,
- der Widerstand des Heißleiters ist im Allgemeinen so groß, dass der Widerstand der Zuleitungen vernachlässigt werden kann,
- die Zeitkonstante der Heißleiter-Perlen ist kleiner als die von Metall-Messeinsätzen. Punktformige Messungen können durchgeführt werden,
- die Herstellungstoleranzen sind größer, so dass unter Umständen ein Abgleich oder eine Selektion erforderlich werden kann.

3.6.3 Kaltleiter

Wirkungsweise. Kaltleiter oder PTC-Widerstände bestehen aus einem halbleitenden und **ferroelektrischen** Material wie z. B. Bariumtitatanat. Im kalten Zustand ist der Widerstand relativ niedrig und zeigt den negativen Temperaturkoeffizienten der Heißleiter. Oberhalb einer von der Stoffzusammensetzung abhängenden Temperatur, der Curie-Temperatur, löst sich die vorher einheitliche Ausrichtung der einzelnen Kristallite auf. Dies führt in einem schmalen Temperaturbereich zu einem exponentiellen Anstieg des Widerstandes, zu einem hohen positiven Temperaturkoeffizienten (Bild 3.26).

In dem Gebiet des steilen Widerstandsanstiegs hängt der Widerstand von der Temperatur wie folgt ab:

$$R = R_0 e^{b(T - T_0)}, \quad (3.57)$$

b = Materialkonstante in K⁻¹,

R₀ = Widerstand bei der Nenntemperatur T₀ in Ω.

Die Empfindlichkeit E ist

$$E = \frac{dR}{dT} = b R_0 e^{b(T - T_0)} = b R \left[\frac{\Omega}{K} \right] \quad (3.58)$$

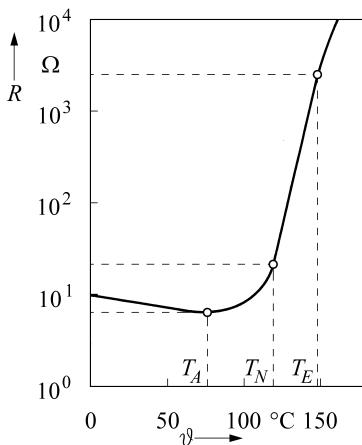


Bild 3.26 Widerstand eines Kaltleiters in Abhängigkeit von der Temperatur

T_A = Temperatur, bei der der Temperaturkoeffizient positiv wird

T_N = Nenntemperatur, Beginn des steilen Widerstandsanstiegs

T_E = Endtemperatur, Ende des steilen Widerstandsanstiegs

und der Temperaturkoeffizient α wird unabhängig von der Temperatur und ist gleich der Materialkonstanten b :

$$\alpha = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT} = b \quad [K^{-1}] . \quad (3.59)$$

Der Betrag des Temperaturkoeffizienten α ist mit ungefähr $0,25 \text{ K}^{-1}$ fünfmal größer als der von Heißleitern. Damit sind die Kaltleiter sehr empfindliche Temperaturfühler. Nachteilig ist jedoch die große Streuung in den Materialkonstanten und die noch nicht befriedigende Messdauerhaftigkeit. Aus diesen Gründen werden Kaltleiter hauptsächlich für einfache, keine besondere Präzision erfordern Überwachungsaufgaben eingesetzt.

I(U)-Kennlinie. Wird an den Kaltleiter eine niedrige Gleichspannung gelegt, so steigt der durch den Fühler fließende Strom zunächst mit der anliegenden Spannung an (Bild 3.27). Der durch den Kaltleiter fließende Strom erwärmt schließlich den Fühler, dessen Widerstand nimmt zu und wirkt so einem weiteren Stromanstieg entgegen. Bei noch weiter steigender Spannung werden Temperatur und Widerstand des Kaltleiters so groß, dass der Strom nach einem Maximum schließlich wieder abnimmt. Die Kennlinie ($U \cdot I = \text{konstant}$)

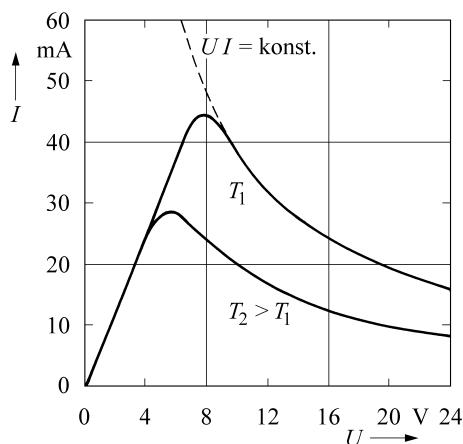


Bild 3.27 Höhe des durch einen Kaltleiter fließenden Stroms in Abhängigkeit von der angelegten Spannung bei verschiedenen Umgebungstemperaturen

läuft hyperbolisch aus. Wird die Kennlinie bei einer höheren Umgebungstemperatur aufgenommen, so führt schon ein niedrigerer Strom zur Widerstandserhöhung des Kaltleiters und die Kennlinie liegt dann entsprechend tiefer.

3.6.4 Silizium-Widerstandstemperatursensor

Bei dem Silizium-Temperatursensor (spreading resistance sensor) wird der Ausbreitungs-widerstand eines Silizium-Einkristalls gemessen. In einem Temperaturbereich von -50 bis $+150$ °C sind bei einer bestimmten Dotierung alle Störstellen des Kristalls ionisiert. In diesem Störstellen-Erschöpfungsbereich führt eine Erhöhung der Temperatur nicht zu einer größeren Zahl von freien Ladungsträgern, wohl aber zu einer Verminderung deren Beweglichkeit. Der Widerstand des Silizium-Kristalls nimmt so mit der Temperatur zu. Der Si-Widerstandstemperatursensor enthält im Unterschied zu den Si-Dioden und -Transistoren keinen pn-übergang.

Der Widerstand eines Silizium-Substrats wird entweder zwischen einem spitzen Kontakt auf der Oberseite und einem flächigen Kontakt auf der Rückseite des Substrates gemessen (Bild 3.28a) oder zwischen zwei benachbarten Kontakten (Bild 3.28b). Dieser Widerstand nimmt, wie bei Metallen, in einer schwach gekrümmten Kennlinie zu. Der lineare Temperaturkoeffizient beträgt bei Raumtemperatur ungefähr $8 \cdot 10^{-3}$ K $^{-1}$. Er ist fast doppelt so groß wie der von Platin. Die Kennlinie lässt sich empirisch als ein Stück einer Parabel darstellen. Bedeutet ϑ die Temperatur in °C, $R(\vartheta)$ den Widerstand des Silizium-Sensors bei der Temperatur ϑ und R_{25} den Widerstand des Sensors bei der Temperatur $\vartheta = 25$ °C, so gilt z. B. für einen bestimmten Typ die folgende Kennlinie:

$$R(\vartheta) = R_{25} [1 + \alpha (\vartheta - 25) + \beta (\vartheta - 25)^2] \quad [\Omega] \quad (3.60)$$

mit $\alpha = 7,8 \cdot 10^{-3}$ [K $^{-1}$]; $\beta = 18,4 \cdot 10^{-6}$ [K $^{-2}$].

Bei Temperaturen höher als 150 °C werden Ladungsträgerpaare thermisch gebildet und der Eigenleitungsbereich wird erreicht. Dadurch geht der spezifische Widerstand nach einem Maximalwert wieder zurück.

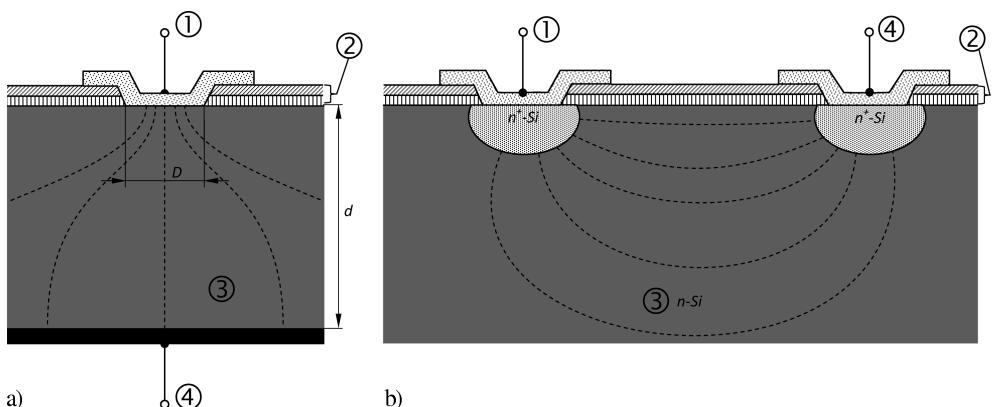


Bild 3.28 Silizium-Temperatursensor (spreading resistance sensor). a) Ausführung mit einem Spitzenkontakt, b) symmetrische Ausführung
1, 4 Kontakte, 2 Passivierung mit Nitrid und Oxid, 3 Substrat

Grundwiderstand und Temperaturkoeffizient des Silizium-Temperatursensors lassen sich eng toleriert und gut reproduzierbar fertigen, so dass die einzelnen Fühler gegeneinander austauschbar sind. Die kleinen Silizium-Chips können in Transistorgehäusen untergebracht werden. Sie erreichen eine kurze Ansprechzeit. Die Langzeitstabilität soll an die Werte von Metall-Widerstandsthermometern heranreichen. Die Widerstandswerte liegen im Bereich von $k\Omega$, womit wie bei den Heißleitern die Widerstände der Zuleitungen vernachlässigt werden dürfen.

3.6.5 Fehlermöglichkeiten bei der Anwendung von elektrischen Berührungsthermometern

Bei dem Einsatz von elektrischen Berührungsthermometern, deren Anwendungsbereiche in Tabelle 3.2 zusammengestellt sind, ist besonders auf die Vermeidung systematischer Fehler zu achten. Der unsachgemäße Einbau eines Fühlers führt zu einem Messfehler, der im Allgemeinen die Unsicherheiten und Ungenauigkeiten der Messgeräte übersteigt. Ausführliche Einbauhinweise werden in [3.4] gegeben, so dass hier nur auf zwei grundsätzliche Fehlermöglichkeiten hingewiesen wird, die in

- der falschen Wahl des Messorts und
- der Störung des Temperaturfeldes durch Wärmeableitung und Wärmeabstrahlung liegen.

Tabelle 3.2 Anwendungsbereiche von elektrischen Berührungsthermometern

Typ	Anwendungsbereich –200 0 200 400 600 800 °C 1200	Empfind- lichkeit bei 25 °C	α (Gl. (3.47)) bei 25 °C in K^{-1}	Kennlinie	
				Expo.	Expon.
(NiCr-Ni)-Thermoelement	—	0,04	+0,006	≈ linear	≈ linear
Si-Sensor mit pn-Übergang	—	1	+0,004	linear	linear
Ni-Widerstand	—		–0,040	≈ linear	≈ linear
Pt-Widerstand	—		+0,004	≈ linear	≈ linear
NTC-Widerstand	—		–0,040	expon.	expon.
PTC-Widerstand	—		+0,250	expon.	expon.
Si-Widerstand	—		+0 ... 0,08	fast linear	fast linear
Quarz-Thermometer	—	1,5 kHz/K	0,000 09	≈ linear	≈ linear

Größere Räume wie z. B. Öfen, Kessel, Behälter oder auch Zimmer haben nicht an allen Punkten die gleiche Temperatur. Hier besteht die Aufgabe, einen repräsentativen Messort zu finden. Für eine Messung der Raumtemperatur z. B. ist der Temperaturfühler so anzurorden und gegebenenfalls auch von der Wand zu isolieren, dass er die Luft- und nicht die Wandtemperatur erfassst. In einem Ofen soll das Thermometer weder in der direkten Flamme noch in einem toten Winkel sitzen. In Behältern ist das gasförmige oder flüssige Medium eventuell umzuwälzen, um Temperaturschichtungen zu vermeiden und um die aktuellen Temperaturen zu messen.

Das Thermometer kann auch das Temperaturfeld des Messobjekts empfindlich stören. Längs des eingebauten Fühlers kann Wärme von dem auf einer höheren Temperatur befindlichen Messobjekt auf die kühlere Umgebung abgeleitet oder abgestrahlt werden. Der Temperaturfühler sieht in diesem Fall eine reduzierte Temperatur und kann die eigentlich interessierende, ohne ihn vorhandene, nicht anzeigen. Die Messung erfolgt in diesen Fällen nicht rückwirkungsfrei. Hier ist auf eine ausreichende Einbautiefe und auf einen guten Wärmeübergang zwischen Messobjekt und Temperaturfühler zu achten. Bei höheren Temperaturen ist unter Umständen ein Strahlungsschutz zwischen Fühler und Umgebung zu verwenden. **Das Thermometer zeigt immer seine Temperatur an und nicht unbedingt die interessierende des Mediums.**

■ 3.7 Ermittlung verfahrenstechnischer Größen durch Temperaturmessungen

Die verschiedenen Arten von Widerstandstemperaturfühlern werden in der industriellen Technik häufig zur Bestimmung von Größen eingesetzt, die die Temperatur eines Messfühlers ändern und dadurch erkennbar werden. Nachfolgend wird nur auf zwei Beispiele etwas näher eingegangen: Der Füllstandswächter dient zur Überfüllsicherung in Heizöltanks und der thermische Massenstrommesser liefert in Kraftfahrzeugen das Signal, um den Kraftstoffen quantitativ die Luftmenge zumessen zu können. Dadurch wird eine vollständige Verbrennung bei minimalen Schadstoffen im Abgas erreicht.

3.7.1 Füllstandswächter

Zur Überwachung des Füllstands von flüssigen Medien werden vorzugsweise Kaltleiter eingesetzt. Wird der Fühler über einen Vorwiderstand von einem Strom durchflossen, so hängt seine Temperatur von der Wärmeableitung ab. Wird die Wärme schlechter abgeführt, so erwärmt er sich mehr und der Umkehrpunkt der Kennlinie liegt schon bei niedrigen Strömen.

In dem Kreis von Bild 3.29 stellt sich der Strom I_1 ein, der sich aus dem Schnittpunkt der Kaltleiterkennlinie mit der Widerstandsgeraden ergibt. Steigt der Füllstand im Tank so weit,

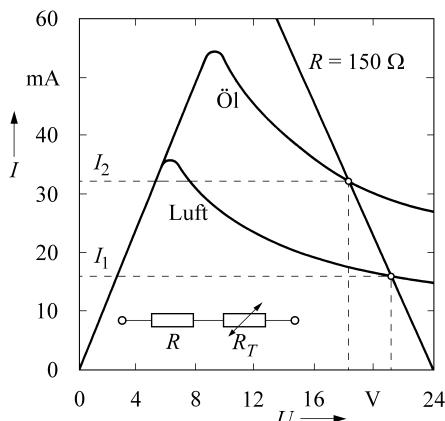


Bild 3.29 Strom durch einen Kaltleiter bei verschiedenen Umgebungsbedingungen; umgeben von Luft (I_1) oder eingetaucht in Öl (I_2)

dass der Fühler ins Öl eintaucht, so wird er besser gekühlt und sein Widerstand nimmt ab. Durch den Kreis fließt jetzt der größere Strom I_2 , der einen vorher festgelegten Grenzwert übersteigt und damit die Füllung des Behälters signalisiert. Die Widerstandsänderung bei Kaltleitern ist so groß, dass auf Brückenschaltungen verzichtet werden kann.

3.7.2 Thermischer Massenstrommesser

Prinzip. Beim thermischen Massenstrommesser wird entweder ein beheizter Widerstandsdräht („Hitzdraht-Anemometer“) oder ein beheizter Dünnschicht-Widerstand („Dünnschicht-Anemometer“) einer Gasströmung ausgesetzt und von dieser abgekühlt [3.3, 3.4]. Die vom Gas abgeföhrte Wärme hängt von seiner Reynoldszahl Re ab. Letztere ist mit k proportional dem Produkt aus der Geschwindigkeit v des Gases und seiner Dichte ρ :

$$Re = k \rho v. \quad (3.61)$$

Die abgeföhrte Wärme ist also proportional der Massenstromdichte ($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$), aus der nach Multiplikation mit dem Rohrquerschnitt der gesamte Massenstrom in kg s^{-1} folgt. Der Massendurchfluss wird also ohne eine zusätzliche Dichtemessung erfasst. Die Messung selbst kann entweder bei konstantem Heizstrom oder bei konstanter Temperatur des Heizdrahtes durchgeführt werden.

Messung bei konstantem Heizstrom. Der Hitzdraht liegt in einer Brücke, die mit einem konstanten Strom gespeist wird (Bild 3.30 a).

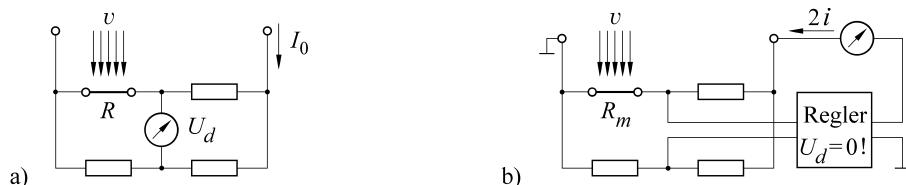


Bild 3.30 Grundschatzung eines Hitzdraht-Anemometers. a) Die Brücke wird mit dem konstanten Strom I_0 versorgt; die Temperatur und der Widerstand R des Hitzdrahtes ändern sich mit der Strömungsgeschwindigkeit v ; gemessen wird die Diagonalspannung U_d , die ein Maß für die Strömungsgeschwindigkeit v ist. b) Der über den Hitzdraht fließende Strom i wird so geregelt, dass der Hitzdraht die konstante Temperatur T_m und den konstanten Widerstand R_m annimmt; gemessen wird der Reglerausgangsstrom, der ein Maß für die Strömungsgeschwindigkeit ist.

Die von dem durchfließenden Strom im Hitzdraht erzeugte Wärme wird von dem vorbeistreichenden Gas teilweise abgeführt. Die Wärmeabgabe hängt im Einzelnen von der Geschwindigkeit v des Gases, von der Temperaturdifferenz zwischen Draht und Gas, von der Wärmeleitfähigkeit, der spezifischen Wärmekapazität und der Dichte des Gases ab. Gemessen wird die Diagonalspannung in der Brücke, aus der auf den Widerstand und die Temperatur des Drahtes und auf die Geschwindigkeit des Gases zurückgerechnet werden kann. Dabei wird vorausgesetzt, dass die physikalischen Daten des Gases während der Messung konstant bleiben.

Messung bei konstanter Hitzdrahttemperatur. Der Hitzdraht liegt wieder wie zuvor in einer Brücke (Bild 3.30 b). Diese ist so ausgelegt, dass bei der maximalen Strömungsgeschwindigkeit des Gases der Hitzdraht die Temperatur T_m und damit den Widerstand R_m annimmt.

Bei diesem Betriebspunkt ist die Brücke abgeglichen und die Diagonalspannung ist null. Sie ist Eingangssignal für einen Regler. Dieser steuert den Brückenstrom jeweils so, dass die Diagonalspannung null bleibt und der Hitzdraht die konstante Temperatur T_m behält. Sinkt z. B. die Strömungsgeschwindigkeit des Gases, so würde sich zunächst der Hitzdraht weniger abkühlen, sein Widerstand würde zunehmen und die Brücke würde verstimmt. Der Regler steuert dieser Verstimmung entgegen, indem er den Brückenstrom und damit die Heizung des Drahtes so lange zurücknimmt, bis dieser wieder die Auslegungstemperatur T_m angenommen hat. Gemessen wird bei dieser Betriebsart der Ausgangsstrom des Reglers. Die Temperaturdifferenz zwischen Hitzdraht und Gas bleibt konstant. Damit lässt sich der Zusammenhang zwischen dem über den Draht fließenden Strom und dem Massenstrom Q_m des Gases mit guter Näherung durch die Gleichung

$$i^2 = a + b\sqrt{Q_m} \quad (3.62)$$

wiedergegeben. Die strömungsunabhängige Konstante a resultiert aus der Wärmeabgabe an die Umgebung durch freie Konvektion, Wärmestrahlung und Wärmeableitung über die Halterung. Der Faktor b hängt von geometrischen Größen und den Eigenschaften des Fluids (Wärmeleitfähigkeit, Viskosität, spezifische Wärme) ab. Bild 3.31 vergleicht Messwerte mit der Kurve nach Gl. (3.62).

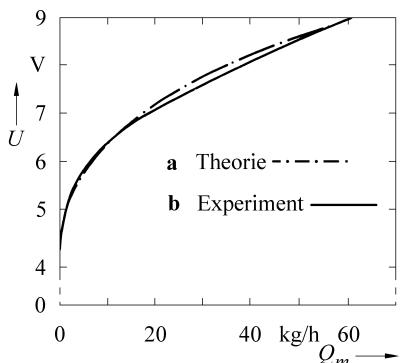


Bild 3.31 Kennlinie des thermischen Massenstrommessers; **a** Kennlinie nach Gl. (3.62), **b** gemessene Kurve

Die Kennlinie hat die entgegengesetzte Charakteristik zum Drosselgerät. Bei kleinen Durchflüssen reagiert die Messgröße besonders empfindlich auf die Durchflussmenge. Das führt dazu, dass bei den Anemometern der Fehler in Prozent vom Messwert (nicht vom Messbe-

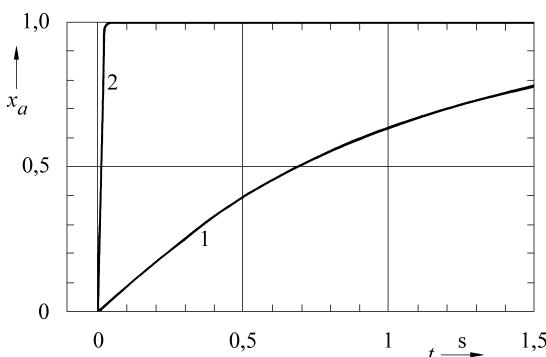


Bild 3.32 Sprungantwort einer Brückenschaltung mit Widerstandsanemometer
1 Betrieb mit konstantem Strom
2 Betrieb mit konstanter Temperatur

reichsendwert) angegeben werden kann. Er bleibt praktisch über den gesamten Messumfang konstant, so dass Durchflüsse zwischen 3 und 100 % des Endwertes gemessen werden können.

Ein weiterer bedeutsamer Vorteil ist, dass sich durch diese Betriebsart die dynamischen Eigenschaften der Messung verbessern (Bild 3.32). Indem die Temperatur des Hitzdrahtes konstant gehalten wird, entfallen die Zeiten, die sonst zur Einstellung der jeweiligen Drahtendtemperatur erforderlich sind. Damit können schnelle Durchflussänderungen, die z. B. bei pulsierenden Strömungen auftreten, noch gemessen werden.

Differenzial-Hitzdraht-Anemometer. Das Differenzial-Hitzdraht-Anemometer erweitert den Messbereich in Richtung kleinerer Strömungsgeschwindigkeiten. Volumenströme der Größenordnung von $10^{-4} \text{ mm}^3 \text{ s}^{-1}$ können noch erfasst werden. Das Anemometer besteht aus zwei dünnen, in der Strömung hintereinander liegenden Platin-Drähten (Bild 3.33).

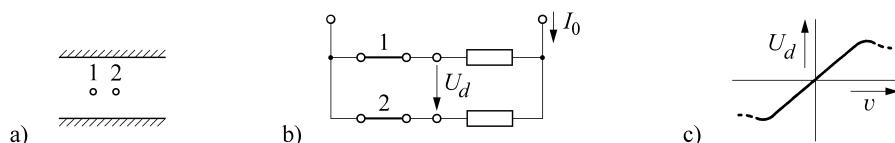


Bild 3.33 Differenzial-Hitzdraht-Anemometer. a) In einem Strömungskanal sind die beiden Sonden 1 und 2 hintereinander geschaltet, b) Brückenschaltung, c) Kennlinie

Beide Drähte sind beheizt. Sie sind thermisch gekoppelt, so dass bei einer Gasströmung das von dem ersten Draht erwärmte Gas zu dem zweiten Draht gelangt. Durch die Strömung wird der erste Draht abgekühlt, der zweite wird erwärmt. Beide sind in einer Brücke verschaltet. Deren Diagonalspannung hängt für kleine Volumenströme linear von der Durchflussgeschwindigkeit v ab.

Dünnschicht-Luftmassenmesser. Eine alternative Bauform in Dünnschichttechnik trennt Heiz- und Messelemente, wie in Bild (3.34) dargestellt. Durch gerichteten Massenfluss verschiebt sich das Temperaturprofil, dadurch entsteht wie beim Hitzdraht-Anemometer eine Temperaturdifferenz zwischen den beiden Messstrukturen. Neben geringer Baugröße zeichnet sich diese Realisierung durch eine höhere Lebenserwartung als die Drahtvariante aus.

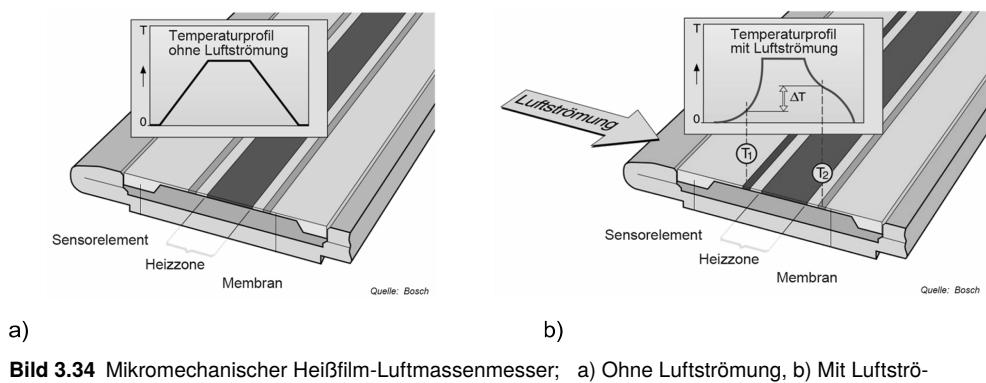


Bild 3.34 Mikromechanischer Heißfilm-Luftmassenmesser; a) Ohne Luftströmung, b) Mit Luftströmung (Robert Bosch [3.6])

3.7.3 Messung der Luftfeuchte; Messung von Gaskonzentrationen

Über die Temperaturabhängigkeit eines elektrischen Widerstandes lassen sich z. B. auch die Luftfeuchte und die Konzentration technisch wichtiger Gase messen [3.5].

Bei dem **LiCl-Feuchtegeber** wird der elektrische Strom durch eine LiCl-Lösung geschickt. Dabei heizt sich die Lithiumchlorid-Lösung selbsttätig bis zur Umwandlungsstemperatur auf, bei der die den elektrischen Strom leitende Lösung in ein nicht leitendes Salz übergeht. Die Umwandlungsstemperatur des LiCl ist streng mit dem Wasserdampfgehalt in der Luft gekoppelt. Um die absolute Feuchte zu bestimmen, ist so nur die LiCl-Temperatur zu messen.

Für die thermische Messung von **Gaskonzentrationen** gibt es verschiedene Verfahren. Ein Messvorgang nutzt die unterschiedliche Wärmeleitfähigkeit der Gase aus. Diese werden durch eine Messkammer geleitet und kühlen dabei einen geheizten Draht. Seine Temperaturniedrigung ist ein Maß für die Konzentration des durchströmenden Gases, wie z. B. H₂ oder CO₂ (**Wärmeleitfähigkeitsverfahren**).

Bei der Gasanalyse nach dem **Wärmetonungsverfahren** werden oxidierbare Gase, wie z. B. CO, in einer Messkammer an einem geheizten Platin-Draht oder an einer mit Platin überzogenen Al₂O₃-Perle (Pellistor) verbrannt. Das Platin dient dabei als Katalysator. Die bei der Verbrennung frei werdende Wärme erhöht die Temperatur der Messdrähte. Die gemessene Temperaturerhöhung ist ein Maß für die Konzentration der verbrannten Komponente.

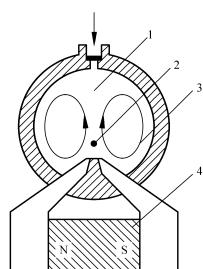


Bild 3.35 Messkammer eines thermomagnetischen Sauerstoff-Analysators

- 1 Messkammer
- 2 Heiz-Widerstandsdräht
- 3 Sauerstoff-Strömung, magnetischer Wind
- 4 Dauermagnet

Das Messverfahren für die Bestimmung von O₂ nutzt das paramagnetische Verhalten des Sauerstoffs aus (**thermomagnetische Sauerstoff-Analyse**). Die entsprechende Messkammer (Bild 3.35) enthält einen Magneten, von dessen Feld der Sauerstoff angezogen wird. Im Magnetfeld liegt ein beheizter Widerstandsdräht. In seiner Nachbarschaft erwärmt sich der Sauerstoff und verliert dabei seine paramagnetische Eigenschaft. Der heiße Sauerstoff kann von dem nachdrängenden kälteren aus dem Magnetfeld entfernt werden. Eine Sauerstoff-Strömung entsteht, ein **magnetischer Wind**, der den Hitzdraht abkühlt. Die entsprechende Temperaturänderung wird wieder gemessen.

■ 3.8 Gassensoren mit halbleitenden Metalloxiden

SnO₂-Sensor. Zwischen einem Metalloid und der umgebenden Luft finden chemische Reaktionen statt, die den Widerstand des halbleitenden Metalloxids verändern. Dieser Effekt wird hauptsächlich bei ZnO und SnO₂ zur Messung von Gaskonzentrationen ausgenutzt.

Der Sauerstoff in dem Metalloid ist nur lose gebunden. Sind reduzierende Gase in der Umgebung des Metalloids vorhanden, so reagieren diese mit dem Sauerstoff und führen damit zu einer Erhöhung der Zahl der freien Elektronen. Kann das Reaktionsprodukt das Metalloid verlassen, so ist bei einem konstanten Sauerstoff-Partialdruck die Zahl der Sauerstoff-Leerstellen proportional dem Partialdruck des reduzierenden Gases. Damit lässt sich dessen Konzentration aus einer Widerstandsmessung ermitteln. Metalloid-Gassensoren bestehen z. B. aus einem geheizten, isolierenden Röhrchen, das eine dünne Schicht des Metalloids mit Elektroden an den Enden trägt (Bild 3.36 a). Zu messen ist der Widerstand zwischen den Elektroden. Um aus einem Gasgemisch eine Komponente möglichst selektiv messen zu können, sind dem Metalloid noch unterschiedliche Zusätze beigemischt. Verwendet werden die Metalloide als billige Sensoren zur Überwachung des Arbeitsplatzes auf Schadstoffkonzentrationen, zum Nachweis von Alkohol in der ausgeatmeten Luft und auch als Gaswarngeräte bei der Überwachung der Gasleitungen in den Haushalten (Bild 3.36 b). Probleme bereiten noch die Temperaturabhängigkeit und mangelnde Selektivität (Querempfindlichkeit).

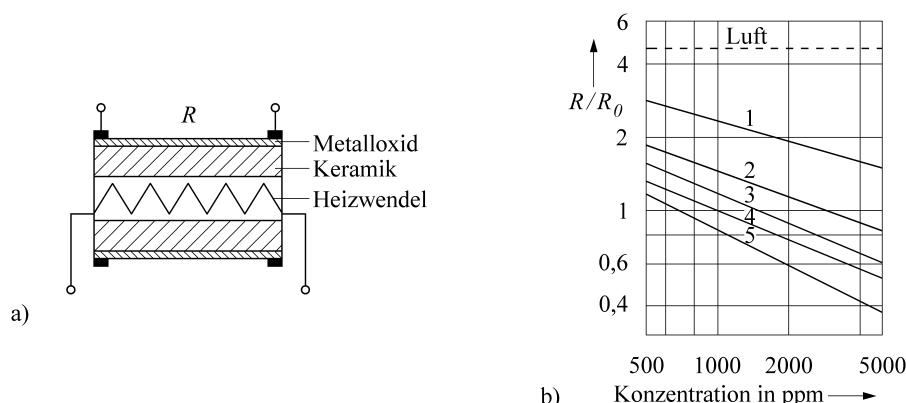


Bild 3.36 Metalloxid-Gassensor. a) Zylinderförmiger Aufbau, b) Ansprechempfindlichkeit des Taguchi-Gassensors TGS 815 D für verschiedene Gase (Figaro Inc. Osaka). Der Widerstand in Luft beträgt $4\text{ k}\Omega$
1 Kohlenmonoxid, 2 Ethanol, 3 Wasserstoff, 4 Methan, 5 Isobutan [0.4]

SrTiO₃-Sensor. Planare Sensoren mit dünnen halbleitenden Schichten aus SrTiO₃ auf einem Aluminiumoxid-Substrat können zur Messung des Sauerstoff-Gehaltes eingesetzt werden. Sie arbeiten bei Betriebstemperaturen bis $1\,000^\circ\text{C}$. Auf Grund ihrer kurzen Ansprechzeit von etwa 5 ms sind sie zur Messung schnell veränderlicher Gaskonzentrationen, wie sie z. B. im Abgasstrang eines Verbrennungsmotors auftreten, geeignet [3.7].

■ 3.9 Lichtempfindlicher Widerstand

Bei Benutzung eines lichtempfindlichen Widerandes (Fotowiderstand) lassen sich auch Licht- oder Helligkeitsmessungen auf die Bestimmung eines elektrischen Widerandes zurückführen. Fotowiderstände sind sperrsichtfreie Halbleiter. Durch die bei einer Beleuchtung den Fotowiderstand treffenden Photonen werden Valenzelektronen freigesetzt, die zu einer Vergrößerung der Eigenleitfähigkeit, also zu einer Widerstandsabnahme führen (**innerer lichtelektrischer Effekt**). Der elektrische Widerstand nimmt nahezu linear mit der Beleuchtungsstärke ab (Bild 3.37).

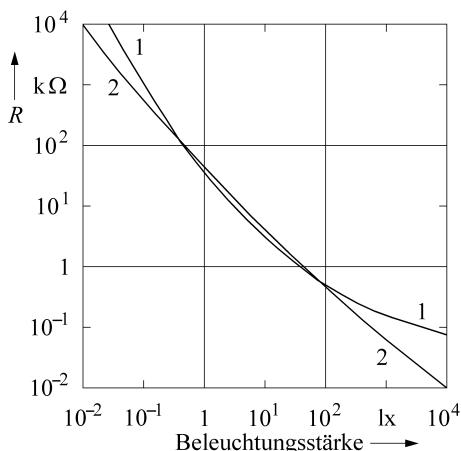


Bild 3.37 Widerstand R eines CdS-Fotowiderstandes in Abhängigkeit von der Beleuchtungsstärke
1 Normalausführung
2 nahezu lineare Kennlinie

Ein Fotowiderstand besteht aus einer auf einem Träger aufgebrachten dünnen lichtempfindlichen Schicht, in der die kammartig angeordneten Elektroden liegen (Bild 3.38). Auf diese Weise wird eine große lichtempfindliche Fläche mit einem geringen Elektrodenabstand kombiniert. Damit können die freigesetzten Elektronen vor einer Rekombination mit positiven Ladungsträgern zu den Elektroden abfließen. Die dadurch erreichte hohe Empfindlichkeit ist bei Cadmiumsulfid (CdS) und Cadmiumselenid (CdSe) auch im sichtbaren Teil des Spektrums gegeben (Bild 2.101).

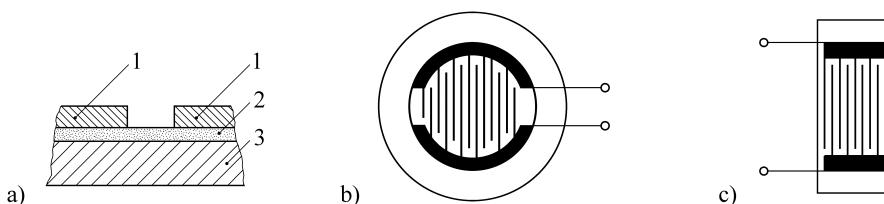


Bild 3.38 Fotowiderstand. a) Schnitt mit Elektroden 1, lichtempfindlicher Halbleiterschicht 2 und Glaspalte 3, b) und c) Draufsicht

Fotowiderstände verhalten sich wie ohmsche Widerstände. Die Polarität der angelegten Spannung ist ohne Bedeutung. Da mit zunehmender Beleuchtungsstärke der Widerstand sinkt, der Strom zunimmt und die im Widerstand umgesetzte Leistung steigt, ist darauf zu achten, dass der Fotowiderstand nicht durch Überlastung thermisch zerstört wird.

Die Fotowiderstände arbeiten nicht verzögerungslos oder trägeheitsfrei. Die Anzeigegeschwindigkeit nimmt mit der Beleuchtungsstärke zu, so dass bei 10^3 lux noch Wechsellicht mit einer Frequenz von etwa 100 Hz verfolgt werden kann. Nachteilig sind neben der großen Trägheit weiterhin die hohe Temperaturabhängigkeit und die starke Alterung. Aus diesen Gründen kommen in optoelektronischen Schaltungen vorwiegend Photodioden und -transistoren zur Anwendung.

■ 3.10 Magnetisch steuerbarer Widerstand

Der Widerstand eines elektrischen Leiters erhöht sich in einem Magnetfeld (magnetoresistiver Effekt, Thomson- bzw. Gauß-Effekt). Für die kommerzielle Nutzung sind insbesondere der anisotrope magnetoresistive (AMR) und der Riesenmagnetowiderstandseffekt (GMR) von Bedeutung, welche beispielsweise in Festplattenleseköpfen Anwendung finden. Eine Übersicht der relativen Widerstandsänderungen über die Magnetfelddichte ist in Bild 3.42 dargestellt. Die relative Widerstandsänderung $\frac{\Delta R}{R}$ berechnet sich aus dem Quotienten aus Widerstandsänderung und Widerstand ohne äußerem Feld:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{R(H) - R(0)}{R(0)}. \quad (3.63)$$

3.10.1 Feldplatte

Deutlicher als in Metallen ist der Effekt in halbleitenden Materialien mit einer hohen Elektronenbeweglichkeit ausgeprägt. Vornehmlich werden III-V-Verbindungen, z. B. Indiumantimonid (InSb) oder Indiumarsenid (InAs) verwendet (Bild 3.39). Liegt ein derartiges Plättchen senkrecht zu den Feldlinien in einem Magnetfeld, so nimmt sein Widerstand ungefähr quadratisch gemäß der im Bild 3.40 gezeigten Kennlinie mit der magnetischen Induktion zu. R_0 ist dabei der Grundwiderstand des Materials bei $B = 0$. Die Widerstandsänderung ist unabhängig von der Richtung des Magnetfeldes. In diesem Punkt unterscheidet sich der Widerstandseffekt von dem Hall-Effekt.

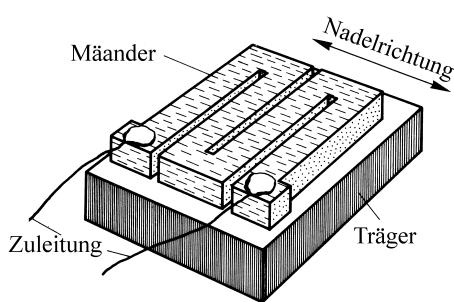


Bild 3.39 Schematische Darstellung einer Feldplatte

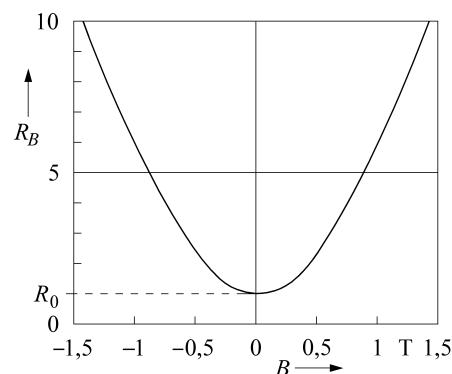


Bild 3.40 Kennlinie einer Feldplatte

Magnetisch steuerbare Widerstände (magnetoresistive Sensoren) werden auch als Feldplatten bezeichnet. Sie bestehen meistens aus kleinen, auf einem Träger aufgebrachten InSb-Plättchen mit eingebetteten Nadeln aus Nickelantimonid. Die Plättchen werden in verschiedenen geometrischen Formen hergestellt, wodurch sich Empfindlichkeit und Grundwiderstand in bestimmten Grenzen einstellen lassen.

Die Richtung eines Magnetfeldes kann zunächst durch eine Messung mit einer Feldplatte nicht festgestellt werden. Ist dieses erforderlich, so ist die Feldplatte durch einen Dauermagneten magnetisch vorzuspannen. Das zu messende äußere Magnetfeld überlagert sich dem des Dauermagneten, führt zu einer Widerstandszu- oder -abnahme und wird so in seiner Richtung erkennbar.

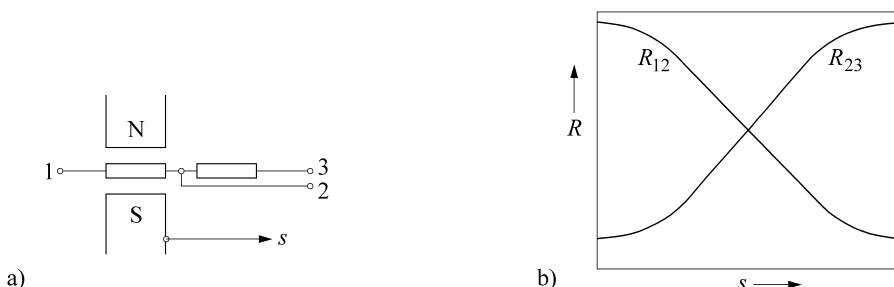


Bild 3.41 Widerstand einer Differenzial-Feldplatte in Abhängigkeit von ihrer Position im Magnetfeld;
a) Anordnung, b) Kennlinie

Neben der direkten Bestimmung von Magnetfeldern werden Feldplatten hauptsächlich als Endlagenschalter und zur kontakt- und berührungslosen Weg- und Winkelmessung eingesetzt. Dies ist möglich, indem eine Feldplatte und ein Dauermagnet relativ zueinander bewegt werden. Dabei ist es vorteilhaft, die Feldplatte durch einen Mittelabgriff in zwei etwa gleich große Widerstände zu teilen und Feldplatte und Dauermagneten in den Abmessungen aufeinander abzustimmen. Bei einer Bewegung relativ zum Magnetfeld ändern sich jetzt die Widerstände der Feldplattenhälften gegensinnig (Differenzial-Feldplatte, kontaktloses Potentiometer; Bild 3.41). Werden die beiden Widerstandshälften in den sich gegenüberliegenden Diagonalen einer Brücke verschaltet, so wird nicht nur eine besonders gute Empfindlichkeit, sondern auch eine Temperaturkompensation erreicht.

3.10.2 Anisotroper Magnetoresistiver Effekt (AMR)

Der Effekt beruht auf der Änderung der Magnetisierungsrichtung von Domänen ferromagnetischer Körper. Bei paralleler und antiparalleler Ausrichtung von innerer Magnetisierung und elektrischem Strom durch den Leiter ist der Widerstand minimal, mit zunehmender Orthogonalität steigt der Widerstand. Es nehmen demnach sowohl Magnetfeldstärke, als auch -richtung Einfluss auf den resultierenden Widerstand der Struktur. Der Effekt wurde bis zur Entdeckung des Riesenmagnetowiderstands (GMR) vorwiegend in Festplattenleseköpfen eingesetzt.

3.10.3 Spinventil, Riesenmagnetowiderstand und Kolossal Magnetowiderstand

Die Effekte Spinventil (Spin valve, SV), Riesenmagnetowiderstand (Giant Magnetoresistance, GMR) und Kolossal Magnetowiderstand (Colossal Magnetoresistance, CMR) treten in einem Verbund extrem dünner ferromagnetischer und nicht-ferromagnetischer Schichten, sowie in dotiertem CuMnO₃ auf. Je nach Magnetisierung der ferromagnetischen Schichten verändert sich der elektrische Widerstand. Bei gleichsinniger Ausrichtung ist dieser gering, bei gegensinniger groß. Derartige Sensoren zeichnen sich durch hohe Signalgröße (im Bereich von 10⁻¹ bis 10⁰) aus im Vergleich zum AMR-Effekt, bei dem die relative Widerstandsänderung unter 10⁻² liegt.

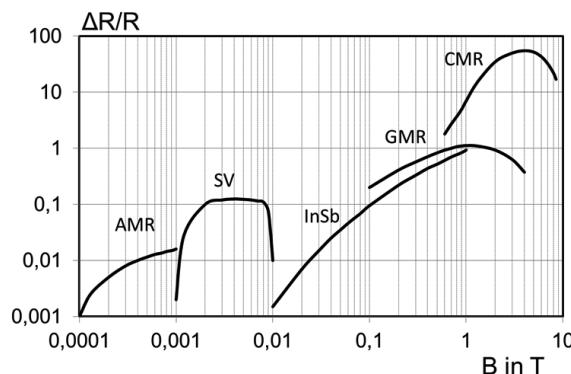


Bild 3.42 Übersicht magnetoresistiver Effekte. Im Diagramm ist die relative Widerstandsänderung über die magnetische Flussdichte B aufgetragen.

■ 3.11 Dehnungsmessstreifen

3.11.1 Prinzip

Der Widerstand R eines elektrischen Leiters hängt von seiner Länge l , seinem Querschnitt q und seinem spezifischen Widerstand ρ ab [3.8, 3.9, 3.10]:

$$R = \frac{l}{q} \rho. \quad (3.64)$$

Wird der Leiter gestreckt oder gestaucht (Bild 3.43), so ändern sich Länge, Querschnitt und spezifischer Widerstand. Daraus resultiert eine Änderung des Widerandes R , so dass über den Widerstand die Formänderung und deren verursachende Größe erfasst werden können.

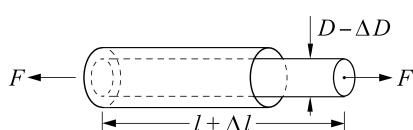


Bild 3.43 Formänderung eines gestreckten Drahtes mit der Länge l und dem Durchmesser D

Um im Einzelnen zu sehen, wie sich der Widerstand R mit den auf der rechten Seite von Gl. (3.64) stehenden Größen ändert, wird mit der aus der Fehlerrechnung bekannten Gl. (1.15) die relative Widerstandsänderung $\Delta R/R$ bestimmt:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta l}{l} - \frac{\Delta q}{q} + \frac{\Delta \rho}{\rho}. \quad (3.65)$$

Wird an Stelle des Querschnitts q der Durchmesser D eingeführt, so geht Gl. (3.65) über in

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta l}{l} - 2 \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta \rho}{\rho}. \quad (3.66)$$

Die letzte Gleichung wird weiter umgeformt, indem sie durch die relative Längenänderung $\Delta l/l$ oder Dehnung $\varepsilon = \Delta l/l$ dividiert wird:

$$\frac{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)}{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)} = 1 - 2 \frac{\left(\frac{\Delta D}{D}\right)}{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)} + \frac{\left(\frac{\Delta \rho}{\rho}\right)}{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)}. \quad (3.67)$$

Links steht jetzt das Verhältnis aus der relativen Widerstandsänderung und der Dehnung, das allgemein als „ K -Faktor“ bezeichnet wird:

$$K = \frac{\Delta R/R}{\Delta l/l}. \quad (3.68)$$

Der zweite Term auf der rechten Seite beinhaltet die Poisson'sche Zahl μ , das Verhältnis der relativen Querkontraktion zur relativen Längenänderung:

$$\mu = -\frac{\Delta D/D}{\Delta l/l}. \quad (3.69)$$

Damit geht Gl. (3.67) über in

$$K = \frac{\Delta R/R}{\Delta l/l} = 1 + 2\mu + \frac{\Delta \rho/\rho}{\Delta l/l}. \quad (3.70)$$

3.11.2 Metall-Dehnungsmessstreifen

Bei einer elastischen Verformung von Metallen ändert sich der spezifische Widerstand ρ nur sehr wenig. Der letzte Term von Gl. (3.70) darf vernachlässigt werden. Die Poisson'sche Zahl μ liegt für die üblichen Materialien zwischen 0,2 und 0,5. Damit nimmt der K -Faktor höchstens den Wert 2 an:

$$K = 1 + 2\mu \approx 1 + 2 \cdot 0,5 = 2. \quad (3.71)$$

Die relative Widerstandsänderung ist also höchstens doppelt so groß wie die zugehörige Dehnung:

$$\frac{\Delta R}{R} = K \varepsilon = 2 \varepsilon. \quad (3.72)$$

Die zu messenden Dehnungen liegen zwischen 10^{-6} und 10^{-3} und dementsprechend niedrig sind dann auch die zu verarbeitenden Widerstandsänderungen.

Wird die Widerstandsänderung ΔR nicht auf den jeweiligen Widerstand R , sondern auf den festen Anfangswiderstand R_0 bezogen (Für den z. B. eine Brücke ausgelegt ist), so wächst der

Term $\Delta R/R_0$ nur Näherungsweise mit $K \varepsilon$. Mit dem linearisierenden Ansatz $R = R_0 + \Delta R$ folgt aus der letzten Gleichung:

$$\frac{\Delta R}{R_0 + \Delta R} = K \varepsilon; \quad \frac{\Delta R}{R_0} = \frac{K \varepsilon}{1 - K \varepsilon}.$$

Die Differenz zwischen dieser Näherung und dem exakten Ansatz ist

$$\frac{\Delta R}{R_0} - \frac{\Delta R}{R} = \frac{K \varepsilon}{1 - K \varepsilon} - K \varepsilon = \frac{(K \varepsilon)^2}{1 - K \varepsilon} \approx (K \varepsilon)^2. \quad (3.73)$$

Bei einem K -Faktor von 2 und einer Dehnung von 10^{-3} ist der Unterschied also ungefähr $4 \cdot 10^{-6}$. Er kann in den meisten Anwendungsfällen vernachlässigt werden und es ist erlaubt zu schreiben

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta R}{R_0} = K \varepsilon. \quad (3.74)$$

Ausführungsformen. Bei den **Draht-Messstreifen** ist ein mäanderförmig gelegter oder um einen dünnen Träger gewickelter Draht zwischen zwei elektrisch isolierenden Trägerfolien geklebt (Bild 3.44). Die Herstellung ist relativ aufwändig und die Draht-Messstreifen sind praktisch durch die **Folien-Messstreifen** abgelöst worden. Diese enthalten an Stelle des Drahtes ein auf einem Träger sitzendes Messgitter, das aus einer dünn ausgewalzten Metallfolie herausgeätzt ist. Mit dieser Technologie können auch komplexere Formen rationell hergestellt werden. Um den Anschluss zu erleichtern, ist in den Streifen schon von den dünnen Drähten oder Gittern auf dickere, mechanisch widerstandsfähigere Anschlussdrähte übergegangen. Zur Messung sind dann die Streifen mit großer Sorgfalt auf das zu untersuchende Werkstück zu kleben.

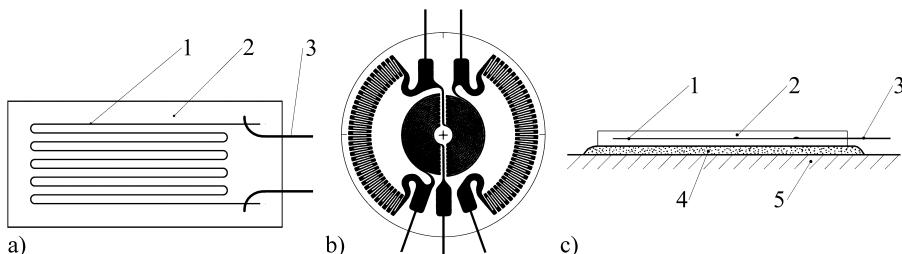


Bild 3.44 Dehnungsmessstreifen

- a) Draht-Messstreifen
- b) Folien-Messstreifen als Membranrosette (Hottinger Baldwin Messtechnik)
- c) Querschnitt durch einen aufgeklebten Messstreifen; 1 Messgitter, 2 Abdeckung, 3 Streifenanschluss, 4 Kleber, 5 zu untersuchendes Werkstück

Die bei dem Kleben der Streifen auftretenden Probleme sind bei den Messfedern in der Dickschicht- und Dünnschichttechnik vermieden. Hier werden für häufig auftretende spezielle Anwendungen die Biegefedern und die Widerstände als komplette Einheiten gefertigt. Bei der **Dickschichttechnik** besteht z. B. eine sich biegende, für die Druckmessung verwendete, Membran aus Glas oder aus einem keramischen Material. Die DMS und die Isolierschichten werden aufgedruckt und anschließend eingeklebt. In der **Dünnschichttechnik** wird auf den metallischen Federkörper aus Bronze oder Stahl im Vakuum zunächst eine anorganische Isolierschicht, dann eine dehnungsempfindliche Widerstandsschicht und schließlich eine niederohmige Leiterschicht zur Kontaktierung entweder aufgedampft oder

aufgesputtert (Bild 3.45). Nach der vollflächigen Beschichtung erfolgt die Formgebung der Widerstände durch Fotoätzen der beiden oben liegenden Metallfilme [3.10].

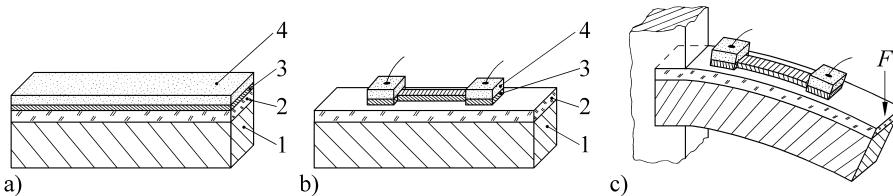


Bild 3.45 Biegebalken-Kraft-Messaufnehmer mit Dünnfilm-DMS [3.11]

- a) nach einseitig-vollflächiger Beschichtung; 1 Federkörper aus Bronze oder Stahl, 2 Isolierschicht, 3 dehnungsempfindliche Widerstandsschicht, 4 niederohmige Leiterschicht
- b) nach fotolithografischer Strukturierung
- c) Aufnehmer unter Belastung

3.11.3 Störgrößen

Mit zunehmender **Temperatur** ändert sich zum einen der elektrische Widerstand des Messgitters, zum anderen dehnen sich Messobjekt und Messstreifen unter Umständen unterschiedlich aus. Um diese Effekte gering zu halten oder zu vermeiden, werden häufig die Streifen aus Konstantan gefertigt. Der Widerstand dieser Kupfer-Nickel-Legierung ist in einem weiten Bereich unabhängig von der Temperatur und der Ausdehnungskoeffizient lässt sich in bestimmten Grenzen einstellen. Dadurch kann bei Baustahl und Beton, bei Kupfer und rostfreiem Stahl, bei Aluminium und auch bei Porzellan der Ausdehnungskoeffizient des Streifens an den des Messobjekts angepasst werden. Relativbewegungen zwischen Messobjekt und Streifen, die zu nicht gewünschten Dehnungen führen würden, kommen so nicht zu Stande.

In den Fällen, in denen keine derartigen **temperaturkompensierte** oder **selbstkompensierende Streifen** verfügbar sind, ist die Dehnungsmessung mit mehreren Streifen durchzuführen. Die Struktur der Messsignalverarbeitung ist dann so zu wählen, dass die zu messenden Dehnungen, nicht aber die unerwünschten Temperatureffekte in das Messergebnis eingehen. Dies ist insbesondere bei den Halbleiter-Dehnungsmessstreifen notwendig. Eine weitere Möglichkeit ist, die Temperatur getrennt zu erfassen und das Ergebnis der Dehnungsmessung entsprechend zu korrigieren.

Ausschlaggebend für die Genauigkeit der Messung ist die **Verbindung** zwischen Werkstück und DMS. Werden die Streifen geklebt, so sind die sorgfältige Reinigung der Oberflächen, die Verwendung geeigneter Materialien und nicht zuletzt eine gewisse Erfahrung erforderlich. Fehler entstehen, wenn ein belasteter Streifen infolge einer nachgebenden Verbindung wieder in seine Ausgangslage zurückkriecht. Die Klebung muss gewährleisten, dass die Bau teildehnungen kriech- und hysteresefrei auf das Messgitter des Streifens übertragen werden.

Die montierten DMS sind gegen **Feuchtigkeit** zu schützen. Bei einer Wasseraufnahme quellen Kleber und Streifen. Der Isolationswiderstand der Folie nimmt ab. Dadurch ändert sich der Widerstand des Streifens und täuscht eine Dehnung vor.

3.11.4 Anwendung der DMS zur Spannungsanalyse

Messung einer Normalspannung. Eine Normalspannung σ entsteht an einer Komponente, wenn zwei gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Zug- oder Druckkräfte angreifen. Sie ergibt sich aus dem Verhältnis von angreifender Kraft F und Angriffsfläche A :

$$\sigma = \frac{F}{A}. \quad (3.75)$$

Spannung und Dehnung sind einander proportional. Der Proportionalitätsfaktor E wird als Elastizitätsmodul bezeichnet (Hooke'sches Gesetz):

$$\sigma = E \varepsilon. \quad (3.76)$$

Im Bild 3.46 a ist ein durch Zug beanspruchter Stab dargestellt, dessen Normalspannung mit dem Dehnungsmessstreifen 1 gemessen werden soll. Der Widerstand ändere sich durch die Dehnung um ΔR_S und durch die Temperatur um ΔR_T . Wird der DMS in einer Viertelbrücke verschaltet, so ergibt sich die Diagonalspannung U_d :

$$U_d = \frac{U_0}{4} \left(\frac{\Delta R_S}{R_0} + \frac{\Delta R_T}{R_0} \right). \quad (3.77)$$

Temperaturänderungen verstimmen in der gleichen Weise wie Dehnungsänderungen die Brücke.

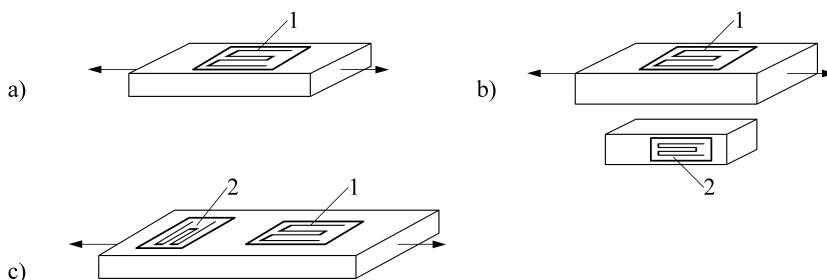


Bild 3.46 Messen einer Normalspannung

- a) Messung mit einem Streifen 1
- b) Verwendung eines zweiten nicht belasteten Streifens 2 zur Temperaturkompensation
- c) Streifen 2 ist senkrecht zur Richtung des Streifens 1 geklebt

Um die Dehnung für sich allein zu messen, ist die Temperatur zu kompensieren. Dies gelingt durch die Verwendung eines zweiten Messstreifens 2 (Bild 3.46 b), der mechanisch nicht belastet wird, sonst aber wegen seiner Nähe zum Streifen 1 dessen Temperatur annehmen soll. Liegen der inaktive Streifen 2 und der aktive Streifen 1 in unterschiedlichen Brückendiagonalen (Bild 3.47), so wird die Diagonalspannung unabhängig von der Temperatur:

$$U_d = \frac{U_0}{4} \left(\frac{\Delta R_S}{R_0} + \frac{\Delta R_T}{R_0} - \frac{\Delta R_T}{R_0} \right) = \frac{U_0}{4} \frac{\Delta R_S}{R_0}. \quad (3.78)$$

Noch vorteilhafter ist, den Streifen 2 quer zur Richtung des Streifens 1 zu kleben (Bild 3.46 c). In diesem Fall wird durch die angreifende Kraft der Streifen 1 z. B. gestreckt, der Streifen 2 gestaucht. Die Temperaturbeanspruchung ist für beide Streifen gleich. Die Diagonalspannung der Brücke in Bild 3.47 ist nicht nur unabhängig von der Temperatur, sondern auch

größer als im Fall (b). Ist μ die Poissonszahl des beanspruchten Stabs, so ist die Widerstandsänderung des quer geklebten, gestauchten Streifens μ -mal so groß wie die des Streifens 1:

$$U_d = \frac{U_0}{4} \left[\left(\frac{\Delta R_S}{R_0} + \frac{\Delta R_T}{R_0} \right) - \left(-\frac{\mu \Delta R_S}{R_0} + \frac{\Delta R_T}{R_0} \right) \right] = (1 + \mu) \frac{U_0}{4} \frac{\Delta R_S}{R_0}. \quad (3.79)$$

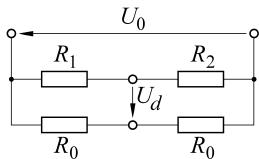


Bild 3.47 Dehnungsmessstreifen in einer Halbbrücke zur Temperaturkorrektur

Beispiel 3.2

An einem 70 cm langen Stab aus Gussstahl mit einem Querschnitt von 10 cm^2 soll eine Kraft von 100 kN angreifen. Die zugehörige Normalspannung σ ist

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{10^5 \text{ N}}{10^{-3} \text{ m}^2} = 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

Der Elastizitätsmodul E für Gussstahl ist $2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, so dass sich eine Dehnung ergibt von

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{10^8 \text{ N/m}^2}{2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2} = 5 \cdot 10^{-4}.$$

Durch die Dehnung wird der Stab um Δl Länger,

$$\Delta l = \varepsilon l = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 70 \text{ cm} = 0,35 \text{ mm}.$$

Liegt der Messstreifen mit einem K -Faktor von 2 in einer mit 5 V gespeisten Viertelbrücke, so ist die Diagonalspannung

$$U_d = \frac{U_0}{4} \frac{\Delta R_S}{R_0} = \frac{U_0}{4} K \varepsilon = \frac{5 \text{ V}}{4} \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 1,25 \text{ mV}.$$

Messung einer Biegespannung. Ein einseitig eingespannter Stab wird durch eine an seinem freien Ende senkrecht zum Stab angreifende Kraft gebogen (Bild 3.48).

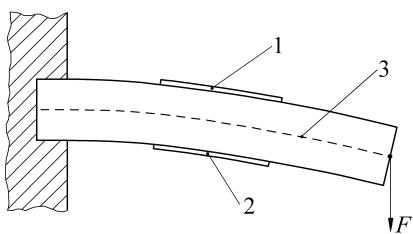


Bild 3.48 Messen einer Biegespannung
1 gedeckter Messstreifen
2 gestauchter Messstreifen
3 neutrale Faser

Dabei werden die oberen Schichten des Stabs gestreckt, die in der Mitte liegende neutrale Faser ändert ihre Länge nicht und die unteren Schichten werden verkürzt. Daraus resultieren Spannungen, die mit Dehnungsmessstreifen gemessen werden können. Zweckmäßig

werden zur Bestimmung der Biegespannung Messstreifen an der Ober- und Unterseite des Stabs angebracht. Der obere Streifen wird gedehnt, der untere wird in demselben Maße gestaucht. Werden die beiden gegensinnig in einer Halbbrücke verschaltet, so liegen ähnliche Verhältnisse wie in Gl. (3.79) vor. Der Messeffekt ist doppelt so hoch wie bei der Anwendung eines Streifens. Gleichzeitig ist die Temperaturkompensation erreicht. Die Empfindlichkeit lässt sich nochmals verdoppeln, wenn auf der Ober- und Unterseite des Stabs jeweils zwei Streifen geklebt und in einer Vollbrücke ausgewertet werden.

Messung einer Scher-, Schub- oder Torsionsspannung. Schubspannungen entstehen, wenn Kräfte tangential zu der Ebene gerichtet sind, in der sie angreifen (Bild 3.49). Sie sind z. B. infolge der angreifenden Drehmomente an Wellen vorhanden, die Antriebsmaschinen mit Arbeitsmaschinen verbinden. Die Scherung führt dazu, dass ein auf der Wellenoberfläche gedachtes Quadrat zu einem Parallelogramm verändert wird. Die größte Dehnung tritt dabei unter einem Winkel von 45° zur Wellenachse auf. So ist es zweckmäßig, die DMS unter 45° zur Wellenachse zu kleben. Die sich dabei ergebende Brückendiagonalspannung ist unabhängig von der Temperatur und proportional der aus der Schubspannung resultierenden Widerstandsänderung ΔR , bzw. dem angreifenden Drehmoment M_D :

$$U_d = U_0 \frac{\Delta R_\tau}{R} = K M_D . \quad (3.80)$$

mit dem Proportionalitätsfaktor K in $\frac{V}{N \cdot m}$.

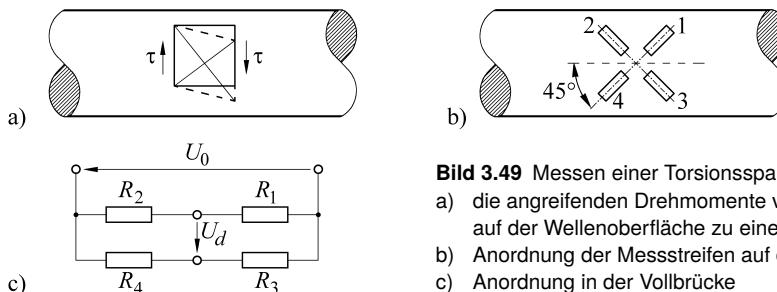


Bild 3.49 Messen einer Torsionsspannung

- a) die angreifenden Drehmomente verzerrn das Quadrat auf der Wellenoberfläche zu einem Parallelogramm
- b) Anordnung der Messstreifen auf der Welle
- c) Anordnung in der Vollbrücke

Aus einer Messung der Torsionsspannung kann die **Wellenleistung** P als das Produkt aus Drehmoment M_D und Winkelgeschwindigkeit ω bestimmt werden. Die Winkelgeschwindigkeit selbst wird aus einer Messung der Drehzahl n erhalten:

$$P = M_D \omega = 2 \pi M_D n . \quad (3.81)$$

Bei der **Drehmomentmessung** müssen die mit der Welle umlaufenden DMS mit den anderen stationär angeordneten Teilen der Messeinrichtung verbunden werden. Dieser Anschluss ist im Prinzip über 4 Schleifringe möglich. Wird die Brücke mit einer Wechselspannung gespeist, so entsteht in der Diagonalen ebenfalls eine Wechselspannung (Trägerfrequenz-Messbrücke). In diesem Fall kann über Transformatoren, deren Primärspule unbeweglich ist und deren Sekundärspule sich dreht, berührungslos die Speisespannung ein- und das Messsignal ausgekoppelt werden.

Kraftmessdose. Eine spezielle Anwendung haben DMS in Kraftmessdosen gefunden. Diese bestehen aus einem elastischen, zylindrischen Körper, der durch angreifende Kräfte gestreckt oder gestaucht wird. Der Körper ist mit Dehnungsmessstreifen beklebt, welche

die auftretenden Normalspannungen erfassen (Bild 3.50). Diese Kraftmessdosen werden als Messelemente in elektromechanischen Waagen verwendet. Die Waagen werden für Druck- und Zugbelastungen hergestellt. Ihr Messbereich geht von 50 N bis ungefähr $5 \cdot 10^9$ N. Die Messunsicherheit liegt bei etwa 0,5 %. Die Kraftmessdosen finden sich in normalen Handelswaagen, in Behälter- und Bunkerwaagen, in Fahrzeugwaagen, Plattform- und Gleiswaagen, in Bandwaagen und nicht zuletzt in Kranwaagen, die ein direktes Wiegen der Lasten während des Transports ermöglichen.

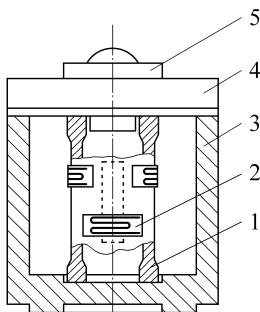


Bild 3.50 Kraftmessdose schematischer Aufbau

- 1 Hohlzylinder
- 2 Dehnungsmessstreifen
- 3 Gehäuse
- 4 Deckel
- 5 Druckstück

3.11.5 Halbleiter-Dehnungsmessstreifen

Bei der Ableitung des K -Faktors für die Metall-Dehnungsmessstreifen konnte in Gl. (3.70) der Term mit der Änderung des spezifischen Widerstandes vernachlässigt werden. Dies ist bei den Messelementen aus Germanium oder Silizium nicht mehr zulässig. Hier wird im Gegenteil die Änderung des spezifischen Widerstandes zum bestimmenden Faktor (**piezoresistiver Effekt**). Bei der Dehnung ändern sich Bandabstände und Dichte der Ladungsträger. Der K -Faktor bei p-Silizium kann Werte bis zu +120, bei n-Silizium bis zu -100 annehmen.

Monolithisch integrierter piezoresistiver Si-Drucksensor. Die Messzelle des **monolithisch integrierten** piezoresistiven Drucksensors besteht aus einem Silizium-Plättchen, aus dem durch elektrolytisches Ätzen eine einzige μm dicke Membran gewonnen ist. Die Membran wirkt wie eine eingespannte Platte. Bei ihrer Durchbiegung treten auf der Oberfläche Dehnungen und Stauchungen auf. An diesen Stellen sind durch Diffusion oder Ionenimplantation Widerstände eindotiert, die entsprechend gedehnt oder gestaucht werden (Bild 3.51). Zusätzlich sind noch auf demselben Siliziumchip Widerstände zur Temperaturkompensation vorhanden, die mit den Piezowiderständen zur Dehnungsmessung als Vollbrücke verschaltet sind. In einigen Ausführungsformen ist noch ein Operationsverstärker integriert, so dass die Diagonalspannung schon als verstärktes Signal zur Verfügung steht.

Im Niederdruckbereich (z. B. für Klimaregelung in Kfz oder Gebäuden) werden die Membranen direkt dem Medium ausgesetzt, für Hochdruckanwendungen hingegen wird der Druck über eine elastische Trennmembran auf eine Ölvorlage übertragen, sodass die Messstelle homogen beaufschlagt wird. Derartige piezoresistive Aufnehmer sind für Absolut- und Differenzdruckmessungen verfügbar. Für die Messung absoluter Drücke wird gegen einen definierten Referenzdruck (meist ein hohes Vakuum) gemessen. Für Differenzdruckmessungen

werden beide Seiten der Membran mit Druck beaufschlagt. Die Messbereiche gehen von einigen hPa bis zu einigen 10 MPa. Für niedrigere Messbereiche liegt die Verwendung von Ring- gegenüber Kreismembranen, wegen des geringeren Linearitätsfehlers nahe, aus fertigungstechnischen Gründen werden sich jedoch vermehrt quadratische Membranen eingesetzt.

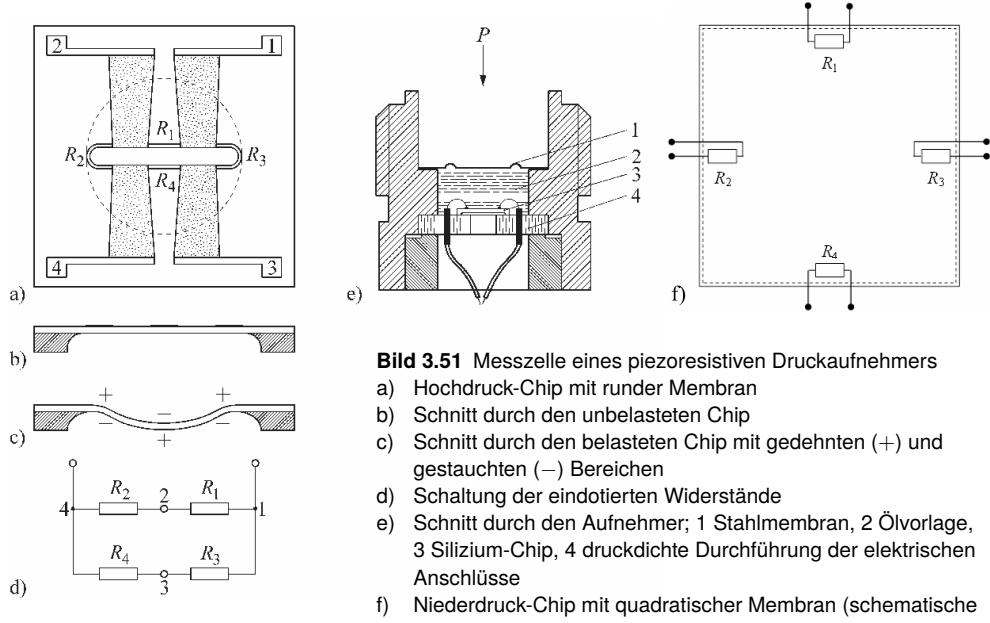


Bild 3.51 Messzelle eines piezoresistiven Druckaufnehmers

- Hochdruck-Chip mit runder Membran
- Schnitt durch den unbelasteten Chip
- Schnitt durch den belasteten Chip mit gedehnten (+) und gestauchten (-) Bereichen
- Schaltung der eindotierten Widerstände
- Schnitt durch den Aufnehmer; 1 Stahlmembran, 2 Ölvorlage, 3 Silizium-Chip, 4 druckdichte Durchführung der elektrischen Anschlüsse
- Niederdruck-Chip mit quadratischer Membran (schematische Widerstandspositionen)

■ 3.12 Linearisieren der Widerstandsaufnehmer-Kennlinien

Die Widerstandsaufnehmer haben mehr oder weniger gekrümmte Kennlinien. Ein linearer Zusammenhang zwischen der interessierenden nichtelektrischen und der erfassten elektrischen Größe ist jedoch für die Anzeige und Weiterverarbeitung zweckmäßig. Aus diesem Grunde werden die Kennlinien oft linearisiert, d. h. sie werden so gestaltet, dass in einem gewissen Bereich das Sensorsignal von der zu messenden nichtelektrischen Größe linear abhängt. Dafür sind z. B. die folgenden Verfahren geeignet.

3.12.1 Linearisieren durch einen Vor- und/oder Parallelwiderstand

Wird der Widerstand des Aufnehmers mit einem definierten Vor- oder Parallelwiderstand kombiniert, so ergibt sich eine Kennlinie, die innerhalb des Messbereichs durch eine Gerade angenähert werden kann. Erkauft wird diese Linearisierung allerdings mit einem Verlust an Empfindlichkeit. Die Kennlinie der Widerstandskombination verläuft flacher als die des Aufnehmerwiderandes allein.

Die Vorgehensweise soll anhand eines Heißleiters erläutert werden. Der Heißleiter-Widerstand (Gl. (3.53))

$$R_T = K_0 e^{b/T}$$

kann wie im Bild 3.52 gezeigt mit Festwiderständen kombiniert werden. Die Kennlinie verläuft zwischen den Widerstandswerten, die sich bei sehr tiefen oder sehr hohen Temperaturen einstellen.

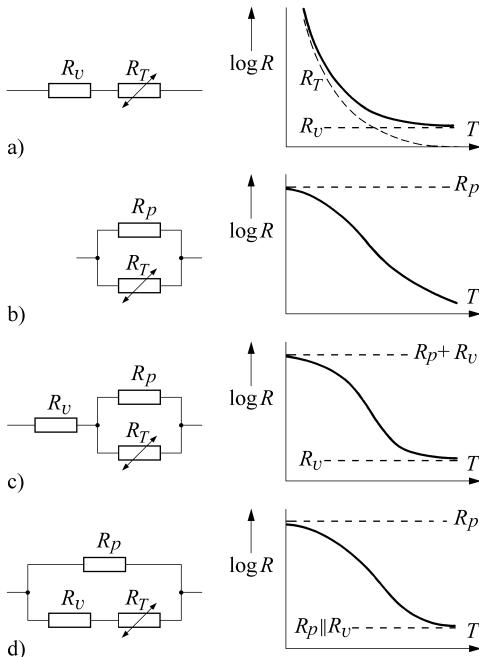


Bild 3.52 Möglichkeiten für die Linearisierung einer Heißleiter-Kennlinie

Der Gesamtwiderstand R_g der Reihenschaltung a) wird bei tiefen Temperaturen durch den Widerstand des Heißleiters ($R_T \rightarrow \infty$) und bei hohen Temperaturen ($R_T \rightarrow 0$) durch den Vorwiderstand R_V bestimmt. Der Gesamtwiderstand ist mindestens so groß wie R_V . Die Kennlinie der Kombination verläuft flacher als die des Heißleiters allein; sie hat keinen Wendepunkt.

Diesen erhalten wir bei der Parallelschaltung b). Die Widerstandskombination nimmt bei tiefen Temperaturen ihren höchsten Wert an ($R_g = R_p$) und geht bei höheren Temperaturen in den des Heißleiters über.

Etwas flacher liegen die Kennlinien der gemischten Serien/Parallel-Schaltung c). Die Kennlinie der Kombination verläuft zwischen $R_p + R_v$ bei tiefen Temperaturen und R_v bei hohen Temperaturen, während in der Schaltung d) bei tiefen Temperaturen der Parallelwiderstand R_p und bei hohen Temperaturen die Parallelschaltung aus Vor- und Parallelwiderstand wirksam wird.

Die Kennlinien b), c), d) haben einen Wendepunkt und sind so für eine Annäherung durch eine Gerade besonders geeignet. In der Praxis besteht dann die Aufgabe, die Widerstände R_v und R_p so zu dimensionieren, dass die Kennlinie der Kombination mit einer bestimmten Steigung durch einen bestimmten Punkt geht. Vorgegeben werden also jeweils der Widerstandswert bei einer bestimmten Temperatur und der Temperaturkoeffizient der Kombination.

Der Gesamtwiderstand der Schaltung von Bild 3.52 c

$$R_g = R_v + \frac{R_T R_p}{R_T + R_p} \quad (3.82)$$

nimmt bei der Temperatur T_1 mit $R_{T1} = K_0 e^{b/T_1}$ den Wert $R_g(T_1)$ an:

$$R_g(T_1) = R_v + \frac{R_{T1} R_p}{R_{T1} + R_p}. \quad (3.83)$$

Der Temperaturkoeffizient α_g ist mit der Steigung von R_g verknüpft:

$$\frac{d R_g}{d T} = \alpha_g R_g. \quad (3.84)$$

Mit $\alpha = -b/T^2$ folgt aus Gl. (3.82)

$$\begin{aligned} \frac{d R_g}{d T} &= \frac{(-b/T^2) R_T R_p (R_T + R_p) - (-b/T^2) R_T R_T R_p}{(R_T + R_p)^2} \\ &= \frac{\alpha R_T R_p^2}{(R_T + R_p)^2} \end{aligned} \quad (3.85)$$

und die Zusammenfassung von Gl. (3.84) und Gl. (3.85) ergibt bei der Temperatur T_1

$$\alpha_g R_g(T_1) = \frac{\alpha R_{T1} R_p^2}{(R_{T1} + R_p)^2}. \quad (3.86)$$

Damit sind für die beiden Unbekannten R_v und R_p zwei unabhängige Gleichungen (3.83) und (3.86) gefunden, aus denen sich die gesuchten Werte berechnen lassen. Soll dann noch die Kennlinie der Widerstandskombination in der Nähe des Arbeitspunktes T_1 durch eine Gerade R_g^* angenähert werden (Bild 3.53), so lautet mit Gl. (3.84) ihre Gleichung:

$$\begin{aligned} R_g^*(T_1 + \Delta T) &= R_g(T_1) + \Delta T \cdot R'_g(T_1) \\ &= R_g(T_1) + \Delta T \cdot R'_g \alpha_g R_g(T_1) \\ &= R_g(T_1) (1 + \alpha_g \Delta T). \end{aligned} \quad (3.87)$$

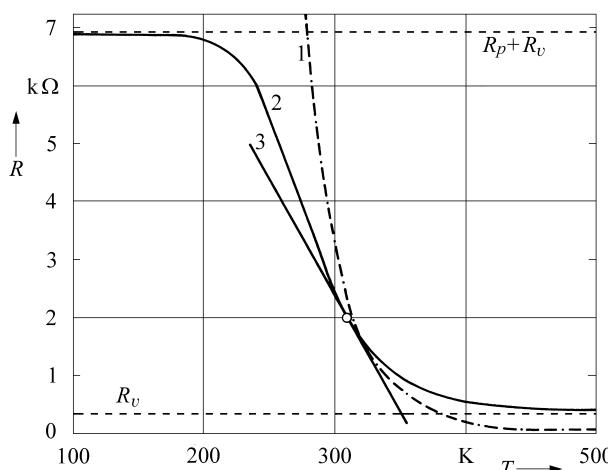


Bild 3.53 Linearisierung einer Heißleiter-Kennlinie nach Schaltung Bild 3.52 c
 1 Kennlinie des Heißleiters
 2 Kennlinie des linearisierten Heißleiters
 3 Tangente an die Kennlinie des linearisierten Heißleiters

Bild 3.53 und Tabelle 3.3 zeigen, dass die Linearisierung des Heißleiters nur in einem relativ schmalen Temperaturbereich wirksam ist.

Tabelle 3.3 Widerstandswerte des linearisierten Heißleiter-Temperaturfühlers von Bild 3.53

T in K	250	300	310	320	350
R_T in Ω	24 280	3 074	2 203	1 611	702
R_g in Ω	5 548	2 446	2 000	1 643	982
R_g^* in Ω	4 400	2 400	2 000	1 600	400
$(R_g^* - R_g)/R_g$	-20,7 %	-1,9 %	0	-2,6 %	-59,3 %

Durch eine Beschaltung des Heißleiters mit Vor- und Parallelwiderständen lassen sich herstellungsbedingte Unterschiede im Nennwiderstand und im Temperaturkoeffizienten ausgleichen. Damit werden die Messfühler untereinander austauschbar und die Anzeigegeräte können mit standardisierten Messbereichen und Skalen ausgeführt werden.

Beispiel 3.3

Ein Heißleiter mit $K_0 = 0,1 \Omega$ und $b = 3\,100 \text{ K}$ soll nach Schaltung Bild 3.52 c so abgeglichen werden, dass bei der Temperatur $T_1 = 310 \text{ K}$ der Gesamtwiderstand $R_g = 2 \text{ k}\Omega$ und der Temperaturkoeffizient $\alpha_g = -0,02 \text{ K}^{-1}$ wird. Die gesuchten Widerstände ergeben sich aus Gl. (3.83) und Gl. (3.86) zu $R_p = 6603 \Omega$ und $R_v = 349 \Omega$. Die Gleichung der Geraden durch den Punkt (T_1, R_1) lautet:

$$R_g^* = 2\,000 (1 - 0,02 \Delta T) \Omega.$$



3.12.2 Messung der Spannungsdifferenz bei Differenzial-Widerstandsaufnehmern

Differenzial-Aufnehmer bestehen aus zwei symmetrischen Einheiten, die durch die Verschiebung eines gemeinsamen Elements gegensinnig beeinflusst werden.

Dieses Konstruktionsprinzip ist gut geeignet, um lineare Kennlinien zu erhalten und soll anhand der Differenzial-Feldplatte erläutert werden (Bild 3.54).

Bei einer Verschiebung im Magnetfeld um Δs nimmt der Widerstand R_1 der einen Feldplattenhälfte zu, der Widerstand R_2 der anderen Feldplattenhälfte ab:

$$R_1 = R_0 + k (s_0 + \Delta s)^2; \quad R_2 = R_0 + k (s_0 - \Delta s)^2. \quad (3.88)$$

Werden die beiden Feldplattenhälften beispielsweise in der Schaltung von Bild 3.3 (c) angeschlossen, so ist die Spannungsdifferenz U_{12} linear von der Verschiebung Δs abhängig. für die Messung mit Konstantströmen ergibt sich:

$$\begin{aligned} U_{12} &= I_0 (R_1 - R_2) \\ &= I_0 [R_0 + k (s_0 + \Delta s)^2 - R_0 - k (s_0 - \Delta s)^2] \\ &= I_0 4k s_0 \Delta s. \end{aligned} \quad (3.89)$$

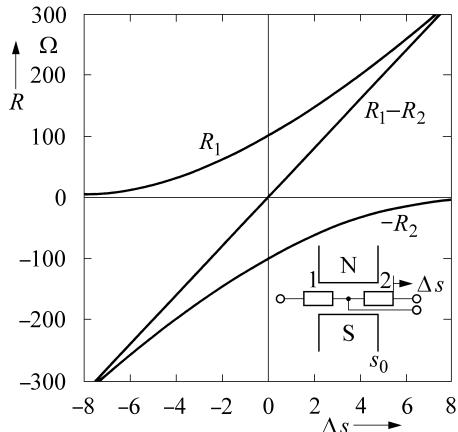


Bild 3.54 Kennlinie einer Differenzial-Feldplatte
 R_1 Widerstand der Feldplattenhälfte 1 in Abhängigkeit von ihrer Stellung im Magnetfeld
 R_2 Widerstand der Feldplattenhälfte 2 in Abhängigkeit von ihrer Stellung im Magnetfeld
 $R_1 - R_2$ Differenz der beiden Feldplattenwiderstände

Nicht bei allen Kennlinien lässt sich wie in diesem Beispiel eine exakte Linearisierung erreichen. Durch die Verwendung von Differential-Aufnehmern kann aber immer eine Verbesserung erzielt werden, da durch die Differenzbildung $R_1 - R_2$ mindestens eine Kennlinie mit einem Wendepunkt entsteht und diese dann besser als die Kennlinie eines einfachen Gebers durch eine Gerade angenähert werden kann.

3.12.3 Differential-Widerstandsaufnehmer in einer Halbbrücke

Eine weitere, oft benutzte Möglichkeit der Signalverarbeitung bei Differential-Widerstandsaufnehmern liegt in der Anwendung einer Halbbrücke. Deren Diagonalspannung hängt oft linear von der zu messenden, den Differential-Aufnehmer steuernden nichtelektrischen Größe ab. für einen ohmschen Aufnehmer mit linearen Widerstandsänderungen zeigt die Halbbrücke von Bild 3.9 f schon dieses Verhalten. Weitere Anwendungsfälle werden später am Beispiel von Blindwiderständen in den Gln. (4.31), (4.32), (4.43) und (4.51) noch sichtbar.

4

Messung von Blind- und Scheinwiderständen; induktive und kapazitive Aufnehmer

Ideale induktive und kapazitive Widerstände sind technisch nicht zu realisieren. Spulen und Kondensatoren haben immer auch eine ohmsche Komponente, die bei Stromdurchgang zu Energieverlusten führt. Der Phasenwinkel φ zwischen Spannung und Strom beträgt nicht 90° , sondern ist um den Verlustwinkel δ geringer:

$$\delta = 90^\circ - \varphi . \quad (4.1)$$

Bei einer Spule tragen der ohmsche Widerstand der Wicklung, die Wirbelströme im Eisen und die Ummagnetisierung des Eisens zu den Verlusten bei. Bei einem Kondensator sind es die begrenzte Isolation der Elektroden und des Dielektrikums.

Das Verhalten von Spule und Kondensator wird durch eine Ersatzschaltung beschrieben, in der die Wirkkomponente durch einen ohmschen Widerstand in Reihe oder parallel zum

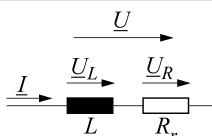
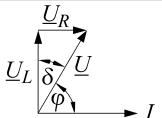
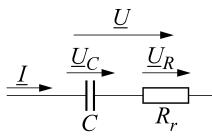
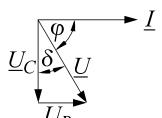
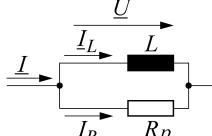
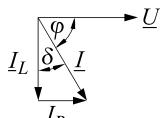
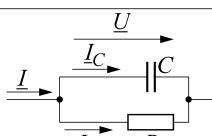
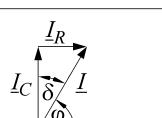
Ersatzschaltung	Zeigerdiagramm	$\tan \delta$
		$\frac{U_R}{U_L}$ $\frac{R_r}{\omega L}$
		$\frac{U_R}{U_C}$ $R_r \omega C$
		$\frac{I_R}{I_L}$ $\frac{\omega L}{R_p}$
		$\frac{I_R}{I_C}$ $\frac{1}{R_p \omega C}$

Bild 4.1 Reihen- und Parallel-Ersatzschaltung für verlustbehaftete induktive und kapazitive Widerstände

Blindwiderstand berücksichtigt wird (Bild 4.1). Der Tangens des Verlustwinkels δ wird Verlustfaktor genannt. Er hängt von der Frequenz und der Temperatur ab.

Bei der Messung eines Scheinwiderstandes ist die Blind- und Wirkkomponente gesondert zu erfassen. Bei den induktiven und kapazitiven Aufnehmern wird allerdings in der Regel nur der Blindwiderstand als Maß für die nichtelektrische Größe genommen. Diese Messung ist zeitlich kontinuierlich durchzuführen, wobei oft noch eine Nullpunktunterdrückung erforderlich ist.

■ 4.1 Strom- und Spannungsmessung

Für die Messung von Blindwiderständen ist eine Wechselspannungsquelle bekannter und konstanter Frequenz erforderlich. Da die Blindwiderstände frequenzabhängig sind, soll die benutzte Spannung nur geringe Oberschwingungen enthalten.

4.1.1 Messung der Effektivwerte

Die Messung ist entsprechend Bild 3.1 möglich. Bezeichnen U und I die gemessenen Effektivwerte, so ergibt sich aus ihrem Verhältnis der Betrag Z des Scheinwiderstandes:

$$Z = \frac{U}{I}. \quad (4.2)$$

Der Scheinwiderstand Z enthält die Wirkkomponente R und die Blindkomponente X , wobei je nach der Art des Blindelements entweder $X = \omega L$ oder $X = -1/\omega C$ zu setzen ist:

$$Z = R + jX; \quad Z^2 = R^2 + X^2.$$

Ist der Wirkwiderstand R zu vernachlässigen, so ergibt sich aus der Strom- und Spannungsmessung der Blindwiderstand:

$$\omega L = \frac{U}{I} \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{\omega C} = \frac{U}{I}. \quad (4.3)$$

Um aus den Messwerten die Induktivität L oder die Kapazität C des Bauteils zu erhalten, muss die Frequenz der Messspannung bekannt sein.

Bei einer **Luftspule** können der Wirk- und der Scheinwiderstand getrennt gemessen werden. Aus einer Messung mit Gleichspannung ergibt sich der Wirkwiderstand R

$$R = \left(\frac{U}{I} \right)_{-}$$

und aus einer Messung mit Wechselspannung der Scheinwiderstand Z (Gl. (4.2))

$$Z = \left(\frac{U}{I} \right)_{\sim}.$$

Aus der Kombination der beiden letzten Ergebnisse folgt für den Blindwiderstand

$$\omega^2 L^2 = Z^2 - R^2 = \left(\frac{U}{I} \right)_{\sim}^2 - \left(\frac{U}{I} \right)_{-}^2. \quad (4.4)$$

4.1.2 Vergleich mit Referenzelement

Steht ein Referenzelement zur Verfügung, so kann der gesuchte Bindwiderstand bei gegebener Spannung aus einer Strommessung und bei gegebenem Strom aus einer Spannungsmessung ermittelt werden (Bild 4.2).

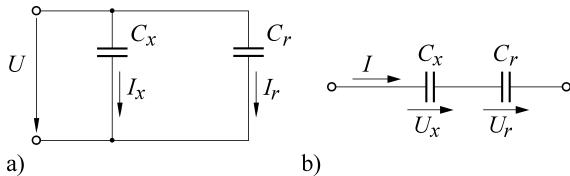


Bild 4.2 Bestimmung einer Kapazität C_x mit Hilfe einer Vergleichskapazität C_r durch
a) Strommessungen und
b) Spannungsmessungen

Die Eingangsgröße und ihre Frequenz gehen dabei nicht in das Ergebnis ein. Für einen Kondensator als Beispiel folgt für den Fall a mit $U = U_x = U_r$:

$$\frac{I_x}{\omega C_x} = \frac{I_r}{\omega C_r}; \quad C_x = C_r \frac{I_x}{I_r} \quad (4.5)$$

und für den Fall b mit $I = I_x = I_r$:

$$\omega C_x U_x = \omega C_r U_r; \quad C_x = C_r \frac{U_r}{U_x}. \quad (4.6)$$

Die Schaltung nach Bild 4.3 misst **kontinuierlich** die Differenz zwischen einem Scheinwiderstand \underline{Z}_1 und einem bekannten Scheinwiderstand \underline{Z}_0 .

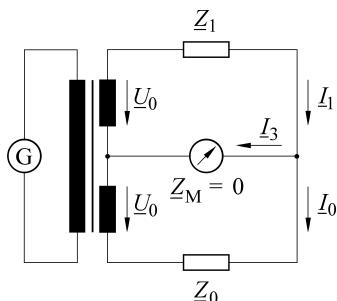


Bild 4.3 Kontinuierliche Messung von Impedanzunterschieden; Transformatorbrücke

Der Transformator enthält zwei sehr genau ausgeführte Sekundärwicklungen, die zwei gleiche Sekundärspannungen U_0 liefern. Die erste Spannung liegt an dem zu messenden Scheinwiderstand \underline{Z}_1 , die zweite an dem bekannten Scheinwiderstand \underline{Z}_0 . Gemessen wird der Strom I_3 in der gemeinsamen Leitung. Die Maschengleichungen liefern

$$\underline{U}_0 - \underline{I}_1 \underline{Z}_1 = 0 \quad \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_1},$$

$$\underline{U}_0 - \underline{I}_0 \underline{Z}_0 = 0 \quad \underline{I}_0 = \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_0}$$

und der gesuchte Strom \underline{I}_3 ergibt sich aus der Knotenpunktgleichung zu

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 - \underline{I}_0.$$

Für einen Kondensator als Beispiel mit $Z_1 = 1/\omega C_1$ und $Z_0 = 1/\omega C_0$ ist I_3 ein Maß für die Kapazitätsdifferenz:

$$\underline{I}_3 = \omega U_0 (C_1 - C_0). \quad (4.7)$$

Die Schaltung wird in Verbindung mit kapazitiven Aufnehmern bei der Messung nichtelektrischer Größen verwendet. Hat der verwendete Aufnehmer bei einem Arbeitspunkt die Kapazität C_0 und ändert sich diese auf $C_1 = C_0 + \Delta C$, so ist der kontinuierlich messbare Strom I_3 ein Maß für die Kapazitätsänderung ΔC :

$$I_3 = \omega U_0 \Delta C. \quad (4.8)$$

Wie bei einer Ausschlag-Brücke wird der Gleichtaktanteil unterdrückt. Die besprochene Differenzschaltung wird häufig auch als Transformator- oder Übertragerbrücke bezeichnet. In den Fällen, in denen schnelle Kapazitätsänderungen erfasst werden müssen, kann die Frequenz der Speisespannung von normalerweise 50 Hz bis auf 5 MHz erhöht werden.

4.1.3 Getrennte Ermittlung des Blind- und Wirkwiderstandes

Wirk- und Blindwiderstände lassen sich auch mit den Methoden der Leistungsmessung bestimmen. In der Schaltung von Bild 4.4 ist der Scheinwiderstand durch seine Parallel-Ersatzschaltung dargestellt.

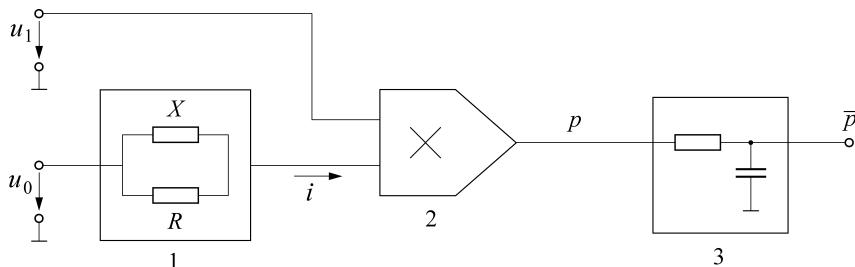


Bild 4.4 Bestimmung des Blindwiderstandes X und des Wirkwiderstandes R aus einer Leistungsmessung

- 1 Parallel-Ersatzschaltung für einen Scheinwiderstand
- 2 Multiplizierer
- 3 Tiefpass zur Mittelwertbildung

Die anliegende Spannung u_0

$$u_0 = \hat{u}_0 \sin \omega t$$

führt zu dem Strom i mit einer Blind- und Wirkkomponente. Für eine verlustbehaftete Kapazität z. B. ist

$$i = i_x + i_r = \hat{u}_0 \omega C \cos \omega t + \frac{\hat{u}_0}{R} \sin \omega t. \quad (4.9)$$

Der Strom wird mit einer Spannung u_1 multipliziert und in einem Tiefpass wird der lineare Mittelwert des Ausgangssignals p gebildet. Die Phasenverschiebung zwischen den Spannungen u_0 und u_1 ist wählbar und kann entweder zu 0° oder 90° vorgegeben werden. Im ersten Fall ergibt sich die Wirkleistung \bar{p}_W als Maß für den Wirkwiderstand R , im zweiten Fall die Blindleistung \bar{p}_B als Maß für den Blindwiderstand X . Als Beispiel sollen die Kapazität und der Wirkwiderstand eines Kondensators ermittelt werden.

Bestimmung des Blindwiderstandes. Die Steuerspannung u_1 ist gegen u_0 um 90° phasenverschoben, $u_1 = \hat{u}_1 \cos \omega t$. Mit ihr wird der Strom Gl. (4.9) multipliziert und erhalten wird das Ausgangssignal p_B :

$$\begin{aligned} p_B &= i \cdot u_1 = \omega C \hat{u}_0 \hat{u}_1 \cos^2 \omega t + \frac{\hat{u}_0 \hat{u}_1}{R} \sin \omega t \cos \omega t \\ &= \frac{1}{2} \left(\omega C \hat{u}_0 \hat{u}_1 + \omega C \hat{u}_0 \hat{u}_1 \cos 2\omega t + \frac{\hat{u}_0 \hat{u}_1}{R} \sin 2\omega t \right). \end{aligned}$$

Der zeitliche Mittelwert der beiden letzten Terme ist null. Damit ergibt sich dann das gemittelte Signal \bar{p}_B , die Blindleistung, zu

$$\bar{p}_B = \frac{1}{2} \omega C \hat{u}_0 \hat{u}_1. \quad (4.10)$$

Die in der obigen Gleichung stehenden Größen \bar{p}_B , ω , \hat{u}_0 , \hat{u}_1 sind bekannt, so dass sich die Kapazität berechnen lässt.

Bestimmung des Wirkwiderstandes. Um die Wirkleistung zu bestimmen, wird die Steuerspannung u_1 mit derselben Phasenlage wie die Spannung u_0 gewählt, $u_1 = \hat{u}_1 \sin \omega t$. Damit ergibt sich hinter dem Multiplizierer das Signal p_W :

$$\begin{aligned} p_W &= i \cdot u_1 = \omega C \hat{u}_0 \hat{u}_1 \sin \omega t \cos \omega t + \frac{\hat{u}_0 \hat{u}_1}{R} \sin^2 \omega t \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{u}_0 \hat{u}_1}{R} - \frac{\hat{u}_0 \hat{u}_1}{R} \cos 2\omega t + \omega C \hat{u}_0 \hat{u}_1 \sin 2\omega t \right) \end{aligned}$$

mit dem Mittelwert \bar{p}_W

$$\bar{p}_W = \frac{\hat{u}_0 \hat{u}_1}{2R}, \quad (4.11)$$

aus dem der gesuchte Wirkwiderstand R erhalten wird.

4.1.4 Messung eines Phasenwinkels

Prinzip. Wird ein aus einem Blind- und einem Wirkwiderstand bestehender Spannungsteiler an eine Spannung gelegt, so ist der durch die Widerstände fließende Strom gegenüber der angelegten Spannung phasenverschoben. Denselben Phasenwinkel φ hat die am Wirkwiderstand abfallende Spannung. Aus dem Phasenwinkel lässt sich bei bekanntem R mit

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad (4.12)$$

der Blindwiderstand X berechnen. Die Phasenverschiebung selbst wird entweder aus der gemittelten Spannung eines gesteuerten Gleichrichters bestimmt oder direkt digital gemessen (Abschnitt 5.5.4).

Bestimmung des Phasenwinkels aus einer Spannungsmessung. An dem in Bild 4.5 gezeichneten Spannungsteiler, bestehend aus der zu ermittelnden Induktivität L und dem bekannten Widerstand R , liegt die Spannung $u_0 = \hat{u}_0 \sin \omega t$. Dieselbe Spannung steuert den Gleichrichter.

Über den Teiler fließt der Strom $i = \hat{i} \sin(\omega t + \varphi)$ und am Wirkwiderstand fällt die Spannung $u_1 = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi)$ ab. Die Spannung u_1 wird mit dem gesteuerten Gleichrichter in die

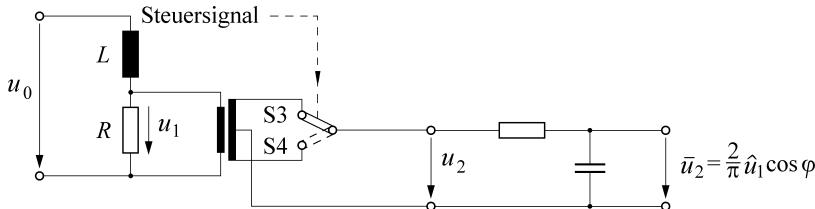


Bild 4.5 Messungen an einem induktiv-ohmschen Spannungsteiler

Spannung u_2 umgeformt und in dem Tiefpass gemittelt. Der Übertragungsfaktor k sei 1. Die gemittelte Ausgangsspannung \bar{u}_2 ist (Gl. 3.41)

$$\bar{u}_2 = \frac{1}{T} \left[\int_{0}^{T/2} \hat{u}_1 \sin(\omega t + \varphi) - \int_{T/2}^T \hat{u}_1 \sin(\omega t + \varphi) \right] dt, \quad (4.13)$$

wobei der erste Term auf der rechten Seite die Mittelung während der positiven Halbwelle der Trägerspannung, der zweite Term die während der negativen Halbwelle bezeichnet. Die Integration führt zu dem Ergebnis

$$\bar{u}_2 = \frac{2}{\pi} \hat{u}_1 \cos \varphi. \quad (4.14)$$

Indem in diese Gleichung die Beziehungen

$$\hat{u}_1 = \hat{u}_0 \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}; \quad \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

eingeführt werden, entsteht

$$\bar{u}_2 = \frac{2 \hat{u}_0}{\pi} \frac{R^2}{R^2 + \omega^2 L^2}. \quad (4.15)$$

Hier sind die Größen \hat{u}_0 , R und ω bekannt, so dass aus der gemessenen Spannung \bar{u}_2 die Induktivität L berechnet werden kann.

Empfindlichkeit. Mit der besprochenen Schaltung werden die von induktiven Aufnehmern gelieferten Signale ausgewertet. In diesen Fällen interessiert der Zusammenhang zwischen der gemessenen Spannung \bar{u}_2 und der Induktivität L des Aufnehmers. Die gesuchte Empfindlichkeit E ist mit

$$E = \frac{d \bar{u}_2}{d L} = \frac{2 \hat{u}_0 R^2}{\pi} \frac{(-2 \omega^2 L)}{(R^2 + \omega^2 L^2)^2} \quad (4.16)$$

noch von der Induktivität L abhängig. Um das Maximum der Empfindlichkeit zu finden, wird der Differenzial-Quotient dE/dL null gesetzt, $dE/dL = 0$. Aus dieser Bedingung folgt

$$R^2 + \omega^2 L^2 = 4 \omega^2 L^2; \quad R = \sqrt{3} \omega L.$$

Die Induktivität L und der ohmsche Widerstand R sind so aufeinander abzustimmen und auszulegen, dass die Phasenverschiebung zwischen den beiden Spannungen 30° ist:

$$\tan \varphi = \frac{\omega L}{R} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,5; \quad \varphi = 30^\circ. \quad (4.17)$$

4.1.5 Strommessung in einem fremderregten Schwingkreis

Wird ein Reihenschwingkreis, bestehend aus dem ohmschen Widerstand R , der Induktivität L und der Kapazität C von einem Generator G angeregt (Bild 4.6), und wird in **Abhängigkeit von der Frequenz** des Generators der im Schwingkreis fließende Strom oder die am Widerstand R abfallende Spannung u_R aufgezeichnet, so ergibt sich die im Bild 4.6 b dargestellte Resonanzkurve. Der Scheinwiderstand Z

$$Z = R + jX = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \quad (4.18)$$

ist an der Stelle der Resonanz reell. Daraus folgt für die Resonanzkreisfrequenz ω_r

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \quad \text{bzw.} \quad f_r = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (4.19)$$

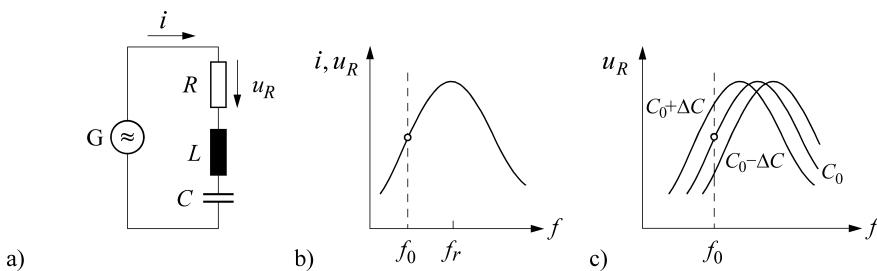
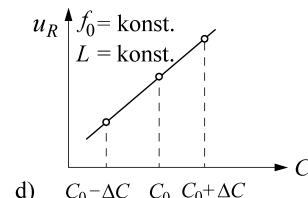


Bild 4.6 Bestimmung von L oder C durch eine Strommessung in einem Reihenschwingkreis

- (a) Schwingkreis mit dem Generator G , dem Widerstand R , der Induktivität L und der Kapazität C
- (b) Resonanzkurve
- (c) Wahl des Arbeitspunktes und der Betriebsfrequenz f_0
- (d) u_R in Abhängigkeit von C bei festgehaltener Betriebsfrequenz f_0



Die Resonanzfrequenz wird nur durch L und C bestimmt. Vergrößert sich z. B. die Kapazität vom Wert C_0 auf den Wert $C_0 + \Delta C$, so tritt die Resonanz schon bei niedrigeren Frequenzen auf und umgekehrt.

Dieses Verhalten lässt sich ausnutzen, um bei bekanntem L Änderungen von C oder bei bekanntem C Änderungen von L zu messen. Der aus L und C bestehende Schwingkreis wird mit einer Frequenz f_0 so angeregt, dass der Arbeitspunkt ungefähr in der Mitte des aufsteigenden Astes der Resonanzkurve zu liegen kommt (Bild 4.6 c). Gemessen wird die am Widerstand R abfallende Spannung u_R , die bei festgehaltenem L mit der Kapazität C zu- oder abnimmt und damit als kontinuierliches Abbild für Letztere genommen werden kann.

Diese „**Messung bei der halben Resonanzkurve**“, bei der ein Schwingkreis zu einer erzwungenen Schwingung der konstanten Frequenz f_0 angeregt und eine **Spannung** gemessen wird, ist zu unterscheiden von den in den Abschnitten 7.3 und 7.4 erwähnten Messmethoden. Dort sind die Induktivitäten und Kapazitäten die frequenzbestimmenden Parameter frei schwingender Kreise und werden über eine **Frequenzmessung** ermittelt.

■ 4.2 Wechselstrom-Abgleichbrücke

4.2.1 Prinzip

Die Arbeitsweise einer mit der Wechselspannung \underline{U}_0 gespeisten, die vier Scheinwiderstände Z_1 bis Z_4 enthaltenden Brücke (Bild 4.7), ist ähnlich der im Abschnitt 3.3 besprochenen Brücke mit ohmschen Widerständen [4.1]. Die Bedingung für den Brückenabgleich, bei dem die Diagonalspannung \underline{U}_d zu null wird, ist

$$Z_2 Z_3 = Z_1 Z_4 . \quad (4.20)$$

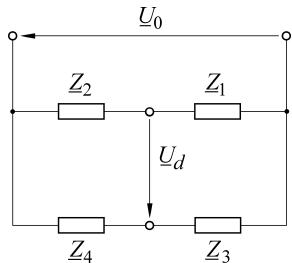


Bild 4.7 Wechselstrom-Brücke mit vier Scheinwiderständen

Die Scheinwiderstände können in der Komponenten- oder Polarform dargestellt werden. Für den ersten Fall geht Gl. (4.20) über in

$$(R_2 + j X_2) (R_3 + j X_3) = (R_1 + j X_1) (R_4 + j X_4) .$$

In dieser Gleichung müssen auf jeder Seite Real- und Imaginärteil gleich sein:

$$R_2 R_3 - X_2 X_3 = R_1 R_4 - X_1 X_4 , \quad (4.21)$$

$$X_2 R_3 + R_2 X_3 = X_1 R_4 + R_1 X_4 . \quad (4.22)$$

In Polarform lautet die Abgleichbedingung (Gl. (4.20))

$$Z_2 Z_3 e^{j(\varphi_2 + \varphi_3)} = Z_1 Z_4 e^{j(\varphi_1 + \varphi_4)} .$$

Dafür müssen das Produkt der Beträge und die Summe der Winkel gleich sein:

$$Z_2 Z_3 = Z_1 Z_4 , \quad (4.23)$$

$$\varphi_2 + \varphi_3 = \varphi_1 + \varphi_4 . \quad (4.24)$$

Bei dem Abgleich einer Wechselstrom-Brücke sind also zwei Bedingungen zu erfüllen. Die Brücke braucht dementsprechend mindestens zwei unabhängige Eingriffsmöglichkeiten, zwei einstellbare Komponenten. Diese sind in der Regel abwechselnd zu betätigen. Der Abgleich wird oft anhand eines Oszilloskops als Nullinstrument verfolgt.

Nicht jede mögliche Zusammenschaltung von insgesamt vier Widerständen, Spulen oder Kondensatoren führt zu einer abgleichbaren Brücke. Eine Kontrolle lässt sich schnell anhand der Phasenbeziehungen vornehmen. So kann z. B. die Schaltung Bild 4.8 nicht abgestimmt werden. Die Winkel φ_1 und φ_2 haben ein entgegengesetztes Vorzeichen, die Winkel φ_3 und φ_4 sind null, so dass die Gl. (4.24) nicht zu erfüllen ist.

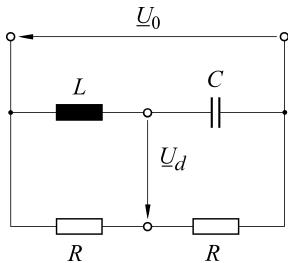


Bild 4.8 Beispiel einer nicht abgleichbaren Brückenschaltung

4.2.2 Kapazität-Messbrücke nach Wien

Mit der in Bild 4.9 dargestellten Brücke können verlustbehaftete Kondensatoren vermessen werden. Gesucht sind z. B. der Blindwiderstand C_2 und der Wirkwiderstand R_2 eines Kondensators, der in seiner Parallelersatzschaltung dargestellt ist. Einstellbar sind die Kapazität C_1 und der (oft auch in Reihe zu C_1 angeordnete) Widerstand R_1 . Die Brücke ist abgeglichen für

$$\frac{\frac{R_2}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} R_3 = \frac{\frac{R_1}{j\omega C_1}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} R_4,$$

$$R_2 R_3 + j\omega R_1 R_2 R_3 C_1 = R_1 R_4 + j\omega R_1 R_2 R_4 C_2.$$

Die Gleichsetzung des Realteils liefert die Bedingung

$$R_2 = \frac{R_4}{R_3} R_1, \quad (4.25)$$

die durch eine Verstellung des Widerandes R_1 zu erfüllen ist. Der aus dem Imaginärteil entstehenden Forderung

$$C_2 = \frac{R_3}{R_4} C_1 \quad (4.26)$$

kann durch eine Änderung der Kapazität C_1 entsprochen werden.

Der Verlustfaktor $\tan \delta$ der beiden Kondensatoren ist gleich und beträgt

$$\tan \delta_1 = \frac{1}{\omega C_1 R_1} = \frac{1}{\omega C_2 R_2} = \tan \delta_2. \quad (4.27)$$

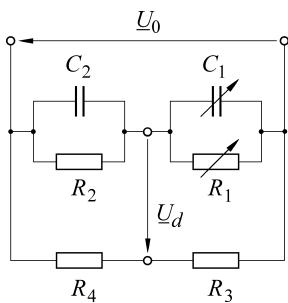


Bild 4.9 Kapazitäts-Messbrücke nach Wien

Wird eine aus zwei Widerstandsauflaufnehmern und zwei konstanten ohmschen Widerständen aufgebaute Brücke an eine Wechselspannung gelegt (Trägerfrequenz-Messbrücke), so sind

bei den Widerstandsaufnehmern in der Regel Erdungs- und Leitungskapazitäten vorhanden. Die Widerstandsaufnehmer (R_1, R_2) haben also eine Blindkomponente (C_1, C_2), die durch eine Parallelersatzschaltung beschrieben werden kann. Dieses Vorgehen führt zu der in Bild 4.9 dargestellten Brücke. Daraus ist ersichtlich, dass die Trägerfrequenz-Messbrücke auch bei ohmschen Widerständen hinsichtlich des Wirk- und des Blindwiderstandes abzustimmen ist.

4.2.3 Induktivitäts-Messbrücke nach Maxwell

Verlustbehaftete Induktivitäten können mit der Brücke nach Maxwell gemessen werden (Bild 4.10). In unserem Beispiel seien L_2 und R_2 die gesuchten Größen. L_1 ist eine bekannte Vergleichsinduktivität und R_1 und R_3 sind bekannte, einstellbare Widerstände. Die Brücke ist abgeglichen für

$$(R_2 + j\omega L_2) R_3 = (R_1 + j\omega L_1) R_4 .$$

Daraus folgen für den Real- und Imaginärteil die Bedingungen

$$R_2 = \frac{R_4}{R_3} R_1 ; \quad L_2 = \frac{L_1 R_4}{R_3} ,$$

denen durch die Verstellung der Widerstände R_1 und R_3 zu genügen ist.

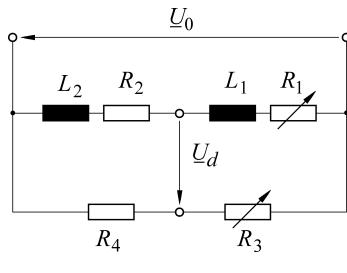


Bild 4.10 Induktivitäts-Messbrücke nach Maxwell

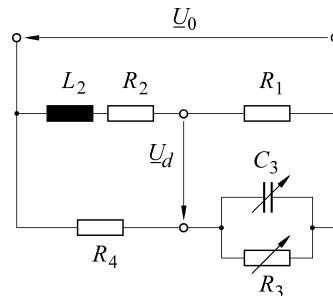


Bild 4.11 Induktivitäts-Messbrücke nach Maxwell-Wien

4.2.4 Induktivitäts-Messbrücke nach Maxwell-Wien

Die in Bild 4.11 gezeigte Brücke ist eine Kombination der beiden zuletzt erläuterten Schaltungen. Sie ermöglicht die Bestimmung einer unbekannten, verlustbehafteten Induktivität (in unserem Beispiel L_2 und R_2) mit Hilfe eines Kapazitätsnormals (C_3, R_3), das leichter als eine Referenzinduktivität herzustellen ist. Aus der Abgleichbedingung

$$(R_2 + j\omega L_2) \left(\frac{\frac{R_3}{j\omega C_3}}{\frac{1}{R_3 + j\omega C_3}} \right) = R_1 R_4$$

folgen für den Real- und Imaginärteil die beiden Gleichungen

$$L_2 = R_1 R_4 C_3 ; \quad R_2 = \frac{R_1 R_4}{R_3} ,$$

die durch die einstellbare Kapazität C_3 und den einstellbaren Widerstand R_3 zu erfüllen sind.

4.2.5 Phasenschieber-Brücke

Neben den hier vorgestellten Brücken gibt es noch viele andere [4.1]. Des Weiteren gibt es Brücken, die nur für eine bestimmte Frequenz (früher oft zur Frequenzmessung benutzt) oder überhaupt nicht abgleichbar sind. Als Beispiel für die letzte Gruppe wird die Phasenschieber-Brücke Bild 4.12 hier aufgeführt, die aus einer Kapazität C , einem verstellbaren Widerstand R und zwei festen Widerständen R_0 besteht.

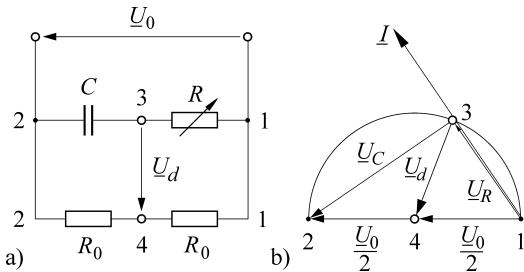


Bild 4.12 Phasenschieberbrücke mit
a) Schaltung und b) Zeigerdiagramm

Die Brücke wird mit der Wechselspannung \underline{U}_0 versorgt, die an dem $(R_0 : R_0)$ -Spannungssteiler im Verhältnis 1 : 1 geteilt wird. Zwischen den Punkten 1–4 und 4–2 liegt jeweils die Spannung $\underline{U}_0/2$. Im Brückenzweig mit dem Kondensator führt die angelegte Spannung zu einem der Spannung voreilenden Strom I . Die am einstellbaren Widerstand R abfallende Spannung \underline{U}_R hat die Richtung dieses Stroms (Punkte 1–3). Dagegen ist die Spannung \underline{U}_C am Kondensator gegenüber dem Strom um 90° phasenverschoben (Punkte 3–2) und bildet mit \underline{U}_R immer einen rechten Winkel. Wird der Widerstand R geändert, so ändert sich die Größe der Spannungen \underline{U}_R und \underline{U}_C , ihr Phasenwinkel bleibt aber konstant und der Anschlusspunkt 3 verschiebt sich längs eines über \underline{U}_0 geschlagenen Halbkreises. Damit liegt in der Brückendiagonalen (Punkt 3–4) immer die Spannung $\underline{U}_0/2$. Der Phasenwinkel zwischen \underline{U}_d und \underline{U}_0 ist am Widerstand R einstellbar und die Brücke wird benutzt, um die Phase einer Spannung verändern zu können.

■ 4.3 Wechselspannungs-Ausschlagbrücke

Die Impedanzänderungen der induktiven und kapazitiven Aufnehmer werden oft in Ausschlagbrücken gemessen. Dabei werden die Wirkwiderstände der Aufnehmer als konstant angesehen und vernachlässigt, und nur die Blindwiderstände werden untersucht. Entsprechend Gl. (3.12) entsteht in der Brücke von Bild 4.13 die Diagonalspannung \underline{U}_d

$$\underline{U}_d = \frac{\underline{U}_0}{j(X_2 - X_1)} \frac{R_0}{2R_0} = \frac{\underline{U}_0}{2} \frac{(X_2 - X_1)}{(X_2 + X_1)}. \quad (4.28)$$

Daraus folgt für die **Viertelbrücke** mit $X_1 = X_0$ und $X_2 = X_0 + \Delta X$

$$\underline{U}_d = \frac{\underline{U}_0}{2} \frac{\Delta X}{2X_0 + \Delta X} \approx \frac{\underline{U}_0}{4X_0} \Delta X. \quad (4.29)$$

Die Diagonalspannung steigt ungefähr proportional mit ΔX .

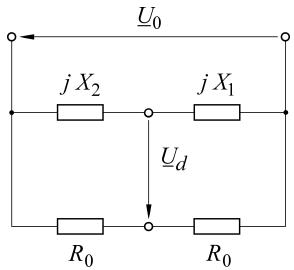


Bild 4.13 Brücke mit den Blindwiderständen X_1 , X_2 und den Wirkwiderständen R_0

In den Fällen, in denen die Änderungen ΔX nicht das Vorzeichen wechseln, wird entweder der Gleichrichtwert $|\underline{u}_d|$ oder der Effektivwert U_d gemessen:

$$U_d \approx \frac{U_0}{4} \frac{\Delta X}{X_0}. \quad (4.30)$$

Können in der Brückendiagonalen aber positive und negative Spannungen auftreten, so sind diese phasenselektiv gleichzurichten und anzuseigen ist deren geglätteter Wert (Trägerfrequenz-Messbrücke Bild 3.18).

Differenzial-Aufnehmer werden vorzugsweise in einer **Halbbrücke** verschaltet. Bei einem induktiven Differenzial-Aufnehmer mit $X_1 = \omega(L_0 - \Delta L)$ und $X_2 = \omega(L_0 + \Delta L)$ ist nach Gl. (4.28) die Diagonalspannung linear proportional zur Induktivitätsänderung ΔL :

$$\underline{U}_d = \frac{\underline{U}_d}{2} \frac{\omega(L_0 + \Delta L - L_0 + \Delta L)}{\omega(L_0 + \Delta L + L_0 - \Delta L)} = \frac{\underline{U}_d}{2L_0} \Delta L. \quad (4.31)$$

Bei kapazitiven Aufnehmern ergibt sich mit $X_i = -1/\omega C_i$ aus Gl. (4.28) zunächst die Beziehung

$$\underline{U}_d = \frac{\underline{U}_d}{2} \frac{-1/\omega C_2 + 1/\omega C_1}{-1/\omega C_2 - 1/\omega C_1} = \frac{\underline{U}_d}{2} \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2},$$

die für Differenzial-Kondensatoren mit $C_1 = C_0 - \Delta C$ und $C_2 = C_0 + \Delta C$ übergeht in

$$\underline{U}_d = \frac{\underline{U}_d}{2} \frac{C_0 - \Delta C - C_0 - \Delta C}{C_0 - \Delta C + C_0 + \Delta C} = -\frac{\underline{U}_d}{2C_0} \Delta C. \quad (4.32)$$

Auch hier ist die $U_d(\Delta C)$ -Kennlinie eine Gerade.

■ 4.4 Induktive Aufnehmer

In derselben Weise, wie verschiedene nichtelektrische Größen den ohmschen Widerstand von Messwertgebern beeinflussen und dadurch messbar werden, können auch Induktivitäten durch nichtelektrische Größen gesteuert werden. Bei diesen induktiven Aufnehmern ist die Induktivität L einer Spule die zu messende elektrische Größe. Sie hängt von dem Quadrat der Windungszahl N und dem magnetischen Widerstand R_m der Spule ab:

$$L = \frac{N^2}{R_m}. \quad (4.33)$$

In den magnetischen Widerstand einer von Eisen umschlossenen Spule gehen die Weglänge s der Feldlinien, die von diesen durchsetzte Fläche A , die magnetische Feldkonstante μ_0 und die Permeabilitätszahl μ_r ein:

$$R_m = \frac{s}{\mu_0 \mu_r A}. \quad (4.34)$$

Die Größen, die bei den induktiven Aufnehmern beeinflusst werden, sind die Weglänge s oder die relative Permeabilitätszahl μ_r .

4.4.1 Tauchanker-Aufnehmer zur Längen- und Winkelmessung

Aufbau und Kennlinie. In seiner einfachsten Form besteht ein induktiver Längenaufnehmer aus einer Spule, in die ein verschiebbarer Eisenkern eintaucht (Bild 4.14).

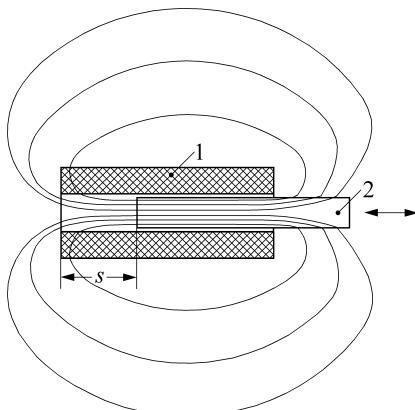


Bild 4.14 Spule 1 mit verschiebbarem Weicheisenkern 2

Die magnetischen Feldlinien laufen in drei verschiedenen Bereichen, nämlich im Eisen (s_{Fe} , A_{Fe}), in Luft innerhalb der Spule (s , A) und schließlich auf ihrem Rückweg in Luft außerhalb der Spule (s_a , A_a). Der magnetische Widerstand der Tauchkernspule ist

$$R_m = \frac{s_{Fe}}{\mu_0 \mu_r A_{Fe}} + \frac{s}{\mu_0 A} + \frac{s_a}{\mu_0 A_a}. \quad (4.35)$$

Der erste Term auf der rechten Seite dieser Gleichung ist wegen der im Nenner stehenden Permeabilitätszahl μ_r des Eisens mit einem Zahlenwert von $10^3 \dots 10^4$ sehr viel kleiner als der zweite und kann so vernachlässigt werden. Auch der dritte Term spielt keine Rolle, da die für den Rückweg zur Verfügung stehende Querschnittsfläche A_a sehr viel größer als die Fläche A im Innern der Spule ist. Gegebenenfalls könnte auch ein Mantel aus Weicheisen um die Spule gelegt werden, in dem die Feldlinien praktisch widerstandslos verlaufen würden. Damit ist für den magnetischen Widerstand nur die eisenfreie Strecke s im Innern der Spule bestimmt:

$$R_m = \frac{s}{\mu_0 A} \quad (4.36)$$

und die Induktivität

$$L = \frac{\mu_0 A N^2}{s} = \frac{k}{s} \quad \text{mit } k = \mu_0 A N^2 \quad (4.37)$$

ist umso größer, je weiter der Eisenkern in die Spule eintaucht. Sie hängt von der im Nenner stehenden eisenfreien Strecke s ab, wodurch sich ein hyperbel förmiger Verlauf der Kennlinie ergibt (Bild 4.15).

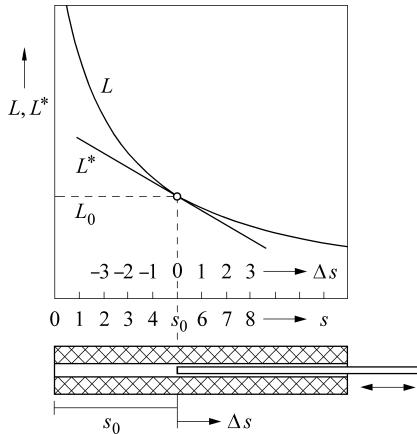


Bild 4.15 Induktivität L eines Tauchanker-Gebärs in Abhängigkeit von der Verschiebung Δs des Tauchankers. Im Arbeitspunkt s_0 , L_0 ist die Tangente L^* an die Kennlinie gelegt.

Die Empfindlichkeit

$$E = \frac{dL}{ds} = -\frac{\mu_0 A N^2}{s^2} = -\frac{L}{s} \quad (4.38)$$

nimmt ebenfalls zu mit abnehmendem s . Die relative Induktivitätsänderung und die relative Wegänderung sind einander mit umgekehrten Vorzeichen gleich, wie aus einer Umstellung der letzten Gleichung zu sehen ist:

$$\frac{dL}{L} = -\frac{ds}{s}. \quad (4.39)$$

Um die Krümmung der Kennlinie zu verdeutlichen, ist in Bild 4.15 die Tangente L^* in dem Punkt (s_0, L_0) eingezeichnet. Ihre Gleichung lautet:

$$L^*(s_0 + \Delta s) = L(s_0) + \Delta s \cdot L'(s_0) = L_0 - L_0 \frac{\Delta s}{s_0}. \quad (4.40)$$

Sie weicht an der Stelle $s_0 + \Delta s$ mit

$$L^* - L = \frac{k}{s_0} - \frac{k}{s_0} \frac{\Delta s}{s_0} - \frac{k}{s_0 + \Delta s} = -\frac{k}{s_0 + \Delta s} \left(\frac{\Delta s}{s_0} \right)^2 \quad (4.41)$$

von der Kennlinie ab.

Bei einer Verschiebung des Tauchankers von der Stellung s_0 um Δs nach außen nimmt die Induktivität der Spule von $L_0 = k/s_0$ auf $L = k/(s_0 + \Delta s)$ ab. Wird die Induktivität L in einer Viertelbrücke gemessen, so liefert diese mit

$$X_2 = \omega L = \frac{\omega k}{s_0 + \Delta s}; \quad X_1 = \frac{\omega k}{s_0}$$

nach Gl. (4.28) die Diagonalspannung \underline{U}_d

$$\underline{U}_d = \frac{U_0}{2} \frac{\frac{\omega k}{s_0 + \Delta s} - \frac{\omega k}{s_0}}{\frac{\omega k}{s_0 + \Delta s} + \frac{\omega k}{s_0}} = -\frac{U_0}{2} \frac{\Delta s}{2s_0 + \Delta s} \approx -\frac{U_0}{4s_0} \Delta s. \quad (4.42)$$

Sie ist nur ungefähr proportional der Verschiebung Δs .

Differenzial-Tauchanker-Geber. Der Differenzial-Tauchanker-Geber besteht aus zwei getrennten Spulen mit einem gemeinsamen beweglichen Eisenkern (Bild 4.16).

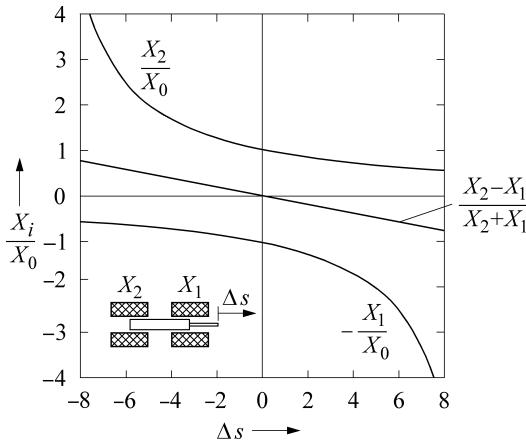


Bild 4.16 Kennlinien eines Differenzial-Tauchanker-Gebers. Die Diagonalspannung einer Halbbrücke ist proportional dem Quotienten $(X_2 - X_1)/(X_1 + X_2)$.

Dieser taucht in seiner Mittelstellung gleich tief in beide Spulen ein. Wird er verschoben, so wird die Induktivität der einen Spule erhöht und die der anderen vermindert. Mit einem axialsymmetrisch aufgebauten Differenzial-Tauchanker-Geber werden Wege, mit einem ringförmig und drehbar ausgeführten werden Winkel gemessen.

Um die Wegänderung des Tauchkerns zu messen, werden die beiden Spulen des Aufnehmers zweckmäßig zu einer Halbbrücke verschaltet. Diese liefert mit

$$X_1 = \omega L_1 = \frac{\omega k}{s_0 - \Delta s}; \quad X_2 = \omega L_2 = \frac{\omega k}{s_0 + \Delta s}$$

nach Gl. (4.28) die Diagonalspannung \underline{U}_d , die jetzt exakt proportional zur Verschiebung Δs ist:

$$\underline{U}_d = \frac{U_0}{2} \frac{\frac{\omega k}{s_0 + \Delta s} - \frac{\omega k}{s_0 - \Delta s}}{\frac{\omega k}{s_0 + \Delta s} + \frac{\omega k}{s_0 - \Delta s}} = -\frac{U_0}{2 s_0} \Delta s. \quad (4.43)$$

Die Kennlinie der Messeinrichtung ist eine Gerade und die Empfindlichkeit E eine Konstante:

$$E = \frac{d \underline{U}_d}{d \Delta s} = -\frac{U_0}{2 s_0}. \quad (4.44)$$

4.4.2 Queranker-Aufnehmer zur Längen- und Winkelmessung

Für die Messung kleiner Wegstrecken werden vorwiegend Queranker-Aufnehmer benutzt (Bild 4.17). Hier befindet sich die Spule auf dem Schenkel eines u-förmigen Kerns. Der magnetische Kreis wird durch einen Queranker geschlossen, der vom Kern den Abstand s einnimmt. Die magnetischen Feldlinien durchlaufen zweimal den Luftspalt s und sind sonst weitgehend durch das Eisen geführt. Mit A als Querschnitt des Kerns ist der magnetische Widerstand R_m dieser Spule gegeben durch

$$R_m = \frac{2s}{\mu_0 A} + \frac{s_{Fe}}{\mu_0 \mu_r A}. \quad (4.45)$$

Der letzte Term darf wieder wegen der großen Permeabilitätszahl μ_r des Eisens vernachlässigt werden. Die Induktivität $L = N^2/R_m$ dieser Spule mit Queranker

$$L = \frac{\mu_0 A N^2}{2 s} \quad (4.46)$$

ist umgekehrt proportional zur Breite des Luftspalts s .

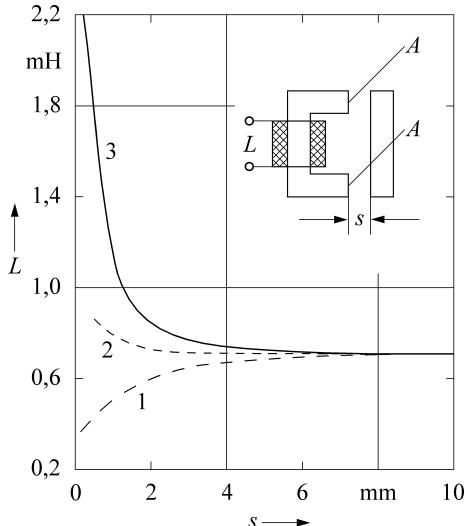


Bild 4.17 Induktivität eines Queranker-Gebärs in Abhängigkeit vom Weg s für Queranker aus 1 Messing, 2 Weicheisen und 3 Ferrit

Wegen unvermeidlicher Streuungen im Luftspalt verläuft die $L(s)$ -Kennlinie nur ungefähr nach Gl. (4.46). Sie hängt sehr von dem Material des Querankers ab. Besteht dieser aus einem elektrisch leitenden, aber nicht ferromagnetischen Material wie z. B. Messing oder Kupfer, so entstehen in ihm Wirbelströme, deren Gegenfeld den magnetischen Fluss der Spule schwächt. Die Induktivität nimmt mit kleiner werdendem Luftspalt ab. Beim Eisen heben sich der feldverstärkende Einfluss der hohen Permeabilität und der feldschwächende Einfluss der Wirbelströme teilweise auf. Dagegen führt die geringe Leitfähigkeit und hohe Permeabilität der Ferrite zu einem starken Anstieg der Induktivität bei abnehmendem Luftspaltabstand.

Auch in der Queranker-Bauform sind **Differenzial-Aufnehmer** verfügbar. Hier haben zwei sich gegenüberliegende Spulen ein gemeinsames Joch, das bei seiner Bewegung den einen Luftspalt vergrößert und den anderen entsprechend verringert (Bild 4.18). In der rotationsymmetrischen Ausführungsform mit Topfkern sind die Spulen praktisch vollständig vom

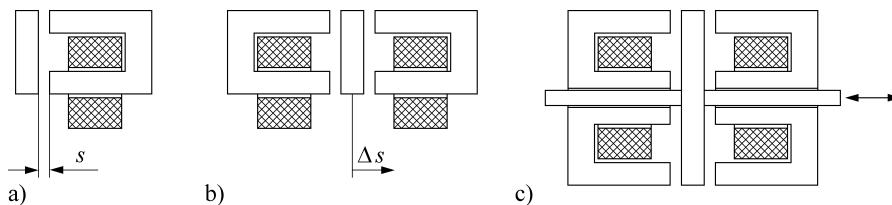


Bild 4.18 Queranker-Aufnehmer. a) einfache Ausführung, b) Differenzial-Queranker-Aufnehmer, c) Differenzial-Queranker-Aufnehmer mit Topfkern

Eisen umschlossen. Dadurch wird zum einen der Streufluss minimiert und zum anderen der Nutzfluss vor äußereren störenden Magnetfeldern abgeschirmt.

Die Blindwiderstände der Queranker-Aufnehmer werden vornehmlich mit Ausschlagbrücken gemessen. Die bei den Tauchanker-Gebern diskutierten Ergebnisse sind voll auf die Queranker-Geber zu übertragen. Die Diagonalspannung einer beide Spulen des Differenzial-Queranker-Gebers enthaltenden Halbbrücke ändert sich streng linear mit der Verschiebung des gemeinsamen Jochs. Die Differenzbildung in der Halbbrücke hat weiterhin den Vorteil, dass eventuell von außen auf beide Spulen gleich einwirkende Störungen weitgehend eliminiert werden.

4.4.3 Kurzschlussring-Sensor

Die Schwächung eines magnetischen Feldes durch Wirbelströme wird in dem auch bei ungünstigen Umgebungsbedingungen zuverlässig arbeitenden Kurzschlussring-Sensor zur Längen- und Winkelmessung ausgenutzt. Dieser besteht aus einem w-förmigen Kern, dessen Mittelschenkel die Spule und den beweglich angeordneten Kurzschlussring trägt (Bild 4.19).

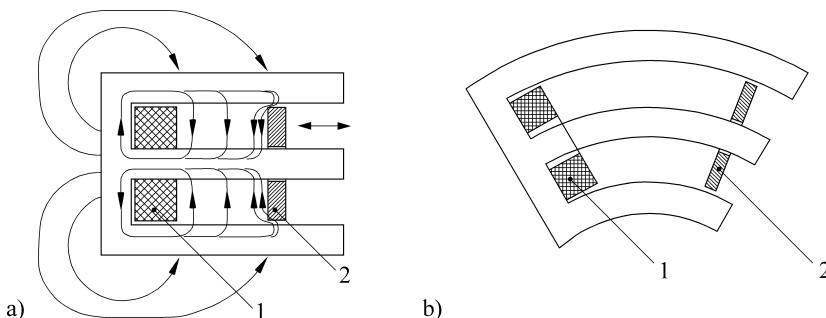


Bild 4.19 Kurzschlussring-Sensor mit 1 Spule und 2 beweglichem Kurzschlussring [4.2]
a) zur Wegmessung, b) zur Winkelmessung

Bei einem magnetischen Wechselfeld entstehen in dem Kurzschlussring Wirbelströme. Diese erzeugen ein magnetisches Gegenfeld, das nur unbedeutend schwächer als das anregende Feld ist. Der den Kurzschlussring durchsetzende magnetische Fluss wird praktisch null und das magnetische Feld der Spule wird auf den Raum zwischen Spule und Kurzschlussring begrenzt. Die Induktivität der Erregerspule ist proportional dem Abstand zwischen Spule und Ring, der damit messbar ist.

4.4.4 Anwendung der induktiven Längen- und Winkelgeber

Die in den vorausgegangenen Abschnitten besprochenen induktiven Aufnehmer werden zur berührungslosen Messung von Wegen und Winkeln und indirekt auch zur Messung aller Größen benutzt, die sich als Wege oder Winkel darstellen lassen. Der Messbereich kann vielen Erfordernissen angepasst werden und geht von etwa $1\text{ }\mu\text{m}$ (Auflösung $0,01\text{ }\mu\text{m}$) bis zu ungefähr 1 m .

Bild 4.20 zeigt als Beispiel die induktive Messung der axialen Verschiebung einer Welle und die Bestimmung der Dicke einer nichtmagnetischen Schicht auf einer magnetischen Unterlage. Ein induktiver Drehzahlgeber ist in Bild 2.73 dargestellt.

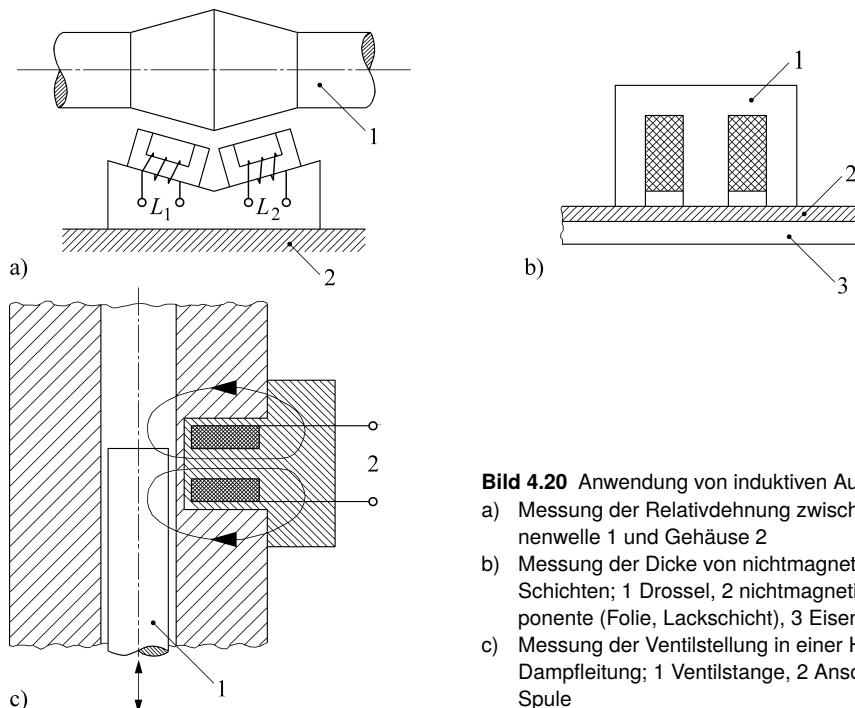


Bild 4.20 Anwendung von induktiven Aufnehmern

- a) Messung der Relativdehnung zwischen Turbinenwelle 1 und Gehäuse 2
- b) Messung der Dicke von nichtmagnetischen Schichten; 1 Drossel, 2 nichtmagnetische Komponente (Folie, Lackschicht), 3 Eisenkern
- c) Messung der Ventilstellung in einer Hochdruck-Dampfleitung; 1 Ventilstange, 2 Anschlüsse der Spule

Bei Messungen in unter Druck stehenden Räumen kann der bewegliche Tauch- oder Queranker durch ein druckfestes nichtmagnetisches Rohr von der umgebenden Spule getrennt werden. Damit lassen sich, wie z. B. bei der Messung der Ventilstellung in einer Hochdruck-Dampfleitung, Längen- und Winkeländerungen aus einem druckführenden Raum ohne mechanische Durchführungen nach außen übertragen (Bild 4.20 c).

Der komplette Aufnehmer, bestehend aus Eisenkern und Spule, kann auch in den druckführenden Raum eingebaut werden. In diesem Fall sind die Spulenanschlüsse über besondere Durchführungen (z. B. in Glas eingeschmolzene Stifte) aus dem unter Druck stehenden Raum nach außen zu führen, womit die zu bestimmende Induktivität zugänglich wird.

4.4.5 Induktiver Schleifendetektor zur Erfassung von Fahrzeugen

In ihrer einfachsten Form besteht eine Spule aus einer Leiterschleife. Liegt diese in der Straßendecke (Bild 4.21), so kann sie als Fahrzeugsdetektor Verwendung finden. Überfährt ein Fahrzeug die Schleife, so wird durch das ferromagnetische oder leitfähige Material des Fahrzeugs das magnetische Feld verformt und die Induktivität wird für die Dauer der Überfahrt verändert. Aus ihrer Messung (z. B. in der Anordnung nach Bild 4.5) lassen sich die Zahl und Art der Fahrzeuge und gegebenenfalls auch ihre Geschwindigkeit erkennen. Diese Daten

werden zur Steuerung der Verkehrssignale benutzt. Die induktiven Detektoren sind praktisch keinem Verschleiß unterworfen, arbeiten auch bei den unterschiedlichen Witterungsbedingungen zuverlässig und sind leicht zu installieren. Hierzu ist nur ein schmaler Schlitz in die Fahrbahndecke zu fräsen, in den die Leiterschleife gelegt und vergossen wird.

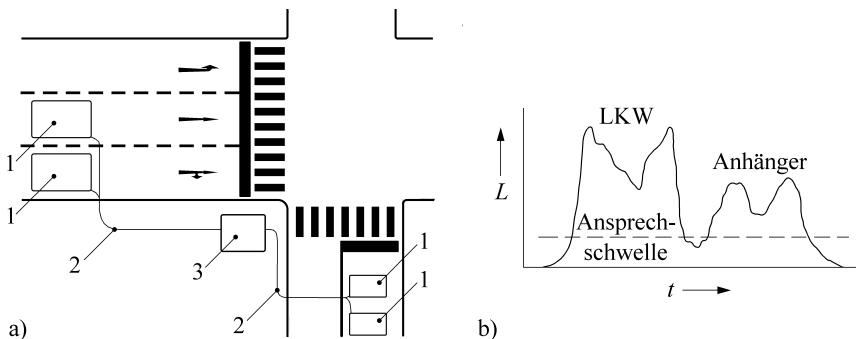


Bild 4.21 a) Straßenkreuzung mit 1 induktiven Schleifendetektoren, 2 Zuleitungen und 3 Auswertegerät, b) Änderung der Schleifeninduktivität durch einen über die Schleife fahrenden Lastzug

4.4.6 Magnetoelastische Kraftmessdose

In die Gl. (4.34) für den magnetischen Widerstand einer Spule geht die relative Permeabilitätszahl μ_r des benutzten Eisens ein. Diese hängt bei bestimmten Nickel-Eisen-Legierungen von der Normalspannung ab. Bei einer Beanspruchung auf Zug nimmt die Permeabilität zu, bei einer Druckbelastung entsprechend ab. Dieser magnetoelastische Effekt, der bei einer dynamischen Belastung Spannungen in der Spule induziert, führt bei einer statischen Beanspruchung zu einer Änderung der Spuleninduktivität. Über deren Messung sind damit die im Eisen herrschenden Spannungen erkennbar. Der Effekt wird in der magnetoelastischen Kraftmessdose, die eine eisengeschlossene Induktivität darstellt, zur weglosen Messung von Kräften ausgenutzt (Bild 4.22). Die Verformung $\Delta l/l$ liegt zwischen 10^{-5} und 10^{-6} und der Messbereich geht von 10^3 N bis 10^6 N.

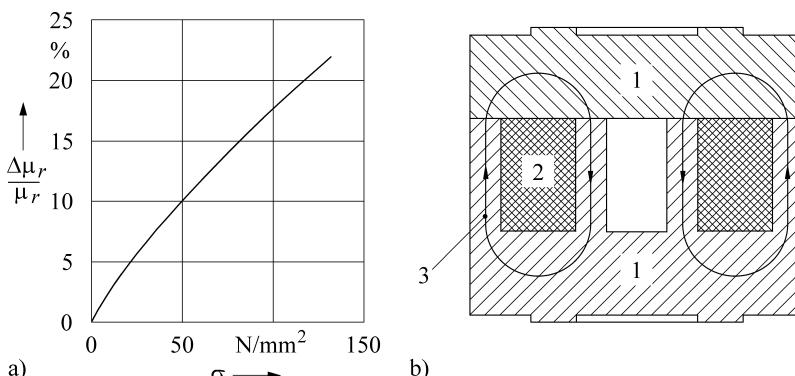


Bild 4.22 Magnetoelastische Kraftmessdose. a) Änderung der Permeabilität einer Nickel-Eisen-Legierung in Abhängigkeit von der Normalspannung σ , b) Schnitt mit Druckkörper 1 aus Nickel-Eisen, Spule 2 und magnetischer Feldlinie 3

■ 4.5 Kapazitive Aufnehmer

Die Kapazität eines Plattenkondensators hängt von der elektrischen Feldkonstanten ϵ_0 , der Permittivitätszahl ϵ_r , der Plattenfläche A und dem Plattenabstand a ab:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{a}. \quad (4.47)$$

Eine Änderung des Plattenabstands, der Plattenfläche oder der Permittivitätszahl führt zu einer Änderung der Kapazität. Damit lassen sich über eine Kapazitätsmessung alle die Effekte überwachen, die eine oder mehrere der drei genannten Größen beeinflussen.

4.5.1 Änderung des Plattenabstands

Die Kapazität eines Kondensators ist umgekehrt proportional zum Plattenabstand. Wird er verkleinert, so wird die Kapazität vergrößert und umgekehrt. Die entsprechende Empfindlichkeit E eines Kondensators ist

$$E = \frac{dC}{da} = -\frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{a^2} = -\frac{C}{a}. \quad (4.48)$$

Sie ist also besonders groß bei kleinen Plattenabständen. Aus einer Umstellung der letzten Gleichung folgt:

$$\frac{dC}{C} = -\frac{da}{a}. \quad (4.49)$$

Ähnlich Gl. (4.39) ist jetzt die relative Kapazitätsänderung proportional der relativen Abstandsänderung.

Die Kapazität eines Kondensators nimmt bei einer Vergrößerung des Plattenabstands um Δa von $C_0 = \epsilon_0 \epsilon_r A / a_0$ auf $C = \epsilon_0 \epsilon_r A / (a_0 + \Delta a)$ ab. Wird sie in einer Viertelbrücke mit

$$X_2 = \frac{-1}{\omega C} = \frac{-(a_0 + \Delta a)}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r A}; \quad X_1 = \frac{-1}{\omega C_0} = \frac{-a_0}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r A}$$

bestimmt, so ist nach Gl. (4.28) die Diagonalspannung U_d nur ungefähr der Änderung des Plattenabstands proportional:

$$\underline{U}_d = \frac{U_d}{2} \frac{\Delta a}{2a_0 + \Delta a} \approx \frac{U_0}{4a_0} \Delta a. \quad (4.50)$$

Diese Nichtlinearität verschwindet beim Differenzial-Kondensator, der zwei Kondensatoren mit einer gemeinsamen, beweglichen Mittelplatte darstellt (Bild 4.23).

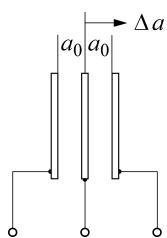


Bild 4.23 Differenzial-Kondensator, die mittlere Platte ist verstellbar

Wird diese Mittelplatte von a_0 ausgehend um Δa verschoben, so vergrößert sich der Abstand des einen Plattenpaars, der des anderen nimmt ab:

$$X_1 = \frac{-1}{\omega C_1} = \frac{-(a_0 - \Delta a)}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r A}; \quad X_2 = \frac{-1}{\omega C_2} = \frac{-(a_0 + \Delta a)}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r A}.$$

Werden die beiden Hälften des Differenzial-Kondensators in die diagonalen Zweige einer Brücke gelegt, so ist nach Gl. (4.28) die Diagonalspannung \underline{U}_d streng proportional zur Änderung des Plattenabstands Δa :

$$\underline{U}_d = \frac{\underline{U}_0}{2 a_0} \Delta a. \quad (4.51)$$

Kondensatoren mit verschiebbaren Elektroden werden ähnlich wie induktive Geber zu Weg- und Winkelmessungen benutzt. Nach dem gleichen Prinzip arbeiten die Kondensatormikrofone, die Schallschwingungen in elektrische Signale umformen.

4.5.2 Änderung der Plattenfläche

Neben dem Abstand lässt sich besonders einfach die Überdeckung, d. h. die wirksame Fläche der Kondensatorplatten, ändern (Bild 4.24). Befinden sich Platten mit der Breite b_0 und der Länge l_0 im Abstand a_0 einander gegenüber, so hat dieser Kondensator eine maximale Kapazität C_0 von

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 b_0 l_0}{a_0}. \quad (4.52)$$

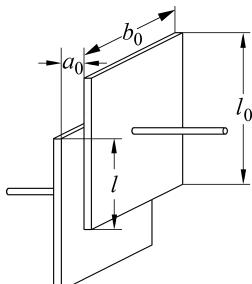


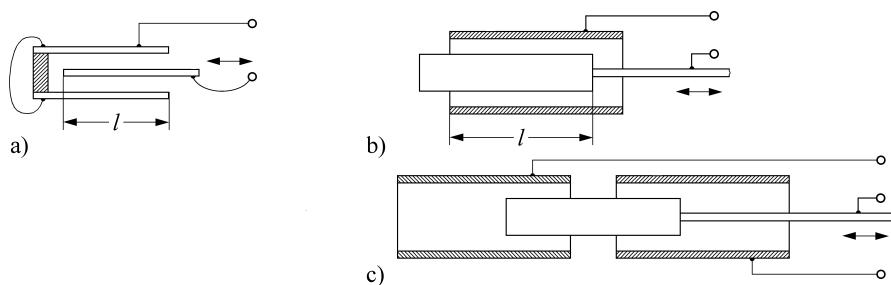
Bild 4.24 Parallelverschiebung der Kondensatorplatten

Wird nun die eine Kondensatorplatte so an der anderen vorbeigeschoben, dass beide sich nur noch teilweise mit der Länge l überdecken, so nimmt die Kapazität von C_0 auf C ab:

$$C = \frac{\varepsilon_0 b_0}{a_0} l = \frac{C_0}{l_0} l. \quad (4.53)$$

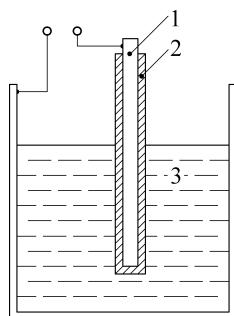
Sie ist der Länge l proportional. Damit ist auch dieser Kondensator für Wegmessungen geeignet.

Die Kondensatorplatten müssen bei ihrer Bewegung exakt geführt werden, um ihren Abstand genau einzuhalten. Andernfalls würden Kapazitätsänderungen auf Grund von Abstandsänderungen das Messergebnis verfälschen. Weniger empfindlich gegen diesen störenden Einfluss sind die Bauformen, die eine bewegliche Mittelelektrode enthalten (Bild 4.25).

**Bild 4.25** Kondensator mit verschiebbarer Mittelelektrode.

a) Plattenkondensator, b) Zylinderkondensator, c) Differenzial-Kondensator in zylindrischer Ausführung

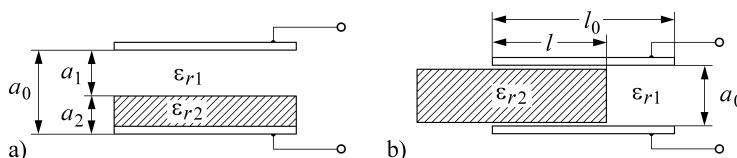
Die Abhängigkeit der Kapazität von der Plattenoberfläche wird z. B. bei den bekannten Drehkondensatoren ausgenutzt. In der Verfahrenstechnik wird auf Grund dieses Effekts der Füllstand von elektrisch leitenden Flüssigkeiten gemessen. In die Flüssigkeit wird eine Elektrode mit einem isolierenden Überzug eingetaucht (Bild 4.26).

**Bild 4.26** Kapazitive Füllstandsmessung einer leitenden Flüssigkeit mit isolierter Elektrode; 1 Elektrode, 2 Isolation, 3 Flüssigkeit

Die Elektrode und die umgebende elektrisch leitende Flüssigkeit stellen einen Kondensator mit der Isolationsschicht als Dielektrikum dar. Die Kondensatorfläche und damit die Kapazität der Anordnung ist umso größer, je höher der Behälterfüllstand ist.

4.5.3 Geometrische Änderung des Dielektrikums

Geschichtete Dielektrika. Der in Bild 4.27 a dargestellte Kondensator enthält zwei verschiedene Dielektrika mit den Permittivitätszahlen ϵ_{r1} und ϵ_{r2} und den Dicken a_1 und a_2 .

**Bild 4.27** Kondensator mit a) geschichtetem und b) eingeschobenem Dielektrikum

Beide Dielektrika füllen den Raum zwischen den Kondensatorplatten völlig aus, $a_1 + a_2 = a_0$. Die Anordnung kann als eine Hintereinanderschaltung von zwei Kapazitäten C_1 und C_2

aufgefasst werden, deren Gesamtkapazität C zu bestimmen ist. Für die vorliegende Serienschaltung gilt:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{\epsilon_0 A} \left(\frac{a_1}{\epsilon_{r1}} + \frac{a_2}{\epsilon_{r2}} \right);$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{a_1/\epsilon_{r1} + a_2/\epsilon_{r2}}. \quad (4.54)$$

Ist die Permittivitätszahl des ersten Dielektrikums gleich der der Luft ($\epsilon_{r1} = 1$), so ist die gesuchte Gesamtkapazität C abhängig von der Permittivitätszahl ϵ_{r2} und der Dicke a_2 des zweiten Dielektrikums. Ist eine dieser Größen bekannt, so kann die andere aus einer Messung der Kapazität ermittelt werden.

Diese Methode wird zur berührungslosen Schichtdickenmessung angewendet. Papier- und Kunststoff-Folien, synthetische Fasern und Fäden, deren Dicke zu bestimmen ist, werden zwischen zwei Kondensatorplatten hindurchgezogen. Die Permittivitätszahl der untersuchten Stoffe ist bekannt, so dass aus der gemessenen Kapazität die Dicke des Materials bestimmt werden kann.

Dielektrika mit variablen Eintauchtiefen. Anders als in den vorausgegangenen Überlegungen wird jetzt angenommen, dass das Dielektrikum 2 unterschiedlich tief in den Kondensator eintaucht. Dies führt zu der im Bild 4.27 b gezeigten Anordnung, die sich als eine Parallelschaltung von Kondensatoren verstehen lässt.

Die Gesamtkapazität setzt sich aus den Teilkapazitäten C_1 (Permittivitätszahl ϵ_{r1} , Plattenfläche $b_0(l_0 - l)$) und C_2 (Permittivitätszahl ϵ_{r2} , Plattenfläche $b_0 l$) zusammen:

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r1} b_0 (l_0 - l)}{a_0} + \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r2} b_0 l}{a_0}$$

$$= \frac{\epsilon_0 b_0}{a_0} \left[\epsilon_{r1} (l_0 - l) + \epsilon_{r2} l \right]. \quad (4.55)$$

Die letzte Gleichung wird etwas übersichtlicher, wenn als Dielektrikum 1 wieder Luft unterstellt ($\epsilon_{r1} = 1$) und die Kapazität C_0 des leeren, luftgefüllten Kondensators (Gl. (4.52)) eingeführt wird. Die durch den Eintritt des Dielektrikums 2 verursachte relative Kapazitätsänderung $\Delta C/C_0$ wächst proportional zur Eindringtiefe l :

$$\frac{\Delta C}{C_0} = \frac{C - C_0}{C_0} = \frac{l_0 - l}{l_0} + \frac{\epsilon_{r2} l}{l_0} - 1 = \frac{\epsilon_{r2} - 1}{l_0} l. \quad (4.56)$$

Dieses Prinzip wird zur Füllstandsmessung bei elektrisch nicht leitenden Flüssigkeiten und Schüttgütern angewendet. In das zu kontrollierende Medium werden zwei Kondensatorplatten eingeführt (Bild 4.28), die mit zunehmender Füllung mehr und mehr überdeckt werden. Die gemessene Kapazität ist dann nach Gl. (4.56) ein Maß für die gesuchte Füllhöhe l .

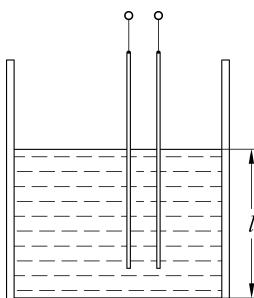


Bild 4.28 Kapazitive Füllstandsmessung bei nichtleitenden Flüssigkeiten oder Schüttgütern

4.5.4 Änderung der Permittivitätszahl durch Feuchtigkeit oder Temperatur

Die Permittivitätszahl von Wasser ist mit $\epsilon_r = 81$ sehr viel größer als die anderer Stoffe. Die Permittivitätszahl eines Isolierstoffes nimmt aus diesem Grunde stark mit dem Wassergehalt zu. Diese Tatsache ermöglicht eine Wassergehalts- oder Feuchtemessung. Ist die Feuchte von festen, nicht leitenden Stoffen wie z. B. Getreide, Textilien, Holz oder Kohle festzustellen, so werden diese Stoffe durch die Platten eines Kondensators geführt. Aus der gemessenen Kapazität wird dann auf den in diesen Stoffen enthaltenen Wassergehalt geschlossen.

Des Weiteren besteht ein eindeutiger Zusammenhang zwischen der relativen Feuchte in Luft und dem von speziellen Kunststoffen molekular aufgenommenen Wasser. Mit einem derartigen Kunststoff als Dielektrikum eines Kondensators lässt sich aus der gemessenen Kapazität die relative Feuchte der umgebenden Luft bestimmen (Bild 4.29). Einige Dielektrika sind temperaturabhängig. Entsprechende Kondensatoren werden als Geber für Brand-Warnanlagen benutzt.

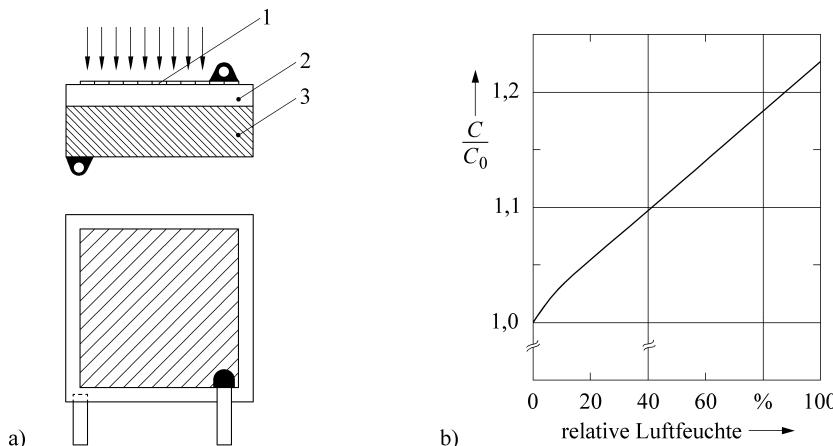


Bild 4.29 Kapazitive Messung der relativen Luftfeuchte. a) Aufbau des Fühlerelements mit wasserlöslicher Gold-Elektrode 1, feuchtempfindlichem Dielektrikum 2, Grundelektrode 3, b) Zusammenhang zwischen der Kapazität des Fühlerelements und der relativen Luftfeuchte ($C_0 \approx 300 \text{ pF}$)

■ 4.6 Einsatz der induktiven und kapazitiven Abgriffe in Differenzdruck-Messumformern

Differenzdrücke sind in der Verfahrenstechnik häufig zu messen, meistens in Verbindung mit Drosselgeräten zur Durchflussmessung [4.3, 4.4, 4.5]. Der Differenzdruck wird bei dieser Anwendung als „Wirkdruck“ bezeichnet.

Da ein großer Bedarf an Messumformern besteht, gibt es viele Hersteller mit ganz unterschiedlichen Konstruktionen. Allen gemeinsam ist jedoch die Verschiebung einer Stange, die entweder mit einem induktiven oder kapazitiven Abgriff erfasst wird.

Prinzip. Der prinzipielle Aufbau eines Druck-Messumformers wird anhand der Membran-Messzelle von Bild 4.30 erläutert.

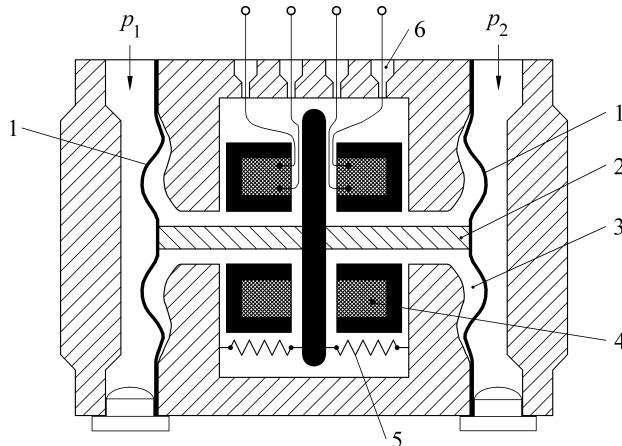


Bild 4.30 Membran-Messzelle mit innen liegendem induktivem Abgriff
1 Mess- und Trennmembran,
2 Mittelachse, 3 Ölfüllung,
4 induktiver Differenzial-Queranker-Geber,
5 Federn zur Messbereichseinstellung,
6 Glasdurchführungen

Die beiden Drücke p_1 und p_2 , deren Differenz zu messen ist, werden in getrennten Druckmesskammern mit Membranfedern erfasst. Diese sind über eine Stange miteinander verbunden. Das zwischen ihnen eingeschlossene Volumen ist mit inkompressiblem Öl gefüllt. Ist A die Fläche der beiden gleich großen Membranen, so wirkt bei einem Differenzdruck $p_1 - p_2$ die Kraft

$$F_{12} = A(p_1 - p_2).$$

Sie verschiebt die beiden Membranen gegen die den Messbereich festlegenden Federn. Hier entsteht die Aufgabe, diese Verschiebung als Maß für den Differenzdruck aus dem abgeschlossenen, ölfüllten, unter Druck stehenden Raum nach außen zu übertragen. Diese ist bei der gezeigten Zelle mit Hilfe eines induktiven Abgriffs gelöst (Differenzial-Queranker-Aufnehmer). Bei einer Verschiebung der Mittelachse nimmt die Induktivität der einen Spule zu, die der anderen ab. Die 2 mal 2 Spulenanschlüsse werden über elektrische Durchführungen druckdicht nach außen geführt, wo die Induktivitätsänderungen entsprechend ausgewertet werden.

Ähnliche Lösungen unter Verwendung von Differenzial-Kondensatoren sind in Bild 4.31 gezeigt. Darüber hinaus werden bei Differenzdruck-Messumformern auch Dehnungsmessstreifen und monolithisch integrierte Silizium-Differenzdruck-Sensoren verwendet.

Messbereich. Die Messbereiche für den Differenzdruck liegen zwischen 1 mbar und mehreren 1 000 mbar. Die statischen Drücke gehen bis zu 400 bar. Die Messunsicherheit beträgt 0,25 % des Differenzdruck-Endwertes, bei einigen Messbereichen sogar nur 0,1 %. Werden zwei statische Drücke von etwa 100 bar bei einem Differenzdruck-Messbereich von 1 mbar mit einer Unsicherheit von 0,25 % verglichen, so werden Druckunterschiede von 0,0025 mbar angezeigt. Auf den statischen Druck bezogen gibt das die außerordentlich hohe Auflösung von $0,0025/100\,000 = 2,5 \cdot 10^{-8}$. Die analoge elektrische Aufgabe, die Differenz zweier etwa 100 V hoher Spannungen mit einer Auflösung von 0,0025 mV anzuzeigen, lässt sich nur mit erheblichem Aufwand realisieren.

Störgrößen bei der Messung sind die Temperatur und der statische Druck. Ihr Einfluss wird durch konstruktive Maßnahmen in Grenzen gehalten. In der Regel sind die Differenzdruck-Messumformer überdrucksicher bis zum vollen statischen Druck. Eine Zelle, die z. B. für die

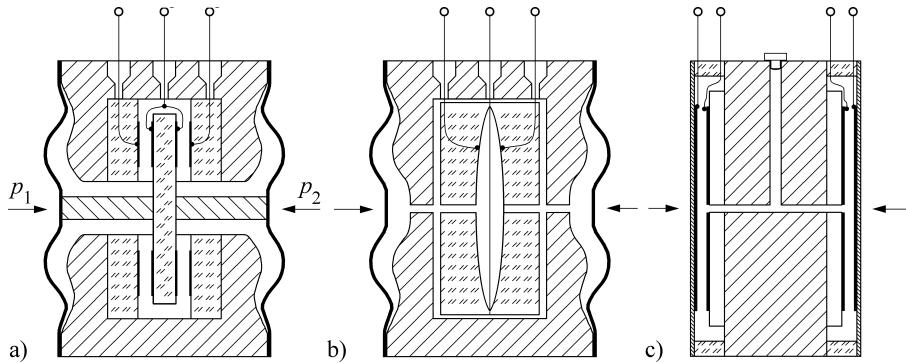


Bild 4.31 Verschiedene Ausführungen eines innen liegenden kapazitiven Abgriffs in Differenzdruck-Messumformern; das durch die Druckmembranen eingeschlossene Volumen ist jeweils ölfüllt.

- Die zwischen den Druckmembranen eingespannte Mittelachse bewegt die Mittelelektrode des Differenzialkondensators.
- Die äußereren Platten des Differenzial-Kondensators werden durch geschliffene, mit aufgedampften Elektroden versehene Glasblöcke gebildet. Dazwischen ist als Mittelelektrode die „Messmembran“ eingespannt.
- Gesinterte Al_2O_3 -Keramiken bilden das Mittelteil und die elastischen, planen Druckmembranen. In der Dickschichttechnik sind die Glaszwischenschichten und die notwendigen metallischen Elektroden aufgebracht.

statischen Drücke $p_1, p_2 \approx 400$ bar und für einen Differenzdruck-Vollausschlag $p_1 - p_2 = 40$ mbar ausgelegt ist, wird auch durch einen eventuell bei der Inbetriebnahme fälschlich auftretenden Differenzdruck von 400 000 mbar nicht zerstört. Dies wird dadurch erreicht, dass die Membranen bei Überschreiten des Messbereichs sich entweder an ein fest stehendes Konstruktionsteil anlehnen oder durch das nicht komprimierbare, abgesperrte Öl vor einer weiteren zu großen Dehnung geschützt werden.

■ 4.7 Vergleich der induktiven und der kapazitiven Längenaufnehmer

Randbedingungen. Induktive und kapazitive Längenaufnehmer sind sich insofern ähnlich, als sie im Unterschied zu den potentiometrischen Aufnehmern kontaktlos und verschleißfrei arbeiten. Bezuglich dieser Eigenschaft sind sie für die Messaufgaben gleich gut geeignet. Um zu sehen, ob sich die induktiven und kapazitiven Aufnehmer in anderen Punkten unterscheiden und damit eigene, spezifische Anwendungsgebiete haben, werden ein Queranker-Aufnehmer und ein Plattenkondensator verglichen (Bild 4.32).

Die Luftspaltbreite a des Queranker-Aufnehmers und der Plattenabstand a des Kondensators werden gleich groß angenommen. Dagegen soll die Kondensatorfläche A_C das Zehnfache der Querschnittsfläche A_L der Polschuhe betragen, womit auch das Volumen des elektrischen Feldes V_C zehnmal so groß wie das des magnetischen Feldes V_L ist, $A_C = 10 A_L$.

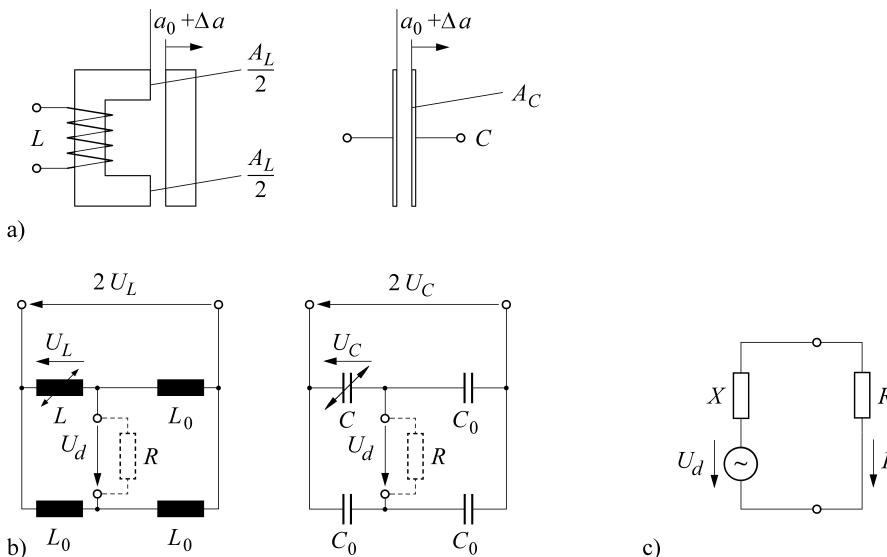


Bild 4.32 Vergleich eines induktiven Queranker-Aufnehmers mit einem kapazitiven Aufnehmer.
a) Aufnehmer, b) Brückenschaltung, c) Ersatzspannungsquelle

Wird jeder Aufnehmer in einer mit der Spannung U_0 versorgten Brücke verschaltet und werden in der Brückendiagonalen die Leerlaufspannungen gemessen, so hängen diese entsprechend den Gln. (4.42) und (4.50) in gleicher Weise von Δa ab. Die Messaufnehmer haben in dieser Schaltung die gleiche Empfindlichkeit.

Es ist nun unzweckmäßig, die induktive und die kapazitive Brücke an die gleiche Spannung U_0 zu legen. Besser ist, die Brücken auf die Erfordernisse der Aufnehmer abzustimmen und mit unterschiedlichen Spannungen so zu versorgen, dass die Aufnehmer gute, aber noch ohne allzu großen Aufwand erzielbare Empfindlichkeiten erreichen. Eine derartige Auslegung führt z. B. bei dem induktiven Aufnehmer zu einer magnetischen Flussdichte $B = 0,1 \text{ Vs/m}^2$, bei dem kapazitiven Aufnehmer zu einer elektrischen Feldstärke $E = 10^5 \text{ V/m}$, bei der Spannungsüberschläge noch nicht zu befürchten sind [4.6]. Um diese Größen zu erreichen, sind unterschiedliche Speisespannungen U_0 erforderlich, die im Folgenden als

$$U_{0L} = 2 U_L \quad \text{und} \quad U_{0C} = 2 U_C$$

unterschieden werden. Dabei ist U_L die am induktiven, U_C die am kapazitiven Aufnehmer liegende Spannung.

Auf Grund dieser Annahmen kann jetzt der wesentliche Unterschied zwischen beiden Aufnehmern herausgestellt werden. Er liegt darin, dass im magnetischen Feld der Drossel eine sehr viel größere Energie als im elektrischen Feld des Kondensators gespeichert ist.

4.7.1 Energie des magnetischen und des elektrischen Feldes

In der Gleichung für die Energie W_m des magnetischen Feldes

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 \quad (4.57)$$

kann der Strom durch die Spannung ersetzt werden, $I = U_L/\omega L$, womit sie übergeht in

$$W_m = \frac{1}{2} \frac{U_L^2}{\omega^2} \frac{L}{L}. \quad (4.58)$$

Außerdem kann die im Magnetfeld gespeicherte Energie durch die Kenngrößen der Drossel gemäß der folgenden Beziehung ausgedrückt werden:

$$W_m = \frac{a A_L B^2}{2 \mu_0}. \quad (4.59)$$

Die Energie W_e des elektrischen Feldes

$$W_e = \frac{1}{2} C U^2 \quad (4.60)$$

lässt sich mit $C = \epsilon_0 A_C / a$ und unter Einbeziehung der elektrischen Feldstärke $E = U/a$ überführen in

$$W_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 a A_C E^2. \quad (4.61)$$

Damit sind jetzt die Vorbereitungen getroffen, um das Verhältnis der in den beiden Feldern gespeicherten Energien bestimmen zu können. Dieses ergibt sich mit den getroffenen Annahmen aus den Gln. (4.61) und (4.59) zu

$$\begin{aligned} \frac{W_m}{W_e} &= \frac{2 a A_L B^2}{2 \mu_0 \epsilon_0 a A_C E^2} \\ &= \frac{1}{1,25 \cdot 10^{-6}} \frac{1}{8,85 \cdot 10^{-12}} \frac{1}{10} \frac{10^{-2}}{10^{10}} \frac{\text{A m}}{\text{Vs}} \frac{\text{Vm}}{\text{As}} \frac{\text{V}^2 \text{s}^2}{\text{m}^4} \frac{\text{m}^2}{\text{V}^2} = 9 \cdot 10^3. \end{aligned} \quad (4.62)$$

Die Energie des magnetischen Feldes ist um Zehnerpotenzen größer als die des elektrischen. Dieser Sachverhalt ist für die Anwendungsfälle bedeutsam, in denen die Diagonalspannung der verwendeten Brückenschaltung nicht im Leerlauf, sondern mit einer bestimmten Stromentnahme gemessen wird, für die Fälle also, in denen die Brücke belastet wird.

4.7.2 Größte der Brückenschaltung entnehmbare Leistung

Um die den Induktivitäts- und Kapazitätsmessbrücken entnehmbaren Leistungen zu finden, werden die Brücken durch ihre Ersatzschaltungen dargestellt. Die Leerlaufspannung der Ersatzspannungsquelle ist dabei jeweils die Diagonalspannung U_d . Ihr Innenwiderstand X wird zu ωL bzw. $1/\omega C$ angenommen. Der Verbraucher mit dem Widerstand R sei an den Innenwiderstand X der Spannungsquelle angepasst mit $R = X$.

In diesem Fall fließt über den Verbraucher der Strom I

$$I = \frac{U_d}{\sqrt{X^2 + R^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{U_d}{R} \quad (4.63)$$

und die im Verbraucher umgesetzte Leistung P ist

$$P = \frac{U_d}{\sqrt{2}} I = \frac{U_d^2}{2 R} = \frac{U_d^2}{2 X}. \quad (4.64)$$

Indem in die letzte Gleichung die von der induktiven Brücke gelieferte Leerlaufspannung $U_{d,L} = 2 U_L \Delta a / 4 a_0$ eingeführt wird, ergibt sich die der induktiven Brücke maximal entnehmbare Leistung P_L zu

$$P_L = \frac{1}{8\omega} \frac{U_L^2}{L} \left(\frac{\Delta a}{a_0} \right)^2. \quad (4.65)$$

Der Quotient U_L^2/L lässt sich mit Gl. (4.58) durch die magnetische Feldenergie W_m ausdrücken und die letzte Gleichung geht damit über in

$$P_L = \frac{1}{4} \omega W_m \left(\frac{\Delta a}{a_0} \right)^2. \quad (4.66)$$

Bei der kapazitiven Brücke ergibt sich auf Grund entsprechender Überlegungen für die maximal entnehmbare Leistung P_C der Ausdruck

$$P_C = \frac{1}{8} \omega C U_C^2 \left(\frac{\Delta a}{a_0} \right)^2,$$

der mit Gl. (4.60) umgeformt werden kann in

$$P_C = \frac{1}{4} \omega W_e \left(\frac{\Delta a}{a_0} \right)^2. \quad (4.67)$$

Damit können jetzt die von den Brücken gelieferten Leistungen miteinander verglichen werden. Das Verhältnis

$$\frac{P_L}{P_C} = \frac{\frac{1}{4} \omega W_m \left(\frac{\Delta a}{a_0} \right)^2}{\frac{1}{4} \omega W_e \left(\frac{\Delta a}{a_0} \right)^2} = \frac{W_m}{W_e} = 9 \cdot 10^3 \quad (4.68)$$

ist also ebenso groß wie das der in den Feldern gespeicherten Energien.

Der induktiven Brücke ist also eine wesentlich größere Leistung als der kapazitiven zu entnehmen. Die induktiven Aufnehmer liefern damit die leistungsstärkeren Signale. Diese werden weniger durch Einstreuungen und durch Rauschen gestört und sind sicherer zu verarbeiten. Bei der induktiven Brücke kann in vielen Fällen auf Messverstärker verzichtet werden. Anzeige- und Registriergeräte lassen sich direkt anschließen. Dieser Vorteil überwiegt die Nachteile der induktiven Aufnehmer wie die schwierigere Herstellung, die Temperaturabhängigkeit des Wicklungswiderstandes und die schlechtere Linearität, so dass induktive Geber zurzeit häufiger als kapazitive eingesetzt werden.

4.7.3 Steuerleistung zum Verstellen der Aufnehmer

Die den Brücken entnehmbare Leistung stammt aus den Quellen, die die Brücken speisen, und nicht aus den magnetischen oder elektrischen Feldern der Aufnehmer. Die Induktivitäten und Kapazitäten bestimmen lediglich die verfügbare Leistung. Ihre Steuerung geschieht nicht leistungslos. Hierfür ist eine Arbeit erforderlich, die von dem Aufnehmer bzw. von der den Aufnehmer führenden Komponente erbracht werden muss. Es zeigt sich, dass zur Verstellung des induktiven Aufnehmers größere Kräfte als beim kapazitiven aufgewendet werden müssen.

Wird durch eine Bewegung des Querankers um Δa das Volumen des magnetischen Feldes geändert, so ist hierfür nach Gl. (4.59) die Arbeit ΔW_m aufzuwenden mit

$$\Delta W_m = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} A_L B^2 \Delta a. \quad (4.69)$$

Entsprechend Gl. (4.61) ist für eine Änderung des elektrischen Feldes die Energie ΔW_e

$$\Delta W_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 A_C E^2 \Delta a \quad (4.70)$$

erforderlich. Das Verhältnis der aufzuwendenden Energien nimmt mit

$$\frac{\Delta W_m}{\Delta W_e} = \frac{2 A_L B^2}{2 \varepsilon_0 \mu_0 A_C E^2} = \frac{W_m}{W_e} = 9 \cdot 10^3 \quad (4.71)$$

den schon bekannten Wert an. Um den induktiven Aufnehmer zu verstellen oder auch nur in seiner Lage zu halten, sind – unabhängig von der Belastung der Brücke – höhere Energien und nach der Beziehung

$$\Delta W = F \Delta a \quad (4.72)$$

auch größere Kräfte F als beim kapazitiven erforderlich. Die Messung der interessierenden Wege und Winkel soll aber selbstverständlich rückwirkungsfrei erfolgen. Induktive Aufnehmer dürfen daher nur bei solchen Komponenten verwendet werden, bei denen die zur Verstellung notwendigen Kräfte ohne Beeinträchtigung des Messobjekts zur Verfügung stehen. Ist diese Forderung wie z. B. bei einigen Geräten der Feinmechanik nicht zu erfüllen, so können nicht induktive, sondern nur kapazitive Aufnehmer eingesetzt werden.

Für den induktiven Aufnehmer ergibt sich bei einer Polschuhfläche $A_L = 1 \text{ cm}^2$ und einer Flussdichte $B = 0,1 \text{ Vs/m}^2$ aus einem Vergleich von Gl. (4.72) und Gl. (4.69) die zur Verstellung oder zum Halten des Ankers erforderliche Kraft F_L zu

$$F_L = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} A_L B^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{1,25 \cdot 10^{-6}} \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-2} \frac{\text{Am}}{\text{Vs}} \frac{\text{m}^2}{\text{m}^4} \frac{\text{V}^2 \text{s}^2}{\text{m}^4} = 0,4 \frac{\text{AVs}}{\text{m}} = 0,4 \text{ N}.$$

Dagegen lassen sich die Platten des der Betrachtung zu Grunde gelegten Kondensators mit einer Kraft F_C von $4,4 \cdot 10^{-5} \text{ N}$ in ihrer Position halten. Wird jedoch an Stelle eines einfachen induktiven Queranker-Gebers ein Differenzial-Geber verwendet, so kompensieren sich weitgehend die von den beiden Magnetfeldern auf die gemeinsame Mittelplatte ausgeübten Kräfte, so dass auch dieser Geber praktisch rückwirkungsfrei betrieben werden kann.

5

Digitale Grundschaltungen; Zeit- und Frequenz- messtechnik

Mit diesem Kapitel beginnt die Erläuterung der **digitalen** Messgeräte [5.1]. Sie unterscheiden sich von den bisher besprochenen **analogen** durch die Verarbeitung wertdiskreter Signale (Abschnitt 1.8). Die digitale Messtechnik ist besonders geeignet für Messaufgaben, bei denen die Tätigkeit des Zählens erforderlich ist oder angewendet werden kann. Sie beinhaltet die wiederholte Anwendung einiger weniger Grundschaltungen. Diese werden im Folgenden so weit erklärt, dass Arbeitsweise und Einsatzmöglichkeiten der digitalen Messgeräte verständlich werden.

■ 5.1 Darstellung, Anzeige und Ausgabe numerischer Messwerte

Im einfachsten Fall ist ein diskretes Signal binär. Dieses kann nur zwei Werte annehmen, und zwei Zeichen wie z. B. 0 und 1 genügen zu seiner vollständigen Beschreibung.

5.1.1 Duales Zahlensystem

Die Zahlen (Messwerte), die sich mit binären Signalen bilden lassen, sind zunächst Dualzahlen. Jede Zahl Z wird als eine Summe von Potenzen zur Basis 2 angegeben:

$$Z = a_n \cdot 2^n + a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0. \quad (5.1)$$

Die Koeffizienten a_i dieser Dualzahlen sind binäre Variable; sie haben entweder den Wert 0 oder 1. Die Dezimalzahl 237 z. B. setzt sich wie folgt aus Zweierpotenzen zusammen:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 \\ = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0. \end{aligned} \quad (5.2)$$

In der gleichen Weise, wie im dezimalen Zahlensystem die Zehnerpotenzen nicht eigens geschrieben werden, werden auch im dualen Zahlensystem die Zweierpotenzen weggelassen, und lediglich die Koeffizienten mit ihren Werten 0 oder 1 werden angegeben. Der Dezimalzahl 237 unseres Beispiels entspricht die Dualzahl 11101101.

Ein binäres Zeichen wird auch als Bit bezeichnet, und mehrere Bit bilden ein Wort. Das Wort 11101101 hat die Länge von 8 Bit = 1 Byte. Das erste Bit des obigen Worts stellt den Koeffizienten der höchsten Zweierpotenz, das letzte den der Einerstelle dar. Dementsprechend ist das erste Zeichen das Bit mit der höchsten Wertigkeit (msb = most significant bit), das letzte das mit der geringsten Wertigkeit (lsb = least significant bit).

Parallele und serielle Zahlendarstellung. Die einzelnen Zeichen eines Worts können gleichzeitig, parallel oder nacheinander, seriell übertragen und angezeigt werden. Bei der parallelen Darstellung sind so viele Leitungen erforderlich, wie das Wort Stellen hat. Die Anschlusspunkte führen entweder das Signal 1 oder 0. für die serielle Darstellung ist eine Leitung ausreichend. Die einzelnen Bit eines Worts erscheinen hier als eine Folge von Impulsen, wobei die Information in der Impulsbreite oder in der Impulsamplitude liegen kann.

5.1.2 Binärcodes für Dezimalzahlen

Mit 4 binären Stellen können die Dezimalzahlen 0 bis 15, mit n Stellen die Zahlen 0 bis $2^n - 1$ gebildet werden. größere Zahlen benötigen im dualen System schnell viele Stellen. Sie sind unübersichtlich und schlecht zu erfassen. So entstand der Wunsch, trotz der Verarbeitung binärer Signale das dezimale Zahlensystem nicht ganz zu verlassen. Dies gelingt, indem der dezimale Zahlenaufbau beibehalten und jede Ziffer einer Dezimalzahl durch binäre Signale dargestellt wird. Um die Ziffern 0 bis 9 auszudrücken, sind mindestens vier binäre Zeichen

Tabelle 5.1 Zahlendarstellung mit binären Zeichen

Stellenwertigkeit 8 4 2 1	Dualzahl 8 4 2 1	BCD 8 4 2 1	Aiken-Code 2 4 2 1	Gray-Code keine Zuordnung	hexadezimale Ziffer
Dezimalzahl					
0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0
1	0 0 0 1	0 0 0 1	0 0 0 1	0 0 0 1	1
2	0 0 1 0	0 0 1 0	0 0 1 0	0 0 1 1	2
3	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 0	3
4	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 1 0	4
5	0 1 0 1	0 1 0 1	1 0 1 1	0 1 1 1	5
6	0 1 1 0	0 1 1 0	1 1 0 0	0 1 0 1	6
7	0 1 1 1	0 1 1 1	1 1 0 1	0 1 0 0	7
8	1 0 0 0	1 0 0 0	1 1 1 0	1 1 0 0	8
9	1 0 0 1	1 0 0 1	1 1 1 1	1 1 0 1	9
10	1 0 1 0			1 1 1 1	A
11	1 0 1 1			1 1 1 0	B
12	1 1 0 0			1 0 1 0	C
13	1 1 0 1			1 0 1 1	D
14	1 1 1 0			1 0 0 1	E
15	1 1 1 1			1 0 0 0	F

erforderlich. Mit diesen vier Bit können insgesamt 16 verschiedene Zeichen gebildet werden (Hexadezimalziffer). Davon werden aber für die Ziffern des Dezimalsystems nur zehn benötigt und sechs sind somit überflüssig. Damit ergeben sich verschiedene Möglichkeiten, verschiedene Codes, um vierstellige Dualzahlen in Dezimalziffern umzurechnen (Tabelle 5.1).

Die Bit der **BCD-Zahlen** (binary coded decimals) haben wie die der Dualzahlen eine Wertigkeit von 8–4–2–1. Der Code ist aus dem Dualsystem entstanden, indem auf die letzten sechs Kombinationsmöglichkeiten verzichtet wird. Die Dezimalzahl 237 wird zur BCD-Zahl 0010 0011 0111.

Im Aiken-Code sind die mittleren Zeilen des Dualcodes weggelassen. Dies führt zu einer Wertigkeit der binärstellen von 2–4–2–1. Der Code ist symmetrisch. Werden in einem Wort die Bit negiert, so wird die Ergänzung dieser Zahlen zu neun erhalten. Da sich zudem in diesem Code die Dualüberträge mit den Dezimalüberträgen decken, eignet er sich besonders für Rechenoperationen. Die Dezimalzahl 237 lautet im Aiken-Code 0010 0011 1101.

Die einzelnen Stellen des einschrittigen Gray-Codes haben keine feste Wertigkeit. Das Kennzeichen dieses Codes ist, dass aufeinander folgende Gray-Zahlen sich nur in einem Bit unterscheiden. Derartige Codes werden für Längen- und Winkelaufnehmer vorteilhaft eingesetzt (Abschnitt 6.6.2).

Fehlererkennung und Fehlerkorrektur. Wird in einer aus binären Zeichen gebildeten Zahl ein Bit falsch gesetzt, so wird je nach Wertigkeit des fehlerhaften Bit unter Umständen die Zahl erheblich verfälscht. Ein derartiger Einzelfehler wird erkennbar, wenn eine weitere fünfte Binärstelle zur Zifferndarstellung verwendet wird.

In der Tabelle 5.2 ist die BCD-Zahl um ein Prüfbit, das so genannte Paritätsbit, ergänzt. Dieses wird so entweder auf 0 oder 1 gesetzt, dass die Summe der 1-Signale eine ungerade Zahl ergibt. Bei noch größerem Aufwand lassen sich die Fehler nicht nur erkennen, sondern auch lokalisieren und beheben. Ein fehlerkorrigierender Code benötigt dann mindestens 8 Bit für die Ziffern 0 bis 9.

Tabelle 5.2 Binär codierte Dezimalzahl mit Prüfbit

Stellenwertigkeit	BCD mit Prüfbit 8 4 2 1 Prüfbit
Dezimalzahl	
0	0 0 0 0 1
1	0 0 0 1 0
2	0 0 1 0 0
3	0 0 1 1 1
4	0 1 0 0 0
5	0 1 0 1 1
6	0 1 1 0 1
7	0 1 1 1 0
8	1 0 0 0 0
9	1 0 0 1 1

5.1.3 Ziffernanzeige; Vergleich mit Skalenanzeige

Die aus binären Signalen gebildeten Ziffern werden in der Regel mit Sieben-Segment-Anzeigen oder (5×7) -Matrixelementen angezeigt (Bild 5.1). Bei ersteren bestehen Streifen a bis g aus lichtemittierenden Dioden (LED) oder Flüssigkristallzellen (LCD). Die selbstleuchtenden LED-Anzeigen benötigen relativ hohe Ströme. Die nur bei Fremdlicht ablesbaren Flüssigkristallelemente hingegen werden über elektrische Felder gesteuert, belasten praktisch nicht die Versorgungsspannung und sind so besonders für batteriebetriebene, transportable Geräte (Uhren) geeignet.

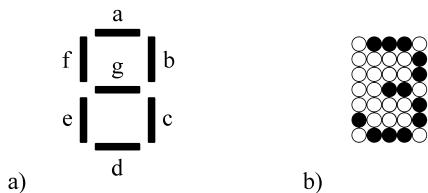


Bild 5.1 Anzeige dezimaler Ziffern
a) Sieben-Segment-Anzeige
b) (5×7) -Matrixelement

Während ein Messwert bei einem analog arbeitenden Messgerät als Ausschlag eines Zeigers (Skalenanzeige) dargestellt wird, wird er bei einem digitalen Messgerät als Zahl ausgegeben. Die Ziffernanzeige stellt nur diskrete Werte der Messgröße dar, während auf der Skala eines Analoginstruments auch Zwischenwerte abgebildet werden. darüber hinaus unterscheiden sich die Skalen- und die Ziffernanzeige noch in weiteren, für die praktische Messtechnik wichtigen Eigenschaften:

Bei der Skalenanzeige

- ist das Auflösungsvermögen begrenzt,
- ändert sich die Genauigkeit bei Störungen (z. B. infolge von Verschmutzung oder Reibung) nur wenig,
- ist auch bei stark schwankenden Messwerten der ungefähre Mittelwert gut zu erkennen,
- sind die zeitliche Veränderung einer Messgröße (Trend) und die signifikante Abweichung einer Messgröße von anderen (Ausreißer) verhältnismäßig leicht festzustellen.

Die Ziffernanzeige demgegenüber

- ist im Allgemeinen fehlerfrei abzulesen,
- bietet die bessere Auflösung,
- liefert aber bei Störungen unter Umständen einen völlig falschen Messwert (z. B. dann, wenn das Bit mit der höchsten Wertigkeit gestört ist),
- ist für die Anzeige schwankender oder sich zeitlich sehr schnell ändernder Messwerte nicht geeignet.

5.1.4 Umsetzung eines digitalen Signals in eine Spannung; Digital/Analog-Umsetzer; digital steuerbare Spannungsquelle

Des öfteren müssen digitale Signale in Messgeräten weiterverarbeitet werden, die analoge Eingangssignale benötigen. Dies ist z. B. erforderlich, wenn die Vorteile einer Skalenanzeige ausgenutzt, wenn Motoren angesteuert oder wenn analoge mit digitalen Signalen verglichen

werden sollen. In diesen Fällen ist der mit binären Zeichen dargestellte, digital verschlüsselte Messwert in eine Spannung oder in einen Strom umzusetzen. Diese Aufgabe erledigen die Digital/Analog-Umsetzer (DAU), die als **digital einstellbare Spannungsquellen** aufgefasst werden können.

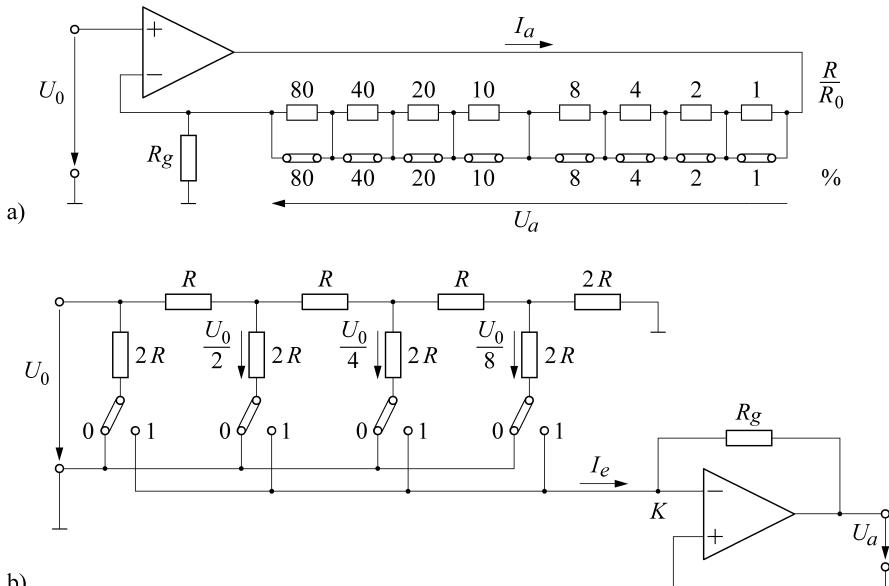


Bild 5.2 Digital-/Analog-Umsetzer mit
a) u/i -Verstärker, b) i/u -Verstärker mit $R/2R$ -Netzwerk

Der im Bild 5.2 a dargestellte DAU enthält einen u/i -Messverstärker, der bei der konstanten Eingangsspannung U_0 den konstanten, eingeprägten Ausgangstrom $I_a = U_0/R_g$ liefert. Dieser Strom fließt über entsprechend dem verwendeten Code abgestufte Widerstände, die zunächst durch parallel liegende Kontakte überbrückt sind. Die Kontakte werden von der umzusetzenden digitalen Größe so gesteuert, dass das 1-Signal den Kontakt öffnet, das 0-Signal den Kontakt geschlossen hält. Die an den stromdurchflossenen Teilwiderständen R_i abfallende Spannung U_a ist dann ein Maß für die umgesetzte digitale Größe:

$$U_a = I_a \sum R_i. \quad (5.3)$$

Die eben besprochene Schaltung benötigt dual abgestufte Widerstände, die sich in ihren Werten sehr unterscheiden. Sie sind nur mit großem Aufwand in der erforderlichen Genauigkeit herzustellen. In der Praxis wird deshalb fast immer das $R/2R$ -Netzwerk (Kettenleiter-Netzwerk) vom Bild 5.2 b verwendet. Hier sind zwar doppelt so viele Widerstände notwendig, diese aber nur mit den beiden Werten R und $2R$. Die angelegte Spannung U_0 halbiert sich jeweils von Knoten zu Knoten. Die Umschaltkontakte realisieren die Koeffizienten a_i des digitalen Worts mit den Wertigkeiten 0 oder 1. In der Schalterstellung 1 ($a_i = 1$) fließt jeweils der Strom $(U_0/16R) 2^i$ in den Knoten K am invertierenden Eingang des Stromverstärkers. Seine Ausgangsspannung $U_a = -R_g I_e$ entspricht mit

$$I_e = \frac{U_0}{16R} \sum a_i 2^i \quad (5.4)$$

dem steuernden digitalen Wort.

Das Ausgangssignal eines DAU ist eine Spannung, die aber nicht analog im eigentlichen Sinn des Worts ist. Da ja der Informationsgehalt des Ausgangssignals nicht größer als der des Eingangssignals sein kann, kann sich auch die Ausgangsspannung nur in diskreten Stufen ändern.

■ 5.2 Bistabile Kippstufen

Das Ausgangssignal der weiter vorne besprochenen Gatter hängt von der Belegung der Eingänge und nur von dieser Belegung ab (kombinatorische Schaltwerke). Im Gegensatz dazu haben die jetzt zu behandelnden bistabilen Kippstufen, Speicherglieder oder Flipflops eine **Gedächtnis- und Speicherwirkung**. Ihr Ausgangssignal wird sowohl von den Eingangssignalen als auch von der Vorgeschichte bestimmt. Der Schaltzustand richtet sich nach der Reihenfolge der Signale, weshalb die Kippstufen auch als sequentielle Schaltwerke bezeichnet werden.

5.2.1 Asynchrones RS-Speicherglied

Das asynchrone RS-Speicherglied (Bild 5.3) hat den Setzeingang S , den Rücksetzeingang R und die beiden Ausgänge Q und \bar{Q} . Das Flipflop ist entweder gesetzt ($Q = 1, \bar{Q} = 0$) oder rückgesetzt ($Q = 0, \bar{Q} = 1$). Es kann wie in Bild 5.3 a durch zwei NOR-Gatter realisiert werden, wenn der Ausgang des einen Gatters an den Eingang des anderen gelegt wird. Durch diese Rückführung kommt die erwähnte Speicherwirkung zu Stande.

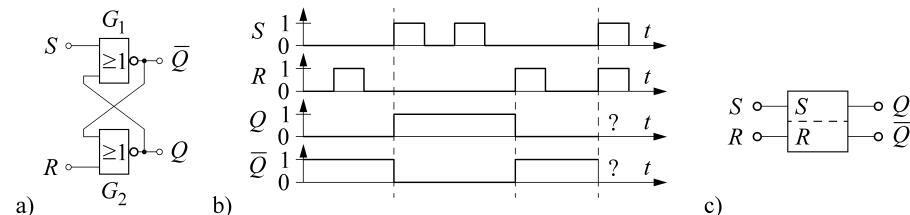


Bild 5.3 Asynchrones RS-Speicherglied

a) Aufbau aus NOR-Gattern, b) Ablaufdiagramm, c) Schaltzeichen

Die Funktion soll anhand des Ablaufdiagrammes Bild 5.3 b erläutert werden. Ausgegangen wird vom rückgesetzten Flipflop mit $Q = 0, \bar{Q} = 1$. Der Setz- und der Rücksetzeingang sind zunächst nicht beschaltet. Das 1-Signal des ersten NOR-Gatters liegt am Eingang des zweiten, woraus an dessen Ausgang das 0-Signal resultiert. Wird jetzt an den Rücksetzeingang R ein 1-Signal gegeben, so bleibt dies ohne Wirkung. Die Kippstufe war mit $Q = 0$ und $\bar{Q} = 1$ schon rückgesetzt und bleibt natürlich auch bei weiteren Rücksetzsignalen in dieser Stellung. Wird nun aber an den Setzeingang S das 1-Signal gelegt, so geht der Ausgang \bar{Q} auf 0. Dieses 0-Signal führt zu einem 1-Signal am Ausgang Q . Das Flipflop ist mit $Q = 1$ und $\bar{Q} = 0$ gesetzt und bleibt in dieser Stellung, auch wenn das Setzsignal verschwindet oder wiederholt gegeben wird. Erst durch ein 1-Signal am Rücksetzeingang kippt das Flipflop um und wird zurückgesetzt (Tabelle 5.3).

Tabelle 5.3 Arbeitsweise eines asynchronen *RS*-Flipflops

	<i>S</i>	<i>R</i>	<i>Q</i>	\bar{Q}	
Ausgangszustand	0	0	0	1	rückgesetzt
Schritt 1	0	1/0	0	1	bleibt rückgesetzt
Schritt 2	1	0	1	0	gesetzt
Schritt 3	0/1/0	0	1	0	bleibt gesetzt
Schritt 4	0	1	0	1	rückgesetzt

Die Eingangssignale $S = 0$ und $R = 0$ sind möglich. Verboten ist jedoch die sich widersprechende Kombination $S = 1$ und $R = 1$. Die Kippstufe kann ja nicht gleichzeitig gesetzt und rückgesetzt sein. Hier wird manchmal durch zusätzliche Schaltungsmaßnahmen dafür gesorgt, dass diese nicht vereinbare Eingangsbelegung durch die Signale $Q = 0$ und $\bar{Q} = 0$ am Ausgang erkennbar wird.

Das Schaltzeichen eines *RS*-Flipflops ist das in Bild 5.3 c gezeigte unterteilte Rechteck mit den Eingängen *S* und *R* und den Ausgängen *Q* und \bar{Q} . Im Gegensatz zur tatsächlichen Schaltung sind entsprechend der logischen Funktion einerseits die Signale *S* und *Q*, andererseits *R* und \bar{Q} einander zugeordnet.

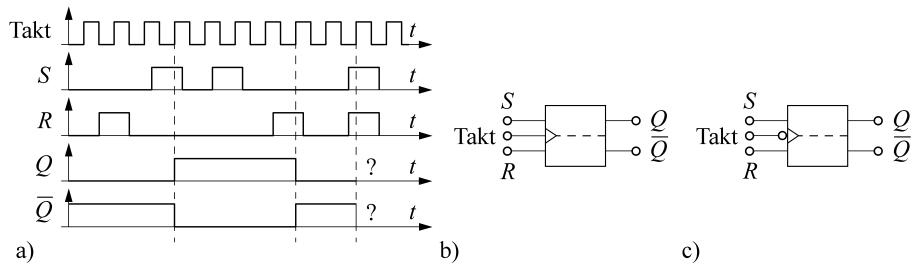
5.2.2 Taktgesteuertes *RS*-Speicherglied

Taktgesteuerte Speicherglieder haben zusätzlich zu dem *R*- und *S*-Eingang noch den Takteingang, der von Rechteckimpulsen beaufschlagt wird. Ein Signal am *R*- oder *S*-Eingang bereitet das Flipflop zur Betätigung vor. ausgeführt wird diese aber erst bei einer bestimmten Phase des Eingangstakts. Unterschieden werden

- taktzustandsgesteuerte Speicherglieder, schaltend bei dem 0- oder 1-Signal des Eingangstakts, und
- taktflankengesteuerte Speicherglieder, schaltend bei einer steigenden (Übergang von 0 auf 1) oder fallenden Taktflanke (Übergang von 1 auf 0).

Werden mehrere Speicherglieder von demselben Taktsignal angesteuert, so schalten diese zum gleichen Zeitpunkt. Sie arbeiten synchron. Dadurch wird eine hohe Arbeitsgeschwindigkeit erreicht. Gleichzeitig sind die synchronen Speicherglieder unempfindlicher gegen kurzzeitige fehlerhafte Signale an den *R*- oder *S*-Eingängen, da diese ja nur dann wirksam werden, wenn sie zum Schaltzeitpunkt anstehen.

Die Arbeitsweise eines von der ansteigenden Taktflanke gesteuerten *RS*-Speicherglieds wird durch das Ablaufdiagramm von Bild 5.4 verdeutlicht. Im Ausgangszustand ist das Flipflop rückgesetzt. Das 1-Signal am *S*-Eingang bereitet das Flipflop vor, das aber erst zum Zeitpunkt der nächsten ansteigenden Taktflanke kippt und gesetzt wird. ähnlich ist die Reihenfolge bei dem Rücksetzen, das von dem *R*-Signal freigegeben und zum Zeitpunkt der nächsten steigenden Taktflanke ausgeführt wird (Tabelle 5.4).

**Bild 5.4** Taktflankengesteuertes *RS*-Speicherglied

a) Ablaufdiagramm, b) Speicherglied schaltend bei der ansteigenden Taktflanke, c) Speicherglied schaltend bei der fallenden Taktflanke

Tabelle 5.4 Arbeitsweise eines taktflankengesteuerten *RS*-Flipflops (S_n , R_n , Q_{n+1} Signal zum Zeitpunkt des n -ten Takts; Q_{n+1} Signal zum Zeitpunkt des $(n+1)$ -ten Takts)

S_n	R_n	Q_{n+1}	Bemerkung
0	0	Q_n	keine Änderung des Ausgangssignals
1	0	1	Speicher wird oder bleibt gesetzt
0	1	0	Speicher wird oder bleibt rückgesetzt
1	1	?	Ausgangssignal muss durch zusätzliche Maßnahmen definiert werden

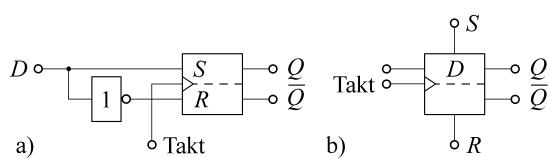
5.2.3 Taktflankengesteuertes *D*-Speicherglied

Die Schwierigkeiten, die beim *RS*-Flipflop durch ein gleichzeitiges Setz- und Rücksetzsignal auftreten, lassen sich leicht vermeiden. Dazu ist z. B. nur das negierte Setzsignal an den Rücksetzeingang zu führen (Bild 5.5). Die Umkehrstufe erzwingt eine eindeutige Eingangsbelegung. Das so entstandene Speicherglied wird als *D*-Speicherglied bezeichnet. Sein Ausgang Q übernimmt jeweils mit der nächsten Taktflanke das am *D*-Eingang anstehende Signal:

$$D(t_n) = 0; \quad Q(t_{n+1}) = 0$$

$$D(t_n) = 1; \quad Q(t_{n+1}) = 1.$$

Das *D*-Flipflop hat zusätzlich zu dem *D*-Eingang noch getrennte taktflankenunabhängige Setz- und Rücksetzeingänge. Mit letzteren lässt sich eine gespeicherte Information löschen, so dass z. B. bei der Inbetriebnahme einer Schaltung von einem eindeutigen Ausgangszustand ausgegangen werden kann.

**Bild 5.5** Taktflankengesteuertes *D*-Speicherglied
a) Aufbau, b) Schaltzeichen

5.2.4 Taktflankengesteuertes JK-Speicherglied

Das *JK*-Speicherglied ist universell einsetzbar und lässt verschiedene Betriebsweisen zu. Es kann z. B. wie in Bild 5.6 aufgebaut sein, in dem die Ausgänge eines *RS*-Flipflops kreuzweise über UND-Gatter an die Eingänge zurückgeführt sind. Das obere UND-Gatter hat den *J*-Eingang, das untere den *K*-Eingang als freien Anschluss. Diese UND-Gatter bestimmen die Arbeitsrichtung des taktflankengesteuerten Flipflops, das bei einer fallenden Flanke, bei einem Wechsel des Signalzustandes von 1 auf 0, schaltet.

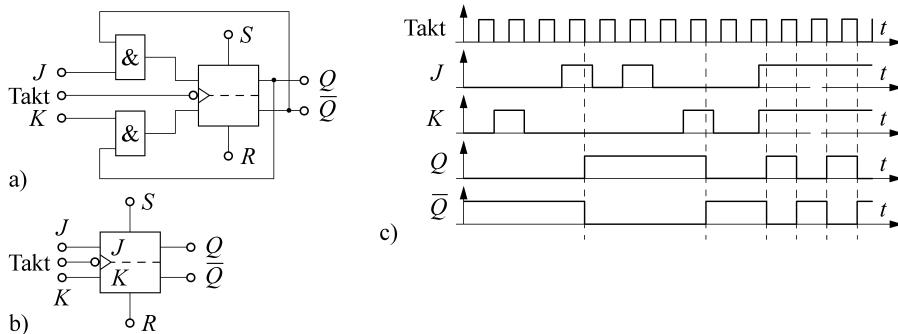


Bild 5.6 Taktflankengesteuertes *JK*-Speicherglied

a) Aufbau, b) Schaltzeichen, c) Ablaufdiagramm

Der Ausgangszustand des Ablaufdiagramms Bild 5.6 (c) ist das rückgesetzte Speicherglied mit $Q = 0$. Dieses Signal sperrt das UND-Gatter mit dem *K*-Eingang. Auch bei einem 1-Signal am *K*-Eingang bleibt der Ausgang des UND-Gatters auf 0. Umgekehrt ist durch das 1-Signal am Ausgang \bar{Q} das UND-Gatter am *J*-Eingang vorbereitet. Ein 1-Signal am *J*-Eingang erfüllt die UND-Bedingung, so dass mit der nächsten fallenden Taktflanke das Flipflop gesetzt wird. In diesem Zustand bleibt das Speicherglied auch dann, wenn das 1-Signal am *J*-Eingang verschwindet.

Bei dem gesetzten Flipflop führt der *Q*-Ausgang ein 1-Signal, das gleichzeitig an dem UND-Gatter mit dem *K*-Eingang liegt. erhält dieser ein 1-Signal, so ist dessen UND-Bedingung erfüllt, und das Flipflop wird rückgesetzt. In dem bis jetzt besprochenen Umfang arbeitet das *JK*-Speicherglied wie ein *RS*-Speicherglied.

5.2.5 Taktflankengesteuertes *T*-Speicherglied

Bei dem *JK*-Flipflop dürfen die Eingänge *J* und *K* zu einem gemeinsamen *T*-Eingang verbunden und mit den gleichen Signalen beaufschlagt werden. Diese Betriebsweise ist hier eindeutig, da über die UND-Gatter die Schaltrichtung schon vorgegeben ist. Liegt kein Signal am *T*-Eingang, so wird sich auch der Zustand des Speicherglieds nicht ändern. Ein 1-Signal am *T*-Eingang führt aber dazu, dass das Flipflop mit der nächsten Taktflanke kippt und den negierten Ausgangszustand einnimmt. Bei einem stationären 1-Signal am *T*-Eingang liefert das Flipflop an seinem Ausgang rechteckförmige Impulse mit der doppelten Periode des Taktsignals. Die Frequenz des Eingangstakts wird im Verhältnis 1 : 2 untersetzt (Bild 5.7, Tabelle 5.5). Damit wird das *T*-Flipflop zu einem wichtigen Baustein der im nächsten Abschnitt zu besprechenden Ereigniszähler.

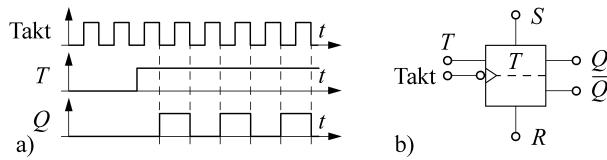


Bild 5.7 *T*-Speicherglied
a) Ablaufdiagramm
b) Schaltzeichen

Tabelle 5.5 Arbeitsweise eines taktflankengesteuerten *JK*-Flipflops (J_n , K_n , Q_n Signal zum Zeitpunkt des n -ten Takts; Q_{n+1} Signal zum Zeitpunkt des ($n+1$)-ten Takts)

J_n	K_n	Q_{n+1}	Bemerkung	Realisierung
0	0	Q_n	keine Änderung	<i>RS</i> -, <i>T</i> -Flipflop
1	0	1	gesetzt	<i>RS</i> -Flipflop
0	1	0	rückgesetzt	<i>RS</i> -Flipflop
1	1	\overline{Q}_n	Umkehrung des Ausgangssignals	<i>T</i> -Flipflop

Auch die *JK*- und *T*-Flipflops enthalten getrennte Setz- und Rücksetzeingänge, die jeweils einen definierten Anfangszustand ermöglichen.

■ 5.3 Zähler

Zähler sind aus *T*- oder *D*-Flipflops aufgebaut. Die Kippstufen der asynchronen Zähler arbeiten nacheinander, die der synchronen schalten gleichzeitig im Takt eines gemeinsamen Signals. Außerdem unterscheiden sich die Zähler in der Zählrichtung und Art der Zahlen darstellung. So kann das Zählergebnis im Dual- oder im BCD-Code ausgegeben werden.

5.3.1 Synchroner Vorwärts-Dualzähler

Die Kippstufen der asynchronen Zähler schalten nacheinander. Erst nach den Schaltzeiten aller Flipflops wird das richtige Zählergebnis angezeigt. Der zeitliche Abstand der zuzählenden Impulse muss also größer sein als die Summe der Schaltzeiten. Schneller als die asynchronen sind die synchronen Zähler. Hier steuert der zuzählende Taktimpuls parallel alle Kippstufen an, die somit gleichzeitig bei derselben Flanke schalten. Bei dem in Bild 5.8 dargestellten vierstufigen Zähler ist dies der (1 auf 0)-übergang des Taktsignals, wobei oft an Stelle der einfachen *T*-Flipflops die hier nicht erklärten Flipflops mit Zwischenspeichern verwendet werden.

Damit nun die einlaufenden Taktimpulse gezählt werden, sind nicht mehr alle *T*-Eingänge dauernd mit 1 belegt, sondern werden nach einem festgelegten Code aktiviert. Danach darf das Flipflop F_1 nur dann den Zustand ändern, wenn zuvor an Q_0 das Signal 1 angestanden ist. Diese Forderung lässt sich erfüllen, indem der Q_0 -Ausgang mit dem *T*-Eingang der Kippstufe F_1 verbunden wird (Bild 5.8). Das Flipflop F_2 darf nur dann kippen, wenn zuvor Q_0 und Q_1 das 1-Signal hatten, und die Kippstufe F_3 schließlich darf nur dann schalten, wenn zuvor die Flipflops Q_0 und Q_1 und Q_2 gesetzt waren. Diese Bedingungen lassen sich durch UND-Gatter realisieren, deren Ausgangssignale die *T*-Eingänge der entsprechenden

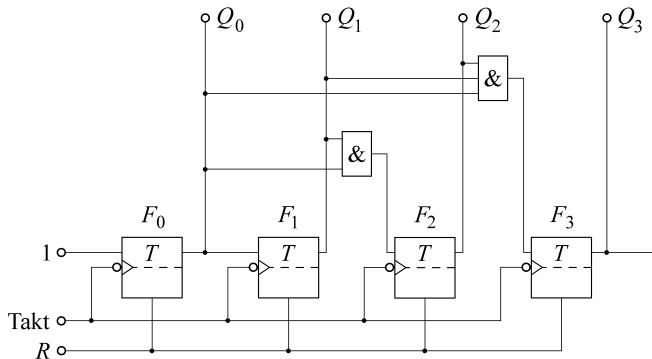


Bild 5.8 Synchroner Vorwärts-Dualzähler

Flipflops ansteuern. Nur wenn an diesen T -Eingängen ein 1-Signal liegt, wechseln die Flipflops ihren Zustand. Der synchrone Dualzähler hat also dasselbe Ablaufdiagramm wie der asynchrone, erlaubt aber eine höhere Zählgeschwindigkeit.

■ 5.4 Register

Im Rahmen der digitalen Messtechnik sind nicht nur Ereignisse oder Elemente zu zählen, sondern noch weitere Operationen durchzuführen. So sind z. B. Signale zu verzögern, zu speichern, umzusetzen oder umzurechnen. Hierfür werden die Register benötigt, die ebenso wie die Zähler aus Gattern und Kippstufen aufgebaut sind.

5.4.1 Parallelregister

Mit Parallelregistern können parallel vorliegende Informationen übernommen und gespeichert werden. Das beispielhaft in Bild 5.9 gezeigte Register enthält die vier RS -Flipflops F_0 bis F_3 mit UND-Gattern vor den Setz- und Rücksetzeingängen.

Das zu übernehmende Wort wird an die Eingänge E_0 bis E_3 gelegt. Seine mit 1 belegten Bit bereiten die UND-Gatter vor den Setzeingängen vor und sperren umgekehrt über die Umkehrstufen die Rücksetzeingänge. Entgegengesetzt wirken die auf 0 gesetzten Bit. Sie sperren die UND-Gatter vor den Setzeingängen und legen über die Umkehrstufen ein 1-Signal an die Gatter vor den Rücksetzeingängen. Mit einem Setzsignal S kann die an E_0 bis E_3 anliegende Information in die Ausgänge Q_0 bis Q_3 übernommen werden. Sie bleibt dort auch dann noch gespeichert, wenn die Eingangssignale E_0 bis E_3 wieder verschwunden sind. Die Kippstufen können dann bei einem erneuten Signal S eine neue Information übernehmen oder durch ein Signal an R rückgesetzt werden.

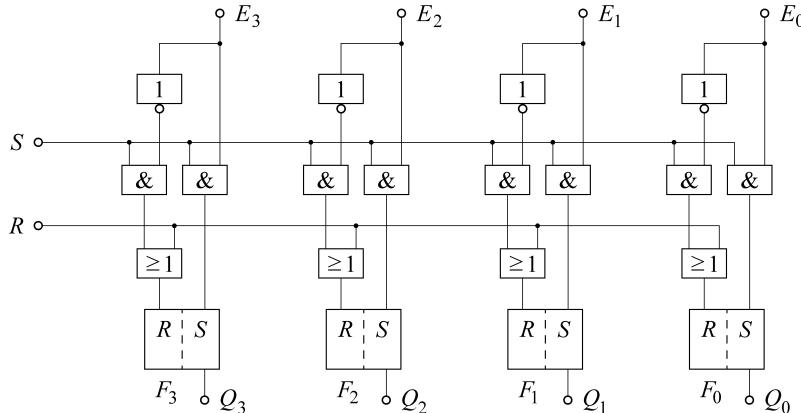


Bild 5.9 Parallelregister

5.4.2 Schieberegister zur Parallel/Serien-Umsetzung

Das Schieberegister zur Parallel/Serien-Umsetzung lässt sich als eine Erweiterung des Ringzählers auffassen. während im Ringzähler ein Bit weitergereicht wurde, ist es im Schieberegister ein ganzes Wort.

Die Arbeitsweise des in Bild 5.10 dargestellten, aus taktflankengesteuerten D -Flipflops aufgebauten Registers soll anhand des Ablaufdiagramms besprochen werden. Um einen definierten Anfangszustand zu bekommen, werden zunächst alle D -Flipflops zurückgesetzt. Die in paralleler Form an den Eingängen E_0 bis E_3 liegende Information (im Beispiel 1011) wird durch das Setzsignal S in die Ausgänge Q_0 bis Q_3 der Flipflops F_0 bis F_3 übernommen. Diese Kippstufen sind so miteinander verschaltet, dass der Q -Ausgang des vorausgehenden an den D -Eingang des nachfolgenden angeschlossen ist. Mit der ersten ansteigenden Taktflanke übertragen die Flipflops das an ihrem Eingang liegende Signal auf den Ausgang, übernehmen also jeweils das Signal des vorausgehenden. Das eingelesene Wort ist jetzt um eine Stelle weiter nach rechts geschoben und steht in den Flipflops F_3 bis F_2 . Mit der nächsten Taktflanke rückt die Information eine weitere Stelle nach rechts, wobei jetzt nur noch drei Bit gespeichert sind, und nach dem 5. Schiebetakt schließlich ist das Register wieder leer. Dabei sind die zunächst parallel an den Eingängen E_0 bis E_3 angelegten Bit nacheinander seriell am Ausgang Q_s aufgetreten. Das Bit mit der niedrigsten Wertigkeit ist zuerst und das mit der höchsten Wertigkeit zuletzt erschienen. Um diese Folge von 0- und 1-Zuständen in eine Folge von Impulsen zu überführen, wurde sie in Bild 5.10 in einem UND-Gatter mit dem Schiebetakt verknüpft. Am Ausgang des UND-Gatters erscheint ein Impuls, wenn Q_s ein 1-Signal führt, und der Impuls fehlt bei $Q_s = 0$. Die Impulsfolge trägt dieselbe Information wie das zu Beginn übernommene Wort. Das Schieberegister ist also geeignet, eine Information parallel einzulesen und seriell auszugeben (Tabelle 5.6).

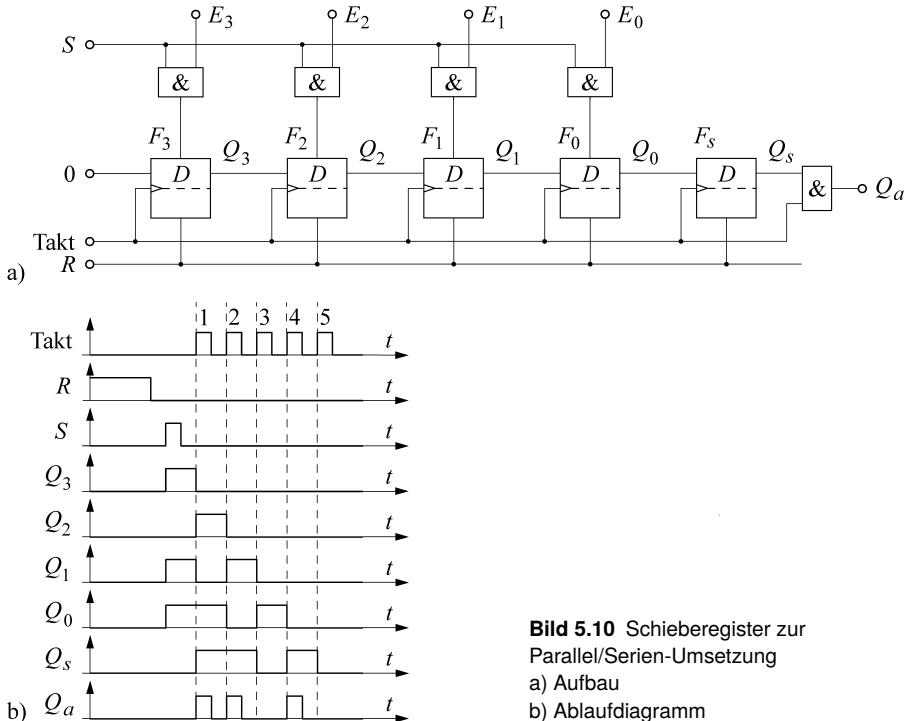


Bild 5.10 Schieberegister zur Parallel/Serien-Umsetzung
a) Aufbau
b) Ablaufdiagramm

Tabelle 5.6 Zustandstabelle des Schieberegisters zur Parallel/Serien-Umsetzung

	Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	Q_s
Rücksetzen	0	0	0	0	0
Information übernehmen	E_3	E_2	E_1	E_0	0
1. Schiebetakt	0	E_3	E_2	E_1	E_0 (lsb)
2. Schiebetakt	0	0	E_3	E_2	E_1
3. Schiebetakt	0	0	0	E_3	E_2
4. Schiebetakt	0	0	0	0	E_3 (msb)
5. Schiebetakt	0	0	0	0	0

5.4.3 Schieberegister zur Serien/Parallel-Umsetzung

Auch die umgekehrte Operation, die Serien/Parallel-Umsetzung, ist in einigen Fällen notwendig. Sie lässt sich mit dem Register von Bild 5.11 durchführen, wobei das Beispiel für die Impulsfolge 1(lsb), 1, 0, 1 (msb) gezeichnet ist.

Die Impulse werden in der Baugruppe SY mit dem steuernden Taktsignal synchronisiert und für die Dauer eines Taks gespeichert. Der Ausgang Q_s übernimmt also die am Eingang S impulsförmig angebotene Information. Damit liegt nach dem ersten Takt am Eingang von F_3 das Signal Q_s , das mit dem zweiten Takt nach Q_3 übertragen wird. Mit jedem Takt wird

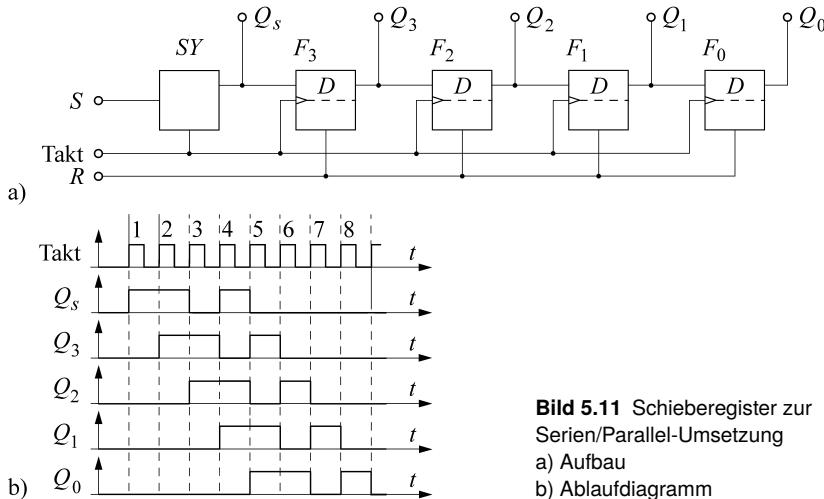


Bild 5.11 Schieberegister zur Serien/Parallel-Umsetzung
a) Aufbau
b) Ablaufdiagramm

dann diese Information von Flipflop zu Flipflop weitergeschoben. Dabei wird jeweils ein neues Bit am Eingang übernommen, so dass schließlich mit dem 5. Takt vier Bit eingelesen sind und an den Ausgängen Q_0 bis Q_3 zur Verfügung stehen. Damit ist die Serien/Parallel-Umsetzung beendet (Tabelle 5.7).

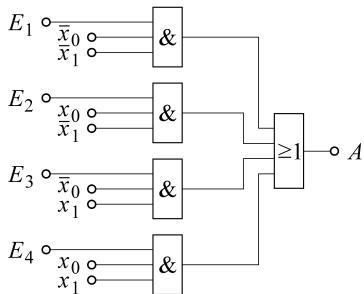
Tabelle 5.7 Zustandstabelle des Schieberegisters zur Serien/Parallel-Umsetzung

	Q_s	Q_3	Q_2	Q_1	Q_0
Rücksetzen	0	0	0	0	0
1. Takt	lsb	0	0	0	0
2. Takt	2. Bit	lsb	0	0	0
3. Takt	3. Bit	2. Bit	lsb	0	0
4. Takt	msb	3. Bit	2. Bit	lsb	0
5. Takt	0	msb	3. Bit	2. Bit	lsb

Das Serien/Parallel-Register von Bild 5.11 lässt sich um das Flipflop F_s und das UND-Gatter des Parallel/Serien-Registers von Bild 5.10 erweitern. In diesem Fall wird bei fortlaufenden Schiebebefehlen die in den Kippstufen F_0 bis F_3 stehende Information nacheinander am UND-Gatter wieder ausgegeben. Das Schieberegister dient in dieser Betriebsweise zur Verzögerung von Messsignalen, wobei die Verzögerungszeit proportional der Länge des Schieberegisters ist.

5.4.4 Multiplexer als Parallel/Serien-Umsetzer

Umschalter oder Multiplexer werden benötigt, um mehrere Signale nacheinander an einen bestimmten Anschlusspunkt zu legen. Die hier zu besprechenden Schalter werden nicht von Hand betätigt, sondern von einem Adressenzähler gesteuert. Der in Bild 5.12 gezeigte Multiplexer für binäre Signale ist aus Gattern aufgebaut.

**Bild 5.12** Multiplexer für binäre Signale

Er enthält die Signaleingänge E_1 bis E_4 , den Ausgang A und die Adresseneingänge x_i x_j . Um vier Signale adressieren zu können, ist ein zweistelliger Dualzähler erforderlich. Dieser zählt kontinuierlich von 00 bis 11 und belegt die Adressenleitungen jeweils mit 0 oder 1. In den vier UND-Gattern sind die Adressen mit den vier Eingangssignalen so verknüpft, dass nacheinander immer nur eine UND-Bedingung erfüllt sein kann:

$$A = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_0 \cdot E_1 + \bar{x}_1 \cdot x_0 \cdot E_2 + x_1 \cdot \bar{x}_0 \cdot E_3 + x_1 \cdot x_0 \cdot E_4. \quad (5.5)$$

Die Eingangssignale werden so seriell abgefragt und an den Ausgang A gelegt. Der gezeigte Multiplexer ist zur Parallel/Serien-Umsetzung eines an den Eingängen E_1 bis E_4 liegenden Worts geeignet und kann das Schieberegister von Bild 5.10 ersetzen.

■ 5.5 Digitale Zeitmessung

5.5.1 Einführung

Zeitintervalle und Frequenzen lassen sich nicht nur mit einer außerordentlich hohen Genauigkeit messen, sie sind auch „digitalfreundliche“ Größen. Über eine Impulszählung können die Messsignale leicht als Zahl dargestellt und weiterverarbeitet werden. So werden in zunehmendem Maße Frequenzen als die die Messinformation tragenden Parameter benutzt, wobei sich die Vorteile analoger und digitaler Signalverarbeitung miteinander kombinieren lassen.

Die Frequenzsignale

- sind unempfindlich gegen Änderungen der Leitungsparameter,
- werden weniger als analoge Signale durch elektromagnetische Einstreuungen gestört,
- lassen sich leicht galvanisch entkoppeln,
- können ohne Verlust an Genauigkeit verstärkt werden und
- lassen sich mit einfachen Hilfsmitteln verarbeiten wie z. B. addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren, integrieren.

Zeit- und Frequenzmessungen sind einander sehr ähnlich. Eine Impulsfolge der Frequenz f läuft jeweils während eines Zeitintervalls T in einen Zähler ein und führt dort zu dem Zählerstand N mit

$$N = f T. \quad (5.6)$$

Bei der Zeitmessung ist die Frequenz bekannt, und der Zählerstand ist ein Maß für die gesuchte Zeit T , während bei der Frequenzmessung die Messzeit konstant gehalten und aus dem Zählerstand die Frequenz f ermittelt wird.

5.5.2 Digitale Messung eines Zeitintervalls

Zur Messung eines Zeitintervalls ist ein Taktgeber notwendig, der eine Impulsfolge der bekannten Frequenz f_0 liefert (Bild 5.13).

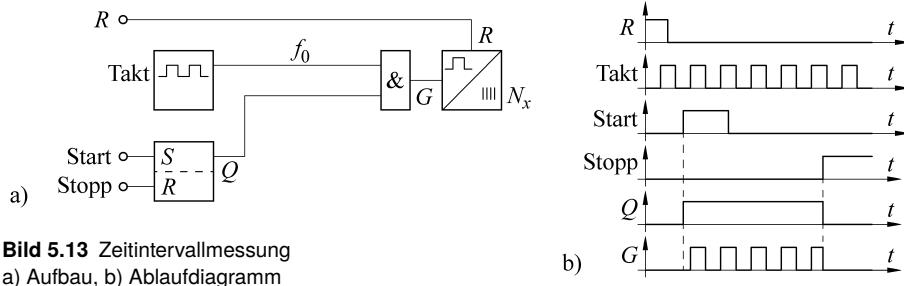


Bild 5.13 Zeitintervallmessung
a) Aufbau, b) Ablaufdiagramm

Als Taktgeber und damit als Normal für die Zeitmessung dient ein mit einer sehr konstanten Frequenz schwingender Oszillator wie z. B. ein Schwingquarz. Seine Impulse werden gezählt, solange das als Tor vor dem Zähler liegende UND-Gatter geöffnet ist. Dazu muss über einen Startimpuls das RS-Flipflop gesetzt und der entsprechende Eingang des UND-Gatters mit einer logischen 1 belegt werden. Das Tor schließt, sobald durch einen Stopimpuls das Flipflop rückgesetzt wird. Bei der bekannten Frequenz f_0 ergibt sich die zwischen dem Start- und Stopimpuls vergangene Zeit T_x als Zählerstand N_x zu

$$N_x = f_0 T_x. \quad (5.7)$$

Sobald das Ergebnis abgelesen oder zwischengespeichert ist, wird der Zähler wieder zurückgesetzt, und die Anordnung ist bereit für eine neue Messung.

Quantisierungsfehler. In dem gezeichneten Beispiel hat der Zähler fünf ansteigende Flanken des Taktsignals registriert. Der Startimpuls ist nicht mit dem Taktsignal synchronisiert und hätte auch bei einer anderen Phasenlage, z. B. eine halbe Taktperiode später, kommen können. In diesem Fall wären bei gleichem Zeitintervall zwischen Start- und Stopimpuls nur vier ansteigende Flanken gezählt worden. Das Ergebnis ist also um ein Ereignis unsicher. Diese Unsicherheit wird als Quantisierungsfehler bezeichnet, und der Zählerstand wird mit $N_x \pm 1$ angegeben.

5.5.3 Messung einer Periodendauer

Für die Periodendauermessung ist zunächst das analoge Signal in ein binäres Rechtecksignal umzuformen. Dies geschieht mit dem Komparator auf Bild 5.14. Nach dem (nicht gezeichneten) Rücksetzen der Kippstufen und des Zählers wird von der ersten ansteigenden

Flanke des Komparatorsignals das Flipflop T_1 gesetzt, mit der zweiten Flanke wieder rückgesetzt. Der damit verbundene (0 auf 1) - Übergang an \bar{Q}_1 führt zum Setzen der Kippstufe T_2 . Das 1-Signal am T -Eingang von Flipflop T_1 geht auf 0, so dass dieses ab diesem Zeitpunkt in dem rückgesetzten Zustand bleibt. Die Impulse des Taktgenerators gelangen für genau eine Periode durch das UND-Gatter in den Zähler. Bei bekannter Frequenz f_0 ist dann der Zählerstand N_x ein Maß für die Periodendauer T_x :

$$N_x = f_0 T_x.$$

Das Flipflop T_1 kann durch einen Rückwärtzähler, bestehend aus N Stück T -Flipflops, ersetzt werden. Wenn dann der Q -Ausgang des N -ten T -Flipflops das UND-Gatter steuert, bleibt dieses für 2^{N-1} Perioden geöffnet und der Zähler läuft während dieser Zeit. Wird das Zählergebnis durch 2^{N-1} dividiert, ergibt sich die mittlere Dauer einer Periode mit einer geringeren Unsicherheit als bei einer Einzelmessung.

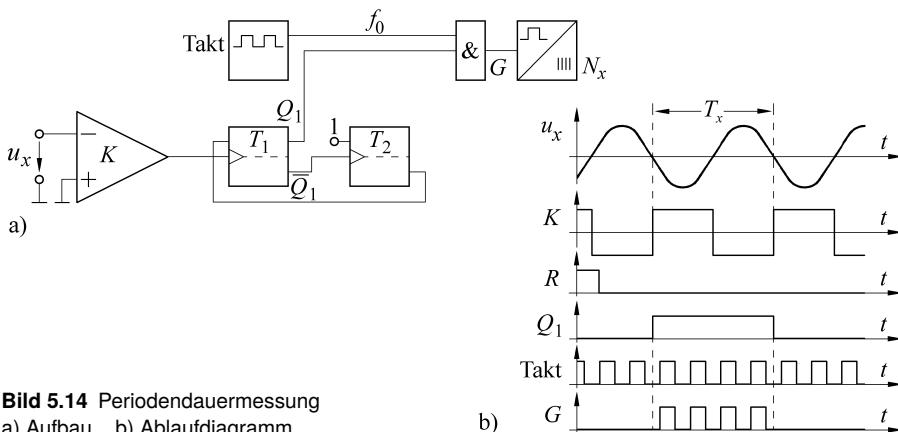


Bild 5.14 Periodendauermessung
a) Aufbau, b) Ablaufdiagramm

5.5.4 Messung eines Phasenwinkels

Um den Phasenwinkel φ zwischen den beiden Spannungen

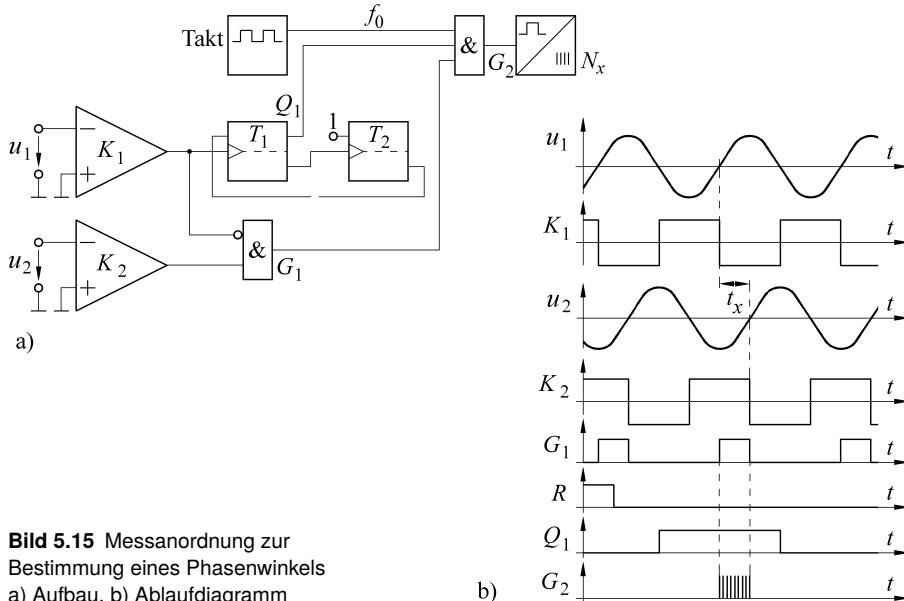
$$u_1(t) = \hat{u} \sin \omega t \quad \text{und}$$

$$u_2(t) = \hat{u} \sin (\omega t + \varphi) = \hat{u} \sin (\omega t + \omega t_x)$$

zu bestimmen, ist die Messanordnung von Bild 5.14 um einen zweiten Komparator zur Umformung von $u_2(t)$ in ein binäres Signal und um das zusätzliche UND-Gatter G_1 zu erweitern (Bild 5.15).

Dieses verknüpft das Signal von Komparator 2 mit dem negierten Signal von Komparator 1. Die UND-Bedingung ist jeweils für die Zeitintervalle t_x erfüllt, die durch die ansteigenden Nulldurchgänge der beiden Spannungen u_1 und u_2 gebildet werden. Das Flipflop T_1 bereitet Tor G_2 für eine Periode zum öffnen vor und gewährleistet, dass die Impulse des Taktgebers nur während eines einzigen Intervalls t_x zum Zähler gelangen. Mit f_0 als Frequenz des Taktgebers und N_x als Zählerstand ergibt sich der Phasenwinkel φ zu

$$\varphi = \omega t_x = \omega \frac{N_x}{f_0}. \quad (5.8)$$



■ 5.6 Digitale Frequenzmessung

5.6.1 Digitale Messung einer Frequenz oder einer Impulsrate

Die analogen Signale, deren Frequenzen f_x oder Impulsraten n_x zu bestimmen sind, sind zunächst in einem Komparator in eine Folge von Rechteckimpulsen umzuformen. Die Rechteckimpulse laufen dann während der vorgegebenen Messzeit T in einen Zähler und führen dort zum Zählerstand N_x . Dieser dient als Maß der gesuchten Frequenz f_x oder Impulsrate n_x mit

$$f_x = \frac{N_x}{T}; \quad n_x = \frac{N_x}{T}. \quad (5.9)$$

Um die Messzeit (Torzeit, Zeitbasis) möglichst genau einzuhalten, wird sie von der bekannten, konstanten Frequenz f_0 eines Taktgenerators abgeleitet (Bild 5.16).

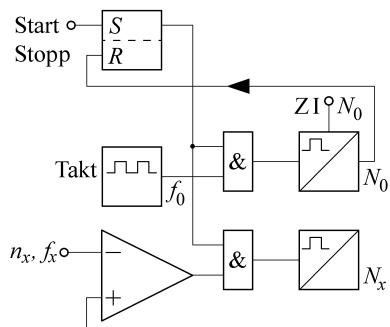


Bild 5.16 Anordnung zur Messung einer Frequenz f_x oder Impulsrate n_x

Mit einem Startimpuls wird das *RS*-Flipflop gesetzt. Der *Q*-Ausgang öffnet die vor den beiden Zählern als Tore liegenden UND-Gatter. Der obere Zähler zählt die Impulse der bekannten Frequenz f_0 , der untere die der gesuchten Frequenz oder Impulsrate. Der obere Zähler ist auf den Wert N_0 voreingestellt. Bei Erreichen dieses Wertes wird ein Impuls geliefert, der das *RS*-Flipflop zurücksetzt und die Messzeit T beendet. Mit $T = N_0/f_0$ ist die gesuchte Frequenz f_x

$$f_x = \frac{N_x}{T} = \frac{f_0}{N_0} N_x. \quad (5.10)$$

Wird der Startimpuls von einem Taktgenerator bezogen, so lässt sich die Messung zyklisch wiederholen. Das Zählergebnis N_x ist dann für eine Taktperiode zwischenspeichern, da der Startimpuls bei Beginn einer neuen Messung die Zähler jeweils auf null zurücksetzt.

5.6.2 Messung des Verhältnisses zweier Frequenzen oder Drehzahlen

Die Messanordnung Bild 5.16 ist ebenfalls zur Messung des Verhältnisses zweier Frequenzen f_1 und f_2 geeignet. Mit $f_0 = f_1$, $f_x = f_2$ und $N_0 = N_1$, $N_x = N_2$ lässt sich Gl. (5.10) in der folgenden Form schreiben:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (5.11)$$

Die Frequenzen verhalten sich wie die Zählergebnisse. Die Messung des Verhältnisses ist möglich, ohne dass die einzelnen Frequenzen bekannt sind.

5.6.3 Messung der Differenz zweier Frequenzen oder Drehzahlen

Um z. B. den Schlupf von Asynchronmotoren oder die Streckung eines Bandes beim Walzen zu ermitteln, ist jeweils die Differenz der Drehzahlen $n_2 - n_1$ zweier Wellen zu messen. Auch diese Aufgabe lässt sich mit dem Universalzähler oder mit der Messanordnung von Bild 5.16 lösen. Beide Zähler haben einen Messbereich von 0 ... 999. Die niedrigere Drehzahl geht (über einen eigenen Komparator) auf den ersten Zähler N_0 (im Bild 5.16), der beim Erreichen des Wertes 999 einen Überlaufimpuls liefert. Dieser Impuls setzt das *RS*-Flipflop zurück und sperrt die Zähler. Die höhere Drehzahl wird in dem zweiten Zähler gemessen. Der zweite Zähler ist nach Erreichen des Wertes 999 „übergelaufen“ und hat wieder von 0 an aufwärts gezählt. Sein Zählerstand zeigt die Drehzahldifferenz an, die sich bei dem gewählten Wert $N_0 = 999$ direkt als relative Drehzahldifferenz $(n_2 - n_1)/n_1$ in Promille ergibt.

5.6.4 Universalzähler

Die erwähnten Aufgaben der Zeit- und Frequenzmessung lassen sich mit Hilfe eines Universalzählers erledigen. Dieses Messgerät enthält im Allgemeinen einen Quarzoszillator mit Untersetzer sowie zwei komplett Zählkanäle mit je einem Eingangsverstärker, Komparator, Tor und Zähler. Die verschiedenen Betriebsweisen können über Schalter ange wählt und eingestellt werden.

Triggerung. Die im Komparator durchgeführte Umsetzung des analogen Signals in eine Folge von Rechteckimpulsen, deren steigende oder fallende Flanken gezählt werden, wird als Triggerung bezeichnet. Die Einstellung der Komparatorschwelle kann bei modulierten, gestörten oder Oberwellen enthaltenden Signalen zu Fehlern führen (Bild 5.17 b). Um Fehlmessungen zu vermeiden, empfiehlt es sich in diesen Fällen, das Signal und den Triggereinsatzpunkt auf einem Oszilloskop zu überprüfen.

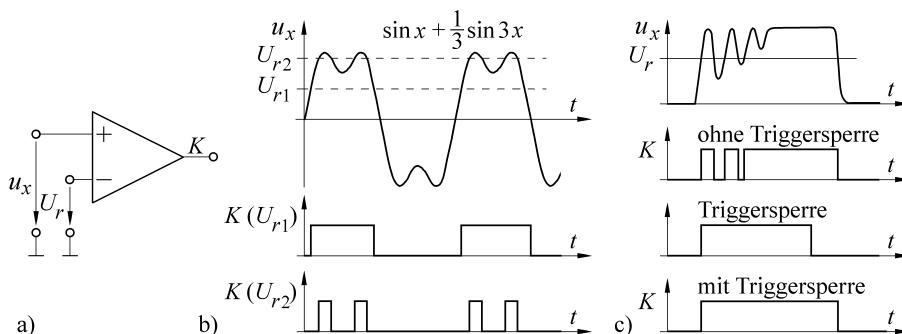


Bild 5.17 Die Vergleichsspannung U_r des Komparators a) ist mit U_{r1} so zu wählen, dass die Periodendauer der Grundwelle erfasst wird. b) Die Oberwellen sollen nicht gezählt werden. Die Triggersperre c) schützt vor Fehlmessungen bei prellenden Kontakten

Triggersperre. Mechanische Kontakte können prellen und die schnellen elektronischen Schaltungen interpretieren die Schwingungen der Kontaktzungen als echte Schaltvorgänge. Auch Einschwing- oder Ausschwingvorgänge können den Zähler auslösen. Wird von einem derartigen schwingenden System eine Zeitmessung gestartet, so kann zunächst nur das kurze Schließen des Kontakts, nicht aber der eingeschaltete Vorgang gemessen werden.

Dieses Problem löst die einstellbare Triggersperre oder Hold-off-Schaltung, die den Zähler nach dem Start für eine Mindestzeit offen hält (Bild 5.17 c).

Überlaufbereich. Bei dem Messergebnis ist der Quantisierungsfehler zu berücksichtigen. Dieser fällt umso weniger ins Gewicht, je höher der Zählerstand N_x ist. Für genaue Messungen kann der Zähler im Überlauf betrieben werden. In diesem Bereich werden die höherwertigen Dezimalstellen nicht mehr angezeigt, sind aber natürlich im Zählergebnis zu berücksichtigen. Der Quantisierungsfehler wird dadurch so weit vermindert, dass die Genauigkeit der Frequenzmessung praktisch nur noch von der Genauigkeit der Zeitbasis abhängt (Tabelle 5.8).

Tabelle 5.8 Messung einer Frequenz von 100,3143 kHz mit einem 4-stelligen Zähler

Torzeit	Zählerstand N_x	Ergebnis f_x in Hz	Quantisierungsfehler in Hz
10 ms	1003	100 300	100,0
100 ms	0031	100 310	10,0
1 s	0314	100 314	1,0
10 s	3143	100 314,3	0,1

■ 5.7 Analoge Messung eines Zeitintervalls oder einer Frequenz

Nicht immer ist das digitale Datenformat notwendig oder ausreichend. Oft sind die Zeitintervalle oder Frequenzen als analoge Spannungssignale anzubieten. Dies wäre im Prinzip durch eine Digital/Analog-Umsetzung eines Zählerstandes möglich. Einfacher ist jedoch, das Zeitintervall oder die Frequenz direkt in eine Spannung umzuformen.

5.7.1 Analoge Messung eines Zeitintervalls; t/u -Umformung

Angenommen wird, dass die Information über die gemessene Größe in der Dauer t_x eines Zeitintervalls steckt und in einem bekannten Takt T gewonnen wird. Werden diese Impulse mit dem Scheitelwert U_0 und dem Tastverhältnis t_x/T an den Eingang eines RC -Tiefpasses gelegt, so hat dessen Ausgangsspannung u_2 den in Bild 5.18 gezeigten Verlauf.

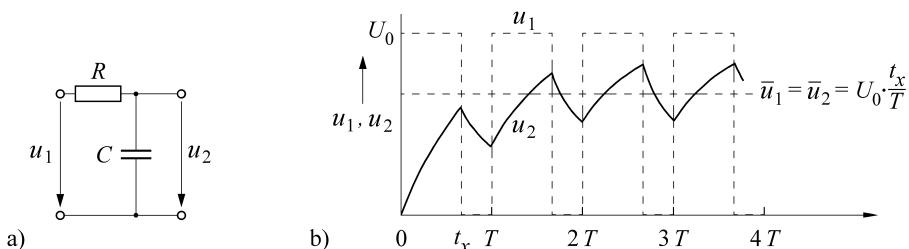


Bild 5.18 Schaltung a) und Signale b) eines RC -Tiefpasses zur Umformung einer Impulsbreite t_x in die Spannung \bar{u}_2

Sie pendelt zwischen einem maximalen und minimalen Wert hin und her. Die Extremwerte liegen umso weiter auseinander, je kleiner die Zeitkonstante RC des Tiefpasses ist. Im eingeschwungenen Zustand ist die gemittelte Ausgangsspannung \bar{u}_2 so groß wie die gemittelte Eingangsspannung \bar{u}_1 . Beide sind proportional zu t_x :

$$\bar{u}_2 = \bar{u}_1 = \frac{U_0}{T} t_x, \quad (5.12)$$

und die gemittelte Ausgangsspannung \bar{u}_2 kann als Maß für die gesuchte Größe t_x genommen werden.

5.7.2 Analoge Messung einer Frequenz oder Impulsrate; f/u -Umformung

Frequenz- und Impulsratensignale sind als Spannungssignale anzubieten, wenn analoge Anzeige-, Registratur-, Steuer- oder Regelgeräte verwendet werden. Dazu müssen die Eingangssignale zunächst in eine Folge von Rechteckimpulsen gleicher Höhe und Dauer überführt werden. Die Normierung auf gleiche Höhe und gleiche Breite erfolgt in einer **monostabilen Kippstufe** (Monoflop, Univibrator). Diese hat im Gegensatz zur bistabilen nur einen stabilen Ausgangszustand. Wird sie von einem Eingangssignal angestoßen, so fällt sie nach einer definierten Zeit T_0 wieder in diesen stabilen Zustand zurück. Ein Monoflop wird benutzt, um auf eine Eingangsflanke hin einen rechteckförmigen Impuls mit einer definierten Länge T_0 und Höhe $U - 0$ zu liefern.

Mittelwertbildung am RC-Tiefpass. Die monostabile Kippstufe MF ist Bestandteil des Zählratenmessers Bild 5.19. Sie liefert Impulse gleicher Höhe und Breite. Diese lassen sich wie schon beim t/u -Umformer an einem RC -Tiefpass mitteln. Ist n die Zahl der Impulse in der Sekunde, U_0 ihre Höhe und T_0 ihre Dauer, so nehmen die gemittelten Spannungen mit der Impulsrate n zu:

$$\bar{u}_1 = U_0 T_0 n = \bar{u}_2. \quad (5.13)$$

Die gemittelte Ausgangsspannung \bar{u}_2 eines derartigen Impulsraten- oder Zählratenmessers steigt also proportional zur Impulsrate n .

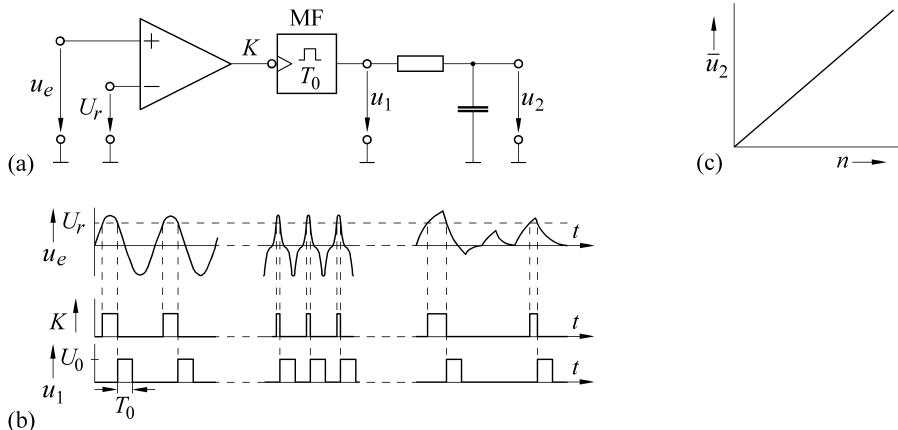


Bild 5.19 Zählratenmesser

- a) Schaltung; MF Monoflop für Impulse der Zeitdauer T_0
- b) Umformung verschiedener Eingangsspannungen u_e in Impulse der Höhe U_0 und der Dauer T_0
- c) Kennlinie; die gemittelte Ausgangsspannung \bar{u}_2 ist proportional der Impulsrate n

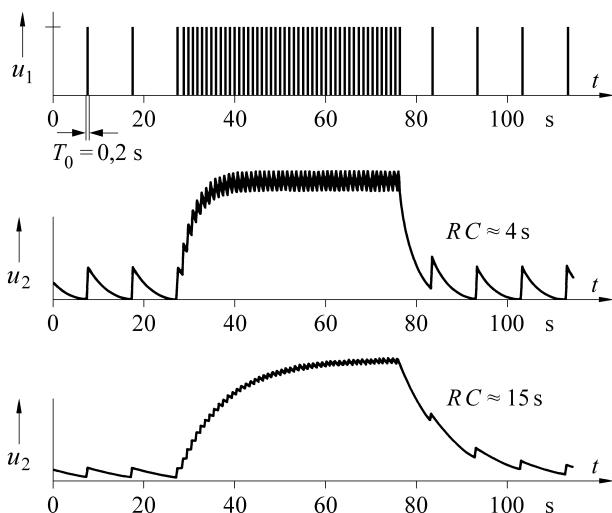


Bild 5.20 Die Anzeigegeschwindigkeit des Zählratenmessers und die Welligkeit der Ausgangsspannung hängen von der Zeitkonstanten RC des Tiefpasses ab

Die Welligkeit der Ausgangsspannung u_2 ist bei kleinen Zeitkonstanten RC des Tiefpasses besonders ausgeprägt. Die Zeitkonstante kann aber nicht beliebig vergrößert werden, da

sonst bei einer Änderung der Zählrate der neue Mittelwert zu spät erreicht werden würde. Hier ist ein Kompromiss zwischen dem Auflösungsvermögen und der notwendigen Anzeigegeschwindigkeit zu schließen. Schnelle Ansprechzeiten sind nur mit kleinen Zeitkonstanten und entsprechend großen Welligkeiten zu erreichen (Bild 5.20).

6

Analog/Digital-Umsetzer für elektrische und mechanische Größen

Die Analog/Digital-Umsetzer ADU (analog to digital converter ADC) sind außerordentlich wichtige Komponenten [6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6]. Sie verbinden die Welt der analogen Messgrößen, Sensoren und Verstärker mit der digitalen Welt der Rechner. Ihre Eingangssignale sind amplitudenanalog, die Ausgangssignale sind zeit- und wertdiskret (digital). Die Umsetzer lassen sich in zwei große Gruppen einteilen. Bei den **direkt vergleichenden** werden Spannungen verglichen, bei den **indirekten** werden die umzusetzenden Spannungen zunächst in Zeitintervalle oder Frequenzen umgeformt und dann digital gemessen. Bei den direkt vergleichenden Umsetzern darf sich während der Umsetzung der Messwert nicht ändern. Er ist zu speichern. Dies geschieht in einem Abtast- und Halteglied.

■ 6.1 Abtast- und Halteglied

Des schnelleren Verständnisses wegen ist im Bild 6.1 a der Abtast- und Haltekreis (sample and hold circuit) mit Relaiskontakten gezeichnet.

In der Abtastphase sind die Kontakte r1 des ersten Relais geschlossen und die Kontakte r2 des zweiten geöffnet. Der Kondensator lädt sich auf die Spannung u_1 des Messwertgebers auf. In der Messphase öffnen die Kontakte r1; die Kontakte r2 schließen und legen die Kondensatorspannung u_C an den Messverstärker, der die Ausgangsspannung $u_a = u_C = u_1$ liefert. Infolge des hohen Verstärker-Eingangswiderstandes kann sich der Kondensator während der Messung nicht entladen. Die Spannung wird „gehalten“. Der Vorteil der gezeichneten zweipoligen Umschaltung liegt darin, dass bei der Messung der Verstärkerkreis keine galvanische Verbindung zum eigentlichen Messwertgeber (u_1) hat, unabhängig vom Messwertgeber geerdet werden kann und nicht durch elektromagnetische Einstreuungen auf der Seite des Messwertgebers gestört wird.

Sollen die Spannungen mehrerer Messwertgeber nacheinander auf einen Messverstärker geschaltet werden, so werden die Relaisspulen über einen Adressenzähler angesteuert. Mit einem 2-Bit-Zähler lassen sich 4 Messstellen mit $\bar{x}_1 \bar{x}_0$, $\bar{x}_1 x_0$, $x_1 \bar{x}_0$ und $x_1 x_0$ adressieren. Normalerweise sind die Kontakte zum Messwertgeber geschlossen, und der Kondensator ist mit diesem verbunden. Nur zum Zeitpunkt der Messung wird er vom Messwertgeber getrennt und an den Verstärker gelegt.

Im Bild 6.1 b ersetzen vier MOS-FET die Schließkontakte der Relais. In der Abtastphase sind die Transistoren T1 und T2 leitend, die Transistoren T3 und T4 sind gesperrt. In der Mess-

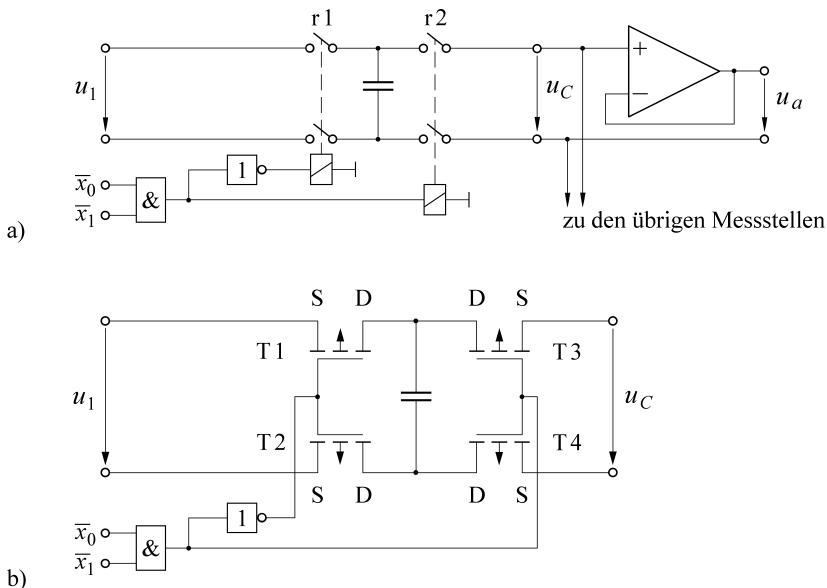


Bild 6.1 Abtast- und Haltekreis mit a) Relaiskontakte, b) MOS-Feldeffekttransistoren

phase ist es umgekehrt. Unter Umständen sind noch Pegelumsetzer erforderlich, da die MOS-FET mit anderen Spannungen als die TTL-Schaltkreise angesteuert werden.

Betrachtet man das dynamische Verhalten von Abtast- und Haltegliedern, so zeigt sich das im Bild 6.2 dargestellte Zeitverhalten, welches geprägt ist durch einerseits endliche Schaltzeiten der schaltenden Elemente (der Gatter und der Feldeffekttransistoren im Bild 6.1) und andererseits von kapazitiven Einkopplungen des Schalt- und Eingangssignals auf das zu hal-

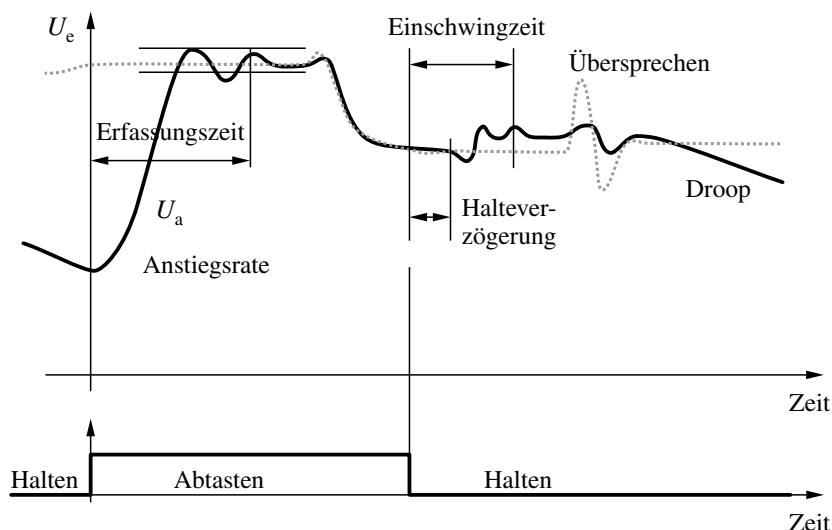


Bild 6.2 Zeitverhalten eines Abtast- und Halteglieds

tende Nutzsignal. Mit der steigenden Flanke des Abtastsignals beginnt die Ausgangsspannung U_a , ausgehend vom zuvor gehaltenen Wert, sich der aktuellen Eingangsspannung U_e anzunähern. Sie verharrt innerhalb der Fehlerschranke nach der sogenannten Erfassungszeit (engl. acquisition time) und folgt danach unmittelbar der Eingangsspannung bis zum Übergang auf den Zustand ‚Halten‘. Nach der Halteverzögerungszeit sollte die Ausgangsspannung jenen konstanten Wert der Eingangsspannung angenommen haben der zum Haltezeitpunkt herrschte. Bedingt durch kapazitive Überkopplungen vom Eingang und vom Schalteingang zum Ausgang sind diesem konstanten Wert stark abgeschwächte Versionen der Eingangsspannung bzw. der Schaltspannung überlagert (Übersprechen). Der Haltekondensator ist nicht ideal, weshalb seine Spannung sich als Funktion der Zeit stetig dem Wert Null annähert, dieser Effekt wird ‚droop‘ genannt und seine Auswirkung sollte innerhalb des Halteintervalls kleiner als 1 least significant bit (lsb) sein.

■ 6.2 Direkt vergleichende A/D-Umsetzer

In diesem Abschnitt werden die direkt vergleichenden Umsetzer behandelt, welche die zu messende Spannung mit bekannten, abgestuften Referenzspannungen vergleichen. Diesen Umsetzern ist in der Regel jeweils ein Abtast- und Haltekreis vorgeschaltet.

6.2.1 Komparator

Im einfachsten Fall ist der Wert einer zu messenden Spannung als binäres Signal auszugeben, d. h., es ist zu entscheiden, ob die Spannung größer oder kleiner als eine Vergleichs- oder Referenzspannung ist. Diese Aufgabe lässt sich mit einem nicht gegengekoppelten Differenzverstärker großer Empfindlichkeit wie z. B. einem Operationsverstärker als Vergleicher realisieren (Bild 6.3).

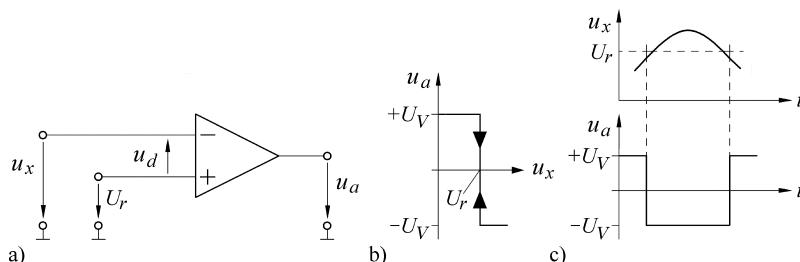


Bild 6.3 Komparator ohne Hysteresis. a) Schaltung, b) Kennlinie, c) Eingangs- und Ausgangssignal in Abhängigkeit von der Zeit

An seinem negativen Eingang liegt die unbekannte Spannung u_x , am positiven die Vergleichsspannung U_r . Verstärkt wird die Spannungsdifferenz u_d

$$u_d = U_r - u_x. \quad (6.1)$$

Die maximalen Ausgangsspannungen des Verstärkers $\pm U_{a,\max}$ sind ungefähr so groß wie die Versorgungsspannungen $\pm U_V$. Ist k' die Empfindlichkeit des offenen Verstärkers, so

wird er ausgesteuert bei einer Differenzspannung von $u_d = U_{a,\max}/k'$. Mit $k' = 10^5$ führt schon eine Differenzspannung von 0,1 mV zu einer Ausgangsspannung von 10 V. Die Kennlinie verläuft also außerordentlich steil. Der Komparator schaltet praktisch beim Nulldurchgang, so dass für seine Ausgangsspannung $u_a = k' \cdot u_d$ gilt:

$$u_a = +U_V \quad \text{für } u_x < U_r, \quad (6.2)$$

$$u_a = -U_V \quad \text{für } u_x > U_r. \quad (6.3)$$

Wird die Eingangsbelegung des Komparators vertauscht, indem u_x mit dem p- und U_r mit dem n-Eingang verbunden wird, so verläuft die Kennlinie umgekehrt mit $u_a = -U_V$ für $u_x < U_r$ und $u_a = +U_V$ für $u_x > U_r$.

6.2.2 Komparator mit Hysterese

Der zu vergleichenden Eingangsspannung u_x sind oft Oberwellen oder stochastische Einstreuungen überlagert. Bei ungefähr gleich großen Spannungen u_x und U_r wird infolge dieser überlagerten Störungen die Schaltschwelle des Komparators abwechselnd über- und unterschritten. Dadurch werden auch die vom Komparatorsignal angesteuerten Stellglieder oder Steuercircüle entsprechend häufig betätigt. Dies ist unerwünscht und kann durch einen mit einer Hysterese behafteten Komparator vermieden werden.

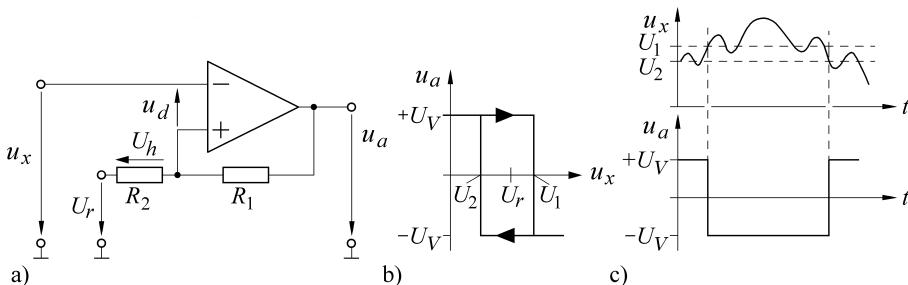


Bild 6.4 Komparator mit Hysterese. a) Aufbau, b) Kennlinie, c) Eingangs- und Ausgangssignal in Abhängigkeit von der Zeit

Bei dem Verstärker von Bild 6.4 ist ein Teil der Ausgangsspannung an den p-Eingang zurückgeführt. Der Verstärker ist mitgekoppelt. Mit U_h als rückgeführte Spannung ergibt sich die Differenzspannung u_d zu

$$u_d = U_r + U_h - u_x. \quad (6.4)$$

Zur Vergleichsspannung U_r wird also jetzt die rückgeführte Spannung U_h addiert mit

$$U_h = \frac{R_2}{R_1 + R_2} (u_a - U_r). \quad (6.5)$$

Dieser Term ist positiv, wenn die Kennlinie von links nach rechts, also in Richtung zunehmender Spannungen u_x durchlaufen wird. Für diesen Fall ist u_a zunächst gleich der positiven Versorgungsspannung $+U_V$ und der Verstärker kippt erst bei der Schwellspannung U_1 , die größer ist als die Vergleichsspannung U_r :

$$U_1 = U_r + \frac{R_2}{R_1 + R_2} (U_V - U_r). \quad (6.6)$$

Hat der Komparator umgeschaltet, so ist seine Ausgangsspannung $u_a = -U_V$. Die mitgekoppelte Spannung U_h ist jetzt negativ und verringert die Vergleichsspannung U_r . Bei abnehmendem u_x schaltet der Komparator bei der Schwelle U_2 , die niedriger liegt als U_r und U_1 :

$$U_2 = U_r + \frac{R_2}{R_1 + R_2} (-U_V - U_r). \quad (6.7)$$

Die Differenz $U_1 - U_2$ der beiden Schaltpunkte, die **Schalthysterese**, beträgt

$$U_1 - U_2 = 2 \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_V. \quad (6.8)$$

Sie verhindert bei überlagerten Störungen einen allzu häufigen Wechsel des Komparatorsignals.

Komparatoren werden auch Grenzwerteinheiten, Schwellwertkomparatoren oder Diskriminatoren genannt. Liegt die Referenzspannung bei 0 V, so wird auch von Schaltverstärkern gesprochen, und ein Schaltverstärker mit Hysterese wird als Schmitt-Trigger bezeichnet.

6.2.3 A/D-Umsetzer mit parallelen Komparatoren

Bei Verwendung mehrerer Komparatoren kann die zu messende Spannung mit verschiedenen Referenzwerten verglichen und verschiedenen Spannungsbereichen zugeordnet werden. Bei dem im Bild 6.5 dargestellten A/D-Umsetzer liegt die zu messende Spannung u_x an den parallel geschalteten p-Eingängen der Komparatoren (Parallelumsetzer). Deren Vergleichsspannungen sind aus einer gemeinsamen Spannungsquelle U_0 mit Hilfe eines Spannungsteilers gebildet worden. Je nach der Höhe der zu messenden Spannung u_x ist keiner der Schwellwerte, sind mehrere oder alle überschritten (Tabelle 6.1). Mit n einzelnen Komparatoren können $n + 1$ unterschiedliche Spannungsbereiche definiert werden.

Tabelle 6.1 Variable in einem 3-Bit-A/D-Umsetzer mit parallelen Komparatoren

Spannungsbereich	Komparatorsignal $K_7 K_6 K_5 K_4 K_3 K_2 K_1$	Gray-Zahl $G_4 G_3 G_2 G_1$	angezeigter Wert u_x/U_0
$0 \leq u_x < U_0/16$	0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0	0
$U_0/16 \leq u_x < 3 U_0/16$	0 0 0 0 0 0 1	0 0 0 1	1/8
$3 U_0/16 \leq u_x < 5 U_0/16$	0 0 0 0 0 1 1	0 0 1 1	2/8
$5 U_0/16 \leq u_x < 7 U_0/16$	0 0 0 0 1 1 1	0 0 1 0	3/8
$7 U_0/16 \leq u_x < 9 U_0/16$	0 0 0 1 1 1 1	0 1 1 0	4/8
$9 U_0/16 \leq u_x < 11 U_0/16$	0 0 1 1 1 1 1	0 1 1 1	5/8
$11 U_0/16 \leq u_x < 13 U_0/16$	0 1 1 1 1 1 1	0 1 0 1	6/8
$13 U_0/16 \leq u_x$	1 1 1 1 1 1 1	0 1 0 0	7/8

Um aus den Komparatorsignalen eine Zahl zur Anzeige der Spannung zu bilden, werden diese zunächst in einen einschrittigen Code wie z. B. den Gray-Code überführt. Die einzelnen Bit des Gray-Codes werden gespeichert, in eine Dual- oder Dezimalzahl umcodiert, und ausgegeben wird der in der Mitte des Intervalls liegende Spannungswert. Die ausgegebenen Werte haben einen Abstand von je einem least significant bit lsb.

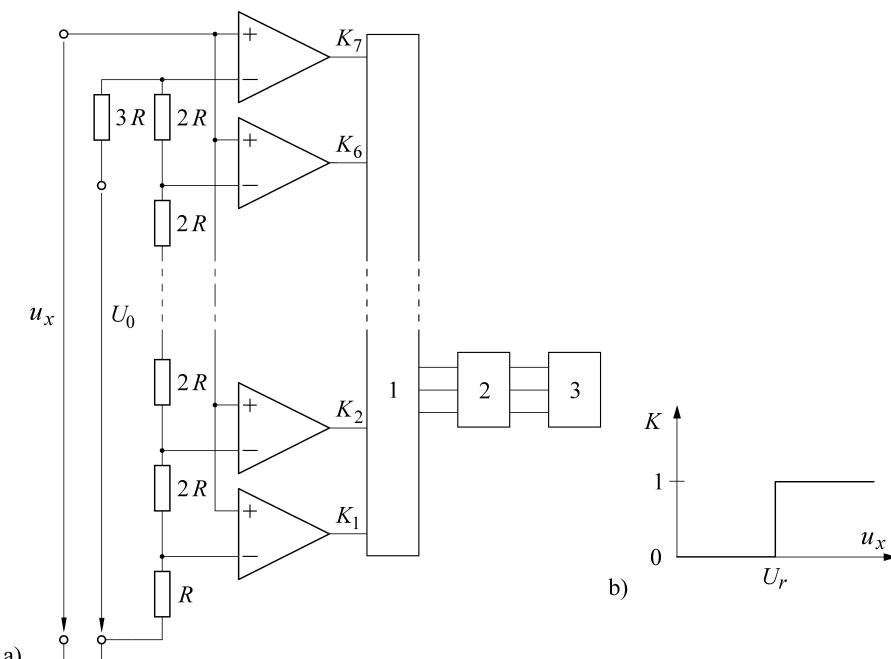


Bild 6.5 a) 3-Bit-Umsetzer mit parallelen Komparatoren; 1 Logik zur Bildung einer Gray-Zahl aus den Komparatortsignalen („Thermometer-Code“), 2 Speicher, 3 Decodierer vom Gray-Code in den Dual- oder BCD-Code b) Kennlinie der verwendeten Komparatoren

Würde von den Komparatortignalen sofort auf den Dual-Code übergegangen, so müssten bei bestimmten Änderungen der Eingangsspannung mehrere Bit gleichzeitig wechseln. Um zu verhindern, dass z. B. bei dem Übergang von 011 auf 100 der völlig falsche Zustand 111 auftritt, abgespeichert und auch fälschlich ausgegeben wird, müssten die zur Auswertung der Komparatortignalen benötigten Gatter exakt gleichzeitig schalten. Dies ist infolge unterschiedlicher Gatterlaufzeiten nicht gewährleistet, und so ist der einschrittige Gray-Code zwischengeschaltet.

Die industriell gefertigten A/D-Umsetzer enthalten mehr als die sieben im Bild 6.5 gezeigten Komparatoren. Der Verbesserung der Auflösung sind aber durch den steigenden Aufwand Grenzen gesetzt. Letzten Endes wird die Genauigkeit durch die Toleranzen beim Abgleich des Spannungsteilers und die Driften der Komparatoren begrenzt. Die prinzipielle Stärke des parallelen A/D-Umsetzers liegt in seinem einfachen Aufbau und in seiner hohen Umsetzrate (Simultanumsetzer, Flash-Umsetzer). Diese wird durch die Einstellzeit der Komparatoren und die Schaltzeit der Gatter bestimmt.

6.2.4 Kaskaden-Parallel-Umsetzer

Der Aufwand beim Parallel-Umsetzer lässt sich durch eine Kaskadierung deutlich reduzieren. Im Bild 6.6 sind zwei ADU dargestellt, die jeweils 4 Bit auflösen sollen und dementsprechend jeweils 16 Komparatoren enthalten.

Die interessierende Spannung u_x läuft in den ADU 1, der sie umsetzt und das Ergebnis in einem Register ablegt. Das so entstandene 4-Bit-Datenwort wird mittels der Digital/Analog-Umsetzer DAU wieder in eine Spannung umgewandelt und im Knoten 1 von der ursprünglichen Spannung abgezogen. Es bleibt eine Restspannung übrig, die geringer ist als die Auflösung des ADU 1, bei einem 4-Bit-Umsetzer also geringer als $1/16 U_0$. Diese Spannung wird (um den Faktor 16) verstärkt und dem ADU 2 zugeführt. Dieser unterteilt die Restspannung wieder in 16 Intervalle und zeigt die vier niederwertigen Bit an. Damit ist die Spannung u_x in ein 8-Bit-Datenwort umgesetzt. Die Auflösung beträgt 1 von 256. Um sie zu erreichen, wären ohne Kaskadierung 256 Komparatoren erforderlich gewesen. Die Reduzierung des Aufwandes wird dabei durch eine längere Umsetzzeit erkauft.

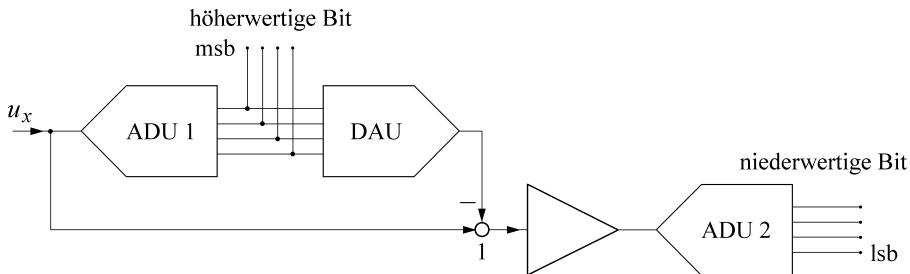


Bild 6.6 Kaskaden-Parallel-Umsetzer

Der Kaskaden-Umsetzer kann mit einer Balkenwaage verglichen werden. Benutzt man unterschiedlich schwere Gewichte, so braucht man weniger Gewichte, als wenn viele der leichtesten aufgelegt werden müssen.

Das Kaskaden-Verfahren kann in verschiedenen Varianten realisiert werden. Sie werden zum Teil auch als „pipelining“ oder „subranging“ bezeichnet.

6.2.5 A/D-Umsetzer mit sukzessiver Annäherung an den Messwert

Bei dem Stufenumsetzer mit sukzessiver Annäherung an den Messwert wird die Referenzspannung nicht in gleichen, sondern in unterschiedlich großen Stufen geändert. Seine Arbeitsweise gleicht der einer Balkenwaage, bei der nicht viele kleine, sondern wenige, gestaffelte Gewichtsstücke verwendet werden. Aus diesem Grunde ist auch die Bezeichnung **Wäge-Umsetzer** gebräuchlich.

Die einzelnen Teilvergleichsspannungen werden aus einer konstanten Hilfsspannung U_0 mit Hilfe eines Digital/Analog-Umsetzers gebildet. Sie sind oft im Dual- oder BCD-Code gestuft. Im BCD-Code sind $4 k$ unterschiedliche Teilspannungen notwendig, um einen Spannungswert dezimal mit k Stellen angeben zu können.

Der Wäge-Umsetzer enthält einen Komparator, der die unbekannte Spannung u_x mit der Referenzspannung U_r vergleicht (Bild 6.7). Die Messung beginnt, indem die höchste Teilspannung $U_r = U_0/2$ eingestellt und mit der zu messenden Spannung u_x verglichen wird. Ist $u_x > U_r$, so bleibt $U_0/2$ eingeschaltet, die nächste Teilspannung $U_0/4$ wird zu $U_0/2$ hinzugezählt, und der Vergleich wird von neuem durchgeführt. Solange die zu messende Spannung größer als die Referenzspannung ist, bleibt der hinzugekommene Teilbetrag erhalten. Ansonsten wird der letzte Teilbetrag abgeschaltet, und der Abgleich wird mit der Addition der nächstniedrigeren Teilspannung versucht.

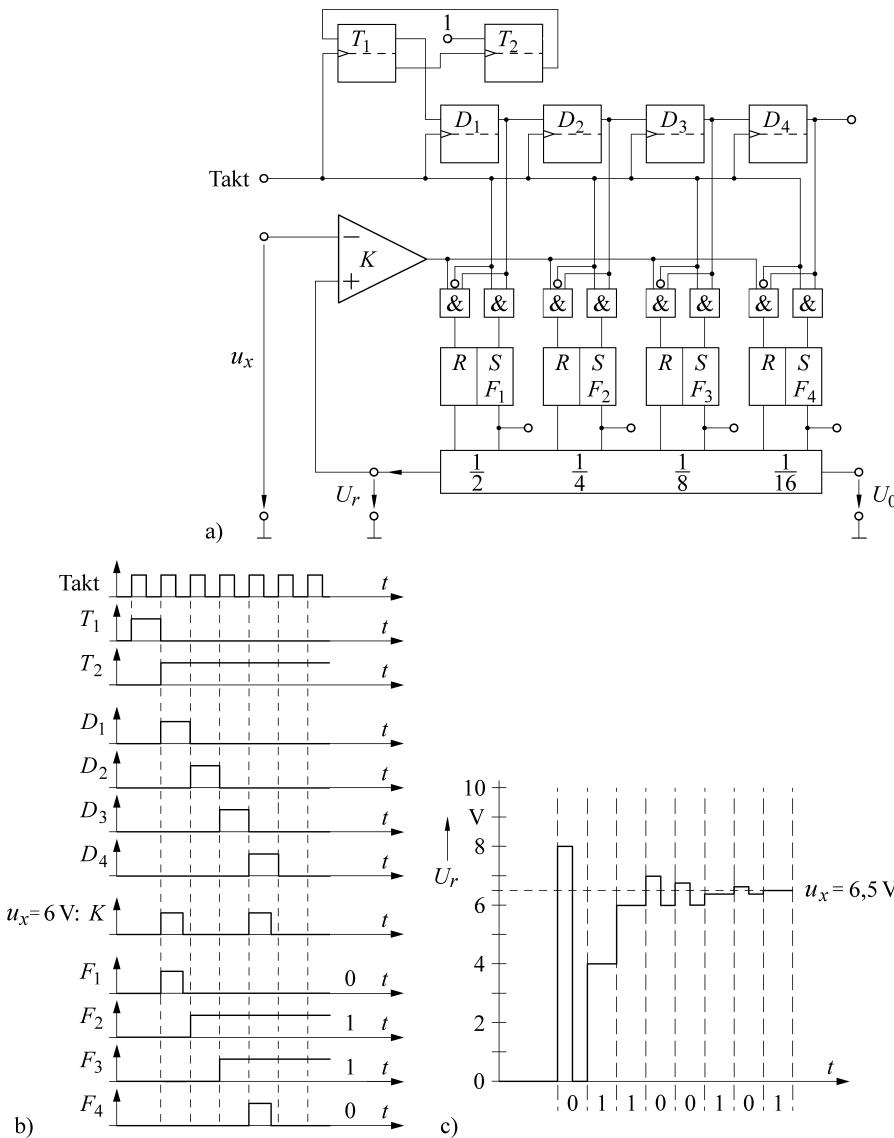


Bild 6.7 A/D-Stufenumsetzer mit sukzessiver Annäherung an den Messwert.

a) Schaltung für die ersten 4 Bit b) Ablaufdiagramm für die ersten 4 Bit c) Abgleichvorgang für 4 + 4 Bit

Am Ende der Messung hat sich die Referenzspannung sukzessiv der zu messenden Spannung genähert und weicht von dieser höchstens um die kleinste Spannungsstufe ab. Der Wert der gesuchten Spannung u_x wird von den Stellungen der Schalter in der Referenzspannungsquelle als Dual- oder BCD-Zahl abgelesen. Ist die betreffende Teilspannung noch zugeschaltet, so wird für das entsprechende Bit eine 1, andernfalls eine 0 gesetzt. Das Ablaufdiagramm von Bild 6.7 c gilt für eine zu messende Spannung $u_x = 6,5\text{ V}$ und für eine Konstantspannung $U_0 = 16\text{ V}$, die in insgesamt $2 \cdot 4$ Stufen von 8, 4, 2, 1 und 0,8, 0,4, 0,2, 0,1 V unterteilt ist. Als Ergebnis des Abgleichs wird die BCD-Zahl 0110 0101 erhalten.

Nach dieser Beschreibung des Prinzips soll noch einmal auf die für den Abgleichvorgang notwendigen Baugruppen zurückgekommen werden, die im Bild 6.7 für einen 4 Bit-Abgleich gezeichnet sind. Im Ausgangszustand sind alle Kippstufen zurückgesetzt. Der steuernde Eingangstakt setzt zunächst für genau eine Taktperiode das T -Flipflop T_1 . Dessen Q -Signal wird dann durch die D -Flipflops geschoben. Diese liefern so nacheinander für jeweils eine Taktperiode an ihrem Q -Ausgang ein 1-Signal. Während dieser Zeit kann über die UND-Verknüpfung mit dem Zustand des Eingangstakts das dem D -Flipflop zugeordnete RS -Flipflop gesetzt werden. Damit wird in der digital steuerbaren Referenzspannungsquelle die entsprechende Teilspannung zugeschaltet. Der Komparator vergleicht die zu messende Spannung u_x mit der aktuellen Referenzspannung U_r . Ist die Referenzspannung zu groß, liefert der Komparator ein 1-Signal an das UND-Gatter vor den Rücksetzeingängen. Das RS -Flipflop, das in der gerade laufenden Taktperiode zugeschaltet wurde, wird dadurch wieder rückgesetzt, und die Teilspannung wird wieder abgeschaltet. Auf diese Weise werden alle Teilspannungen abgefragt. Am Ende des Abgleichs liefert der Zustand der RS -Flipflops den Messwert in dem Code, der der digital steuerbaren Vergleichsspannung zu Grunde gelegen hat. Der Messwert wird zwischengespeichert, alle Kippstufen werden zurückgesetzt, und ein neuer Abgleichvorgang kann beginnen.

■ 6.3 Spannung/Zeit- und Spannung/Frequenz-Umsetzer

Zeitintervalle und Frequenzen lassen sich mit einfachen Mitteln digital messen. So ist es kein Umweg, eine analoge Größe wie z. B. eine Spannung zunächst in ein Zeitintervall oder in eine Frequenz umzuformen und dann den Wert dieser Zwischengröße über eine Impulszählung zu erfassen. Im Endeffekt ist damit eine Analog/Digital-Umsetzung erreicht. Der Vergleich der analogen Größe mit der Referenzgröße erfolgt dann nicht wie bei den direkt vergleichenden Umsetzern in der Größenart Spannung, sondern in der Größenart Zeit. Die Messunsicherheit kann dabei auf Grund der großen Genauigkeit des Zeitnormals sehr gering gehalten werden.

6.3.1 u/t -Zweirampen-Umsetzer

Die für den Zweirampen-A/D-Umsetzer (integrierender Zweirampen-Umsetzer, dual slope converter) benötigten Komponenten sind im Bild 6.8 dargestellt. Zu erkennen ist der Integrationsverstärker, der wechselweise einen der zu messenden Spannung u_x oder einen der konstanten Spannung $-U_0$ proportionalen Strom integriert. Weiter sind der Komparator K_0 und die für eine Zeitmessung nötigen Komponenten wie Taktgeber, Tor und Zähler vorhanden. Die Ablaufsteuerung AS ist angedeutet.

Die Impulse des Taktgebers steuern über AS den Schalter S. Während der vorgegebenen Zeit t_1 bis t_2 wird der zu messenden Spannung u_x proportionale Strom $i_x = u_x/R$ integriert. Die negative Ausgangsspannung des Integrators wächst proportional mit der Zeit. Zum Zeitpunkt t_2 wird u_x vom Integrator getrennt und die konstante Spannung $-U_0$ wird

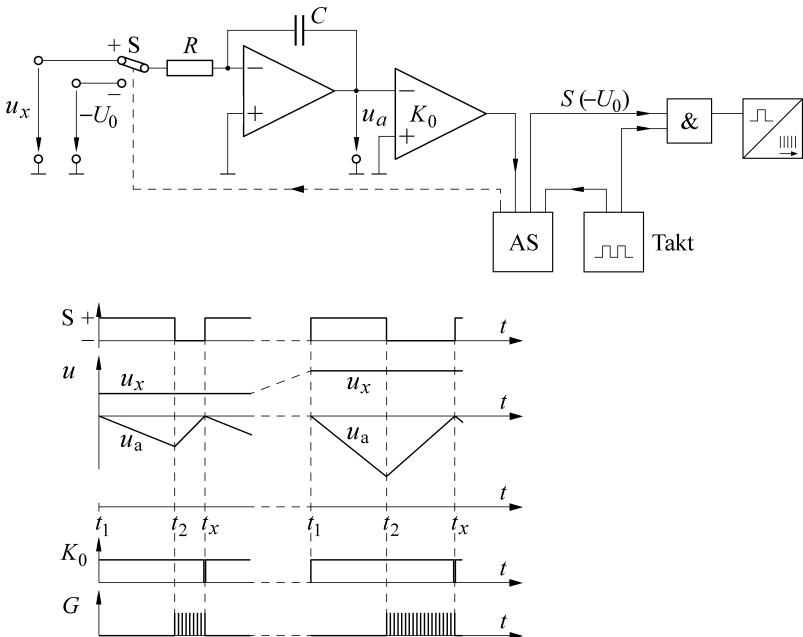


Bild 6.8 u/t -Zweirampen-Umsetzer. a) Blockschaltbild b) Signale

angeschlossen. Der jetzt fließende negative Eingangsstrom $I_0 = -U_0/R$ führt zu einem Ansteigen der Integratorausgangsspannung. Hat sie zum Zeitpunkt t_x den Wert $U_a = 0$ erreicht, schaltet der Komparator K_0 , und eine neue Messung kann beginnen.

Die für die Aufintegration notwendige Zeit $t_x - t_2$ ist proportional zur Höhe der zu messenden Spannung. Für diese Zeit steht der Schalter S in der Stellung $-U_0$. Das zugehörige Signal $S(-U_0)$ öffnet das zum Zähler führende Tor, die Impulse des Taktgebers werden gezählt, und der Zählerstand N_x ist ein Maß für die zu messende Spannung.

Quantitativ hängen die zu messende Spannung und der Zählerstand wie folgt zusammen: Zu Beginn der Messung, zum Zeitpunkt t_1 , war die Ausgangsspannung u_a des Integrators 0. Am Ende der Abintegration (abnehmende Integratorausgangsspannung u_a) zum Zeitpunkt t_2 hat sie den Wert

$$u_a(t_2) = -\frac{1}{RC} \int_{t_1}^{t_2} u_x \, dt \quad (6.9)$$

erreicht. Das Integral über die zu messende Spannung u_x bedeutet, dass nicht ein Augenblickswert, sondern der über die Zeit $t_2 - t_1$ gemittelte Wert \bar{u}_x gemessen wird. Indem dieser Mittelwert

$$\bar{u}_x = -\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} u_x \, dt \quad (6.10)$$

in Gl. (6.9) eingeführt wird, geht sie über in

$$u_a(t_2) = -\frac{1}{RC} \bar{u}_x (t_2 - t_1). \quad (6.11)$$

Während der Aufintegration, für Zeiten $t_2 \leq t \leq t_x$, beträgt die Ausgangsspannung

$$u_a(t) = u_a(t_2) - \frac{1}{RC} \int_{t_2}^t -U_0 \, d\alpha = -\frac{1}{RC} \bar{u}_x (t_2 - t_1) + \frac{1}{RC} U_0 (t - t_2). \quad (6.12)$$

Sie wird bei $t = t_x$ zu null, so dass gilt

$$-\frac{1}{RC} \bar{u}_x (t_2 - t_1) = -\frac{1}{RC} U_0 (t_x - t_2). \quad (6.13)$$

Die vorgegebene Abintegrationszeit $t_2 - t_1$ wird gebildet, indem N_a Impulse des Taktgebers gezählt werden. Derselbe Taktgeber wird zur Messung der Aufintegrationszeit $t_x - t_2$ benutzt, die zu dem Zählerstand N_x führt. Mit f als Frequenz des Taktgebers lassen sich die Zeitintervalle schreiben:

$$t_2 - t_1 = \frac{N_a}{f}; \quad t_x - t_2 = \frac{N_x}{f}. \quad (6.14)$$

Mit diesen Beziehungen geht Gl. (6.13) über in

$$\bar{u}_x \frac{N_a}{f} = U_0 \frac{N_x}{f} \quad (6.15)$$

und mit $K = N_a / U_0$ entsteht das Endergebnis

$$N_x = K \bar{u}_x. \quad (6.16)$$

Der Zählerstand N_x ist also ein Maß für den Mittelwert \bar{u}_x der zu messenden Spannung. Die Konstante K kann nur noch durch eventuelle Änderungen der Hilfsspannung $-U_0$ verfälscht werden. In Gl. (6.13) konnten die Größen R und C und in Gl. (6.15) konnte die Taktfrequenz f weggekürzt werden. Das bedeutet, dass diese Parameter nicht das Messergebnis beeinflussen, dass dieses also auch unabhängig von Änderungen dieser Größen ist. Damit werden jetzt die Vorteile des Zweirampen-Umsetzers deutlich. Der Zweirampen-Umsetzer

- ist unabhängig von Änderungen der Größen R und C ,
- ist unabhängig von Änderungen der Taktfrequenz f ,
- misst keinen Augenblickswert, sondern den über die Abintegrationszeit gemittelten Messwert \bar{u}_x .

Der Zweirampen-Umsetzer benötigt keinen Abtast- und Haltekreis. Liegen periodische Einstreuungen vor und ist die Abintegrationszeit gleich einer oder mehrerer Perioden dieser Störungen, so ist deren linearer Mittelwert null und die Einstreuungen verfälschen nicht das Messergebnis.

Der Einfachheit halber wurde im Bild 6.8 die Arbeitsweise nur für eine Polarität der Eingangsspannung erklärt. Diese Beschränkung ist nicht notwendig. Indem eine zweite, positive Hilfsspannung und eine die Polarität erkennende Logikschaltung benutzt werden, ist die Messung positiver und negativer Eingangsspannungen ohne Schwierigkeiten möglich.

6.3.2 u/f -Umsetzer nach dem Ladungsbilanzverfahren

Der u/f -Umsetzer nach dem Ladungsbilanzverfahren hat als Eingangsgröße die zu messende Spannung oder den zu messenden Strom und liefert als Ausgangssignal eine Folge von Impulsen. Die Frequenz f dieser Impulse ist dem Mittelwert \bar{u}_x der anliegenden Spannung

proportional. Im einfachsten Fall besteht der u/f -Umsetzer (Bild 6.9) aus einem Integrationsverstärker, einem Komparator, einer monostabilen Kippstufe und einer Stromquelle, die den konstanten Strom I_0 liefert. Diese Stromquelle wird benutzt, um über den von der monostabilen Kippstufe gesteuerten Schalter S den Integrationskondensator C zu entladen. Zu Beginn der Messung, zum Zeitpunkt $t = 0$, sei die Ausgangsspannung u_a des Integrators null. Der Strom $i_x = u_x/R$ führt für $t \leq t_0$ zur Ausgangsspannung

$$u_a(t) = -\frac{1}{C} \int_{t=0}^{t_0} i_x \, d\tau. \quad (6.17)$$

Zum Zeitpunkt t_0 ist die Integratorausgangsspannung u_a gerade so groß wie die Referenzspannung U_r des Komparators, $u_a(t_0) = U_r$.

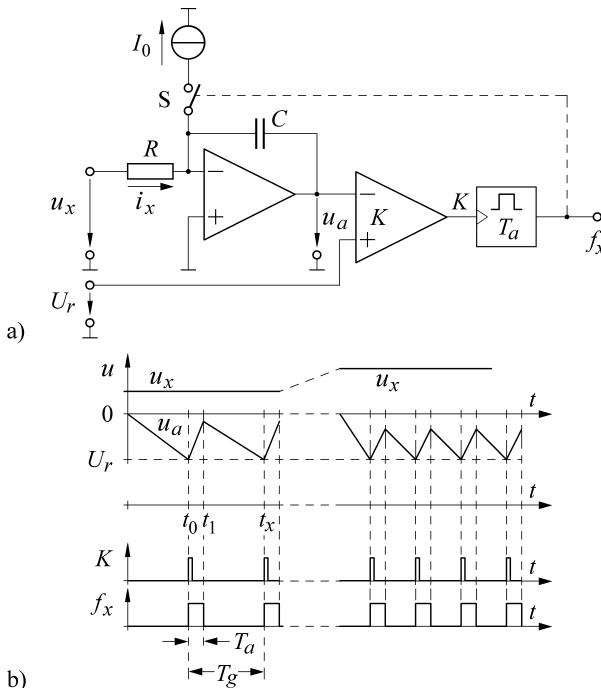


Bild 6.9 u/f -Umsetzer nach dem Ladungsbilanzverfahren
a) Schaltung
b) Signale

Das Komparatorsignal stößt die monostabile Kippstufe an, die für die Haltezeit T_a den Schalter S zur Konstantstromquelle schließt. Während dieser Zeit fließen der zu messende Strom $i_x = u_x/R$ und der konstante Strom $-I_0$. Die Integratorausgangsspannung ist zur Zeit $t_1 = t_0 + T_a$

$$u_a(t_1) = U_r - \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_1} (i_x - I_0) \, dt = U_r + \frac{1}{C} (I_0 - \bar{i}_x) (t_1 - t_0) \quad (6.18)$$

$$\text{mit } \bar{i}_x = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} i_x \, dt. \quad (6.19)$$

Anschließend wird die Konstantstromquelle abgetrennt und nur der zu messende Strom i_x wird integriert, bis zur Zeit t_x die Integratorausgangsspannung wieder den Wert der Refe-

renzspannung erreicht hat:

$$\begin{aligned} u_a(t_x) &= U_r = u_a(t_1) - \frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_x} i_x \, dt \\ &= u_a(t_1) - \frac{1}{C} \bar{i}_x (t_x - t_1). \end{aligned} \quad (6.20)$$

Die Integratorausgangsspannung u_a ist zur Zeit t_0 ebenso groß wie zur Zeit t_x , nämlich so hoch wie die Referenzspannung U_r :

$$u_a(t_0) = u_a(t_x) = U_r. \quad (6.21)$$

Indem Gl. (6.19) in Gl. (6.20) eingeführt wird, entsteht

$$\begin{aligned} U_r &= U_r + \frac{1}{C} (I_0 - \bar{i}_x) (t_1 - t_0) - \frac{1}{C} \bar{i}_x (t_x - t_1), \\ (I_0 - \bar{i}_x) (t_1 - t_0) &= \bar{i}_x (t_x - t_1). \end{aligned} \quad (6.22)$$

Auf der linken Seite der letzten Gleichung steht die während der Zeit $t_1 - t_0$ vom Kondensator abgeführte, auf der rechten Seite die während der Zeit $t_x - t_1$ dem Kondensator zugeführte Ladung. Die Bilanz ist ausgeglichen (charge balancing). Die Gleichung lässt sich noch weiter vereinfachen zu

$$I_0 (t_1 - t_0) = \bar{i}_x (t_x - t_0). \quad (6.23)$$

Das Intervall $t_x - t_0$ ist die gesamte, für eine Umsetzung benötigte Zeit T_g

$$T_g = t_x - t_0 = \frac{I_0 (t_1 - t_0)}{\bar{i}_x} = \frac{I_0 T_0}{\bar{i}_x} \quad (6.24)$$

und die Frequenz $f_x = 1/T_g$ wird

$$f_x = \frac{1}{t_x - t_0} = \frac{\bar{i}_x}{I_0 T_0} = \frac{\bar{u}_x}{R I_0 T_a}. \quad (6.25)$$

Sie ist direkt proportional dem Mittelwert der gemessenen Spannung \bar{u}_x . Die u/f -Kennlinie ist jetzt eine Gerade.

Eine eventuelle Offsetspannung des Komparators addiert sich zur Vergleichsspannung U_r und verändert die Schaltschwelle. Dies bleibt jedoch ohne Wirkung, da das Verhältnis von Lade- zu Entladezeit gleich bleibt. Die Vergleichsspannung U_r ist ja aus Gl. (6.22) heraus gefallen. Offsetströme des Integrationsverstärkers hingegen verringern die Messgenauigkeit.

6.3.3 Delta-Sigma-Umsetzer

Das Prinzip des Ladungsbilanzumsetzers liegt auch dem Delta-Sigma-ADU [6.7, 6.8] zu Grunde (Bild 6.10). Bei diesem sind – verglichen mit dem u/f -Umsetzer von Bild 6.9 – lediglich zwei Hilfsstromquellen einzusetzen. Diese liefern die Ströme $+I_0$ und $-I_0$ und legen damit den Messbereich fest. Der Komparator prüft, ob die Ausgangsspannung des Integrators größer oder kleiner/gleich null ist und steuert über das mit der Taktfrequenz f getaktete D -Flipflop die Hilfsströme nach folgender Vorschrift:

$$u_a > 0 : \quad K = -1 : \quad I_r = +I_0, \quad (6.26)$$

$$u_a \leq 0 : \quad K = +1 : \quad I_r = -I_0. \quad (6.27)$$

Realisiert wird also eine Digital/Analog-Umsetzung. Aus den Binärsignalen werden analoge Spannungen.

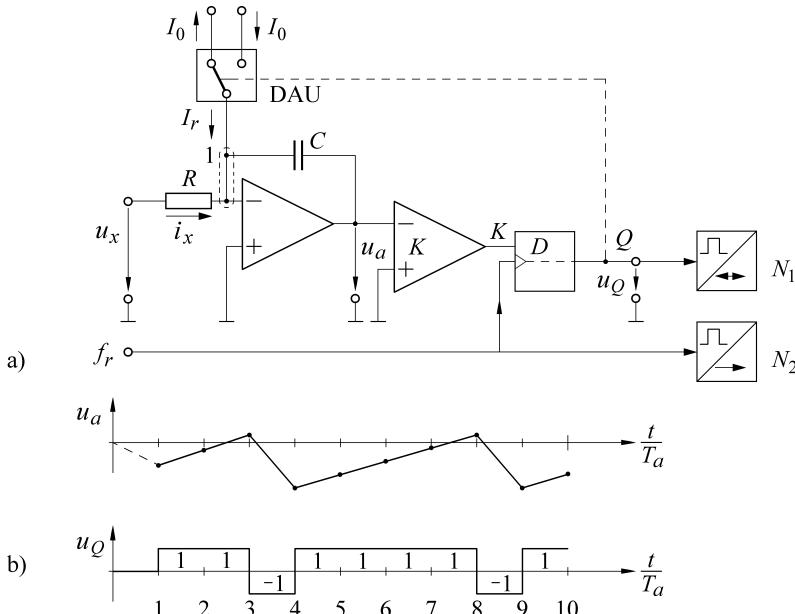


Bild 6.10 Delta-Sigma-Umsetzer. a) Schaltung b) Signale

Der aus der zu messenden Spannung u_x stammende Strom i_x wird immer zusammen mit I_r integriert, wobei I_r den Wert $+I_0$ oder $-I_0$ annehmen kann. Die Integrationszeit entspricht dem Taktintervall $T_0 = 1/f_r$. Nach dieser Zeit liefert der Integrierer die Ausgangsspannung

$$u_a = -\frac{1}{C} (i_x + I_r) T_0. \quad (6.28)$$

Der Verlauf dieser Spannung u_a ist im Bild 6.10 so gezeichnet, dass ein während des Abtastintervalls integrierter Strom von 1 mA die Ausgangsspannung $u_a = -1$ V ergibt (Tab. 6.2). Der Messbereich ist auf ± 1 V festgelegt. Dem Beispiel sind eine Eingangsspannung $u_x = 0,6$ V, ein Eingangstrom $i_x = 0,6$ mA und Hilfsstromquellen mit $I_0 = 1$ mA zu Grunde gelegt. Der Komparator wandelt die unbekannte Spannung u_x in eine Folge von Binärzahlen mit den Wertigkeiten +1 und -1 um. Die Folge dieser Binärzeichen wiederholt sich in unserem Beispiel nach jedem fünften Abtastimpuls. Werden diese Binärzeichen in einem Vorwärts/Rückwärts-Zähler addiert (N_1), durch die Zahl der Taktimpulse dividiert (N_2) und wird das Verhältnis N_1/N_2 mit der Spannung am Messbereichsende $U_M = 1$ V multipliziert, so wird der Wert der anliegenden Spannung u_x erhalten. Wird über fünf oder sehr viel mehr Abtasttakte gemittelt, so ergibt sich der Wert der angelegten Spannung u_x zu

$$u_x = \frac{N_1}{N_2} U_M = \frac{3}{5} 1 = 0,6 \text{ V}. \quad (6.29)$$

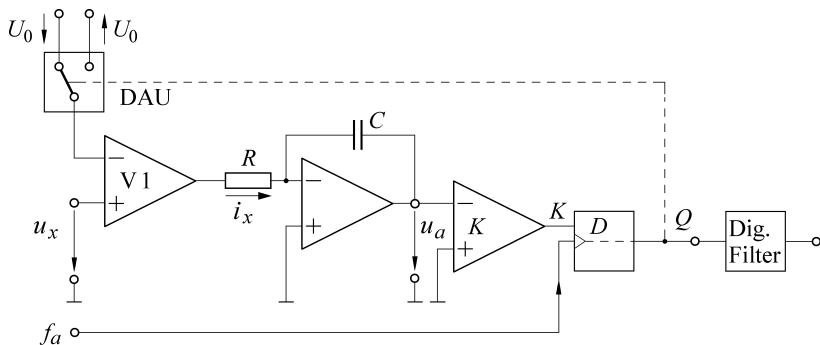
Der Vorteil dieses Umsetzerprinzips liegt darin, dass nur geprüft wird, ob die Integriererspannung größer oder kleiner null ist. Die Entscheidung kann schnell getroffen und zuverlässig ausgeführt werden. So kann die Taktfrequenz f_r bei z. B. 100 MHz liegen. Die anschließende Mittelung über die Binärzahlen erfolgt dann wesentlich langsamer, eventuell mit einer Ausgabefrequenz von 10 kHz. Dafür wird dann aber der Mittelwert nicht mehr als eine

Tabelle 6.2 Signale im Delta-Sigma-ADU bei $u_x = 0,6 \text{ V}$ und $i_x = 0,6 \text{ mA}$

Takt	K	I_r in mA	$I_r + I_x$ in mA	U_a in V
			0,6	-0,6
1	1	-1	-0,4	-0,2
2	1	-1	-0,4	0,2
3	-1	1	1,6	-1,4
4	1	-1	-0,4	-1,0
5	1	-1	-0,4	-0,6
6	1	-1	-0,4	-0,2
7	1	-1	-0,4	0,2
8	-1	1	1,6	-1,4
9	1	-1	-0,4	-1,0

Binärzahl, sondern mit größerer Auflösung ausgegeben. In der Praxis werden an Stelle der Zähler mittelnde Filter eingesetzt, die einen 1-Bit-Datenstrom hoher Frequenz in ein mehrere Bit breites Datenwort mit niedrigerer Taktfrequenz umwandeln.

Oft wird der Delta-Sigma-ADU so dargestellt, dass der Knoten 1 am Eingang des Integriermers von Bild 6.10 durch einen Subtrahierverstärker ersetzt ist (V1 von Bild 6.11). An Stelle von Stromquellen werden Spannungsquellen verwendet. Von der zu messenden Spannung u_x wird also die Hilfsspannung $+U_0$ oder $-U_0$ abgezogen. Diese Differenzbildung ist durch den Term „Delta“, die anschließende Integration (Summierung) durch das Zeichen „Sigma“ im Namen des Delta-Sigma-Umsetzers ausgedrückt [6.7]. Andere Autoren bevorzugen die Bezeichnung „Sigma-Delta-Umsetzer“. Die Begründung ist, dass die „Delta-Modulation“ der Oberbegriff und die Integration („Sigma“) nur eine der möglichen Ausformungen ist. In der englischen und deutschen Sprache steht das Adjektiv vor dem Substantiv; deswegen die Wortfolge Sigma-Delta. Ob aber Delta-Sigma oder Sigma-Delta gebraucht wird, gemeint ist immer dieselbe Funktion.

**Bild 6.11** Delta-Sigma-Umsetzer mit Differenzverstärker (Verstärkung $V1 = 1$) am Eingang

Bei der praktischen Realisierung eines Delta-Sigma-ADUs wird als digitales Filter nicht ein einfacher Mittelwertbildner, sondern ein Filter höherer Ordnung eingesetzt. Dieses übernimmt dann noch die Aufgabe des „noise shaping“. Das Quantisierungsrauschen des ADU, von dem im nächsten Abschnitt noch zu sprechen ist, wird so verformt, dass es in einem für

die Messung nicht interessierenden Frequenzbereich zu liegen kommt. Dadurch steigt das Signal/Rausch-Verhältnis des ADU. Zum Erreichen einer 20-Bit-Genauigkeit tragen dann beide Effekte bei, einmal die Mittelung über die Binärzahlen und einmal die Verlagerung des Quantisierungsrauschen in einen Frequenzbereich, in dem dieses reduziert ist.

■ 6.4 Kenngrößen der Analog/Digital-Umsetzer

6.4.1 Kennlinie

Die ADU sind in der Regel für die Umsetzung positiver und negativer Spannungen ausgelegt. Die Kennlinie verläuft treppenförmig. Die Stufen haben die Breite von einem least significant bit lsb. Die Kennlinie wird durch die Begriffe „differenzielle“ und „integrale Nichtlinearität“ charakterisiert.

Differenzielle Nichtlinearität. Die differenzielle Nichtlinearität DNL gibt an, ob die Quantisierungsstufen des ADU alle gleich breit sind. Nur in diesem Fall ist die Kennlinie linear. So entspricht bei der Kennlinie von Bild 6.12 a jedes digitale Wort einem Spannungsintervall von 1 V. Spannungen zwischen 3,5 und 4,5 V z. B. führen zu dem Code 0100. Ist die Gewichtung der Bit untereinander nun fehlerhaft, so entstehen differenzielle Nichtlinearitäten. Bei der Kennlinie von Bild 6.12 b hat z. B. das Bit mit der Wertigkeit 4 einen um 0,5 V zu geringen Wert. Damit ist die Stufe zwischen den Codes 0011 und 0100 nur halb so breit und die zwischen 0111 und 1000 1,5-mal so groß wie im fehlerfreien Fall. Ist der Fehler eines höherwertigen Bit größer als 1 lsb, so treten bei der Umsetzung gewisse Werte überhaupt nicht mehr auf, Codes gehen verloren. Um dies zu vermeiden muss die Ungenauigkeit auch der höherwertigen Bit kleiner als 1 lsb bleiben.

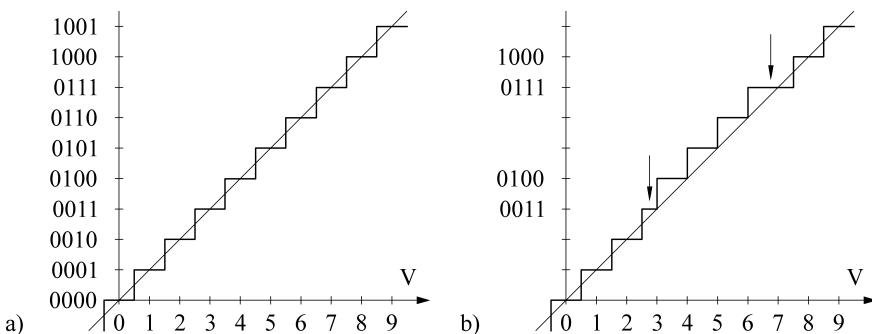


Bild 6.12 Kennlinie eines Analog/Digital-Umsetzers a) fehlerfrei, b) das fehlerhafte Bit mit der Wertigkeit 2^2 führt zu einer differenziellen Nichtlinearität

Die DNL lässt sich messen, indem dem ADU eine sehr gleichförmig ansteigende Spannung angeboten wird. Werden bei einem 8-Bit-ADU insgesamt 2 560 Messungen durchgeführt, so kommt jede der insgesamt möglichen 256 Zahlen (Klassen) im Mittel mit der Häufigkeit $\bar{H} = 10$ vor. Von diesem Mittelwert kann sich die für die Klasse i gefundene Häufigkeit $H(i)$

unterscheiden. Die differenzielle Nichtlinearität der Klasse i ist die durch den Mittelwert dividierte Differenz zwischen der Häufigkeit der Klasse i und dem Mittelwert der Häufigkeit:

$$\text{DNL}(i) = \frac{H(i) - \bar{H}}{\bar{H}}. \quad (6.30)$$

Integrale Nichtlinearität. Werden die differenziellen Nichtlinearitäten aufaddiert, so ergibt sich die integrale Nichtlinearität INL:

$$\text{INL}(k) = \sum_{i=1}^k \text{DNL}(i). \quad (6.31)$$

In diesen Kenngrößen INL und DNL unterscheiden sich die direkt vergleichenden Umsetzer von den indirekt arbeitenden. Differenzielle Nichtlinearitäten sind bei den direkt vergleichenden Umsetzern eher zu erwarten als bei den indirekt arbeitenden, bei denen nur monoton zu zählen ist. Auch der Delta-Sigma-Umsetzer hat geringe Nichtlinearitäten.

Monotoniefehler, fehlende Codes. Der Definition nach verhält sich ein ADU dann monoton, wenn die Wertigkeit seines Ausgangscodes mit stetig steigender Eingangsgröße ebenfalls stetig steigt (nicht fällt). Ist die differenzielle Nichtlinearität eines ADUs größer als ± 1 lsb, so ist ein monotoner Betrieb dieses Umsetzers nicht gewährleistet. Mit Sicherheit arbeiten jene Umsetzer monoton, die über eine differenzielle Nichtlinearität verfügen, die kleiner oder gleich 1 lsb ist.

Die Bedingung, dass kein möglicher Code übersprungen wird, verlangt eine differenzielle Nichtlinearität von kleiner 1 lsb. Ist der Fehler größer oder gleich 1 lsb, so ist zu erwarten, dass bei der Umsetzung auch fehlende Codes (missing codes) auftreten.

6.4.2 Abtasttheorem

Die A/D-Umsetzung benötigt eine gewisse Zeit, die als Abtastintervall T_a bezeichnet wird. Der Kehrwert ist die Umsetzrate oder Abtastfrequenz f_a

$$f_a = \frac{1}{T_a}. \quad (6.32)$$

Diese Abtastfrequenz f_a muss größer als das Doppelte der größten im Messsignal enthaltenen Frequenz f_{\max} sein:

$$f_a > 2 f_{\max}, \quad (6.33)$$

damit der Satz der Abtastwerte das Messsignal eindeutig repräsentiert. Diese Gleichung wird als Abtasttheorem bezeichnet (Abschnitt 8.3).

Bild 6.13 zeigt, wie bei Verletzung des Abtasttheorems ganz unterschiedliche Zeitfunktionen dieselben Abtastwerte ergeben, so dass aus diesen nicht mehr auf die ursprüngliche kontinuierliche Zeitfunktion geschlossen werden kann.

In den Fällen, in denen der Abtastsatz falsch interpretiert wird, spiegelt er andere („alias“) Frequenzen vor, als im ursprünglichen Signal enthalten sind. Um dies zu vermeiden, ist sicherzustellen, dass die höchste im Messsignal enthaltene Frequenz kleiner als die halbe Abtastfrequenz bleibt. Dies wird durch ein dem ADU vorgeschaltetes und die Messfrequenz begrenzendes analoges Tiefpassfilter, das so genannte Anti-Aliasing-Filter erreicht.

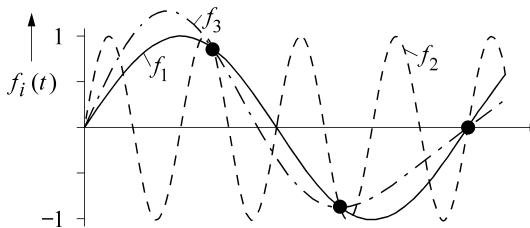


Bild 6.13 Bei ungenügender Abtastfrequenz liefern unterschiedliche Signale die selben Abtastwerte; $f_1(t) = \sin 2\pi ft$; $f_2(t) = \sin 2\pi 4ft$; $f_3(t) = \sin 2\pi ft + 0,33 \sin \pi ft$; nur das Signal $f_1(t)$ ist richtig abgetastet.

Des Weiteren darf sich bei den direkt vergleichenden Umsetzern während der Messung die umzusetzende Spannung nicht ändern. Dazu dient der vor dem ADU liegende Abtast- und Haltekreis. Damit ist bei Verwendung eines ADU immer eine Messkette gemäß Bild 6.14 erforderlich:

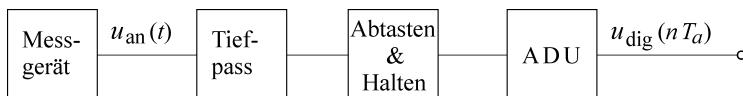


Bild 6.14 Anschluss eines ADU an ein die Spannung $u_{an}(t)$ lieferndes Messgerät über den Anti-Aliasing-Tiefpass und einen Abtast- und Haltekreis

Ein Messgerät (Sensor, Aufnehmer) liefert die analoge Spannung $u_{an}(t)$. Diese wird durch das Anti-Aliasing-Filter bandbegrenzt. Das bandbegrenzte Signal wird gegebenenfalls in einem Abtast- und Haltekreis gespeichert und dann im ADU umgesetzt. Aus dem zeit- und wertkontinuierlichen Signal $u_{an}(t)$ entsteht so der zeit- und werdiskrete Datensatz $u_{dig}(n T_a)$. Die Werte dieses Datensatzes werden im einfachsten Fall direkt angezeigt. Meistens wird aber vor einer Messwertausgabe mit den abgespeicherten Daten erst eine Reihe von Rechnungen durchgeführt („digitale Signalverarbeitung“).

6.4.3 Umsetzrate und Auflösung

Für eine gegebene Messaufgabe werden die ADU im Hinblick auf ihre Auflösung und Abtastrate ausgewählt. Die Umsetzer mit parallelen Komparatoren sind die schnellsten, die integrierenden die genauesten (Bild 6.15).

Die Genauigkeit wird zunächst – wie bei analogen Geräten – durch Nullpunkt- und Verstärkerfehler begrenzt. Die Datenblätter schreiben vor, wie der Nullpunkt und die Verstärkung bei der Inbetriebnahme abzulegen sind. Ist dieser Abgleich richtig erfolgt, so bleibt die im Datenblatt spezifizierte Unsicherheit von der Größe eines halben bis ganzen lsb übrig. Bei Temperaturänderungen driften Nullpunkt und Verstärkung, sodass entsprechende Unsicherheiten übrig bleiben.

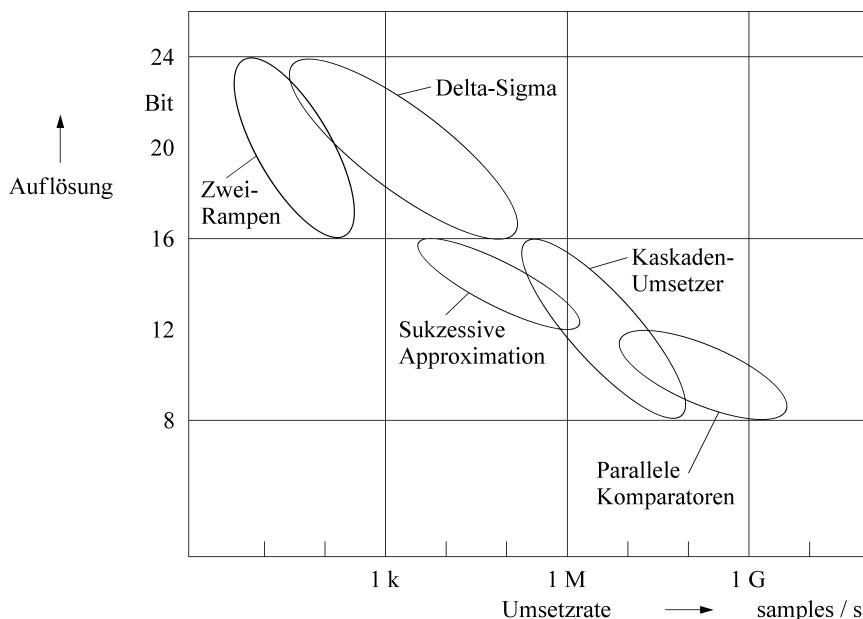


Bild 6.15 Arbeitsbereiche der verschiedenen Umsetzverfahren [6.9]

6.4.4 Quantisierungsrauschen, Zahl der effektiven Bit

Ein ADU setzt ein wertkontinuierliches Signal in ein wertdiskretes um. Jeder Zahl des ADU entspricht ein gewisser Wertebereich. So kann z. B. eine Spannung zwischen 2,6 und 3,5 mV als 3 mV ausgegeben werden. Die Differenz aus dem digitalen Wert u_{dig} der angezeigten Spannung und der tatsächlich anliegenden analogen Spannung u_{an} wird normalerweise als der bei der Analog/Digital-Umsetzung entstehende Quantisierungsfehler mit der Rauschspannung u_R

$$u_R = u_{\text{dig}} - u_{\text{an}} \quad (6.34)$$

erklärt. Ist Δu die Höhe einer Quantisierungsstufe, so liegen die Maximalwerte der Rauschspannung bei $\pm \Delta u/2$. Sind die Amplituden dieser Rauschspannung gleich verteilt, so ergibt sich ihr Effektivwert U_R zu

$$U_R = \frac{\Delta u}{\sqrt{12}}. \quad (6.35)$$

Diese Rauschspannung geht in das Signal/Rausch-Verhältnis (Signal to Noise Ratio SNR) ein. Dieses ist der Quotient aus der Leistung P_N des Nutzsignals und der Rauschleistung P_R bzw. der Quotient aus dem Quadrat der entsprechenden Effektivwerte U_N und U_R :

$$\text{SNR} = \frac{U_N^2}{U_R^2} = \frac{P_N}{P_R}. \quad (6.36)$$

Es ist nun – leider – üblich, das Signal/Rausch-Verhältnis als ein Zehntel eines Exponenten zur Basis 10 als „Dezibel“ dB anzugeben, wodurch überflüssige Umrechnungen notwendig werden (Tabelle 6.3).

Tabelle 6.3 Signal/Rausch-Verhältnis SNR

$\frac{U_N}{U_R}$	$\frac{P_N}{P_R}$	SNR in dB $20 \lg \frac{U_N}{U_R} = 10 \lg \frac{P_N}{P_R}$
1	1	0
$\sqrt{2}$	2	3
2	4	6
10	10^2	20
10^2	10^4	40
10^3	10^6	60
10^4	10^8	80
10^5	10^{10}	100

Aus

$$10^{0,1 \text{ SNR}} = \frac{P_N}{P_R} \quad (6.37)$$

folgt das Signal/Rausch-Verhältnis in dB zu

$$\text{SNR} = 10 \log \frac{P_N}{P_R} \quad \text{in dB}. \quad (6.38)$$

Hat nun die zu messende Gleichspannung den Effektivwert U_N und steuert dieser einen n-Bit-ADU vollständig aus mit

$$U_N = 2^n \Delta u, \quad (6.39)$$

so hat das zugehörige Signal/Rausch-Verhältnis den Wert

$$\begin{aligned} \text{SNR} &= 10 \log \frac{P_N}{P_R} = 10 \log \frac{U_N^2}{U_R^2} = 20 \log \frac{U_N}{U_R} \\ \text{SNR} &= 20 \log \frac{2^n \Delta u}{\Delta u / \sqrt{12}} = 20 n \log 2 + 20 \log \sqrt{12} \\ &= 6,02 n + 10,79 \quad \text{in dB}. \end{aligned} \quad (6.40)$$

Diese Gleichung gilt für Gleichspannungen, bei denen der Augenblickswert identisch ist mit dem Effektivwert. Bei sinusförmigen Spannungen trifft dies nicht mehr zu. Wird der n-Bit-ADU z. B. so eingesetzt, dass er zwischen dem negativen und positiven Scheitelwert einer sinusförmigen Spannung voll ausgesteuert wird (Bild 6.16), so ist der Effektivwert U_N dieses Signals

$$U_N = \frac{2^n \Delta u}{2\sqrt{2}} \quad (6.41)$$

und das Signal/Rausch-Verhältnis ergibt sich für diesen Fall zu

$$\begin{aligned} \text{SNR} &= 20 \log \frac{2^n \Delta u}{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{12}}{\Delta u} \\ &= 20 n \log 2 + 20 \log \sqrt{1,5} \\ &= 6,02 n + 1,76 \quad \text{in dB}. \end{aligned} \quad (6.42)$$

In der Praxis erreichen die Analog/Digital-Umsetzer selten dieses Signal/Rausch-Verhältnis. Es ist im Allgemeinen, z. B. wegen Nichtlinearitäten, kleiner. Die Zahl der ausnutzbaren Bit ist geringer als theoretisch möglich. Es lässt sich nur eine **effektive Auflösung** erreichen, die durch die Zahl n_{eff} der effektiven Bit (Effective Number of Bit ENOB) charakterisiert wird. Diese Zahl kann nach einer Umstellung der letzten Gleichung aus einem gemessenen Signal/Rausch-Verhältnis SNR_{gem} ermittelt werden:

$$n_{\text{eff}} = \frac{\text{SNR}_{\text{gem}} - 1,76}{6,02}. \quad (6.43)$$

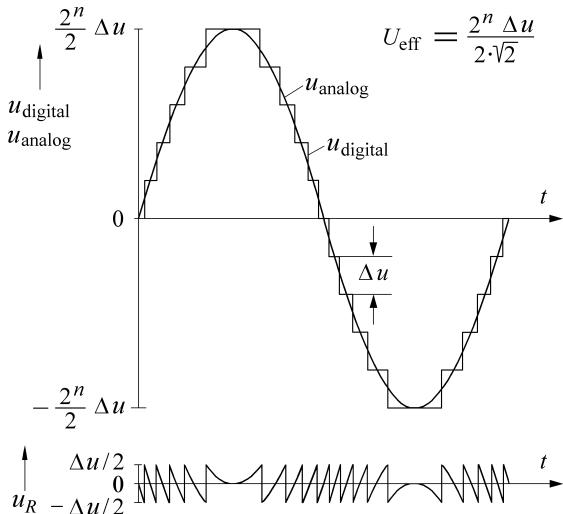


Bild 6.16 Entstehung der Quantisierungs-Rauschspannung u_R bei der Analog/Digital-Umsetzung eines sinusförmigen Signals

Zur Messung des SNR wird z. B. eine rauschfreie, oberwellenfreie, sinusförmige, den ADU voll aussteuernde Eingangsspannung abgetastet und digitalisiert. Mit Hilfe der Diskreten Fouriertransformation wird dann die zugehörige Spektralfunktion ermittelt. Diese liefert die Leistungen in den einzelnen Frequenzbereichen. Damit kann das SNR als Quotient aus der Leistung bei der Nutzfrequenz und der Summe der Leistungen bei den übrigen Frequenzen bestimmt werden. Das im Frequenzbereich ermittelte SNR ist gleich dem im Zeitbereich gemessenen.

■ 6.5 Analog/Digital-Umsetzer in Messgeräten

6.5.1 Digital-Multimeter

Ein Analog/Digital-Umsetzer ist die wesentliche Komponente eines Digital-Multimeters. Ein derartiges Gerät mit Ziffernanzeige ist ähnlich universell zu verwenden wie das klassische umschaltbare Drehspulinstrument mit seiner Skalenanzeige. Ein breit gefächertes Angebot ist verfügbar, das vom handlichen Tascheninstrument bis zum komfortablen, busgesteuerten System-Multimeter großer Empfindlichkeit und großer Auflösung reicht (Bild 6.17).



Bild 6.17 Digital-Multimeter zur Messung von Gleich- und Wechselspannung, Gleich- und Wechselstrom, Widerstand und Frequenz (Rohde & Schwarz UDL35 und UDL45).

Das UDL35 ist ein vielseitig verwendbares Hand-Multimeter in einem robusten und staubdichten Gehäuse. Die Fehlergrenzen hängen vom jeweiligen Messbereich ab, sind aber deutlich geringer als bei einem Drehspulinstrument.

Das UDL45 ist ein systemfähiges Multimeter mit RS-232C-Schnittstelle. Es hat eine Auflösung von 100 nV und eine Grundgenauigkeit von 0,0025 %.

Die Digital-Multimeter verwenden Verstärker. Sie messen Spannungen mit großem und Ströme mit niedrigem Eingangswiderstand. Das große Auflösungsvermögen der Geräte mit mehreren Ziffern darf dabei nicht darüber hinwegtäuschen, dass nur bei bestimmungsgemäßer Anwendung und Vermeidung systematischer Fehler der angezeigte Wert mit dem tatsächlichen Wert der Messgröße übereinstimmt. Sind einem Gleichspannungs-Messsignal periodische oder stochastische Störungen überlagert, so verfälschen diese nicht die Anzeige eines elektromechanischen Instruments. Infolge der Trägheit des Instruments wird über die Störungen gemittelt. Das Digital-Multimeter hingegen erfasst auch diese Störungen, falls es Augenblickswerte misst und nicht wie die integrierenden Umsetzer die Mittelwerte bewertet.

6.5.2 Digitales Speicher-Oszilloskop

Die im Abschnitt 2.2 besprochenen analogen Oszilloskope werden mehr und mehr durch digitale Speicher-Oszilloskope DSO ersetzt. In der analogen Technik werden praktisch nur noch periodische Signale sehr hoher Frequenz oder sehr kurze einmalige Impulse verarbeitet. Für die übrigen Anwendungsfälle setzt sich das Digital-Oszilloskop mehr und mehr durch [2.4].

Aufbau. Das DSO enthält zunächst wie das analoge Oszilloskop Tastkopf, Spannungsteiler, Abschwächer und Verstärker. Nach einem Tiefpassfilter zur Bandbegrenzung und eventuell einem Abtast- und Haltekreis erfolgt die von einem Taktgeber gesteuerte A/D-Umsetzung. Die gewonnenen Werte werden sofort **gespeichert**. Diese wichtige Funktion besitzt das analoge Oszilloskop nicht. Sie wird hervorgehoben und im Namen ausgedrückt.

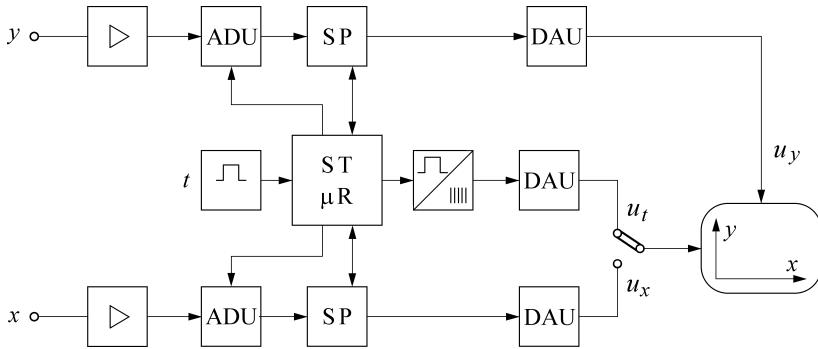


Bild 6.18 Blockschaubild eines digitalen Speicher-Oszilloskops

Die gesamte Steuerung des DSO übernimmt dabei ein Mikrorechner (Bild 6.18). Ein Taktgenerator liefert die Impulse für die Zeitbasis. Diese werden gezählt. Um dann mit den diskretisierten Daten die Elektronenstrahlröhre ansteuern zu können, sind Digital/Analog-Umsetzer vorhanden. Diese wandeln den die Zeitbasis liefernden Zählerstand und die x - und y -Daten in analoge Spannungen um. Die Messwerte können praktisch in Echtzeit auf dem Bildschirm angezeigt werden. Bei periodischen Signalen ist es auch möglich, wie beim analogen Sampling-Oszilloskop mit verminderter Abtastrate mehrere Perioden zu unterschiedlichen Zeitpunkten abzutasten und die Daten so zusammenzusetzen, als ob die nötige höhere Abtastrate vorgelegen hätte.

Triggerung. Das DSO misst fortlaufend und legt die Messwerte in einem Speicher ab. Ist er voll, so wird der älteste Messwert gelöscht, um Platz für den neuen zu schaffen. Das Triggerereignis startet nun nicht wie beim analogen Oszilloskop den Sägezahn-Generator für die Zeitablenkung, sondern stellt einen Verzögerungszähler ein. Damit wird festgelegt, wie viele Messpunkte vor (pretrigger) oder nach (posttrigger) dem Triggerereignis angezeigt werden. Überschreitet z. B. ein Messwert bei einer Störung eine bestimmte Schwelle und löst die Triggerung aus, so stehen Messwerte vor und nach der Störung im Speicher. Sie werden ausgegeben und analysiert. Da zu sehen ist, wie sich die Störung entwickelt hat, lassen sich ihre Ursachen besser ergründen als in den Fällen, in denen die Vorgeschichte nicht aufgezeichnet ist. Dies gelingt noch besser, wenn nicht nur eine Messgröße, sondern gleichzeitig mehrere aufgezeichnet werden (Transientenrecorder).

Bildschirm. Üblich ist entweder die elektromagnetische **zeilenweise Ablenkung** bei Kathodenstrahleröhren oder die Verwendung von **LCD-Raster-Bildschirmen**. Bei diesen Verfahren werden die darzustellenden Messpunkte jeweils hell getastet. Oft werden auch die eingestellten Messparameter eingeblendet.

Bilddarstellung. Die Abtastwerte sind auf dem Oszilloskop zunächst nur als Punkte zu sehen. Liegen sie genügend dicht, so vermitteln sie dem Auge den Eindruck einer lückenlosen Kurve. Eine derart hohe Abtastrate ist aber nicht immer gegeben. Nach dem Abtasttheorem genügt ja eine weit geringere Abtastrate. In diesem Fall erscheinen auf dem Bildschirm Punkte (Bild 6.19), aus denen die ursprüngliche Funktion zunächst nicht ersichtlich ist.

Die erste Verbesserung ist, die Punkte mit der Zeitbasis laufen und so lange leuchten zu lassen, bis ein neuer Messwert vorliegt. Diese Puls-Interpolation entspricht dem Arbeiten

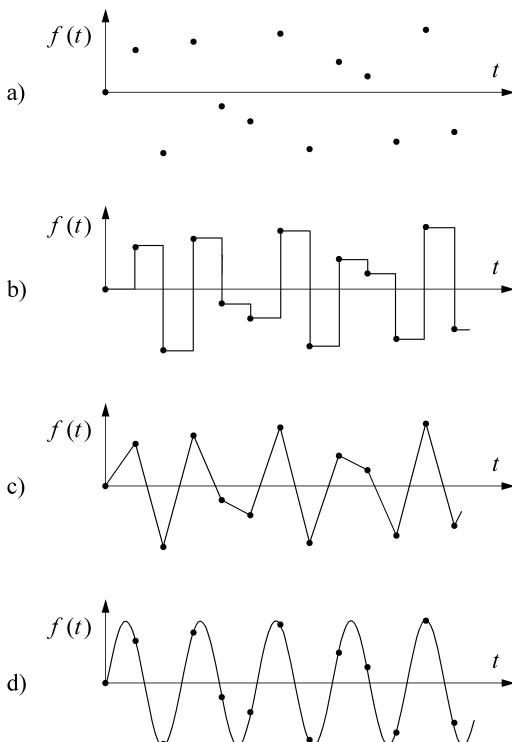


Bild 6.19 Bilddarstellung beim digitalen Oszilloskop

- a) Abtastwerte
- b) Impuls-Interpolation
- c) lineare Interpolation
- d) Interpolation mit Rekonstruktion der ursprünglichen Zeitfunktion

mit einem Abtast- und Halteglied. Besser ist, zwischen den Abtastpunkten linear zu interpolieren. Aber auch hier wird unter Umständen der tatsächliche Kurvenverlauf nur ungenügend wiedergegeben. So sind in den besseren Oszilloskopen Algorithmen implementiert, die durch den Abtastsatz nach den Verfahren der Ausgleichsrechnung Kurven legen oder die sonst geeignet zwischen den Abtastwerten interpolieren. Damit kann die Originalfunktion lückenlos und richtig rekonstruiert werden. Dafür sind aber, wie schon gesagt, verschiedene Rechenoperationen notwendig, die nicht in Echtzeit, sondern erst nach Vorliegen des kompletten Abtastsatzes durchgeführt werden können.

Signalverarbeitung. Der für die Verarbeitung der Daten benötigte Rechner kann entweder Bestandteil des Oszilloskops oder von diesem getrennt sein. Im letzten Fall werden die Daten vom Oszilloskop dem separaten Rechner übergeben, dort verarbeitet und das Ergebnis wird wieder ans Oszilloskop zurückgemeldet und dort dargestellt. Die Grenzen zwischen einem digitalen Speicheroszilloskop und einem rechnergestützten Messplatz sind fließend. Der PC-Messplatz bietet im Allgemeinen die größeren Möglichkeiten; das kompakte DSO hat den Vorteil der einfacheren Benutzung. In beiden Fällen lassen sich die zunächst elektronisch abgespeicherten Signale auf Datenträger überspielen, wo sie beliebig lang zur Verfügung stehen. Bei den komfortableren Geräten werden dabei die benutzten Einstellungen wie z. B. die Empfindlichkeit und die Abtastrate gleichzeitig mit dokumentiert.

■ 6.6 A/D-Umsetzer für mechanische Größen

Auch nichtelektrische Größen lassen sich digital messen, ohne dass in allen Fällen zunächst ein analoges elektrisches Signal gebildet und dieses dann umgesetzt werden müsste. Aufnehmer stehen zur Verfügung, die schon ein diskretes Signal liefern. Von diesen Aufnehmern haben zurzeit allerdings nur die Längen- und Winkelfühler eine breitere technische Anwendung gefunden. Wir werden uns deshalb auf die Besprechung dieser Messwertgeber beschränken. Dabei werden codierte und inkrementale Aufnehmer unterschieden. Die codierten Geber liefern einen verschlüsselten Messwert, die inkrementalen Geber ändern ihr Ausgangssignal in äquidistanten Schritten. Hier entspricht der Messwert der Summe der ausgegebenen Schritte, d. h., die Schritte sind zu zählen.

6.6.1 Endlagenschalter

Die einfachste Messung ist wieder die, bei der eine Ja/Nein-Entscheidung zu treffen ist. Als Beispiel dient der Endschalter von Bild 6.20, der die Stellung einer Ventilspindel überwacht.

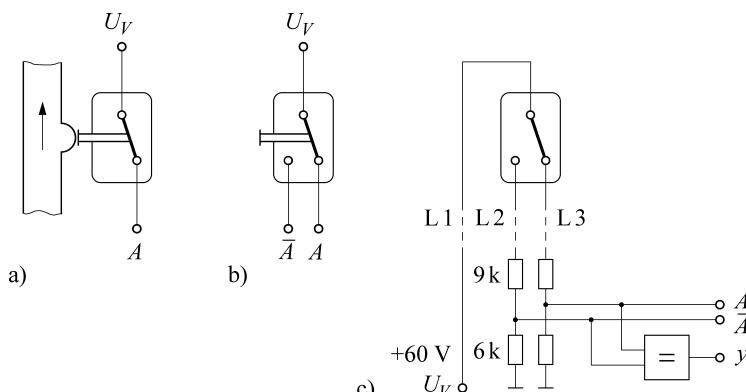


Bild 6.20 Endlagenschalter a) mit Schließkontakt, b) mit Wechselkontakt, c) Signalaufbereitung

Ist das Ventil geschlossen, so wird der Stift des Endschalters nach innen gedrückt, sein Kontakt schließt, und am Ausgang A liegt die Versorgungsspannung U_V entsprechend dem logischen Signal 1. Umgekehrt ist in der Stellung „nicht geschlossen“, die nicht identisch ist mit der Stellung „offen“, der Kontakt geöffnet, und der Ausgang A ist spannungslos, er führt das Signal 0. Die Stellung des Ventils wird also wie folgt in ein binäres Signal übersetzt:

$$\text{Ventil geschlossen:} \quad A = 1,$$

$$\text{Ventil nicht geschlossen:} \quad A = 0.$$

Diese Auslegung lässt sich verbessern, indem im Endschalter an Stelle des einfachen Schließkontakte ein Wechselkontakt verwendet wird (Bild 6.20 b). Damit steht das negierte Signal \bar{A} zur Verfügung und es gilt:

$$\text{Ventil geschlossen:} \quad A = 1; \quad \bar{A} = 0,$$

$$\text{Ventil nicht geschlossen:} \quad A = 0; \quad \bar{A} = 1.$$

Besonders für den Betrieb automatisierter Mess- und Steuersysteme ist wichtig zu wissen, ob die von den in der Anlage räumlich verteilten Komponenten in der zentralen Steuerwarte angekommenen Signale richtig oder falsch sind. Im Falle des Endschalters mit Wechselkontakt hilft das antivalente Signalpaar A und \bar{A} , diese Frage zu entscheiden. Ausfälle am Endschalter können auftreten infolge einer Unterbrechung U , eines Masseschlusses M oder eines Kurzschlusses K der Anschlussleitungen L 1, L 2, L 3 oder der Kontakte. Diese Fehlermöglichkeiten sind in der Tabelle 6.4 zusammengestellt.

Tabelle 6.4 Signale an den Ausgängen eines Endschalters mit Wechselkontakt bei verschiedenen Fehlermöglichkeiten

U_i = Unterbrechung der Leitung i ; M_i = Verbindung der Leitung i mit Masse; K_{ij} = Kurzschluss zwischen den Leitungen i und j

	richtig	Fehler							
		U_1	U_2	U_3	M_1	M_2	M_3	$K_{1,2}$	$K_{1,3}$
Ausgang A	1	0	1	0	0	1	0	1	1
Ausgang \bar{A}	0	0	0	0	0	0	0	1	0
Ausgang y Äquivalenzgatter	0	1	0	1	1	0	1	1	0

Während bei einem funktionsfähigen Schalter an den Ausgängen A und \bar{A} immer die antivalenten Signale 1 (24 V) und 0 (0 V) vorliegen, führen die Fehler in sechs von den neun betrachteten Fällen zu einer 00- oder 11-Signalkombination, die durch ein einfaches Äquivalenzgatter erkannt und gemeldet werden kann. Die restlichen drei Fehler, die das richtige Signal nicht verfälschen, werden in dem Moment entdeckt, in dem der Schalter betätigt wird.

Bei der im Bild 6.20 c gezeigten Schaltung liegt an den Kontakten eine Spannung von 60 V, während an den nicht dargestellten elektronischen Steuerkreis 0- und 24-V-Signale gegeben werden. Gleichzeitig fließt über die Kontakte ein Strom von 4 mA. Diese erhöhte Belastung der Kontakte ist eingeführt, damit auch bei verschmutzten oder korrodierten Oberflächen die Spannungen sicher geschaltet werden.

6.6.2 Codierte Längen- und Winkelgeber

Mit dem codierten Längen- und Winkelgeber können Weg- und Winkeländerungen von einem festen Bezugspunkt aus digital gemessen werden. Das bewegte Teil ist zu diesem Zweck mit einem Raster oder Code-Lineal verbunden, dessen Position von einem fest stehenden Punkt aus mechanisch oder optisch abgetastet wird. Im Fall der mechanischen Abtastung ist der Code durch spannungsführende Leiterbahnen, die auf einem isolierenden Träger sitzen, festgelegt. Die Lage der spannungsführenden Abschnitte wird von direkt aufliegenden Schleifkontakteen erfasst. Bei der optischen Abtastung sind eine Lichtquelle und ein lichtempfindlicher Aufnehmer notwendig. Die Messung kann im durchgehenden oder reflektierten Licht erfolgen.

Das Raster von Bild 6.21 a ist im Dual-Code ausgeführt. Es enthält fünf Bahnen, so dass insgesamt $2^5 = 32$ Längen- oder Winkelpositionen unterschieden und absolut angegeben werden können. Die schraffierte Segmente des Bildes kennzeichnen im Fall einer mechanischen Abtastung die spannungsführenden Teile der einzelnen Bahnen. Jeder Bahn ist einer der Schleifkontakte A bis E zugeordnet, der bei vorhandener Spannung ein 1-Signal liefert.

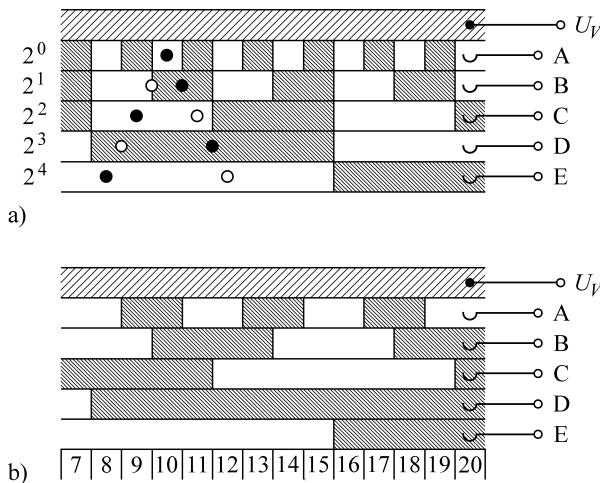


Bild 6.21 Code-Scheibe eines Längengebers

- a) Dual-Code; eingezeichnet ist die V-Abtastung bei der Position 01010
- b) Gray-Code

Bei der Abtastung besteht nun die Gefahr, dass die einzelnen Schleifkontakte infolge ihrer nicht zu vernachlässigenden Abmessungen oder auch infolge von Erschütterungen oder Wärmedehnungen nicht exakt übereinander stehen und in einer Linie abtasten. Dies kann an den Stellen, an denen sich mehrere Bit ändern, zu völlig falschen Angaben führen. Ist z. B. bei einem Übergang von 01111 nach 10000 der Schleifkontakt D etwas nach rechts justiert, wird zeitweilig der unsinnige Wert 00111 ausgegeben.

Diese Schwierigkeit vermeidet die so genannte V-Abtastung. Dabei wird die Bahn mit der niedrigsten Wertigkeit mit einem Schleifkontakt, alle anderen mit zwei gegeneinander um etwa eine halbe Segmentlänge versetzten Bürsten detektiert. Bei einem 1-Signal in einer Spur wird dann in der Bahn mit der nächsthöheren Wertigkeit die linke Ablesestelle, ansonsten die rechte bewertet. Dadurch werden nur direkt aufeinander folgende Positionen angezeigt. Dieses Vorgehen ist im Bild 6.21 a dadurch angedeutet, dass die maßgebenden Schleifkontakte als Kreisflächen, die nicht ausgewerteten als Kreisringe gezeichnet sind.

Das geschilderte, schon bei den Umsetzern mit parallelen Komparatoren aufgetretene Problem lässt sich noch einfacher, nämlich durch die Verwendung eines einschrittigen Codes lösen (Bild 6.21 b). Bei einem derartigen Code ändert sich bei dem Übergang von einer auf eine andere Position jeweils nur ein Bit, so dass die Abtastung jetzt unempfindlich gegen geringfügig dejustierte Schleifkontakte ist. In diesem Fall wird die neue Position zwar etwas zu früh oder zu spät angezeigt, der Fehler bleibt aber in jedem Fall kleiner als das Auflösungsvermögen von einem Bit.

6.6.3 Inkrementale Längen- und Winkelgeber

Wirkungsweise. Der inkrementale Geber [6.10] unterscheidet sich durch sein gleichmäßig geteiltes Raster von dem codierten. Das Raster ist mit dem bewegten Werkstück verbunden, dessen Position zu ermitteln ist. Es kann mechanisch oder optisch abgetastet werden. Bei der optischen Abtastung von Bild 6.22 liegt im Strahlengang zwischen der Lichtquelle und dem Photodetektor das Raster mit seinen lichtdurchlässigen und lichtundurchlässigen Segmenten. Die Ausgangsspannung des Detektors ändert sich bei einer Bewegung des Rasters in Abhängigkeit von der Beleuchtung ungefähr dreieckförmig. Sie wird in einem Kompa-

rator mit einem vorgegebenen Schwellwert verglichen und in ein binäres Signal umgesetzt. Die dabei entstehende Folge von rechteckförmigen Impulsen wird auf einen Zähler gegeben, der z. B. die ansteigenden Flanken erfasst. Der Zählerstand ist dann ein Maß für die Strecke, die das Werkstück zurückgelegt hat. Durch Nullstellen des Zählers kann der Anfangspunkt der Messung beliebig innerhalb des Messbereichs verschoben werden.

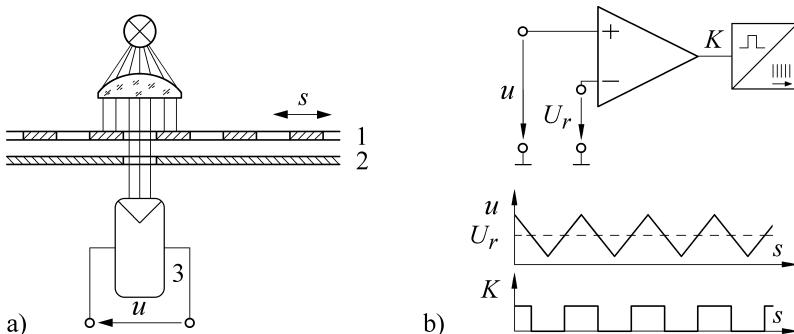


Bild 6.22 Optischer inkrementaler Längengeber. a) Schema: Raster 1, Blende 2, spannungsliefernder Fotodetektor 3; b) Signale

Richtungsabhängige Anzeige. Die bis jetzt besprochene Ausführung zählt jeden Hell-Dunkel-Übergang, unabhängig davon, ob sich das Raster nach rechts oder links bewegt. Sie lässt sich noch dahingehend verbessern, dass auch bei beliebiger Bewegung des Rasters der Zählerstand die eingenommene Position richtig wiedergibt. Dies gelingt durch die Verwendung von zwei Photodioden, die um ein Viertel des Rasterabstands versetzt angeordnet werden (Bild 6.23). Die Ausgangsspannungen dieser Detektoren werden wieder in binäre Signale umgesetzt und auf ein D-Flipflop gegeben. Das Signal des Empfängers 1 liegt am D-Eingang, das des Empfängers 2 steuert den Takteingang.

Wird das Raster nach rechts, vorwärts, bewegt, so liefert der Empfänger 1 das schon vom vorherigen Bild bekannte Signal. Der Empfänger 2, der direkt an einer Hell-Dunkel-Grenze steht, wird jetzt für eine halbe Rasterlänge beleuchtet und liefert für diese Strecke ein 1-Signal. Entsprechend dem räumlichen Abstand der Detektoren sind also auch ihre Signale verschoben. Das angeschlossene D-Flipflop schaltet bei der ansteigenden Flanke des zweiten Signals. Zu diesem Zeitpunkt ist das am D-Eingang liegende Signal des ersten Empfängers immer im Zustand 1. Damit ist bei einer Rasterbewegung nach rechts das D-Flipflop immer gesetzt mit $Q = 1$, $\bar{Q} = 0$.

Bei einer Verschiebung des Rasters nach links, rückwärts, ändert sich das Signal des ersten Empfängers nicht; das des zweiten ist zuerst 0 (das Raster schiebt sich in den Strahlengang des Empfängers 2) und dann 1. Damit ist zum Zeitpunkt der ansteigenden Flanke der D-Eingang immer mit einer 0 belegt. Das Flipflop bleibt immer rückgesetzt mit $Q = 0$, $\bar{Q} = 1$.

Die Ausgangssignale Q und \bar{Q} des D-Flipflops hängen von der Bewegungsrichtung ab. Sie werden benutzt, um die Zählrichtung eines Vorwärts/Rückwärts-Zählers umzuschalten. Dessen Zählerstand ist dann ein Maß für die Position des Rasters.

Auflösungsvermögen. Die feinsten zur inkrementalen Wegmessung benutzten Strichgitter haben einen Rasterabstand von etwa $10 \mu\text{m}$ und ermöglichen Messungen mit noch höherer Auflösung. Hier ist es nicht mehr sinnvoll, die Abmessungen der Lichtquelle und des Detektors kleiner als den Strichabstand zu wählen. Das Messsignal wäre für eine sichere Auswer-

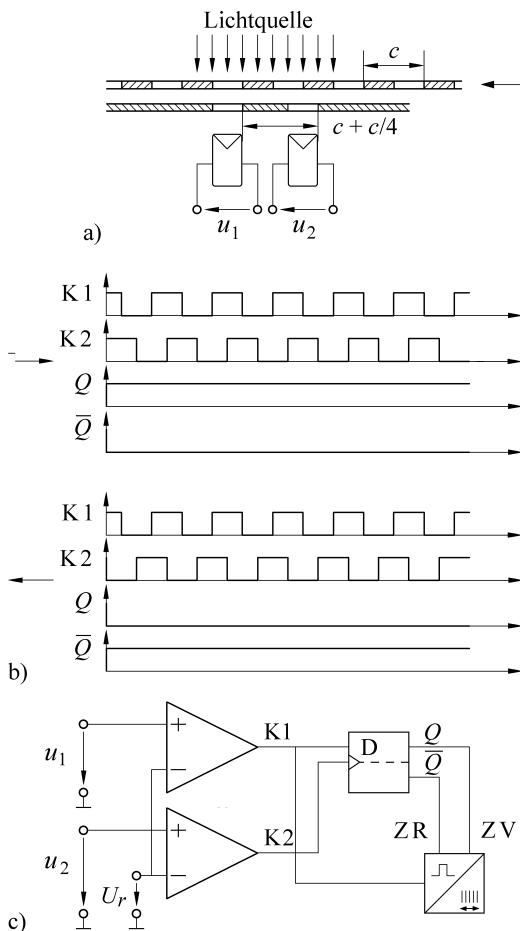


Bild 6.23 Richtungsabhängige Anzeige eines inkrementalen Längengebers
a) Anordnung
b) Signale
c) Schaltung

tung zu schwach. In diesem Fall wird die lichtempfindliche Fläche einige Strichabschnitte breit ausgeführt, und vor den Detektor wird ein zweites, fest stehendes Raster mit derselben Teilung wie das bewegliche angeordnet (Bild 6.24 a). Der Detektor wird jetzt von dem durch mehrere lichtdurchlässige Abschnitte gehenden Licht getroffen und liefert ein Signal, das zu einer sicheren Unterscheidung des Hell-Dunkel-Übergangs ausreicht.

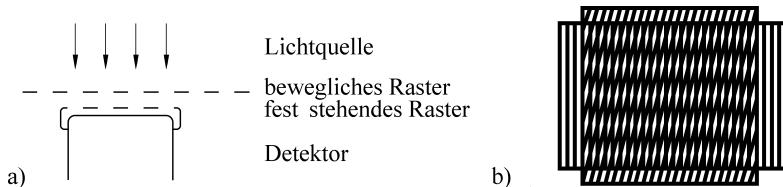


Bild 6.24 Wegmessung mit zwei Rastern. a) Die lichtempfindliche Fläche des Detektors ist größer als der Rasterabstand, b) Moiré-Streifen bei schräg gestellten Rastern

Um die Bewegungsrichtung des Rasters zu erkennen, sind nun versetzte angeordnete Detektoren und entsprechend breite dunkle und helle Abschnitte erforderlich. Diese ergeben sich,

indem die beiden Gitter etwas schräg zueinander angeordnet werden. In diesem Fall entstehen die mehrere Strichabstände breiten Moiré-Streifen, die bei einer Relativbewegung der beiden Raster nach oben oder unten laufen und damit die Bewegungsrichtung erkennen lassen (Bild 6.24 b). Darüber hinaus ist es auch bei den feinsten Strichgittern möglich, die vor den Detektoren befindlichen fest stehenden Raster um genau ein Viertel des Teilungsmaßes zu versetzen und damit wie im Bild 6.23 die Bewegungsrichtung zu erkennen.

Interferometer. Eine nochmals um den Faktor 10 bessere Auflösung liefert das Interferometer nach Bild 6.25. Der Strahl einer Laserlichtquelle wird aufgeweitet, geteilt und in einem fest stehenden und einem beweglichen Prisma reflektiert. Die reflektierten Lichtbündel überlagern sich, und senkrecht zur Zeichenebene entstehen Interferenzringe, die von zwei gegeneinander versetzten Fotodetektoren erfasst werden. Wird das bewegliche Prisma verschoben, so laufen die Ringe nach innen oder außen. Die Detektoren zählen die Hell-Dunkel-Übergänge und bewerten zusätzlich die Richtung. Die Verschiebung s des beweglichen Prismas ergibt sich aus der Zahl der Nulldurchgänge m und der Wellenlänge λ zu

$$s = m \frac{\lambda}{2}. \quad (6.44)$$

Das Auflösungsvermögen ist bei diesem inkrementalen Zählverfahren halb so groß wie die Wellenlänge des benutzten Lichts. Wird noch die Phasenverschiebung der beiden Lichtsignale ausgewertet, so können Verschiebungen von etwa $0,02 \lambda$ aufgelöst werden. Auch codierfähige Streifenmuster sind möglich [6.6].

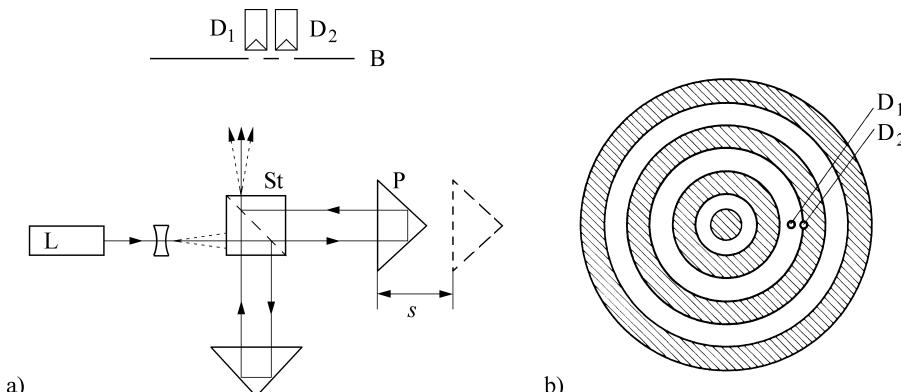


Bild 6.25 Interferometer. a) Interferometer mit Lichtquelle L, Strahlteiler St, beweglichem Prisma P, Blende B und zwei Fotodetektoren D₁ und D₂, b) Interferenzmuster in der zum Messtisch senkrechten Ebene

In der **Optik** werden die Interferometer, von denen es viele unterschiedliche Ausführungsformen gibt, zur **Bestimmung der Wellenlänge** benutzt. Die Verschiebung s wird vorgegeben, ist also bekannt, die Nulldurchgänge m werden gezählt, und aus Gl. (6.44) wird die Wellenlänge λ ermittelt. Die Frequenz f des Lichts ergibt sich dann mit Hilfe der Lichtgeschwindigkeit c_0 aus

$$f = \frac{c_0}{\lambda}. \quad (6.45)$$

Diese Methode ist weniger aufwändig als die direkte Messung der Frequenz mit Hilfe der Frequenzkammgeneratoren (Abschnitt 1.2.3).

6.6.4 Vergleich der codierten und inkrementalen Längengeber

Die codierten und inkrementalen Längengeber werden zwar für dieselben Messaufgaben verwendet, haben aber ihre spezifischen Vor- und Nachteile.

Der codierte Geber, der eine V-Abtastung verwendet oder einschrittig ist,

- ist aufwändiger,
- misst die Länge von einem definierten Ausgangspunkt aus,
- liefert direkt das Ergebnis in einer verschlüsselten Form,
- zeigt nach einem Spannungsausfall wieder das richtige Ergebnis und
- ist unempfindlicher gegen irgendwelche Störimpulse.

Der inkrementale Geber hingegen

- erreicht die bessere Auflösung,
- lässt eine Nullpunktverschiebung innerhalb des Messbereichs zu,
- zählt eventuell auch Störimpulse,
- verliert bei Ausfall der Versorgungsspannung den Messwert.

Trotz dieser Bedenken werden inkrementale Geber häufiger als codierte eingesetzt. Sie sollten aber nur dort verwendet werden, wo der Nullpunkt jederzeit kontrolliert und die Messung – falls notwendig – wiederholt werden kann.

7

Schwingungsmessungen

Schwingungsmessungen spielen nicht nur in der Hochfrequenztechnik eine Rolle, sondern zunehmend auch bei der elektrischen Messung nichtelektrischer Größen. Der informationstragende Parameter derartiger Messsysteme ist die Frequenz, die sich ohne Gleichstromdriften genau messen und über Zähler digitalisieren lässt.

■ 7.1 Astabile Kippschaltungen als Frequenzumsetzer

Die astabilen Kippschaltungen (Multivibratoren, Relaxations-Oszillatoren) wechseln dauernd ihr binäres Ausgangssignal, indem zyklisch ein Speicher gefüllt und geleert wird. Sie liefern eine Folge von rechteckförmigen Impulsen. Die frequenzbestimmenden Bauteile eines derartigen Oszillators sind Widerstände, Kapazitäten oder Spannungen. Werden zwei dieser Größen konstant gehalten, so lässt sich die dritte als digital messbare Frequenz oder Periodendauer darstellen. Die astabilen Kippschaltungen werden so nicht nur als Taktgeneratoren, sondern auch als nicht von einem externen Takt gesteuerten Frequenzumsetzer verwendet.

7.1.1 Kippschaltung mit Verstärker und Komparator

Die astabile Kippschaltung von Bild 7.1 besteht aus dem Integrierer V1, dem Verstärker V2 zur Umkehrung der Polarität und dem Komparator K. Wichtig ist die Rückführung der Ausgangsspannung u_a (Knoten 2) an den Eingang (Knoten 1). Dadurch wird die Verstärkerschaltung zu einem Oszillatoren. Zu Beginn sei die Ausgangsspannung des Komparators $u_a = +U_0$. Sie führt über den Strom U_0/R am Integrierer zu der mit der Zeit linear abfallenden Spannung $u_1(t)$. Diese berechnet sich während der Abklingzeit $t_0 \leq t \leq t_1$ zu

$$u_1(t) = -\frac{1}{RC} \int_{t_0}^t U_0 \, d\tau = -\frac{1}{RC} U_0 (t - t_0). \quad (7.1)$$

Der invertierende Verstärker V2 hebt die in V1 erfolgte Phasendrehung wieder auf:

$$u_2(t) = -\frac{R_4}{R_3} u_1(t). \quad (7.2)$$

Die Spannung u_2 ist zum Zeitpunkt t_1 genauso groß wie die Vergleichsspannung U_{r1} des Komparators:

$$u_2(t_1) = \frac{R_4}{R_3} \frac{1}{RC} U_0 (t_1 - t_0) = U_{r1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0. \quad (7.3)$$

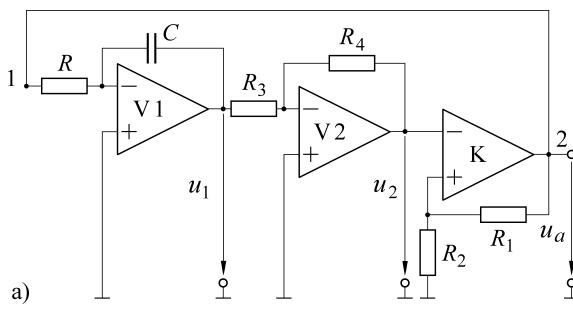
Aus dieser Gleichung bestimmt sich $t_1 - t_0$ zu

$$t_1 - t_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_3}{R_4} R C. \quad (7.4)$$

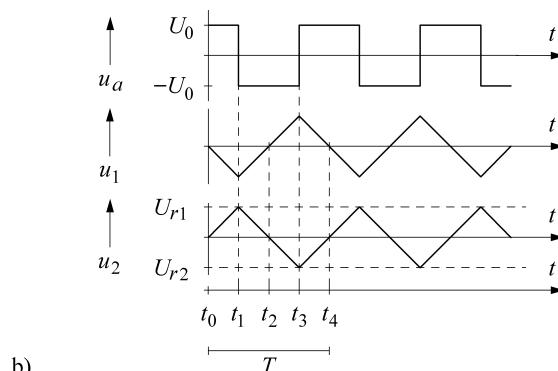
Bei $u_2(t_1)$ kippt der Komparator um. Seine Ausgangsspannung u_a wechselt das Vorzeichen, $u_a = -U_0$. Dementsprechend steigt jetzt die Ausgangsspannung $u_1(t)$ des Verstärkers V1 linear mit der Zeit an ($u_2(t)$ fällt mit der Zeit), bis die untere Schwelle U_{r2} des Komparators bei

$$U_{r2} = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0 \quad (7.5)$$

erreicht ist. Der Komparator kippt wieder um und das Spiel beginnt von neuem.



a)



b)

Bild 7.1 Astabile Kippschaltung mit Integrationsverstärker und Komparator
a) Schaltung
b) Signale

Die gesamte Periodendauer T der im Komparator entstehenden Rechteckschwingung setzt sich so aus vier gleichen Zeitabschnitten zusammen und ist viermal so groß wie das Intervall $t_1 - t_0$:

$$T = 4 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_3}{R_4} R C, \quad (7.6)$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4} \frac{R_1 + R_2}{R_2} \frac{R_4}{R_3} \frac{1}{R C}. \quad (7.7)$$

Wird bei einer Widerstands/Frequenz-Umsetzung eine Frequenz proportional zu einem Widerstand benötigt, so kann z. B. der Widerstand R_4 als das frequenzbestimmende Bauteil R_x genommen werden. Ist umgekehrt eine Kennlinie $f = k_1/R_x$ gewünscht, so könnte einer der Widerstände R_2 , R_3 oder R umgesetzt werden. Werden schließlich die Widerstände

de konstant gehalten und wird die Kapazität C variiert, so ergibt sich der Zusammenhang $f = k_2/C$.

Generell hat natürlich der Anwender noch zu entscheiden, ob die Periodendauermessung evtl. der Frequenzmessung vorzuziehen ist. In diesem Fall würde dann die Kippschaltung nicht als Frequenz-, sondern als Zeitumsetzer benutzt.

Diskussion der die Frequenzgenauigkeit beeinflussenden Größen

Ändern sich die Werte der auf der rechten Seite von Gl. (7.7) stehenden Größen, so ändert sich selbstverständlich auch die Frequenz f . Darüber hinaus fällt auf, dass in Gl. (7.3) sich die Beträge der Komparatorausgangsspannung weggekürzt haben. Das bedeutet, dass Änderungen der Komparatorausgangsspannung nicht ins Ergebnis eingehen, solange die positive und negative Sättigungsspannung gleich groß sind.

Des Weiteren ist, wie im Folgenden gezeigt wird, die Frequenz der Kippschaltung weitgehend unabhängig von den Offsetgrößen der Verstärker (Bild 7.2).

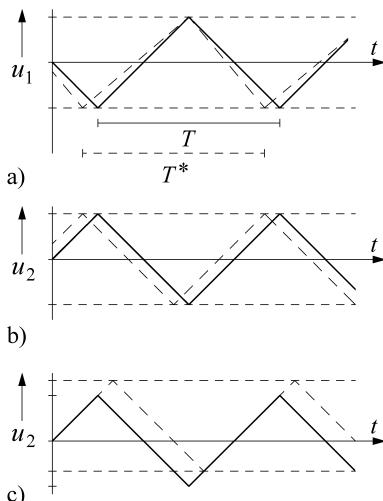


Bild 7.2 Signale der Kippschaltung von Bild 7.1 ohne (—) und mit (- - -) Offsetgrößen

- a) Offsetstrom am Eingang des Integrationsverstärkers V 1
- b) Offsetspannung am Eingang des Invertierers V 2
- c) Offsetspannung am Eingang des Komparators K

Beim **Integrationsverstärker V1** führt ein Offsetstrom I_{os} zu einem steileren oder schwächeren Anstieg der Integratorausgangsspannung u_1 . Dadurch ändern sich die Zeitintervalle für die Auf- und Abintegration gegensinnig. Ohne Offsetstrom und bei fehlerfreiem Umkehrverstärker mit $R_3 = R_4$ ist bei der Abintegration mit dem Strom $I_0 = U_0/R$ die Schwelle U_{r1} nach der Zeit $t_1 - t_0 = T/4$ erreicht. Addiert sich zu dem Strom I_0 der Offsetstrom I_{os} , so ist der Gesamtstrom I^*

$$I^* = I_0 \left(1 + \frac{I_{os}}{I_0} \right) \quad (7.8)$$

und die Zeit zur Abintegration sinkt auf

$$t_1^* - t_0 = \frac{1}{1 + (I_{os}/I_0)} \frac{T}{4}. \quad (7.9)$$

Während der Aufintegrationszeit $t_1 \leq t \leq t_2$ fließt jetzt der kleinere Strom

$$-I^* = -I_0 \left(1 + \frac{I_{os}}{I_0} \right) \quad (7.10)$$

und der Komparator (Schwelle U_{r2}) kippt erst zu dem späteren Zeitpunkt t_2^* :

$$t_2^* - t_1^* = \frac{1}{1 + (I_{os}/I_0)} \frac{T}{4}. \quad (7.11)$$

Die Zeit für eine halbe Taktperiode

$$\begin{aligned} t_2^* - t_0 &= t_2^* - t_1^* + t_1^* - t_0 \\ &= \left(\frac{1}{1 + (I_{os}/I_0)} + \frac{1}{1 - (I_{os}/I_0)} \right) \frac{T}{4} \\ &= \frac{2}{1 - (I_{os}/I_0)^2} \frac{T}{4} \approx \frac{T}{2} \quad \text{für } I_{os} \ll I_0 \end{aligned} \quad (7.12)$$

ändert sich durch den Offsetstrom in erster Näherung nicht. Damit ist die Frequenz der Kippschaltung unabhängig von dem Offsetstrom des Integrationsverstärkers.

Als nächste Fehlermöglichkeit wird eine Offsetspannung am **Umkehrverstärker V2** betrachtet. Überlagert sich hier eine Offsetspannung der vom Integrator gelieferten dreieckförmigen Spannung u_1 , so ist die Ausgangsspannung u_2 zeitlich verschoben. Das bedeutet, dass die beiden Schwellwerte U_{r1} und U_{r2} bei einer positiven Offsetspannung früher, bei einer negativen später erreicht werden. Die Periodendauer T wird aber nicht geändert und dementsprechend bleibt auch die Ausgangsfrequenz des Komparators dieselbe.

Als Letztes bleibt schließlich noch die Wirkung einer Offsetspannung U_{os} am Eingang des **Komparators K** zu untersuchen. Diese verschiebt die Schaltpunkte auf die Werte U_{r1}^* und U_{r2}^* mit

$$U_{r1}^* = U_{r1} + U_{os}, \quad (7.13)$$

$$U_{r2}^* = U_{r2} + U_{os}. \quad (7.14)$$

Der Abstand der Schaltpunkte

$$U_{r1}^* - U_{r2}^* = U_{r1} + U_{os} - (U_{r2} + U_{os}) = U_{r1} - U_{r2} \quad (7.15)$$

ändert sich also nicht und die Ausgangsfrequenz ist unabhängig von der Offsetspannung des Komparators.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass Offsetgrößen die Frequenzgenauigkeit der Kippschaltung von Bild 7.1 nicht beeinflussen.

7.1.2 Kippschaltung mit stabilisierten Hilfsspannungen

In dem vorausgegangenen Beispiel waren die Sättigungsspannungen des Komparators als hinreichend gleich angenommen worden. Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, so sind für die benötigten Spannungen $\pm U_0$ zwei besonders stabilisierte Spannungsquellen zur Verfügung zu stellen. Diese können dann wechselweise über einen vom Komparator gesteuerten Schalter an den Ladewiderstand R gelegt werden (Bild 7.3). Sie sind so gepolt, dass der invertierende Verstärker V_2 von Bild 7.1 überflüssig wird.

Des Weiteren ist der Komparator jetzt anders geschaltet. Der p-Eingang liegt auf Masse, die Vergleichsspannung beträgt 0 V, und die Kennlinie enthält keine Hystereseschleife. Der

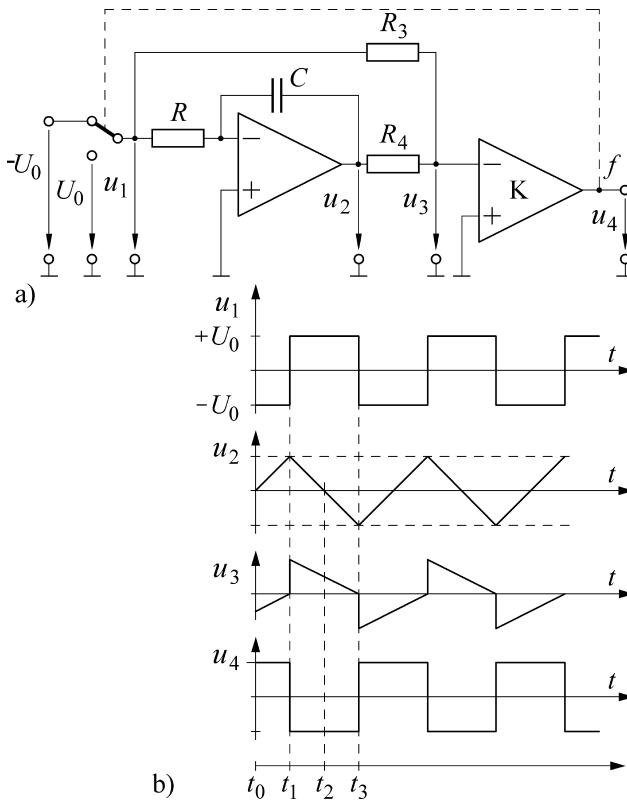


Bild 7.3 Kippschaltung mit stabilisierten Hilfsspannungen
a) Aufbau
b) Signale

Komparator prüft, ob die zwischen den Widerständen R_3 und R_4 abgegriffene, von u_1 und u_2 abhängende Teilspannung u_3 positiv oder negativ ist. Sie berechnet sich zu

$$u_3 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} (u_1 - u_2) + u_2 \quad (7.16)$$

$$= \frac{R_4}{R_3 + R_4} u_1 + \frac{R_3}{R_3 + R_4} u_2. \quad (7.17)$$

Der Komparator schaltet bei $u_3 = 0$, also bei der Integratorausgangsspannung u_2

$$u_2 = \frac{R_4}{R_3} U_0 \quad \text{für } u_1 = -U_0, \quad (7.18)$$

$$u_2 = -\frac{R_4}{R_3} U_0 \quad \text{für } u_1 = +U_0. \quad (7.19)$$

In der Zeit $t_0 \leq t \leq t_1$ steigt die Integratorausgangsspannung u_2

$$u_2(t) = -\frac{1}{RC} (-U_0)(t - t_0) \quad (7.20)$$

von $u_2(t_0) = 0$ auf den Wert

$$u_2(t_1) = \frac{1}{RC} U_0 (t - t_0) = \frac{R_4}{R_3} U_0$$

an. Daraus bestimmt sich $t_1 - t_0$ zu $t_1 - t_0 = R C \cdot R_4 / R_3$. Die gesamte Periode T ist viermal so groß und wird

$$T = 4 \frac{R_4}{R_3} R C. \quad (7.21)$$

■ 7.2 Harmonische Oszillatoren

Bei harmonischen Schwingungen ist die Rückstellkraft linear proportional zur Auslenkung und stets zur Gleichgewichtslage gerichtet. Da das $u(t)$ -Diagramm eine Sinuskurve ergibt, werden harmonische Schwingungen auch als Sinusschwingungen bezeichnet und harmonische Oszillatoren werden verwendet, um sinusförmige Spannungen wechselnder Frequenz zu erzeugen.

Die frequenzbestimmenden Bauteile sind Widerstände, Induktivitäten oder Kapazitäten. Wie die Relaxationsoszillatoren können auch die harmonischen Oszillatoren zur Umsetzung dieser Größen in Frequenzen oder Periodendauern benutzt werden. Die harmonischen Oszillatoren sind dabei aufwändiger, haben eine gekrümmte Kennlinie (z. B. $f = 1/2 \pi \sqrt{LC}$), liefern aber unter Umständen eine genauere Frequenz, da diese nur von passiven Bauelementen und nicht von aktiven Schaltungen wie z. B. Komparatoren abhängt. Als Spannungs/Frequenz-Umsetzer sind die harmonischen Oszillatoren nicht geeignet.

7.2.1 Erzeugung ungedämpfter Schwingungen

Das Prinzip eines harmonischen Oszillators wird von Bild 7.4 ausgehend erklärt. Die Variablen sind als komplexe Größen geschrieben, da die Beträge und die Phasenbeziehungen wichtig sind. Die Eingangsspannung u_e wird in dem Verstärker V mit der Empfindlichkeit k_1 auf den Wert u_a vervielfacht:

$$u_a = k_1 u_e. \quad (7.22)$$

In dem Rückführungsnetzwerk R wird die Teilspannung u_r gebildet und an den Eingang zurückgeführt:

$$u_r = k_2 u_a. \quad (7.23)$$

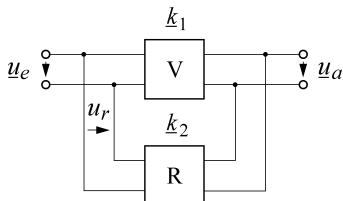


Bild 7.4 Prinzip eines Oszillators

Stimmt die rückgeführte Spannung in Betrag und Phase mit der Eingangsspannung überein, so kann sie diese ersetzen. Nach dem Anstoßen des Oszillators ist die Eingangsspannung

u_e nicht mehr notwendig. Der Schwingkreis liefert die Ausgangsspannung u_a mit einem konstanten Scheitelwert und einer konstanten Frequenz.

Die Bedingung für das Zustandekommen einer ungedämpften Schwingung ist also

$$\begin{aligned} \underline{u}_r &= \underline{u}_e, \\ k_2 \underline{u}_a &= k_2 k_1 \underline{u}_e = \underline{u}_e, \\ k_1 k_2 &= k_1 e^{j\alpha_1} \cdot k_2 e^{j\alpha_2} = 1. \end{aligned} \quad (7.24)$$

Die letzte Gleichung ist sowohl für die Amplituden

$$k_1 k_2 = 1 \quad (7.25)$$

(der Verstärker hebt die Abschwächung und die Verluste im Rückführungsnetzwerk auf) als auch für die Phasen

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 0,2\pi, \dots, 2N\pi \quad (7.26)$$

zu erfüllen. Die Phasenbeziehung zwischen Ausgangsspannung u_a und Eingangsspannung u_e muss 0 oder ein ganzzahliges Vielfaches von 2π sein.

7.2.2 LC-Oszillator

Resonanzkreis. Um den *LC*-Oszillator einzuführen, wird von dem Parallel-Resonanzkreis Bild 7.5 ausgegangen. Dieser enthält die Kapazität C , die Induktivität L und den ohmschen Widerstand R , der auch als Wirkwiderstand der Spule aufgefasst werden kann. Der Scheinwiderstand \underline{Z} dieser Anordnung mit dem Wirkwiderstand R_Z und dem Blindwiderstand X ist

$$\underline{Z} = \frac{\frac{1}{j\omega C} (R + j\omega L)}{\frac{1}{j\omega C} + R + j\omega L} = \operatorname{Re}(\underline{Z}) + \operatorname{Im}(\underline{Z}) = R_Z + jX. \quad (7.27)$$

mit

$$R_Z = \frac{R}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 C^2 R^2}; \quad (7.28)$$

$$jX = j \frac{\omega L - \omega C R^2 - \omega^3 L^2 C}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 C^2 R^2}. \quad (7.29)$$

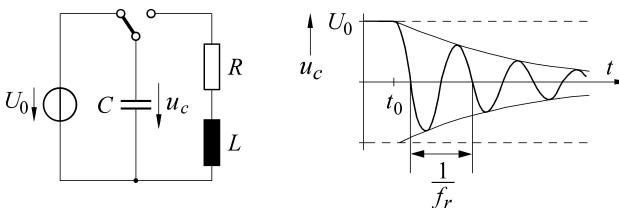


Bild 7.5 *LC*-Resonanzkreis

Im Zustand der Resonanz ist \underline{Z} reell. Der Imaginärteil ist null und die Resonanzkreisfrequenz ω_0 errechnet sich für $X = 0$ aus Gl. (7.29) zu

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}. \quad (7.30)$$

Wird der Resonanzkreis zur Zeit t_0 von seiner Versorgungsspannung getrennt, so schwingt er mit gedämpften Schwingungen der Kreisfrequenz ω_0 aus. Gl. (7.30) lässt sich noch umformen und als

$$C = \frac{L}{R^2 + (\omega_0 L)^2} \quad (7.31)$$

schreiben, wodurch sich später die Rechnung vereinfacht.

Oszillator. Um von der gedämpften Schwingung des Resonanzkreises zur ungedämpften des Oszillators zu kommen, sind die entstehenden Energieverluste kontinuierlich auszugleichen. Dazu wird in Bild 7.6 a ein Verstärker verwendet, dessen Ausgangsspannung u_a über dem Widerstand R_1 an dem Parallel-Resonanzkreis liegt.

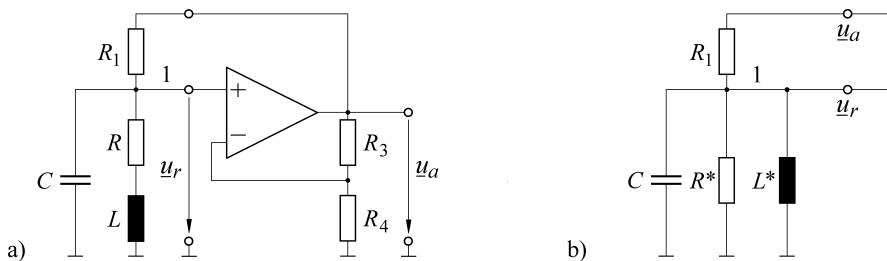


Bild 7.6 LC-Oszillator. a) Serienschaltung, b) gleichwertige Parallelschaltung mit den Ersatzgrößen R^* und L^*

Die Empfindlichkeit k_1 des Spannungsverstärkers

$$k_1 = \frac{u_a}{u_r} = 1 + \frac{R_3}{R_4} = k_1 \quad (7.32)$$

ist reell. Dementsprechend darf dann auch, um die Phasenbedingung nicht zu verletzen, der Übertragungsfaktor k_2

$$\begin{aligned} k_2 &= \frac{u_r}{u_a} = \frac{R_Z + jX}{R_1 + R_Z + jX} \\ &= \frac{R_1 R_Z + R_Z^2 + X^2}{(R_1 + R_Z)^2 + X^2} + j \frac{R_1 X}{(R_1 + R_Z)^2 + X^2} \end{aligned} \quad (7.33)$$

keinen Imaginärteil haben. Der Zähler des Imaginärteils ist tatsächlich bis auf den konstanten Faktor R_1 gleich dem des Resonanzkreises (Gl. (7.29)), wird also auch bei der Resonanzfrequenz nach Gl. (7.30) null. Der Übertragungsfaktor ist somit bei der Resonanzkreisfrequenz reell und nimmt für $X = 0$ bei ω_0 den Wert

$$k_2(\omega_0) = k_2 = \frac{R_Z(\omega_0)}{R_1 + R_Z(\omega_0)} \quad (7.34)$$

an. $R_Z(\omega_0)$ errechnet sich aus Gl. (7.28) und Gl. (7.31) zu

$$R_Z(\omega_0) = \frac{R^2 + (\omega_0 L)^2}{R} \quad (7.35)$$

Aus den gegebenen Werten für R , L , C und aus der bekannten Resonanzfrequenz ω_0 lässt sich zunächst k_2 bestimmen. Der Verstärkungsfaktor k_1 wird anschließend aus $k_1 = 1/k_2$ berechnet.

Differenzialgleichung des LC-Oszillators. Die Formeln für ω_0 und k_2 sollen nun noch einmal aus der Differenzialgleichung abgeleitet werden. Um diese aufzustellen, wird die Serienenschaltung von R und L im Bild 7.6 a in die elektrisch gleichwertige Parallelschaltung von Bild 7.6 b mit den Hilfsgrößen R^* und L^* umgeformt. Ausgehend vom Leitwert der Serienenschaltung

$$\frac{1}{R + j\omega L} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} - \frac{j\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{1}{R^*} + \frac{1}{j\omega L^*} \quad (7.36)$$

errechnen sich die Ersatzgrößen R^* und L^* aus der letzten Gleichung zu

$$R^* = \frac{R^2 + (\omega L)^2}{R}, \quad (7.37)$$

$$L^* = \frac{R^2 + (\omega L)^2}{\omega^2 L}. \quad (7.38)$$

Bei der Eigenkreisfrequenz ω_0 ist nach Gl. (7.35) R^* also identisch mit dem Realteil von Z , $R^* = R_Z$.

Nach dieser vorbereitenden Überlegung werden die Ströme

$$i_1 = \frac{u_a - u_r}{R_1}, \quad i_C = C \dot{u}_r,$$

$$i_{R^*} = \frac{u_r}{R^*}, \quad i_{L^*} = \frac{1}{L^*} \int u_r dt$$

im Knotenpunkt 1 addiert:

$$\frac{u_a - u_r}{R_1} - C \dot{u}_r - \frac{u_r}{R^*} - \frac{1}{L^*} \int u_r dt = 0. \quad (7.39)$$

Dann wird die rückgeführte Spannung u_r durch die Ausgangsspannung u_a ausgedrückt, $u_r = k_2 u_a$. Anschließend wird differenziert und noch mit $-L^*/k_2$ multipliziert. Es ergeben sich

$$\begin{aligned} \frac{u_a}{R_1} - \frac{k_2 u_a}{R_1} - k_2 C \dot{u}_a - \frac{k_2}{R^*} u_a - \frac{k_2}{L^*} \int u_a dt &= 0, \\ \left(\frac{1}{R_1} - \frac{k_2}{R_1} - \frac{k_2}{R^*} \right) \dot{u}_a - k_2 C \ddot{u}_a - \frac{k_2}{L^*} u_a &= 0, \\ u_a + \left(\frac{L^*}{R_1} + \frac{L^*}{R^*} - \frac{L^*}{k_2 R_1} \right) \dot{u}_a + L^* C \ddot{u}_a &= 0. \end{aligned} \quad (7.40)$$

Damit ist die gesuchte Differenzialgleichung erhalten. Nach den Ausführungen von Abschnitt 1.5.2 liefert der Koeffizient von \ddot{u}_a die Eigenkreisfrequenz

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L^* C}. \quad (7.41)$$

Indem hier L^* durch Gl. (7.38) ausgedrückt wird, ergibt sich das von Gl. (7.30) schon bekannte Ergebnis.

Der Koeffizient von \dot{u}_a muss für einen Oszillator null sein:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R^*} - \frac{1}{k_2 R_1} = 0! \quad (7.42)$$

Dieser Ansatz liefert

$$k_2 = \frac{R^*}{R_1 + R^*},$$

womit unter Berücksichtigung von $R^* = R_Z$ dieselbe Auslegungsvorschrift wie in Gl. (7.34) erhalten ist.

7.2.3 RC-Oszillator

Ein RC -Netzwerk ist im Gegensatz zu einer LC -Kombination nicht zu Eigenschwingungen fähig, kann aber trotzdem zusammen mit einem aktiven Element einen Oszillatator bilden.

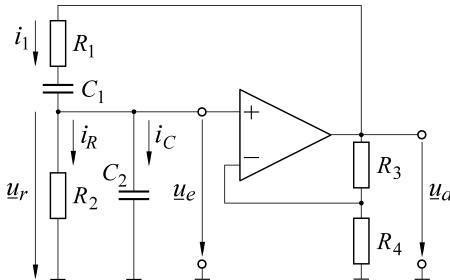


Bild 7.7 RC -Oszillator

Bei dem in Bild 7.7 als Beispiel gezeigten Wien-Robinson-Oszillatator wird die Verstärker-Ausgangsspannung $u_a = k_1 u_e$ an das RC -Netzwerk gelegt. Die Teilspannung u_r wird abgegriffen und dem Verstärkereingang zugeführt:

$$u_r = k_2 u_a = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} u_a \quad (7.43)$$

mit

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}; \quad Z_2 = \frac{\frac{R_2}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}}. \quad (7.44)$$

Eine ungedämpfte, selbstdämmige Schwingung kommt für $u_r = u_e$ zu Stande.

Der Operationsverstärker wird wieder unterhalb seiner Grenzfrequenz betrieben. Der Übertragungsfaktor k_1 ist daher reell und unabhängig von der Frequenz:

$$k_1 = k_1 = 1 + \frac{R_3}{R_4}. \quad (7.45)$$

Um die Schwingbedingung

$$k_1 k_2 = 1 \quad (7.46)$$

zu erfüllen, muss auch k_2

$$k_2 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{1 + \frac{Z_1}{Z_2}} = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} + j\omega R_1 C_2 + \frac{1}{j\omega R_2 C_1}} \quad (7.47)$$

für die Resonanzfrequenz ω_0 reell und frequenzunabhängig sein. Dazu ist notwendig, dass der imaginäre Anteil im Nenner von Gl. (7.47) verschwindet. Daraus bestimmt sich die Resonanzfrequenz ω_0 zu

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \quad (7.48)$$

und geht für $R_1 = R_2 = R$ und $C_1 = C_2 = C$ über in

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}. \quad (7.49)$$

Mit den angenommenen Werten wird der Übertragungsfaktor k_2

$$k_2 = \frac{1}{1+1+1} = \frac{1}{3}. \quad (7.50)$$

Die Amplitudenbedingung $k_1 k_2 = 1$ fordert für k_1 den Wert

$$k_1 = 1 + \frac{R_3}{R_4} = 3, \quad (7.51)$$

der mit $R_3 = 2 R_4$ erreicht wird.

Amplitudenreglung. Während die LC -Schwingkreise im Allgemeinen eine so ausgeprägte Resonanzfrequenz haben, dass die Amplitudenbedingung automatisch erfüllt wird, benötigen RC -Oszillatoren eine spezielle Amplitudenreglung. Diese ist in der im Bild 7.8 gezeigten Schaltung über eine selbsttätige Verstellung des Widerstandes R_4 realisiert. Der Widerstand wird durch die Source-Drain-Strecke eines Feldeffekttransistors gebildet und durch die zwischen Gate und Source liegende Spannung verändert.

Die Spannung wird aus der Ausgangsspannung u_a gewonnen, indem ein Teil des Spitzenwertes \hat{u}_a zur Aussteuerung des FET genommen wird. Ist z. B. die Ausgangsspannung zu hoch, so führt die dann erhöhte Gate-Source-Spannung zu einem vergrößerten Widerstand R_4 , dieser verkleinert die Empfindlichkeit k_1 , womit die Ausgangsspannung u_a wieder auf ihren Sollwert zurückgeführt wird.

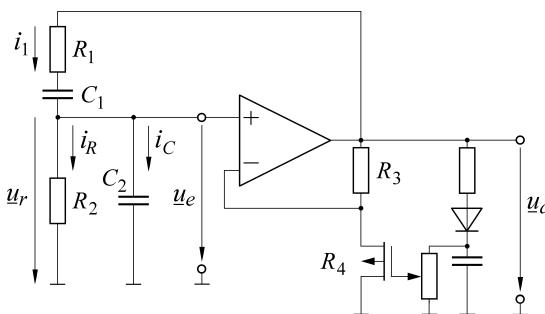


Bild 7.8 Amplitudenreglung des RC -Oszillators

Differentialgleichung des RC -Oszillators. Auch für den RC -Oszillator soll die Differentialgleichung abgeleitet werden. Dazu werden die Ströme i_R , i_C und i_1 eingeführt (Bild 7.8) mit

$$i_R = \frac{u_e}{R_2}; \quad i_C = C_2 \frac{d u_e}{d t}; \quad i_1 = i_R + i_C. \quad (7.52)$$

Die Maschengleichung vom Ausgang zum Eingang liefert den Ansatz

$$-u_a + i_1 R_1 + \frac{1}{C_1} \int i_1 dt + u_e = 0, \quad (7.53)$$

in dem i_1 ersetzt und nach Gl. (7.52) durch u_e ausgedrückt wird:

$$-u_a + \frac{u_e}{R_2} R_1 + R_1 C_2 \frac{d u_e}{d t} + \frac{1}{C_1} \int \frac{u_e}{R_2} dt + \frac{C_2}{C_1} u_e + u_e = 0. \quad (7.54)$$

Um die Gleichung etwas übersichtlicher zu bekommen, wird nun $R_1 = R_2 = R$ und $C_1 = C_2 = C$ angenommen:

$$-u_a + u_e + RC \dot{u}_e + \frac{1}{RC} \int u_e dt + u_e + u_e = 0. \quad (7.55)$$

Hier wird nun mit

$$u_e = \frac{R_4}{R_3 + R_4} u_a = \frac{u_a}{k_1}; \quad k_1 = \frac{R_3 + R_4}{R_4} \quad (7.56)$$

an Stelle der Eingangsspannung die Ausgangsspannung eingeführt. Anschließend ist das Ergebnis zu differenzieren und mit $k_1 R C$ zu multiplizieren, womit die gesuchte Differenzialgleichung gefunden ist:

$$u_a + RC(3 - k_1) \dot{u}_a + R^2 C^2 \ddot{u}_a = 0. \quad (7.57)$$

Der Koeffizient von \ddot{u}_a liefert die Oszillatorkreisfrequenz (Vergleich mit Gl. (1.152))

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}, \quad (7.58)$$

und die Bedingung für die Erzeugung ungedämpfter Schwingungen (der Koeffizient von \dot{u}_a muss null sein) führt mit

$$3 - k_1 = 0, \quad k_1 = 3 \quad (7.59)$$

zu der schon bekannten Dimensionierung des Verstärkers (Gl. (7.56)) von $R_3 = 2 R_4$.

■ 7.3 Piezoelektrische Resonatoren

Piezoelektrische Materialien wurden schon im Abschnitt 2.7 erwähnt. Von ihnen hat der einkristalline Quarz SiO_2 die größte Güte. Größere Kopplungsfaktoren aber, die die umwandelbare gespeicherte Energie im Verhältnis zur gesamten aufgenommenen Energie ausdrücken, haben polykristalline Stoffe. Diese haben die allgemeine Formel ABO_3 , wobei A ein großes zweiwertiges Metallion und B ein kleines vierwertiges Metallion darstellt. Vertreter dieser Gruppe sind z. B. Lithiumniobat LiNbO_3 oder Bleititanat PbTiO_3 . Weiterhin können piezoelektrische Schichten in der Dickschicht- oder Dünnschichttechnik aus Zinkoxid ZnO hergestellt werden. Werden Sensoren mit den Methoden der Halbleitertechnologie gefertigt, so werden als piezoelektrische Schichten Aluminiumnitrid AlN oder Galliumarsenid GaAs verwendet [7.1].

Im Folgenden wird der Einfachheit halber öfter von „Schwingquarzen“ gesprochen. Das schließt jedoch nicht aus, dass die besprochenen Effekte auch mit anderen piezoelektrischen Materialien oder Bauformen erreicht werden.

7.3.1 Volumenschwingende Quarze

Wirkungsweise. Schwingquarze werden wegen ihrer konstanten Schwingfrequenz in sehr großen Stückzahlen als Taktgeber in Uhren und bei Ablaufsteuerungen (Rechner) benutzt. Derartige Quarze sind Plättchen oder Scheiben, die aus einem Quarzkristall in einer bestimmten Richtung herausgeschnitten sind.

Ausgenutzt wird der inverse piezoelektrische Effekt. Unter dem Einfluss einer anliegenden Spannung wird das Quarzplättchen deformiert. Durch eine Wechselspannung wird es periodisch verformt und kann zu Schwingungen angeregt werden. Die Art der Schwingung (Bild 7.9) und die Resonanzfrequenz hängen vom Schnittwinkel des Quarzes ab (Tabelle 7.1) [7.2].

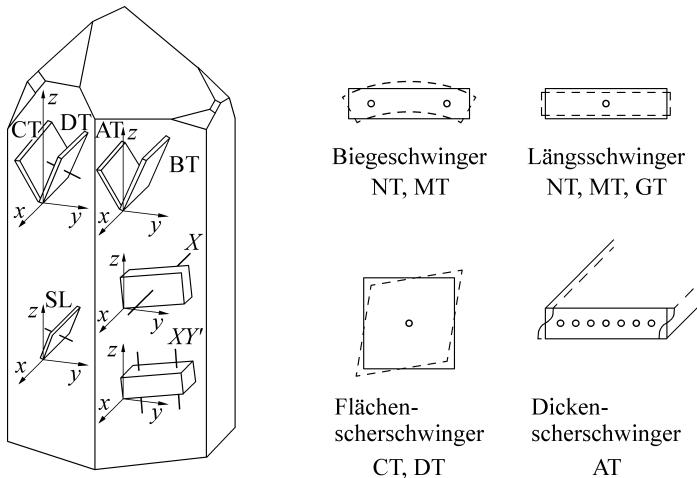


Bild 7.9 Schwingungsformen des Quarzes; die Buchstabenkombinationen kennzeichnen die Orientierung des herausgeschnittenen Plättchens zu den Kristallachsen

Tabelle 7.1 Daten von Schwingquarzen

Schwingungstyp	Schnitt	f ₀	R	C
Biegeschwinger	X,XY,NT	1 ... 100 kHz	5 ... 1000 kΩ	1 ... 250 fF
Längsschwinger	X,MT	50 ... 200 kHz	2 ... 5 kΩ	30 ... 60 fF
Flächenscherschwinger	DT,CT,SL	150 ... 800 kHz	0,5 ... 10 kΩ	7 ... 30 fF
Dickenscherschwinger	AT,BT	1 ... 160 MHz	4 ... 400 Ω	0,2 ... 25 fF

Ersatzschaltbild und Resonanzfrequenz. Das elektrische Verhalten des Quarzes wird durch die Ersatzschaltung vom Bild 7.10 beschrieben. L und C legen die dynamischen Eigenschaften des Quarzes fest, R ist sein Verlustwiderstand, und C_0 ist die Kapazität der auf dem Quarzplättchen angebrachten Elektroden und ihrer Zuleitungen.

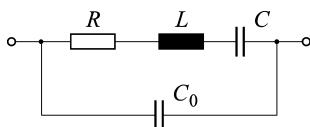


Bild 7.10 Ersatzschaltbild eines Schwingquarzes

Der komplexe Widerstand \underline{Z} dieser Schaltung ist

$$\underline{Z} = \frac{\left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) \frac{1}{j\omega C_0}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + \frac{1}{j\omega C_0}} = \frac{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{1 + \frac{C_0}{C} - \omega^2 L C_0 + j\omega R C_0}. \quad (7.60)$$

Indem die normierte Frequenz $\Omega = \omega/\omega_0$ eingeführt wird, die auf die Resonanzfrequenz $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ bezogen ist, geht Gl. (7.60) unter Berücksichtigung von $\omega_0 L = 1/\omega_0 C$ über in

$$\underline{Z} = R \frac{1 + j \frac{\omega_0 L}{R} \left(\Omega - \frac{1}{\Omega} \right)}{1 + \frac{C_0}{C} \left(1 - \Omega^2 \right) + j \frac{C_0}{C} \frac{R}{\omega_0 L} \Omega} \quad (7.61)$$

mit dem Realteil

$$\operatorname{Re}(\underline{\mathcal{Z}}) = \frac{R}{\left[1 + \frac{C_0}{C}(1 - Q^2)\right]^2 + \left(\frac{C_0}{C} \frac{R}{\omega_0 L} Q\right)^2} \quad (7.62)$$

und dem Imaginärteil

$$\operatorname{Im}(\underline{\mathcal{Z}}) = -j R \frac{C_0}{C} \frac{\omega_0 L}{R Q} \cdot \frac{Q^4 - \left[2 + \frac{C_0}{C} - \left(\frac{R}{\omega_0 L}\right)^2\right] Q^2 + 1 + \frac{C}{C_0}}{\left[1 + \frac{C_0}{C}(1 - Q^2)\right]^2 + \left(\frac{C_0}{C} \frac{R}{\omega_0 L} Q\right)^2}. \quad (7.63)$$

Beispiel 7.1

Für einen konkreten Uhrenquarz mit $C = 3,24 \cdot 10^{-15}$ F, $L = 7281$ H, $R = 30$ kΩ und $C_0 = 3,24 \cdot 10^{-12}$ F ergeben sich ω_0 und f_0 zu

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{7281 \cdot 3,24 \cdot 10^{-15}}} \text{ s}^{-1} = 205\,888 \text{ s}^{-1}, \\ f_0 &= \omega_0/2\pi = 32\,768 \text{ s}^{-1}. \end{aligned}$$

Das Verhältnis C_0/C aus Zuleitungskapazität und Quarzkapazität ist 1000, und das Verhältnis aus Blindwiderstand und Wirkwiderstand, das die Güte eines Oszillators beschreibt, berechnet sich zu

$$\omega_0 L/R = 49\,969.$$

■

Im Folgenden soll nun die **Resonanzfrequenz** Q_r des Quarzes berechnet werden. Bei der Resonanzfrequenz ist $\underline{\mathcal{Z}}$ reell, der Imaginärteil verschwindet, so dass Gl. (7.56) die Bestimmungsgleichung für Q_r liefert:

$$Q^4 - \left[2 + \frac{C}{C_0} - \left(\frac{R}{\omega_0 L}\right)^2\right] Q^2 + 1 + \frac{C}{C_0} = 0. \quad (7.64)$$

Wenn nun der Term $(R/\omega_0 L)^2$ gegenüber C/C_0 vernachlässigt wird, ergeben sich als Lösung die beiden Frequenzen ω_s und ω_p beziehungsweise ω_s und ω_p :

$$Q_s^2 = 1; \quad Q_s = 1 : \quad \omega_s = \omega_0, \quad (7.65)$$

$$Q_p^2 = 1 + \frac{C}{C_0}; \quad Q_p \approx 1 + \frac{C}{2C_0} : \quad \omega_p \approx \left(1 + \frac{C}{2C_0}\right) \omega_0. \quad (7.66)$$

Die Frequenz, bei der $\operatorname{Re}(\underline{\mathcal{Z}})$ den geringeren Wert annimmt, ist die Serienresonanzfrequenz ω_s , die mit dem höheren Widerstandswert die Parallelresonanzfrequenz ω_p . Die Serienresonanzfrequenz

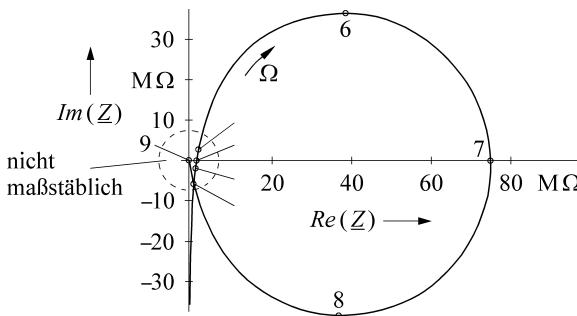
$$\omega_s = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (7.67)$$

hängt nur von den gut definierten Größen L und C ab, während für die Parallelresonanzfrequenz

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1 + \frac{C}{C_0}}{LC}} = \frac{1}{\sqrt{L \frac{CC_0}{C + C_0}}} \quad (7.68)$$

die Hintereinanderschaltung von C und der weniger gut definierten Anschlusskapazität C_0 maßgebend ist.

Ortskurve. Bei Gleichspannung ($\omega=0$) hat der Quarz einen geringen Wirkwiderstand und einen gegen $-\infty$ gehenden kapazitiven Blindwiderstand. Die Ortskurve steigt mit zunehmender Frequenz rasch an.



Ort	Ω	$Re(\underline{Z})$ in Ω	$Im(\underline{Z})$ in Ω
1	0	0,03	$-\infty$
2	0,99999	28824	-30103
3	1,000000	29988	-600
4	1,000002	3012	0
5	1,00001	31224	30423
6	1,00049	$37,91 \cdot 10^6$	$36,67 \cdot 10^6$
7	1,0004997	$74,80 \cdot 10^6$	0
8	1,00051	$36,97 \cdot 10^6$	$-38,17 \cdot 10^6$
9	∞	0	0

Bild 7.11 Ortskurve eines Schwingquarzes

In Bild 7.11 ist sie für kleine Wirkwiderstände nicht maßstabsgerecht wiedergegeben. In Wirklichkeit fällt sie im Rahmen der Zeichengenauigkeit zunächst mit der negativen imaginären Achse zusammen und beschreibt dann einen Kreis, dessen Durchmesser der Wirkwiderstand des Quarzes bei seiner Parallelresonanzfrequenz bildet.

Werden die Koordinaten für die Serienresonanzfrequenz $\Omega = 1$ aus Gl. (7.61) ermittelt, so wird der Fehler deutlich, der durch die Vernachlässigung von $(R/\omega_0 L)^2$ in Gl. (7.64) entstanden ist. Für $\underline{Z}(\Omega = 1)$ ergibt sich ein Wert, der nicht rein reell ist, sondern noch einen geringen Blindwiderstand enthält:

$$\underline{Z}(\Omega = 1) = \frac{R}{1 + j \frac{C_0}{C} \frac{R}{\omega_0 L}} = \frac{R}{1 + j 0,02} = 29,988 - j 600,1 \Omega. \quad (7.69)$$

Der entsprechende Punkt in der Ortskurve liegt also dicht unterhalb der reellen Achse.

Beispiel 7.2

Um zu sehen, wie steil sich die Ortskurve in der Nähe der Serienresonanzfrequenz ändert, werden ihre Werte für die nur unwesentlich kleineren Frequenzen $\Omega = 1 - 10^{-5}$ und $\Omega = 1 + 10^{-5}$ untersucht. Für die kleinere Frequenz folgt aus Gl. (7.61)

$$\begin{aligned} \underline{Z}(\Omega = 1 - 10^{-5}) \\ = R \frac{1 + j 49969 \left(1 - 10^{-5} - \frac{1}{1 - 10^{-5}} \right)}{1 + 1000 [1 - (1 - 10^{-5})^2] + j \frac{1000}{49969} (1 - 10^{-5})} = 28824,0 - j 30103,1 \Omega. \end{aligned}$$

Der Imaginärteil des Widerstandes ist jetzt fast so groß wie sein Realteil. Der Blindwiderstand ist kapazitiv.

Der Scheinwiderstand für $\Omega = 1 + 10^{-5}$ ergibt sich zu

$$\underline{Z}(\Omega = 1 + 10^{-5}) = 31244,0 + j 30423,5 \Omega.$$

Der Blindwiderstand ist jetzt induktiv.

Die geringe Frequenzänderung von $\Delta \Omega / \Omega = 1 \cdot 10^{-5}$ führt also schnell zu einer Vergrößerung der Blindwiderstände. Damit ist eine starke Änderung des Phasenwinkels zwischen Strom und Spannung verbunden. Liegt der Quarz in der Rückführungsleitung eines Oszillators und ist die Phasenbedingung für $\Omega = 1$ eingehalten, so führen schon sehr geringe Frequenzabweichungen zu starken Phasenverschiebungen, die über die Rückführung ausgeregelt werden. Der Quarz kann so nur bei seiner sehr scharf ausgeprägten Resonanzfrequenz schwingen.

Mit steigender Frequenz nimmt dann der Realteil von \underline{Z} stärker zu als der Imaginärteil. Die Ortskurve beschreibt einen Kreisbogen und schneidet bei der Parallelresonanzfrequenz $\Omega_p = 1,000\,499$ wieder die reelle Achse. Der Wirkwiderstand beträgt ungefähr $75 \text{ M}\Omega$. Obwohl sich die Widerstände bei den beiden Resonanzfrequenzen Ω_s und Ω_p um einen Faktor 2500 unterscheiden, liegen die Resonanzfrequenzen nur um 0,05 % auseinander.

Im weiteren Verlauf schließt die Ortskurve den Kreisbogen, schneidet sich selbst und läuft bei sehr hohen Frequenzen unter 90° in den Koordinatennullpunkt ein.

Feineinstellung der Resonanzfrequenz. Zur Feineinstellung der Resonanzfrequenz wird die Zieh- oder Lastkapazität C_z in Reihe oder parallel zum Schwingquarz geschaltet (Bild 7.12), je nachdem, ob dieser bei seiner Serien- oder Parallelresonanzfrequenz betrieben wird. Um den Einfluss der Ziehkapazität auf die Serienresonanzfrequenz zu berechnen, wird der Wirkwiderstand des Quarzes in Gl. (7.60) vernachlässigt ($R = 0$), so dass sich für die Reihenschaltung aus Quarz und Ziehkapazität der folgende Scheinwiderstand \underline{Z}^* ergibt:

$$\begin{aligned} \underline{Z}^* &= \frac{j(\omega L - 1/\omega C)}{1 + C_0/C - \omega^2 LC_0} + \frac{1}{j\omega C_z} \\ &= \frac{1}{j\omega C_z} \frac{C + C_0 + C_z - \omega^2 LC(C_0 + C_z)}{C_0 + C - \omega^2 LC C_0}. \end{aligned} \quad (7.70)$$

Die neue Serienresonanzfrequenz ω_s^* wird durch Nullsetzen des Zählers gefunden zu

$$\omega_s^* = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 + \frac{C}{C_0 + C_z}}. \quad (7.71)$$

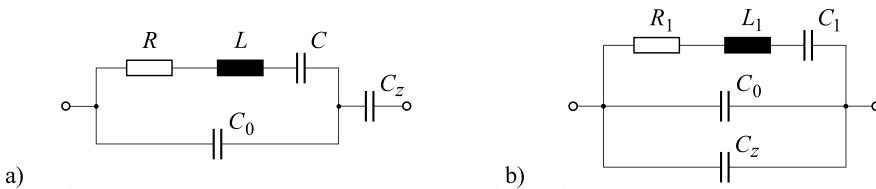


Bild 7.12 Feineinstellung der Resonanzfrequenz durch die Ziehkapazität C_z in Reihe a) oder parallel b) zum Quarz

Hier darf für $C/(C_0 + C_z) \ll 1$ die Wurzel durch das erste Glied ihrer Reihenentwicklung angenähert werden:

$$\omega_s^* \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} \left(1 + \frac{C}{2(C_0 + C_z)} \right). \quad (7.72)$$

Bei Verwendung einer Ziehkapazität wird die Frequenz um $\Delta f_s/f_s$ erhöht mit

$$\frac{\Delta f_s}{f_s} = \frac{\Delta \omega_s}{\omega_s} = \frac{\omega_s^* - \omega_s}{\omega_s} = \frac{C}{2(C_0 + C_z)}. \quad (7.73)$$

In der Praxis gehen die relativen Frequenzänderungen bis zu $1 \cdot 10^{-4}$, wobei dann die Ziehkapazität entsprechend größer als die Quarzkapazität ist.

Stabilität der Quarzfrequenz. Die Frequenz der industriell verfügbaren Schwingquarze hängt von verschiedenen Einflüssen ab. Hier ist zunächst die Abgleichtoleranz als die zugelassene, fertigungsbedingte Abweichung von der Nennfrequenz zu beachten. Sie wird als relativer Wert für eine festgelegte Temperatur angegeben und liegt z. B. zwischen $0,5 \cdot 10^{-5}$ und $2 \cdot 10^{-5}$.

Darüber hinaus ändert sich mit der Temperatur auch die Resonanzfrequenz. Diese Änderung ist für die einzelnen Schnittwinkel und Schwingungsmoden unterschiedlich.

Der Zusammenhang zwischen Temperatur und Frequenz wird im allgemeinen Fall durch die folgende Gleichung wiedergegeben, in der α den linearen, β den quadratischen und γ den kubischen Temperaturkoeffizienten darstellt:

$$f = f_0 [1 + \alpha(T - T_0) + \beta(T - T_0)^2 + \gamma(T - T_0)^3]. \quad (7.74)$$

f_0 ist dabei die Frequenz, die sich bei der Bezugstemperatur T_0 (z. B. 22°C) einstellt. Bei bestimmten Schnittwinkeln verschwindet der lineare Temperaturkoeffizient α (Bild 7.13 a). Der kubische Temperaturkoeffizient ist etwa drei Zehnerpotenzen kleiner als der quadratische. Daher bleibt bei nicht zu großen Temperaturbereichen von Gl. (7.74) nur der quadratische Term übrig. Das Temperaturverhalten hat die Form einer Parabel mit dem Scheitelpunkt bei der Bezugstemperatur T_0 (Bild 7.13 b). Der Temperatureinfluss ist daher sehr gering und lässt sich bei einem Einbau des Quarzes in ein temperaturstabilisiertes Gehäuse nochmals um etwa drei Zehnerpotenzen verringern.

Schließlich altert der Quarz mit zunehmender Lebensdauer. Seine Resonanzfrequenz wird immer größer. Die Drift verläuft asymptotisch ungefähr nach einer e-Funktion. Nach einigen Wochen wird ein Wert von $\Delta f/f \approx 10^{-9}$ pro Tag erreicht.

Über die genannten Effekte hinaus können auch Staub und Feuchtigkeit die Eigenfrequenz des Quarzes ändern. Durch Einbau in ein dichtes Gehäuse wird er vor diesen Einflüssen geschützt.

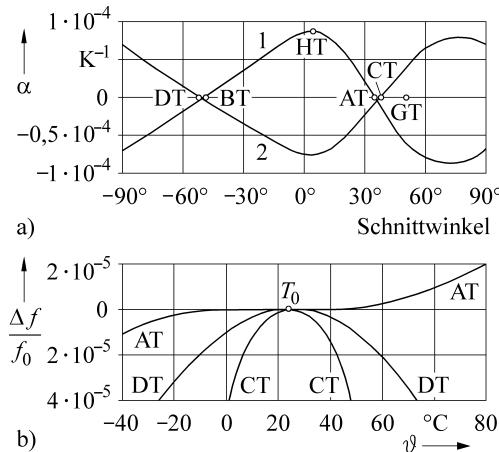


Bild 7.13 Temperaturabhängigkeit des Schwingquarzes [0.7]

- a) Linearer Temperaturkoeffizient α in Abhängigkeit vom Schnittwinkel bei einer Temperatur von 25°C ; 1 Dickenscherschwinger, 2 Flächenscherschwinger
- b) Änderung der Quarz-Resonanzfrequenz bei einem AT-, CT- und DT-Schnitt in Abhängigkeit von der Temperatur

Oszillatorschaltungen. Der Quarz wird in Oszillatorschaltungen als frequenzbestimmendes Bauteil benutzt. Die Schaltung von Bild 7.14 a ist aus der des harmonischen *LC*-Oszillators entwickelt.

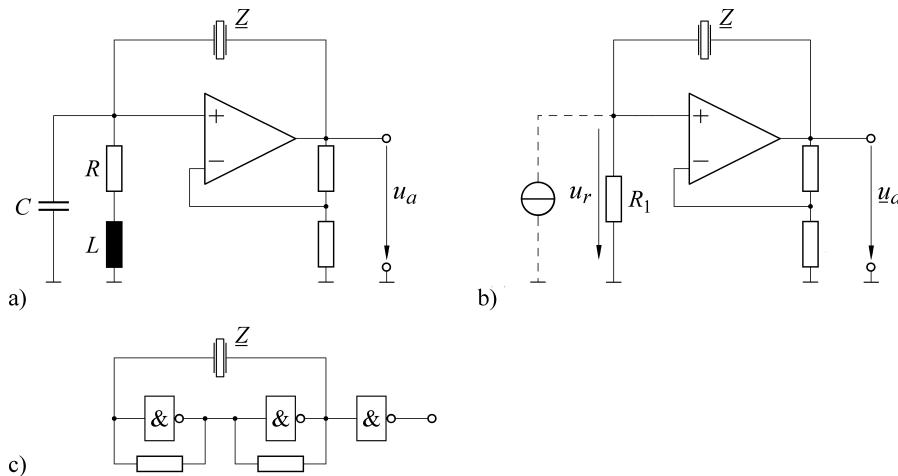


Bild 7.14 Quarz-Oszillatorschaltungen. a) Oszillator mit *RLC*-Netzwerk, b) Oszillator ohne *RLC*-Netzwerk, c) Oszillator mit NAND-Gliedern

In der Rückführungsleitung sitzt der Quarz mit der Impedanz Z . Nur für seine Resonanzfrequenz ist die Phasenbedingung erfüllt, und nur für diese Frequenz ist Z betragsmäßig so gering, dass eine ungedämpfte Schwingung zu Stande kommt. Das *RLC*-Netzwerk erleichtert das Anschwingen, ist aber nicht unbedingt erforderlich. Einfacher ist die Schaltung 7.14 b, bei der der Quarz und der Widerstand R_1 einen Spannungsteiler bilden. Dem Verstärker wird die Spannung $u_r = k_2 u_a$ zugeführt. Wird im Ersatzschaltbild des Quarzes die Kapazität C_0 vernachlässigt, so errechnet sich der Übertragungsfaktor k_2 zu

$$k_2 = \frac{u_r}{u_a} = \frac{R_1}{R_1 + R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}.$$

Bei der Resonanzkreisfrequenz $\omega_0^2 = 1/LC$ ist k_2 reell, $k_2(\omega_0) = R_1/(R_1 + R)$, und k_1 ist dementsprechend zu $k_1 = 1/k_2$ auszulegen. Die gestrichelt gezeichnete Stromquelle ist nur zum Einschalten erforderlich und kann entfallen, sobald der Oszillator schwingt. Besonders preiswert und geeignet in Verbindung mit anderen integrierten Schaltkreisen ist die Schaltung nach Bild 7.14 c, in der der Verstärker durch zwei NAND-Gatter ersetzt ist. Die an und für sich sehr steile Kennlinie dieser Gatter ist durch die zwischen ihren Ein- und Ausgängen sitzenden Widerstände soweit abgeflacht, dass ein genügend linear proportionaler Zusammenhang zwischen der Eingangs- und Ausgangsspannung entsteht. Jedes für sich rückgekoppelte NAND-Gatter arbeitet wie ein invertierender Verstärker. Die Phase wird zweimal um 180° gedreht, und nur bei der Resonanzfrequenz des Quarzes kommt vom Ausgang des zweiten Gatters ein genügend großes Signal an den Eingang des ersten. Das dritte Gatter wird benutzt, um die Amplitude der Ausgangsspannung zu normieren und um eine Folge von Rechteckimpulsen mit der Resonanzfrequenz des Quarzes zu erhalten.

Schwingquarz als Temperaturfühler. Die Temperaturabhängigkeit des Quarzes muss nicht immer stören. Sie kann z. B. bewusst zur Temperaturmessung genutzt werden. In diesem Fall ist der Quarz ein genauer, stabiler, frequenzanaloger Temperatursensor. Für diesen Verwendungszweck ist ein Kristallschnitt vorteilhaft, bei dem der lineare Temperaturkoeffizient möglichst groß ist. Dies ist z. B. bei dem HT-Dickenscherschwinger von Bild 7.13 (a) der Fall. Für diesen Quarz gilt die Gl. (7.74) mit den Koeffizienten [7.3]

$$\alpha = 90 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \quad \beta = 60 \cdot 10^{-9} \text{ K}^{-2}, \quad \gamma = 30 \cdot 10^{-12} \text{ K}^{-3}. \quad (7.75)$$

Liefert der Quarz z. B. bei 0°C die Frequenz $f_0 = 16 \text{ MHz}$, so ist sie bei 100°C infolge des linearen Temperaturkoeffizienten um 144 kHz und infolge des quadratischen Temperaturkoeffizienten um weitere $9,6 \text{ kHz}$ angestiegen. Die relative Frequenzänderung

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{0,1536}{16} = 9,6 \cdot 10^{-3} \quad (7.76)$$

macht zwar nur weniger als 1 % aus. Da sich aber Frequenzen genau messen lassen, ist der Quarz durchaus als Temperatursensor und sogar als solcher mit großer Auflösung geeignet.

Wie der Uhrenquarz wird auch der Temperaturquarz als frequenzbestimmende Komponente eines Oszillators benutzt. Aus einer Frequenz- oder Periodendauermessung wird dann die Temperatur ermittelt.

Neben der Temperatur gibt es noch eine Reihe anderer Größen, welche die Resonanzfrequenz ändern und den Quarz so zu einem Sensor für nichtelektrische Größen werden lassen [7.4].

7.3.2 Oberflächenwellen OFW in Quarzen

Prinzip. In piezoelektrischen Materialien können nicht nur Volumenschwingungen, sondern auch Oberflächenwellen OFW (surface acoustic waves SAW) angeregt werden [7.1, 7.4, 7.5, 7.6, 7.7]. Ein derartiges Bauelement besteht aus einem piezoelektrischen Substrat wie z. B. Quarz oder LiNbO_3 , auf das mit den Mitteln der Fotolithografie Elektroden aufgebracht sind. Wird eine hochfrequente Spannung im Bereich zwischen 100 MHz und 3 GHz an ein Elektrodenpaar, den so genannten Interdigitalwandler IDW gelegt, so regt die elektrische Spannung über den piezoelektrischen Effekt eine akustische Oberflächenwelle an (Bild 7.15).

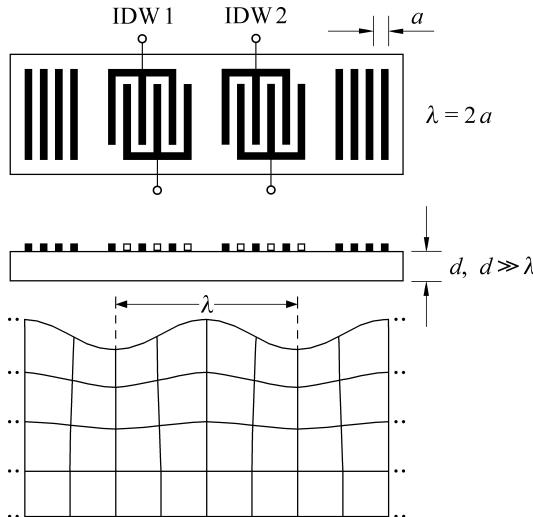


Bild 7.15 Bauteil mit Oberflächenwelle. Oben: Aufsicht, mitte: Querschnitt, unten: Querschnitt durch die Auslenkung einer Oberflächenwelle in einem Gitter.

Der Abstand a der Elektrodenfinger definiert die Wellenlänge λ :

$$\lambda = 2a. \quad (7.77)$$

Sie ist also unabhängig von der Dicke d des Substrates. Die Frequenz f der OFW ergibt sich aus der Ausbreitungsgeschwindigkeit v , dividiert durch die Wellenlänge λ :

$$f = \frac{v}{\lambda}. \quad (7.78)$$

Wichtig ist, dass die Welle auf der Oberfläche läuft und nur etwa 1 bis 10 Wellenlängen in das Substrat eintaucht. Das Substrat als solches bleibt in Ruhe und insbesondere seine Rückseite nimmt nicht an der Schwingung teil.

Durch unterschiedliche Elektrodenstrukturen ergeben sich nun unterschiedliche Bau- und Betriebsformen.

Zweitor-Resonator. Das Bild 7.15 zeigt einen Zweitor-Resonator mit den beiden Interdigitalwandlern IDW 1 und IDW 2. Die in IDW 1 induzierte akustische Welle läuft zum IDW 2. Dort wird sie in die elektrische Form zurück gewandelt und kann als elektrisches Signal ab-

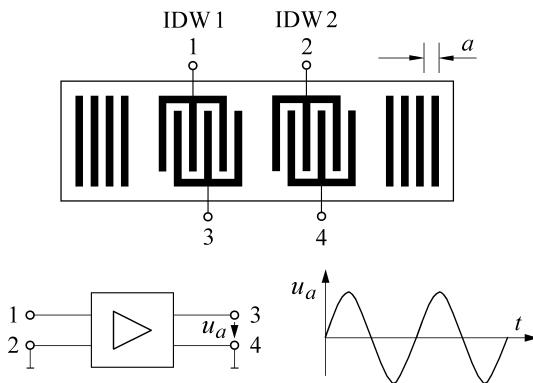


Bild 7.16 Zweitor-Resonator zur kontinuierlichen Erzeugung von Oberflächenwellen

gegriffen werden. Die auf dem Substrat an den Rändern noch angebrachten Streifen sollen die laufenden akustischen Wellen reflektieren und so eine stehende Welle hervorrufen.

Zusammen mit einem Verstärker bildet der Resonator einen Oszillatoren. Der Zweitor-Oszillator wird wie ein volumenschwingender Quarz als frequenzbestimmendes Bauteil in die Rückführung des Verstärkers gelegt (Bild 7.16).

Der Verstärker liefert kontinuierlich die sinusförmige Ausgangsspannung u_a .

Eintor-Resonator. Bei dem Eintor-Resonator wird die akustische Welle durch einen hochfrequenten Puls angeregt (Bild 7.17).

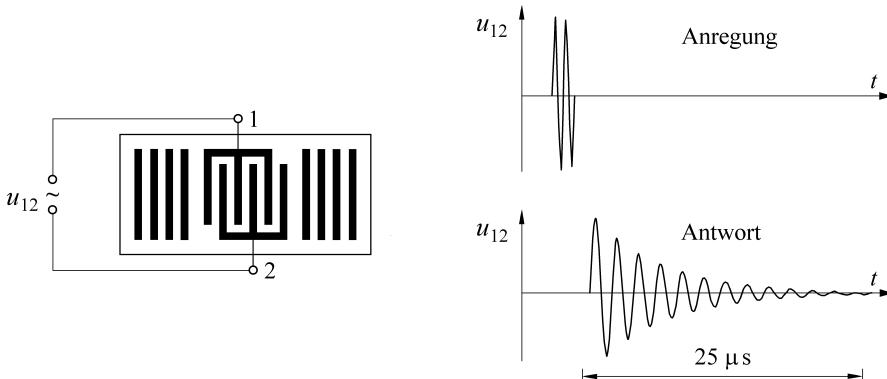


Bild 7.17 Eintor-Resonator für diskontinuierlichen Betrieb

Ein Eintor-Resonator besteht aus zwei totalreflektierenden Streifenanordnungen, die auf beiden Seiten eines IDWs angeordnet sind. Die Mittenfrequenz des Resonators wird durch die Resonanzbedingung bestimmt, dass sich eine ganze Anzahl von Wellenlängen ($n \cdot \lambda$) zwischen beiden Spiegelebenen der Streifenanordnung befinden. Bei dieser Frequenz bildet sich eine stehende Welle aus und der IDW wird so plaziert, dass er optimal in diese stehenden Welle einkoppelt. Als Antwort auf einen anregenden Puls bildet sich eine gedämpfte Schwingung aus, die dem IDW abgenommen werden kann. Je länger dieser Ausschwingvorgang dauert, desto höher ist die Güte des Eintor-Resonators.

Ein OFW-Eintor-Resonator wird wie ein Schwingquarz beschaltet (Bild 7.14). Ein Eintor-Resonator kann wie ein Dehnungsmessstreifen eingesetzt werden (Bild 7.18). Wird der Resonator z. B. um ϵ gedehnt, so liegt die relative Frequenzänderung $\Delta f_r/f_r$ bei

$$\Delta f_r/f_r = -1,2 \epsilon . \quad (7.79)$$

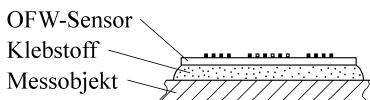


Bild 7.18 Einsatz eines Eintor-Resonators zur Messung von Dehnungen

OFW-Laufzeitsensor. Bei dem OFW-Laufzeitsensor (Bild 7.19) wird die durch den Interdigitalwandler ausgelöste Welle an den Reflektorfeldern reflektiert und läuft zum IDW zurück. Im Gegensatz zum Resonator reflektieren diese Reflektorfelder nun nur noch teilweise, z.B. $\frac{1}{10}$ der einfallenden Welle zum IDW zurück. Aus den erhaltenen elektrischen Signalen wird die Laufzeit zwischen den Reflektorfeldern ermittelt.

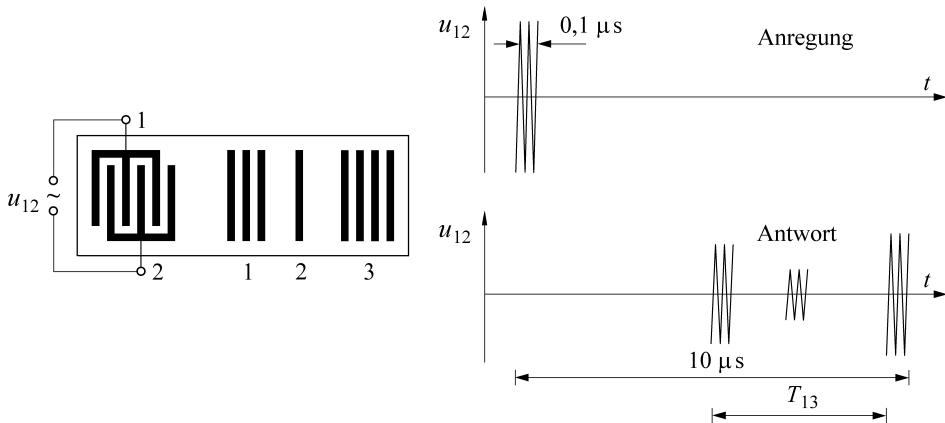


Bild 7.19 OFW-Laufzeitsensor

Die dafür nötigen elektronischen Baugruppen sind dieselben wie in Bild 7.20, allerdings anstelle der Antennen mit einer direkten Verbindung von A nach B. Im Rechner wird die Phasenverschiebung als Maß für die Laufzeit ermittelt.

7.3.3 Funkabfragbare Sensoren

Zum Kontaktieren der OFW-Sensoren benötigt man nicht notwendigerweise metallische Leiter, vielmehr kann das hochfrequente Signal auch als elektromagnetische Welle über Antennen abgestrahlt und empfangen werden (Bild 7.20).

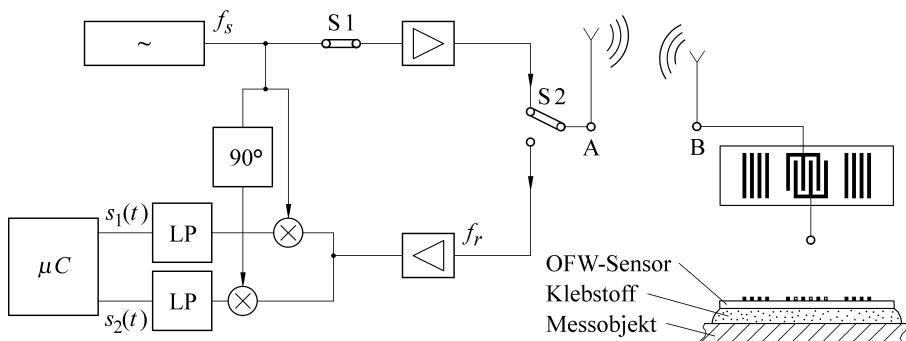


Bild 7.20 Funkabfragbarer OFW-Sensor

Damit wird die Verbindungsleitung AB überflüssig. Die Sensoren benötigen keinen Anschluss, keine Spannungsversorgung. Sie sind „energieautark“ und arbeiten rein passiv. Sie können an unzugänglichen Stellen, wie z. B. rotierenden Teilen oder Hochspannungsleitungen, installiert und abgefragt werden [7.8, 7.9]. Diese Freizügigkeit bei der Installation muss allerdings mit einem Energieverlust bei der elektromagnetischen Übertragung erkauft werden [7.9, 7.10].

Mit den Größen

- P_S Leistung an der Sendeantenne
- P_r Leistung an der Sensorantenne
- G_S Gewinn an der Sendeantenne ($G_S = 1,64$)
- G_r Gewinn an der Sensorantenne ($G_r = 1,64$)
- λ Wellenlänge der Radiowelle ($f = 433 \text{ MHz}$, $\lambda = 69 \text{ cm}$)
- v Entfernung zwischen den Antennen ($v = 1 \text{ m}$)

wird das Verhältnis aus empfangener zu abgestrahlter Leistung

$$\frac{P_r}{P_S} = \frac{G_S G_r \lambda^2}{4\pi 4\pi v^2} = 8 \cdot 10^{-3}. \quad (7.80)$$

Dieser Energieverlust tritt zweimal auf, einmal bei der Stimulation des Sensors und dann bei der Reflexion. Das Signal/Rausch-Verhältnis ermöglicht Messungen bis zu einigen Metern.

Das Verfahren der frequenzabfragenden, intermittierenden Messung ist bei volumenschwingenden Quarzen ausreichend hoher Frequenzen genauso möglich wie bei OFW-Sensoren.

Bei diesen Telemetriemessungen, bei diesem „Remote Sensing“, müssen die jeweiligen Funkvorschriften beachtet werden. Für wissenschaftliche und technische Anwendungen sind schmale Frequenzbänder um die Mittenfrequenzen von Tabelle 7.2 freigegeben.

Tabelle 7.2 Frequenzbereiche für Telemetrie anwendungen

Bereich	Mittenfrequenz			
RF	6,8;	13,5;	27;	40 MHz
VHF, UHF	434	MHz		
Mikrowellen	2,450;	5,800	GHz	

Beispiele für die Anwendung funkabfragbarer Sensoren sind die **Drehmomentmessungen** mit OFW-Sensoren, die auf der Welle wie Dehnungsmessstreifen aufgeklebt sind.

Eine weitere Anwendung ist die Messung des **Reifendrucks** bei Kraftfahrzeugen. Die Druckmessdose von Bild 7.21, die in den Reifenfelgen eingelassen werden kann, enthält zwei Dickscherschwinger mit dem AT-Schnitt. Bei diesem Quarz ist die Resonanzfrequenz umgekehrt proportional zu seiner Dicke. Ein 27-MHz-Quarz wäre so $61,5 \mu\text{m}$ dünn und schlecht zu handhaben. Aus diesem Grund wurde ein 9-MHz-Quarz benutzt – $184 \mu\text{m}$ dick – und bei seiner dritten Oberwelle angeregt. Damit wurde das erlaubte Frequenzband von 27 MHz erreicht.

Bei der Messung von Kräften mit volumenschwingenden Quarzen sind immer zwei entgegengesetzte Forderungen zu erfüllen: Zum einen müssen die Quarze mechanisch fest eingespannt sein, um die Kräfte einzuleiten, und zum anderen muss der Quarz frei schwingen können. Es werden deshalb Quarzplättchen oder Linsen benötigt, an deren Rand die Schwingungen schon abgeklungen sind. Das wird durch verschiedene konstruktive Maßnahmen zu erreichen versucht. Ansonsten würde der Quarz Schwingungsenergie an die Halterung abgeben. Der die Verluste repräsentierende ohmsche Widerstand R im Ersatzschaltbild Bild 7.10 wäre zu groß. Die Schwingung wäre stark gedämpft oder käme überhaupt nicht zu Stande. Viel leichter lassen sich dagegen die OFW-Sensoren handhaben. Sie haben eine größere Dicke und sind mechanisch stabiler. Sie können auf der Rückseite geklebt werden, da die Schwingung auf der Oberfläche die Rückseite nicht erreicht.

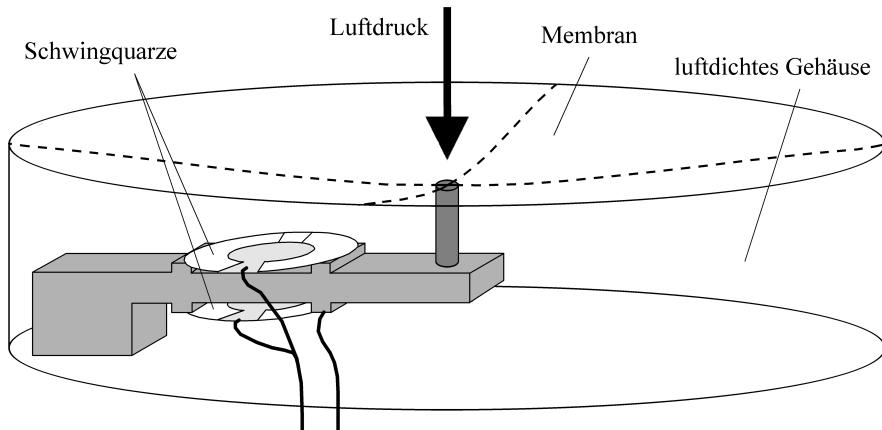


Bild 7.21 Druckmessdose mit Schwingquarzen zur Messung des Reifendrucks [7.10]

7.3.4 Ultraschall-Durchflussmesser

Piezoelektrische Schallgeber. Die piezoelektrischen Materialien werden auch zur Erzeugung von Ultraschall benutzt. So soll zum Abschluss des Abschnitts 7.3 noch ihre Anwendung zur Durchflussmessung erläutert werden.

Die Frequenzen des Ultraschalls liegen oberhalb des Hörbereichs. Technisch ausgenutzt wird der Bereich zwischen 20 kHz und 10 MHz. Die Frequenz f , die Wellenlänge λ und die Ausbreitungsgeschwindigkeit (Schallgeschwindigkeit) c_0 sind durch die Beziehung

$$c_0 = f \cdot \lambda \quad (7.81)$$

verknüpft. Die Schallgeschwindigkeit ist von den Eigenschaften des Mediums und insbesondere von seiner Temperatur abhängig. Sie beträgt bei Raumtemperatur in Luft 344 m/s, in Wasser 1 483 m/s. Daraus folgt für einen 100-kHz-Schall in Wasser die Wellenlänge λ zu $\lambda = 15$ mm.

In der Betriebsart „Sender“ des Wandlers wird elektrische Energie in mechanische umgewandelt. Bei Anlegen einer entsprechenden Wechselspannung schwingen die piezoelektrischen Scheiben bei ihrer Eigenfrequenz und strahlen die entsprechenden Schallwellen senkrecht zur Oberfläche ab (Bild 7.22).

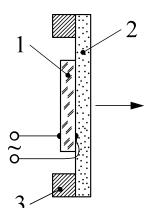


Bild 7.22 Prinzipieller Aufbau eines piezoelektrischen Ultraschallwandlers

1 metallisierte piezoelektrische Scheibe

2 Material zur akustischen Anpassung

3 ringförmige Halterung

Die Abstrahlung erfolgt in Form einer Keule senkrecht zur Oberfläche des Wandlers.

Als Empfänger für den Ultraschall werden wieder dieselben Elemente benutzt. Jetzt wird die mechanische in die elektrische Energie umgeformt. Die ankommende Schallwelle regt die piezoelektrische Scheibe zu Schwingungen an. Über den reziproken piezoelektrischen Effekt entsteht die zum Nachweis der Schallwelle dienende elektrische Spannung. In der Praxis wird oft dasselbe Bauteil abwechselnd als Sender und Empfänger benutzt.

Messung der Laufzeitdifferenz. Zur Durchflussmessung werden die Schallwandler entsprechend Bild 7.23 im Abstand L in die Rohrleitung eingebaut.

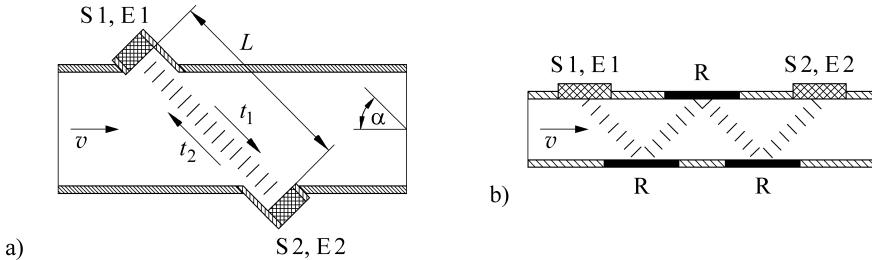


Bild 7.23 Aufbau von Ultraschall-Durchfluss-Messstrecken. a) schräger Einbau der Ultraschall-Wandler mit einer Abstrahlung senkrecht zu ihrer Oberfläche, b) formschlüssiger Einbau von schräg abstrahlenden Ultraschall-Wandlern; bei kleinen Nennweiten lässt sich die Messlänge L mit Hilfe von Reflektoren R vergrößern.

Das Rohr wird von einem Fluid mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit v durchströmt. Sendet der Wandler 1 und empfängt der Wandler 2, so nimmt die Ausbreitungsgeschwindigkeit c_0 infolge der Fließgeschwindigkeit um den Term $v \cos \alpha$ zu, im umgekehrten Fall um denselben Betrag ab. Die Ultraschallmessung ermittelt die mittlere Strömungsgeschwindigkeit v , aus der nach Multiplikation mit dem Rohrquerschnitt der Volumendurchfluss folgt.

Ist t_1 die Laufzeit vom Sender 1 zum Empfänger 2 und ist t_2 die vom Sender 2 zum Empfänger 1:

$$t_1 = \frac{L}{c_0 + v \cos \alpha}, \quad t_2 = \frac{L}{c_0 - v \cos \alpha}, \quad (7.82)$$

so ergibt sich die Laufzeitdifferenz $t_2 - t_1$ zu

$$t_2 - t_1 = 2L \frac{v \cos \alpha}{c_0^2 - v^2 \cos^2 \alpha}. \quad (7.83)$$

Die zu messenden Strömungsgeschwindigkeiten sind in Flüssigkeiten von der Größenordnung m/s. So kann in Flüssigkeiten der Term $v \cos \alpha$ gegenüber c_0 im Nenner der obigen Gleichung vernachlässigt werden. Damit ergibt sich die gesuchte mittlere Strömungsgeschwindigkeit v zu:

$$v \approx \frac{c_0^2}{2L \cos \alpha} (t_2 - t_1). \quad (7.84)$$

Das Messergebnis hängt also noch von der Schallgeschwindigkeit c_0 ab. Schwankungen der Schallgeschwindigkeit gehen voll ins Messergebnis ein. Um unabhängig von c_0 zu werden, können die Laufzeiten t_1 und t_2 getrennt gemessen und miteinander multipliziert werden:

$$t_2 \cdot t_1 = \frac{L^2}{c_0^2 - v^2 \cos^2 \alpha}. \quad (7.85)$$

Indem nun dieser Ausdruck in Gl. (7.83) eingesetzt wird, wird die Schallgeschwindigkeit eliminiert und die Gleichung geht über in

$$t_2 - t_1 = 2L \frac{v \cos \alpha}{L^2} t_1 \cdot t_2. \quad (7.86)$$

Daraus folgt die mittlere Strömungsgeschwindigkeit v ohne jede Vernachlässigung zu

$$v = \frac{L}{2 \cos \alpha} \frac{t_2 - t_1}{t_1 \cdot t_2}. \quad (7.87)$$

Um die Laufzeiten gut messen zu können, werden schnell anschwingende Ultraschall-Wandler benötigt. Sie sollen die Impulse mit steilen Flanken liefern (Leading-edge-Verfahren). Die sich gegenüberliegenden Wandler senden dabei die Ultraschallknalle zur gleichen Zeit. Sie arbeiten zunächst als Sender, um dann als Empfänger das gesendete Signal des gegenüberliegenden Partners zu erfassen. Die Strömungsgeschwindigkeit lässt sich nach diesem Verfahren sehr schnell messen.

Messen der Frequenzdifferenz. Die piezoelektrischen Wandler sind wieder wie in Bild 7.23 angeordnet. Sie werden jetzt aber anders betrieben. Der Sender 1 schickt einen Impuls zum Empfänger 2, der die Ankunft des Impulses in Form eines elektrischen Signals an den Sender 1 zurückmeldet und dort einen neuen Impuls auslöst. Gemessen wird die Frequenz f_1 der Impulse des Senders 1. Anschließend strahlt der zweite Sender Impulse aus und die entsprechende Frequenz f_2 wird ermittelt (Sing-around-Verfahren). Die Frequenzen ergeben sich zu

$$f_1 = \frac{1}{t_1} = \frac{c_0 + v \cos \alpha}{L} \quad f_2 = \frac{1}{t_2} = \frac{c_0 - v \cos \alpha}{L}. \quad (7.88)$$

Aus ihrer Differenz

$$f_1 - f_2 = \frac{2 v \cos \alpha}{L} \quad (7.89)$$

folgt die mittlere Strömungsgeschwindigkeit v unabhängig von der Schallgeschwindigkeit c_0 zu

$$v = \frac{L}{2 \cos \alpha} (f_1 - f_2). \quad (7.90)$$

Das ist wegen

$$\frac{t_2 - t_1}{t_1 \cdot t_2} = \frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} = f_1 - f_2 \quad (7.91)$$

dasselbe Ergebnis wie in Gl. (7.87). Die Frequenzen sind jedoch aus einer Folge von Ultraschallsignalen ermittelt. Dementsprechend dauert die Messung länger. Sie kann durch reflektierte Ultraschallechos (Gasblasen, mitgeführte Feststoffe) leichter gestört werden als bei der Ermittlung der Laufzeitdifferenz.

Regelung auf konstante Wellenlänge (Phasenregelung). Die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Schalls, seine Frequenz und seine Wellenlänge hängen nach Gl. (7.81) zusammen. Ändert sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit, so muss sich bei fest gehaltener Frequenz die Wellenlänge ändern.

Bild 7.24 veranschaulicht diesen Zusammenhang. Die Frequenz f_0 des Ultraschalls wird nun so gewählt, dass bei der Strömungsgeschwindigkeit $v = 0$ zwischen den Wandlern genau n Wellenlängen λ_0 Platz finden, $L = n \lambda_0$. Bei einer Geschwindigkeit des Mediums $v \neq 0$ nimmt die Ausbreitungsgeschwindigkeit eines von 1 nach 2 abgestrahlten Schallimpulses auf $c_1 = c_0 + v \cos \alpha$ zu, in der anderen Richtung auf $c_2 = c_0 - v \cos \alpha$ ab. Bei fest gehaltener Frequenz würden sich damit die Wellenlängen λ_1 und λ_2 ergeben:

$$\lambda_1 = \frac{c_1}{f_0}, \quad \lambda_2 = \frac{c_2}{f_0}. \quad (7.92)$$

Durch eine Phasenregelung (Lambda-locked-loop) wird nun über eine Änderung der Schallfrequenz dafür gesorgt, dass für alle Strömungsgeschwindigkeiten immer genau n Wellenzüge zwischen den Wandlern Platz finden. Die Wellenlänge wird auf dem konstanten Wert

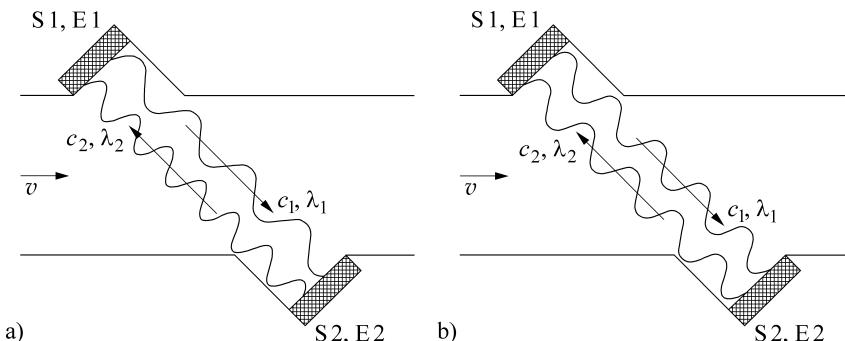


Bild 7.24 Unterschiedliche Betriebsarten einer Ultraschall-Durchfluss-Messstrecke; a) bei konstanter Frequenz f_0 ändert sich die Wellenlänge mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit, b) wird die Frequenz geregelt, so bleibt trotz unterschiedlicher Ausbreitungsgeschwindigkeiten die Wellenlänge λ_0 konstant

λ_0 gehalten, wodurch sich in den beiden Strahlrichtungen die beiden Frequenzen f_1 und f_2 einstellen:

$$f_1 = \frac{c_1}{\lambda_0}, \quad f_2 = \frac{c_2}{\lambda_0}. \quad (7.93)$$

Aus der Frequenzdifferenz

$$f_1 - f_2 = \frac{1}{\lambda_0} [(c_0 + v \cos \alpha) - (c_0 - v \cos \alpha)] = \frac{2 v \cos \alpha}{\lambda_0} \quad (7.94)$$

ergibt sich die mittlere Strömungsgeschwindigkeit v wieder unabhängig von der Schallgeschwindigkeit zu

$$v = \frac{\lambda_0}{2 \cos \alpha} (f_1 - f_2). \quad (7.95)$$

Dieses Verfahren bietet die größte Genauigkeit.

■ 7.4 Mechanische Schwingungen

7.4.1 Charakteristische Größen

Die mechanischen Schwingungen elastischer Medien werden häufig anhand ihrer Frequenz unterschieden. Bei Frequenzen unterhalb des Hörbereichs werden sie Infraschall genannt, im Bereich von 16 Hz bis 20 kHz Schall und darüber hinaus Ultraschall.

Wichtiger als die Frequenz ist jedoch das Ausbreitungsmedium. Dementsprechend wird unterschieden in Luftschall, Flüssigkeitsschall und Körperschall. In Gasen und Flüssigkeiten breiten sich Schwingungen nach denselben Gesetzmäßigkeiten aus. Die Teilchen schwingen nur in der Ausbreitungsrichtung. Nur longitudinale Wellen können sich ausbreiten. In festen Körpern hingegen, die Schubspannungen aufnehmen, sind auch Schwingungen quer

zur Ausbreitungsrichtung, Transversalschwingungen, möglich. Insgesamt können viele unterschiedliche Schwingungsformen auftreten, die von den Abmessungen des Körpers abhängen. So ist die Analyse des Körperschalls unter Umständen recht kompliziert und erfordert einen großen mathematischen Aufwand.

Bei den Schwingungen interessieren neben der Frequenz

- der Schwingweg oder die Auslenkung x ,
- die Schwinggeschwindigkeit oder Schnelle $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$,
- die Schwingbeschleunigung $\mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2$.

Die einzelnen Schwingungsaufnehmer arbeiten nach unterschiedlichen Prinzipien. Der seismische Aufnehmer mit Längenabgriff zeigt den Schwingweg, der elektrodynamische Schwingungsgeber die Schwinggeschwindigkeit an. Über eine Signalumformung lassen sich immer aus der direkt gemessenen Größe die beiden anderen ableiten. Ist z. B. beim elektrodynamischen Schwingungsgeber die gelieferte Spannung proportional der Schnelle, so können der Schwingweg durch Integrieren und die Beschleunigung durch Differenzieren gewonnen werden.

7.4.2 Relative Schwingungsmessung

Bezugspunkt. Bild 7.25 zeigt ein schwingungsfähiges System mit seinen Grundelementen. Es besteht aus der an der Feder 3 aufgehängten trügen Masse 4, deren Bewegung durch den Kolben 5 gedämpft wird. Die erregende Kraft greift direkt an der Masse an. Das Gehäuse 2 bleibt während der Schwingungen des Körpers 4 in Ruhe. Damit kann das Gehäuse als Bezugspunkt gewählt werden. Die Auslenkung x_a des Schwingkörpers wird relativ zum Gehäuse gemessen.

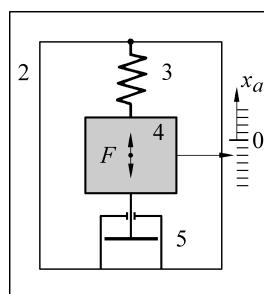


Bild 7.25 Aufbau eines Gebers zur relativen Schwingungsmessung; die Kraft greift an der Masse 4 an und lenkt diese um die Länge x_a relativ zum Gehäuse 2 aus; 3 Feder, 5 Dämpfung

Differentialgleichung. Bei einer **freien Schwingung** der einmal angestoßenen Masse wirken die folgenden Kräfte:

- die der Auslenkung der Feder proportionale Federkraft $c x_a$,
- die der Geschwindigkeit proportionale Dämpfungskraft $w \dot{x}_a$,
- die der Beschleunigung proportionale Trägheitskraft $m \ddot{x}_a$.

Diese drei Kräfte stehen im Gleichgewicht, so dass der angestoßene Körper gemäß der folgenden Differentialgleichung frei schwingt:

$$c x_a + w \dot{x}_a + m \ddot{x}_a = 0. \quad (7.96)$$

Hier wird zunächst durch c dividiert:

$$x_a + \frac{w}{c} \dot{x}_a + \frac{m}{c} \ddot{x}_a = 0 \quad (7.97)$$

und dann werden an Stelle der konstruktiven Parameter m , w und c die charakteristischen Kenngrößen Zeitkonstante T , Eigenkreisfrequenz ω_0 und Dämpfungskonstante D eingeführt. Entsprechend Gl. (1.148) liefert der Koeffizient von \ddot{x}_a Zeitkonstante und Eigenfrequenz des ungedämpften Systems:

$$\frac{m}{c} = T^2 = \frac{1}{\omega_g^2} = \frac{1}{\omega_0^2} \quad (7.98)$$

und im Koeffizienten von \dot{x}_a ist nach Gl. (1.149) der Dämpfungsfaktor D enthalten:

$$\frac{w}{c} = 2 D T. \quad (7.99)$$

Mit den obigen Bezeichnungen ist Gl. (7.97) identisch mit Gl. (1.152) und hat die dort angegebenen Lösungen.

Im Falle einer **erzwungenen Schwingung** greift am Schwingkörper 4 die periodische Kraft $F = \hat{F} \sin \omega t$ an, die zur periodischen Auslenkung $x_a = \hat{x} \sin(\omega t + \varphi)$ führt. Die Differenzialgleichung (7.96) ist um die anregende Kraft F zu erweitern:

$$c x_a + w \dot{x}_a + m \ddot{x}_a + F = 0 \quad (7.100)$$

und lässt sich mit D , T und $k = -1/c$ in die allgemeine Form

$$x_a + 2 D T \dot{x}_a + T^2 \ddot{x}_a = k F \quad (7.101)$$

überführen. Hier bedeutet F die anregende Kraft und die Auslenkung x_a ist die entsprechende Antwort.

Frequenzgang. Mit dem Ansatz

$$\underline{F} = \hat{F} e^{j\omega t}, \quad (7.102)$$

$$x_a = \hat{x}_a e^{j(\omega t + \varphi)} \quad (7.103)$$

liefert Gl. (7.101) den Amplitudengang von Gl. (1.194) und Bild 1.23, wobei jetzt als Ordinate das Verhältnis aus Auslenkung und anregender Kraft x_a/F zu nehmen ist:

$$|G(j\omega)| = \frac{\hat{x}_a}{\hat{F}}. \quad (7.104)$$

Über einen weiten Bereich ist die Amplitude des Schwingungsgebers proportional der angreifenden Kraft, bis dann schließlich die Eigenfrequenz des Schwingungsgebers angeregt und damit seine Empfindlichkeit geändert wird.

Nach diesen mehr grundsätzlichen Überlegungen sollen nun zwei Schwingungsaufnehmer vorgestellt werden.

Elektrodynamischer Schwingungsgeber

Beim Tauchspulmikrofon von Bild 7.26 bildet die Spule 4 den schwingenden Körper mit der Masse m . Sie ist mit der Membranfeder 3 starr gekoppelt und taucht in das Feld des Dauermagneten 2 ein. Die Bewegung der Spule wird durch Wirbelströme gedämpft, die in dem Kupferzyylinder 5 erzeugt werden.

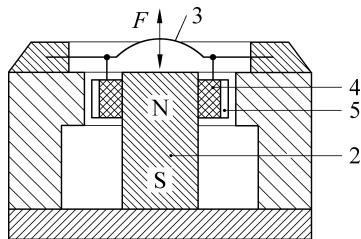


Bild 7.26 Elektrodynamischer Schwingungsgeber mit einer Tauchspule als schwingende Masse 4, Dauermagnet 2, Feder 3 und Kupferzyylinder 5 zur Wirbelstromdämpfung

Wird die Membran durch den Schalldruck ausgelenkt, so bewegt sich die Spule mit der Geschwindigkeit dx_a/dt durch das Magnetfeld der Flussdichte B .

Die Spannung u

$$u = k_B \frac{dx_a}{dt} \quad (7.105)$$

wird induziert. Sie ist ein Maß für die Schwinggeschwindigkeit. Interessiert die Amplitude der Schwingung, so ist über die induzierte Spannung zu integrieren. Wird umgekehrt die induzierte Spannung differenziert, so ist $d u / dt$ ein Maß für die Beschleunigung.

Elektrromagnetischer Schwingungsgeber

Bei dem elektromagnetischen Schwingungsgeber wird durch die schwingende Komponente der Fluss Φ eines magnetischen Kreises beeinflusst.

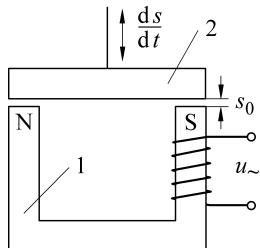


Bild 7.27 Elektromagnetischer Schwingungsgeber
1 Dauermagnet
2 beweglicher Weicheisenanker

In der Anordnung von Bild 7.27 bewegt das schwingende Teil einen Weicheisenanker, der den Luftspalt und damit den Fluss eines einen Dauermagneten enthaltenden Kreises ändert. Der Fluss ist umso kleiner, je größer der Luftspalt ist. Bezeichnet Φ_0 den Fluss bei der Breite s_0 des Luftspalts, so kann für kleine Auslenkungen angesetzt werden:

$$\Phi = \Phi_0 \frac{s_0}{s}. \quad (7.106)$$

Auf einen Schenkel des Magneten ist nun eine Spule mit der Windungszahl N gewickelt. Bei einer Flussänderung wird in ihr die Spannung u induziert

$$u = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{ds} \frac{ds}{dt}, \quad (7.107)$$

die wieder ein Maß für die Schnelle ds/dt der Schwingung ist.

7.4.3 Absolute Schwingungsmessung

Bezugspunkt. Bei Messungen in industriellen Anlagen, in bewegten Fahrzeugen oder auch bei der Messung der Bewegung der Erdoberfläche ist zunächst kein in Ruhe bleibender Bezugspunkt vorhanden. Er ist in Form einer trügen Masse eigens zu schaffen. Dies führt zur Konstruktion eines absoluten Schwingungsgebers gemäß Bild 7.28.

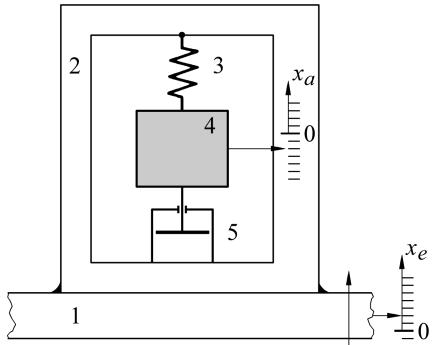


Bild 7.28 Aufbau eines Gebers zur absoluten Schwingungsmessung

Auf der schwingenden Unterlage 1 ist das Gehäuse 2 des Gebers starr befestigt. Der Geber enthält die an der Feder 3 aufgehängte trüge Masse 4, deren Bewegung durch den Kolben 5 gedämpft ist. Das von x_e angeregte System liefert die Antwort x_a . Die Auslenkung x_a (Bewegung der trügen Masse relativ zum Gehäuse) wird mit einem Längengeber gemessen, also z. B. mit einem Differenzial-Transformator, mit einem potentiometrischen, induktiven, kapazitiven oder optischen Längenaufnehmer, oder mit einem piezoelektrischen Kristall. x_e stellt die Bewegung der Unterlage gegenüber einem gedachten Bezugssystem dar.

Die absoluten Schwingungsgeber lassen sich auch als Mikroenergiewandler (Energy-Harvesting-Wandler) zur Energieversorgung funkauslesbarer autarker Sensoren einsetzen (kinetischer Wandler, Abschnitt 9.7).

Differenzialgleichung. Im Unterschied zu der relativen Schwingungsmessung von Bild 7.25 greift die Kraft jetzt nicht an der trügen Masse direkt, sondern am Gehäuse an. Die Federkraft $c \cdot x_a$ und die Dämpfungskraft $w \cdot \dot{x}_a$ bleiben dieselben. Die Trägheitskraft ändert sich jedoch, da die trüge Masse jetzt um insgesamt $x_e + x_a$ ausgelenkt wird. Dabei ist x_e die Bewegung des Gehäuses im Raum und x_a ist die Auslenkung der seismischen Masse relativ zum Gehäuse. Mit der Trägheitskraft $m(\ddot{x}_e + \ddot{x}_a)$ resultiert die Differenzialgleichung

$$c x_a + w \dot{x}_a + m \ddot{x}_a = -m \ddot{x}_e, \quad (7.108)$$

bei der zwei Spezialfälle eine technische Bedeutung erlangt haben.

- a) Große Masse m , kleine Federkonstante c und kleine Dämpfungskonstante w . In der Differenzialgleichung können die Terme mit c und w gegenüber dem Glied mit m vernachlässigt werden. Die Gleichung reduziert sich auf

$$m \ddot{x}_a = -m \ddot{x}_e, \quad (7.109)$$

$$\dot{x}_a = -\dot{x}_e, \quad x_a = -x_e. \quad (7.110)$$

Die trüge Masse macht die Bewegung nicht mit. Der Geber zeigt die Auslenkung x_e der Unterlage gegenüber dem gedachten Bezugssystem an. Er arbeitet als „Absolutweggeber“. Das System ist wegempfindlich.

b) Sehr steife Feder; große Federkonstante und gleichzeitig kleine Masse und kleine Dämpfungskonstante. Die Differenzialgleichung vereinfacht sich auf

$$x_a = -\frac{m}{c} \ddot{x}_e . \quad (7.111)$$

Die Auslenkung x_a ist proportional der Beschleunigung. Das System ist beschleunigungs-empfindlich.

Frequenzgang. Dieselben Ergebnisse werden erhalten, wenn das System nicht im Zeit-, sondern im Frequenzbereich untersucht wird. Dazu wird zunächst die Gl. (7.108) durch c dividiert und mit dem Dämpfungsfaktor D und der Zeitkonstante T in die Standardform überführt:

$$x_a + 2D T \dot{x}_a + T^2 \ddot{x}_a = -T^2 \ddot{x}_e . \quad (7.112)$$

Mit dem komplex angesetzten Ein- und Ausgangssignal und der bezogenen Frequenz $\Omega = \omega/\omega_0$ folgt daraus der Frequenzgang $G(j\omega)$ zu

$$G(j\omega) = \frac{x_a}{x_e} = \frac{\Omega^2}{1 - \Omega^2 + j2D\Omega} . \quad (7.113)$$

Die zweite Ableitung \ddot{x}_e des anregenden Signals in Gl. (7.108) führt zu dem Term ω^2 im Zähler des Frequenzgangs. Dadurch unterscheidet sich der des absoluten Schwingungsgebers von dem des relativen. Der Amplitudengang

$$|G(j\omega)| = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} = \frac{\Omega^2}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + 4D^2\Omega^2}} \quad (7.114)$$

ist im Bild 7.29 dargestellt.

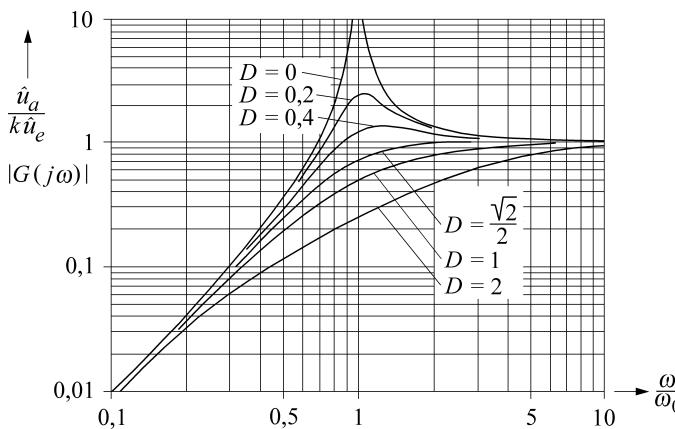


Bild 7.29 Amplitudengang eines seismischen Gebers

Für $D = 1$ reduziert er sich auf die übersichtlichere Form

$$|G(j\omega)| = \frac{\Omega^2}{1 + \Omega^2} . \quad (7.115)$$

Er enthält die schon diskutierten Spezialfälle:

a) Zu einer großen Masse gehört eine niedrige Eigenfrequenz. Für Frequenzen, die groß gegenüber dieser Eigenfrequenz sind, $\omega \gg \omega_0, \Omega \gg 1$, folgt aus Gl. (7.115)

$$|G(j\omega)| = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} = 1; \quad \hat{x}_a = \hat{x}_e . \quad (7.116)$$

Das System ist wegempfindlich. Um diese Arbeitsweise zu erreichen, ist also eine niedrige Eigenfrequenz des Gebers wünschenswert. Nach diesem Prinzip arbeiten die Inertialsysteme (DIN 45 661) oder seismischen Geber. Diese Bezeichnung kommt von den Erdbebenbeschreibern, die als erste Geräte mit großer Masse und kleiner Federkonstante ausgelegt waren. Inzwischen werden solche Aufnehmer in vielen industriellen Anlagen zur Überwachung schwingungsfähiger Systeme eingesetzt.

b) Eine kleine Masse und eine große Federkonstante führen zu einer hohen Eigenfrequenz. Für Frequenzen, die klein sind gegenüber dieser Eigenfrequenz, $\omega \ll \omega_0$, $\Omega \ll 1$, kann Ω^2 im Nenner von Gl. (7.115) vernachlässigt werden und es wird

$$|G(j\omega)| = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} = \Omega^2. \quad (7.117)$$

Der Amplitudengang steigt mit ω^2 . Für diese Arbeitsweise ist eine hohe Eigenfrequenz wünschenswert. Nach diesem Prinzip arbeiten die Beschleunigungssensoren.

7.4.4 Monolithisch integrierter Beschleunigungssensor

Die Beschleunigungssensoren (kleine Masse, große Federkonstante) werden zunehmend in der Silizium-Technologie gefertigt. Während der piezoresistive Drucksensor von Bild 3.51 dreidimensional zu bearbeiten war (bulk micromachining), ist der Beschleunigungssensor von Bild 7.30 planar in Schichten aufgebaut, wobei dann auch durch Hinterätzungen Schichten wieder weggenommen werden können (surface micromachining).

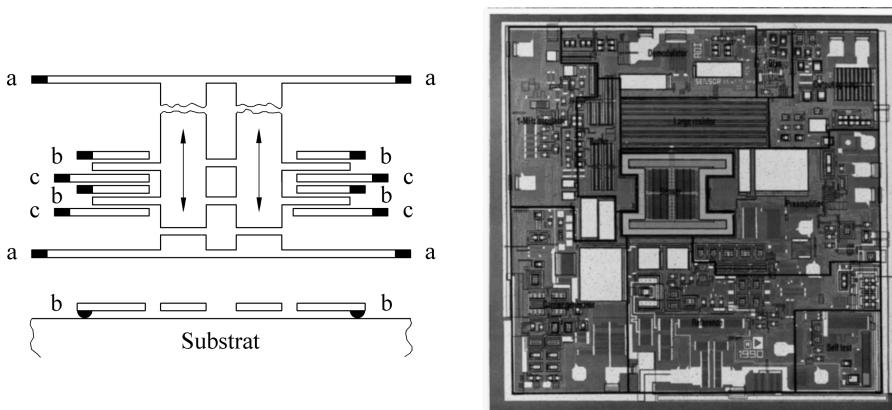


Bild 7.30 Monolithisch integrierter Beschleunigungssensor mit kapazitivem Abgriff (Analog-Digital ADXL50HX) [7.11]

links: Schematische Darstellung der Differential-Kondensatoren aus polykristallinem Silizium
rechts: Ansicht des Gesamt-Chips; das eigentliche Sensorelement mit den Differential-Kondensatoren ist in der Mitte als H-förmiges Gebilde zu erkennen

Die Umsetzung der Beschleunigung in ein elektrisches Signal erfolgt über Differential-Kondensatoren. Die Mittelelektroden haben die Funktion der seismischen Masse des Aufnehmers. Diese ist über Stege an den Fußpunkten a aufgehängt. Die beweglichen Mittelelektroden bilden mit den mit dem Substrat verbundenen Elektroden c jeweils einen Kon-

densator. Bei einer Relativbewegung zwischen der Mittelelektrode (seismische Masse) und dem Substrat (Gehäuse) ändert sich die Kapazität zwischen den Stegen.

Die dünnen Stege, an denen die träge Masse hängt, haben nun nicht die notwendigen elastischen, federnden Eigenschaften. Die erforderliche Rückstellung erfolgt durch eine elektronische Regelung. Diese verändert die an den Elektroden b und c liegende Spannung dahingehend, dass die Mittelelektrode wieder in die Mittelstellung gezogen wird. Der Elektrodenabstand beträgt $1\text{ }\mu\text{m}$. Durch die Regelung wird die Mittelstellung um nicht mehr als $1/100\text{ }\mu\text{m}$ verlassen. Die für die Rückführung notwendige Kraft ist dann ein Maß für die Beschleunigung.

Der Silizium-Chip enthält die nötigen Baugruppen zur Signalverarbeitung wie Verstärker, Oszillator, Trägerfrequenz-Generator, Demodulator, Referenzsignalgeber und auch eine Schaltung zum Selbsttest. Der Messbereich beträgt $\pm 50\text{ g}$.

7.4.5 Schwingsaiten-Frequenzumsetzer

Prinzip. Die Eigenfrequenz f_0 einer gespannten Saite hängt ab von der spannenden Kraft F , der Länge l und der Masse m :

$$f_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{F}{ml}}. \quad (7.118)$$

In diese, aus der Musik bekannte Beziehung können nun die Dichte ρ , der Querschnitt A , der Elastizitätsmodul E , die Spannung σ und die Dehnung ε der Saite eingeführt werden. Mit

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{lA}; \quad \sigma = \frac{F}{A} = \varepsilon E$$

geht Gl. (7.118) über in

$$f_0 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\varepsilon E}{\rho}}. \quad (7.119)$$

Die Eigenfrequenz f_0 ist also proportional der Spannung σ bzw. der Dehnung ε . Die schwingende Saite wird so zu einem frequenzanalogen Aufnehmer, mit dem mechanische Größen wie z. B. Massen, Kräfte, Drücke, Drehmomente, Wege, Winkel, Dehnungen oder Temperaturen gemessen werden können (Bild 7.31).

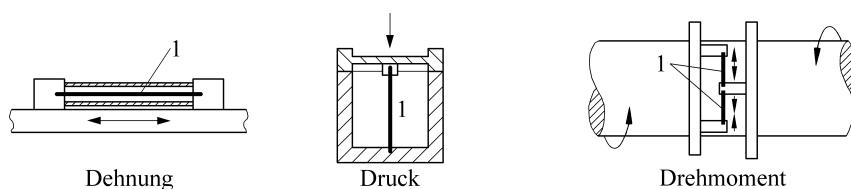


Bild 7.31 Schwingende Saite als ein Basisinstrument für die Messung mechanischer Größen; 1 Messsaite

Intermittierend gedämpft schwingende Messsaite. Die einfachere Betriebsweise ist die, dass die Saite in vorgegebenen Intervallen elektromagnetisch zu Schwingungen angeregt wird (Bild 7.32 a).

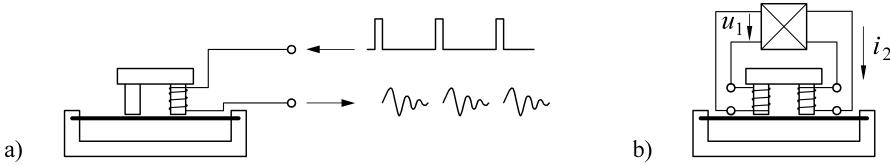


Bild 7.32 Intermittierende a) und kontinuierliche b) Anregung einer Messsaite

Ein Stromimpuls durch den Elektromagneten lenkt die vormagnetisierte Saite aus, die anschließend frei und gedämpft ausschwingt. Während dieser Zeit wird in der Spule die Spannung $u(t)$ induziert, die in Form einer gedämpften Schwingung abklingt:

$$u(t) = \hat{u} e^{-bt} \sin 2\pi f_d t \quad \text{mit} \quad 2\pi f_d = \sqrt{(2\pi f_0)^2 - b^2}. \quad (7.120)$$

Die Frequenz f_d ist infolge der Dämpfung etwas kleiner als die Resonanzfrequenz f_0 , trotzdem aber als Maß für die zu bestimmende nichtelektrische Größe geeignet.

Kontinuierlich ungedämpft schwingende Messsaite. Für die Erzeugung kontinuierlicher, ungedämpfter Schwingungen ist ein aktiver Kreis mit einer Amplituden- und Phasenregelung erforderlich, der die hauptsächlich durch die Reibung in Luft verursachten Energieverluste ausgleicht. Die Saite kann dabei elektromagnetisch oder elektrodynamisch beeinflusst werden. Bei der ersten Methode sind zwei getrennte Elektromagnete, der eine zur Anregung der vormagnetisierten Saite und der andere zur Aufnahme der induzierten Spannung, erforderlich (Bild 7.32 b). Die induzierte Spannung u_1 ist Eingangssignal des Regelkreises, der den Strom i_2 des Anregemagneten so einstellt, dass eine ungedämpfte Schwingung zu Stande kommt.

Die kontinuierlich angeregte Saite schwingt mit ihrer Eigenfrequenz f_0 . Die Kennlinie zwischen der zu bestimmenden nichtelektrischen Größe und der gemessenen Frequenz ist im Allgemeinen gekrümmt, so dass besondere Maßnahmen zur Linearisierung erforderlich werden. Diese sind bei der Anwendung eines Differenzialaufnehmers überflüssig. Bei Waagen z. B. werden zwei vorgespannte Saiten benutzt. Die Kraft wird so eingeleitet, dass die eine Saite gespannt und die andere entspannt wird. Beide Saiten werden zu ungedämpften Schwingungen angeregt, und die Differenz der Eigenfrequenzen wird gemessen. Die dabei entstehende Kennlinie hat am Nullpunkt einen Wendepunkt und kann so besonders gut durch eine Gerade angenähert werden.

7.4.6 Stimmgabel-Frequenzumsetzer

Prinzip. U-Rohr- und Stimmgabel-Resonatoren werden hauptsächlich zur Dichtemessung von Gasen oder Flüssigkeiten benutzt. Die Eigenfrequenz f_0 eines derartigen Resonators ist über einen Proportionalitätsfaktor k mit den schwingenden Massen des Resonators m_r und des mitbewegten Messguts m_g verknüpft:

$$f_0 = k \frac{1}{\sqrt{m_r + m_g}}. \quad (7.121)$$

Die Stimmgabeln sind im Allgemeinen nicht durchströmt, sondern schwingen mit aufgesetzten Halbschalen in dem zu untersuchenden Gas. Die Masse des mechanischen Schwingers wird um die des mitschwingenden Gases vergrößert, die wiederum von dessen Dichte abhängt.

Schaltung. Stimmgabeln, die aus einem ferromagnetischen Werkstoff bestehen, lassen sich elektromagnetisch zu Schwingungen anregen.

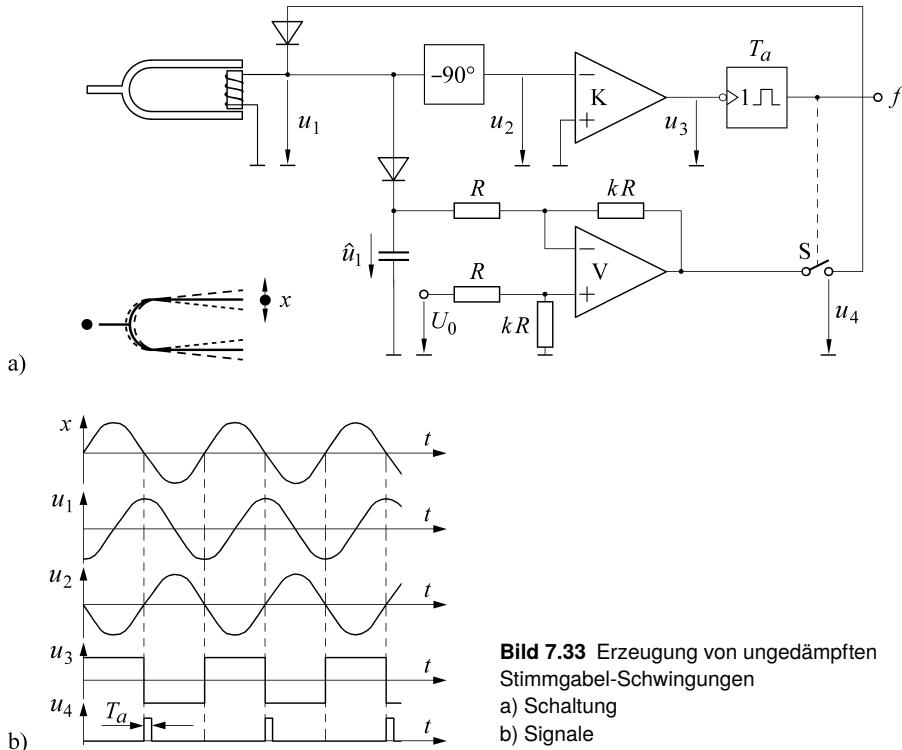


Bild 7.33 Erzeugung von ungedämpften Stimmgabel-Schwingungen
a) Schaltung
b) Signale

Bild 7.33 zeigt eine Ausführung, bei der eine einzige Spule nacheinander zur Auslenkung und zur Frequenzmessung benutzt wird. Während jeder Schwingungsperiode wird der Stimmgabel durch einen kurzen Stromimpuls die durch Dämpfung verlorene Energie wieder zugeführt. Dies geschieht jeweils beim Nulldurchgang der Amplitude, so dass sich die Eigenfrequenz der Stimmgabel nicht ändert. Die mit der Frequenz f schwingende Stimmgabel wird jeweils um die Strecke x aus ihrer Ruhelage ausgelenkt:

$$x = \hat{x} \sin 2\pi f t. \quad (7.122)$$

Proportional zu Geschwindigkeit dx/dt wird in der Spule die Spannung u_1 erzeugt:

$$u_1 = k_1 \frac{dx}{dt} = k_1 \hat{x} 2\pi f \cos 2\pi f t = \hat{u} \cos 2\pi f t. \quad (7.123)$$

Die induzierte Spannung u_1 , die gegebenenfalls noch verstärkt werden kann, ist um -90° gegenüber der Ortskoordinate phasenverschoben. Eine weitere Phasenverschiebung um denselben Wert wird in einem Tiefpass erzielt, so dass dessen Signal u_2 jeweils zur gleichen Zeit wie die Elongation x zu null wird. Die Nulldurchgänge werden in dem Komparator K

detektiert, und dessen abfallende Flanke steuert die monostabile Kippstufe. Diese schließt für die vorgewählte Zeit T_a den Schalter S. Dadurch fließt exakt beim Nulldurchgang der Stimmgabel ein kurzer, der Spannung u_4 proportionaler Stromimpuls so durch die Spule, dass die Amplitude der Stimmgabelschwingung verstärkt wird.

Während die **Phase** des rückgeführten Signals u_4 wie besprochen durch den Komparator K gesteuert wird, bestimmt der Verstärker V dessen **Amplitude**. Er verstärkt die Differenz zwischen der konstanten Spannung U_0 und dem Spitzenwert \hat{u}_1 der induzierten Spannung. Seine Ausgangsspannung u_4

$$u_4 = k (U_0 - \hat{u}_1) \quad (7.124)$$

wird bei abnehmenden \hat{u}_1 größer, bei steigenden kleiner. Sie wird über den vom Komparator gesteuerten Schalter an die Spule gelegt und führt dort zu einem Stromimpuls. Dieser gleicht die Reibungsverluste aus, und die Stimmgabel schwingt ungedämpft mit konstanter Amplitude.

7.4.7 Coriolis-Massendurchflussmesser

Prinzip. Die Coriolis-Kraft ist eine Trägheitskraft. Sie wird gewöhnlich am Beispiel einer sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω drehenden Scheibe erläutert. Auf dieser Scheibe steht ein Beobachter, der einen Gegenstand radial nach außen wirft. Der Gegenstand fliegt nicht geradlinig weg, sondern bleibt gegenüber der Drehrichtung zurück. Dies lässt sich als die Wirkung der Coriolis-Kraft F erklären, die proportional der Masse m des sich mit der Geschwindigkeit v bewegenden Gegenstands und der Winkelgeschwindigkeit ω der drehenden Scheibe ist.

Die Richtung der Coriolis-Kraft ist senkrecht zur Drehachse des Bezugssystems und senkrecht zur Bewegungsrichtung des Gegenstands. Dabei ist zur Erzeugung der Kraft keine gleich bleibende Winkelgeschwindigkeit notwendig. Die Coriolis-Kraft entsteht auch bei oszillierenden Systemen mit sich ändernden Winkelgeschwindigkeiten [7.12, 7.13].

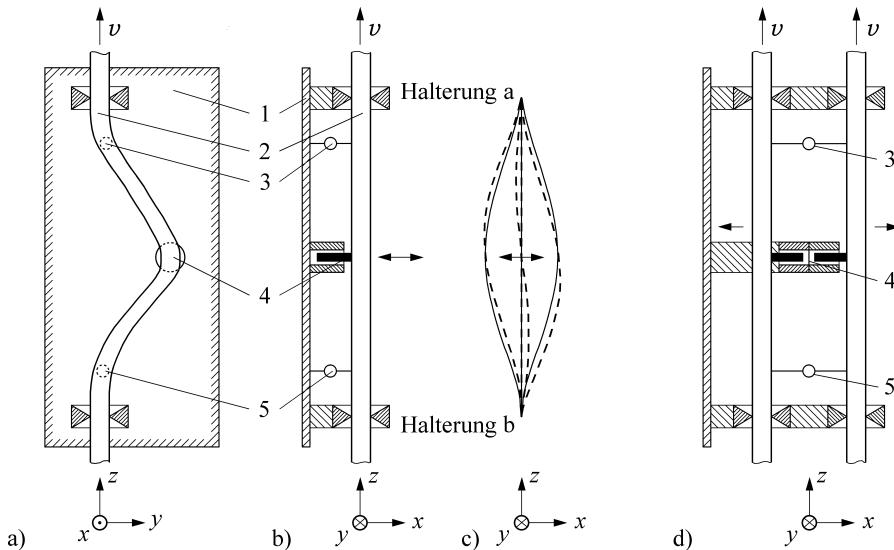
Ausführung. Zunächst wird ein leicht gebogenes Rohr angenommen, durch das die Flüssigkeit strömt (Bild 7.34 a).

Das Rohr ist an den Halterungen a und b befestigt. Es wird durch einen elektrodynamischen Antrieb senkrecht zur Grundplatte zu Schwingungen angeregt (Bild 7.34 b). Die Frequenz der Schwingung in der ersten Eigenform hängt von den geometrischen Abmessungen des Rohrs ab und liegt im Bereich von etwa 300 Hz, die Amplitude bei etwa 10 μm . Bewegt sich ein Fluidelement mit der Masse m und der Geschwindigkeit v durch das mit der Winkelgeschwindigkeit ω oszillierende Rohr, so wirkt die Coriolis-Kraft F_C auf die Rohrwand:

$$F_C = 2 m [v \times \omega] . \quad (7.125)$$

Die Coriolis-Kraft erzeugt in dem Rohr eine Schwingung **der zweiten Eigenform**. Diese überlagert sich, zeitlich um 90° versetzt, der Grundschwingung. Im Einlauf muss das Fluidelement erst in Richtung der Rohrschwingung beschleunigt, im Auslauf abgebremst werden. Das führt bei dem sinusförmig schwingenden Rohr zu einer Phasenverschiebung zwischen den Messpunkten 3 und 5. Diese Phasenverschiebung $\Delta \varphi$ wird mit elektrodynamischen Schwingungsgebern erfasst. Sie ist ein Maß für den Massendurchsatz in kg/s:

$$\Delta \varphi = k \dot{m} . \quad (7.126)$$

**Bild 7.34** Coriolis-Massenstrommesser

- a) Draufsicht auf das gebogene Messrohr in der y,z -Ebene
 - 1 Grundplatte
 - 2 Messrohr
 - 3 Schwingungssensor 1
 - 4 elektrodynamischer Antrieb
 - 5 Schwingungssensor 2
- b) Seitenansicht des gebogenen Messrohrs in der x,z -Ebene, das Rohr wird zu Schwingungen in der x,z -Ebene angeregt
- c) Bei Durchfluss wird die Grundschwingungsamplitude durch die Coriolis-Kraft verbogen
 - Grundschwingung, kein Durchfluss, keine Coriolis-Kraft
 - - - mit Durchfluss, mit Coriolis-Kraft
- d) Massenstrommesser mit zwei im Gegentakt schwingenden Rohren

Balance. Für die Praxis ist es wichtig, dass die Rohrschwingung nicht auf die äußere Rohrleitung übertragen wird. Das wäre einerseits ein Energieverlust, und andererseits könnten Nullpunkt- und Messfehler entstehen. Um dies zu vermeiden, muss der Massenstrommesser ausbalanciert sein. Das lässt sich z. B. durch zwei symmetrische, vom Fluid durchströmte Rohre erreichen, die im Gegentakt schwingen (Bild 7.24 d). Die Messfühler messen nun nicht mehr die Auslenkung relativ zur Grundplatte, sondern die Auslenkung zwischen den Rohren. Durch die verbesserte Stabilität und erhöhte Empfindlichkeit lässt sich so auch der Massendurchfluss von Gasen ermitteln. Bei dem Nenndurchsatz von Flüssigkeiten beträgt die Phasendifferenz etwa 5° . Sie ist mit einer relativen Unsicherheit von $1 \cdot 10^{-4}$ zu ermitteln, damit die in den Datenblättern spezifizierte Unsicherheit des Durchflusses von 0,1 % vom Messwert zuzüglich 0,005 % vom Endwert eingehalten werden kann.

Dichtemessung. Die Eigenfrequenz der Messrohre hängt nach Gl. (7.121) ab von der Masse des Fluids. Die Anregung der Messrohre erfolgt über eine Regelung so, dass diese immer bei ihrer Eigenfrequenz schwingen. Diese wird gemessen. Das Volumen der Messrohre ist bekannt, so dass das Messgerät nicht nur den Massendurchsatz, sondern auch die Dichte anzeigt.

8

Spektralanalyse¹⁾

■ 8.1 Aufgabenstellung

Bei den bisher besprochenen Messgeräten und Messverfahren war die zu messende Größe immer als eine Größe angesehen worden, die sich mit der Zeit ändert, also eine Funktion $f(t)$ der Zeit t ist. In den entsprechenden Diagrammen war auf der Abszisse als unabhängige Variable die Zeit aufgetragen. Diese Art der Darstellung ist für sich schnell ändernde periodische Signale ungeeignet. Hier interessiert zunächst, welche Amplituden bei welchen Frequenzen auftreten. Dementsprechend ist jetzt die Frequenz die unabhängige Variable auf der Abszisse, und die Amplituden sind auf der Ordinate dargestellt.

Den Übergang von dem **Zeitbereich** in den **Frequenzbereich** ermöglicht die Fouriertransformation. Um sie durchzuführen, wird das interessierende Signal für eine gewisse Zeit beobachtet und abgetastet. Der Abtastsatz wird abgespeichert. Aus seinen Daten wird dann das Spektrum berechnet [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5]. Auch die inverse Transformation ist möglich. Ausgehend vom Spektrum lässt sich der Zeit-Datensatz ermitteln. Wird die Fouriertransformation wiederholt durchgeführt, so können dann auch die Amplituden in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt werden.

■ 8.2 FTC eines zeitkontinuierlichen Signals

Zunächst sei an die Fouriertransformation FTC eines zeitkontinuierlichen Signals erinnert. Die Systemtheorie zeigt, wie über die Fouriertransformation einer zeitbegrenzten Funktion $f(t)$ das Spektrum $F(j\omega)$ erhalten werden kann. Umgekehrt lässt sich über die inverse Fouriertransformation aus der Spektralfunktion $F(j\omega)$ die Zeitfunktion $f(t)$ gewinnen:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (8.1)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (8.2)$$

Die Spektralfunktion $F(j\omega)$ ist eine komplexe Funktion mit Real- und Imaginärteil bzw. mit Betrag und Phase. Oft wird nur der Betrag $|F(j\omega)|$ in Abhängigkeit von ω oder f berechnet und als Amplitudenspektrum angegeben. Stellt die Zeitfunktion $f(t)$ z. B. den Verlauf einer Spannung mit der Einheit Volt dar, so hat die Spektralfunktion $F(j\omega)$ wegen der Integration

¹⁾ Überarbeitetes Kapitel 5 aus [8.1]

über die Zeit (Einheit Sekunde) die Einheit

$$Vs = \frac{V}{\frac{1}{s}} = \frac{V}{Hz}. \quad (8.3)$$

Alle technisch realisierbaren Funktionen sind **kausale** Funktionen. Das bedeutet, sie sind nur für Zeiten $t > 0$ vorhanden und sie sind null für Zeiten $t \leq 0$. Für diese kausale Funktionen beginnt die untere Grenze des Fourier-Integrals nicht bei $t = -\infty$, sondern bei $t = 0$.

Als Beispiel ist in Bild 8.1 der Verlauf $f(t)$ des Stromes in einem zu einer gedämpften Schwingung angestoßenen Resonanzkreis gezeichnet [8.3]:

$$f(t) = 3 e^{-t/T} \sin 2\pi f t \quad [A]. \quad (8.4)$$

Das zugehörige, mit der unteren Grenze $t = 0$ aus Gl. (8.1) berechnete, Amplitudenspektrum $|F(j\omega)|$

$$|F(j\omega)| = \frac{6}{\sqrt{\omega^4 - 7,5\omega^2 + (17/4)^2}} \quad \left[\frac{A}{Hz} \right] \quad (8.5)$$

mit einem Maximum bei $\omega \approx 2 \text{ s}^{-1}$ zeigt Bild 8.4 a.

■ 8.3 FTD eines zeitdiskreten Signals

8.3.1 Übergang vom zeitkontinuierlichen zum zeitdiskreten Signal

Die von den Sensoren gelieferten zeitkontinuierlichen Signale werden abgetastet und quantisiert – zeitlich und wertmäßig diskretisiert –, um sie in Rechnern weiterverarbeiten zu können. So ist hier über die Fouriertransformation zeitdiskreter Signale zu sprechen. Dabei wollen wir ausgehend von der Fourier-Transformation FTC eines kontinuierlichen Signals nicht direkt die so wichtige Diskrete Fouriertransformation DFT einführen, sondern zunächst die Fouriertransformation FTD eines diskreten Signals erörtern. Im Folgenden wird deutlich werden, worin sich diese drei Transformationen FTC, FTD und DFT unterscheiden. Die Verhältnisse werden anhand der impulsförmigen Funktion $f(t)$ von Bild 8.1 erörtert.

Die Funktion $f(t)$ ist null für $t < 0$ und klingt für positive Zeiten schnell wieder auf null ab. Sie ist zu den Zeitpunkten $t_n = n T_a$ abgetastet, wobei n von $-\infty$ über $0, 1, \dots, N - 1$ bis ∞ läuft (Bild 8.2). T_a bezeichnet das Abtastintervall. Die abgetasteten Werte sind nur zu den diskreten Zeitpunkten $n T_a$ vorhanden. Aus der kontinuierlichen Variablen t wurde die diskrete $n T_a$. Wollen wir nun eine Fouriertransformation durchführen, so ist in Gl. (8.1) – nachdem jetzt nur mit diskreten Werten gerechnet werden kann –

$$\begin{aligned} t &\text{ durch } n T_a \\ f(t) &\text{ durch } f(n T_a) \\ e^{-j\omega t} &\text{ durch } e^{-j\omega n T_a} \end{aligned}$$

zu ersetzen. Des Weiteren ist das Integral in Gl. (8.1) durch eine Summe von Rechtecken der Höhe $f(n T_a)$ und der Breite T_a zu approximieren:

$$\int_{t=-\infty}^{\infty} f(t) dt \approx T_a \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n T_a). \quad (8.6)$$

Die Grenzen des Integrals und der Summe laufen zwar von $-\infty$ bis $+\infty$. Die Funktionswerte $f(n T_a)$ haben aber für alle negativen n den Wert null und streben für große positive n gegen null, sodass das Integral konvergiert und die Summe begrenzt ist.

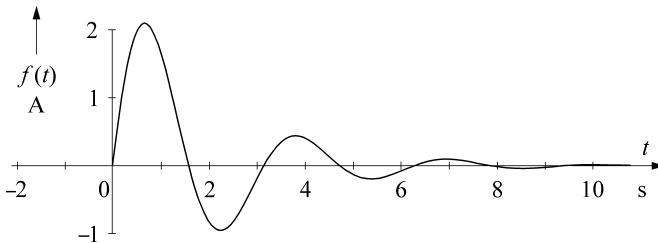


Bild 8.1 Transiente Zeitfunktion $f(t) = 0$ für $t < 0$ und $f(t) = 3 e^{-t/T} \sin 2 \pi f t$ für $t > 0$ mit der Dämpfungszeitkonstanten $T = 2$ s und der Frequenz $f = \frac{1}{\pi}$ s $^{-1}$

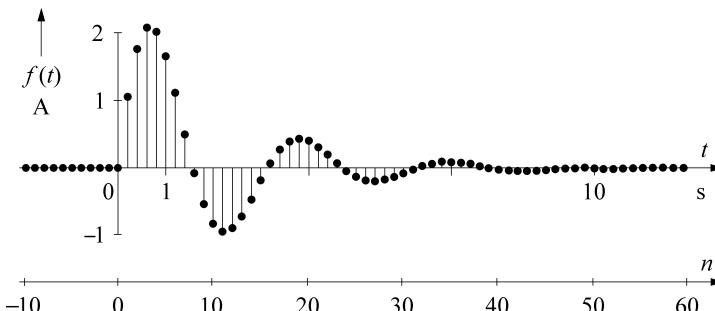


Bild 8.2 Abgetastete Zeitfunktion von Bild 8.1; Abtastintervall $T_a = 0,2$ s

Es ist nun üblich, dass auf der rechten Seite von Gl. (8.6) stehende Abtastintervall T_a nicht in die Definition der Fouriertransformation aufzunehmen. So wird in Anlehnung an Gl. (8.1) die FTD mit dem Formelzeichen $F_{d\infty}(j\omega)$ definiert zu

$$F_{d\infty}(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n T_a) e^{-j\omega n T_a} \quad (8.7)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n T_a) \cos \omega n T_a - j \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n T_a) \sin \omega n T_a. \quad (8.8)$$

8.3.2 Unterschiede bei der Transformation eines zeitkontinuierlichen und eines zeitdiskreten Signals

Wird nun der Algorithmus Gl. (8.7) für die Fouriertransformation eines diskreten Signals verglichen mit der Gl. (8.1) für die eines kontinuierlichen Signals, so unterscheiden sich die Spektralfunktionen in den folgenden beiden Punkten:

- Die Fouriertransformierte FTD eines diskreten Signals ist eine **periodische Funktion**; sie wiederholt sich mit der Abtastfrequenz:

Die in Gl. (8.7) stehende Exponentialfunktion hat die Periode 2π :

$$e^{-j\omega n T_a} = e^{-j n (\omega T_a + 2\pi)} = e^{-j n T_a (\omega + 2\pi / T_a)}. \quad (8.9)$$

Entsprechend ist dann auch

$$F_{d\infty}(j\omega) = F_{d\infty} \left(j \left[\omega + \frac{2\pi}{T_a} \right] \right). \quad (8.10)$$

Das Spektrum wiederholt sich periodisch mit

$$\omega = z 2 \pi / T_a \quad (8.11)$$

bzw. mit

$$f = z f_a, \quad (8.12)$$

wobei z eine beliebige ganze Zahl $z = \pm 1, 2, \dots$ bedeutet. Der Frequenzbereich

$$-\frac{\pi}{T_a} \leq \omega \leq \frac{\pi}{T_a} \quad (8.13)$$

wird als Basisintervall bezeichnet. Während eine kontinuierliche periodische Zeitfunktion ein diskretes Spektrum hat (Fourierreihe), ist das Spektrum der durch Abtastung entstandenen diskreten Zeitfunktion periodisch.

- b) Die Fouriertransformierte FTD eines diskreten Signals ist erst nach **Multiplikation mit dem Abtastintervall** T_a der Größe und der Einheit nach gleich der Fouriertransformierten FTC eines kontinuierlichen Signals:

Wenn $f(t)$ z. B. den Verlauf einer Spannung beschreibt und dementsprechend die Einheit V hat, dann hat die FTC aus Gl. (8.1) wegen der Integration über die Zeit die Einheit Vs, das heißt, die Einheit V/Hz. In der Gl. (8.7) der FTD ist nun das Integral durch die Summe ersetzt und die Multiplikation mit der Zeit fehlt. Damit haben die Amplituden der FTD nur die Einheit der gemessenen Größe. Die FTD ist nach Gl. (8.6) mit dem Abtastintervall T_a zu multiplizieren, damit sie der FTC von Gl. (8.1) nach Größe und Einheit entspricht:

$$F(j\omega) = T_a \cdot F_{d\infty}(j\omega). \quad (8.14)$$

Das aus der Gl. (8.7) berechnete und mit T_a multiplizierte Betragsspektrum ist in Bild 8.4 b dargestellt. Es ist periodisch und wiederholt sich bei $\omega = z \cdot 2\pi/T_a$. Im Basisintervall ist – falls das Abtasttheorem eingehalten ist – das Spektrum des diskreten Signals identisch mit dem des kontinuierlichen Signals.

8.3.3 Abtasttheorem

Aus dieser Periodizität der FTD lässt sich eine Forderung an die Abtastfrequenz f_a ableiten. Die sich wiederholenden Spektren der FTD dürfen sich nicht überlappen, um sich nicht zu verfälschen (Bild 8.3).

Dies ist dann der Fall, wenn die höchste Signalfrequenz f_{\max} kleiner als die Hälfte der Abtastfrequenz f_a ist:

$$f_{\max} < \frac{1}{2} f_a, \quad \omega_{\max} < \frac{1}{2} \frac{2\pi}{T_a}. \quad (8.15)$$

Das ist das Abtasttheorem. Die Abtastfrequenz muss höher als das Doppelte der höchsten im Signal enthaltenen Frequenz sein.

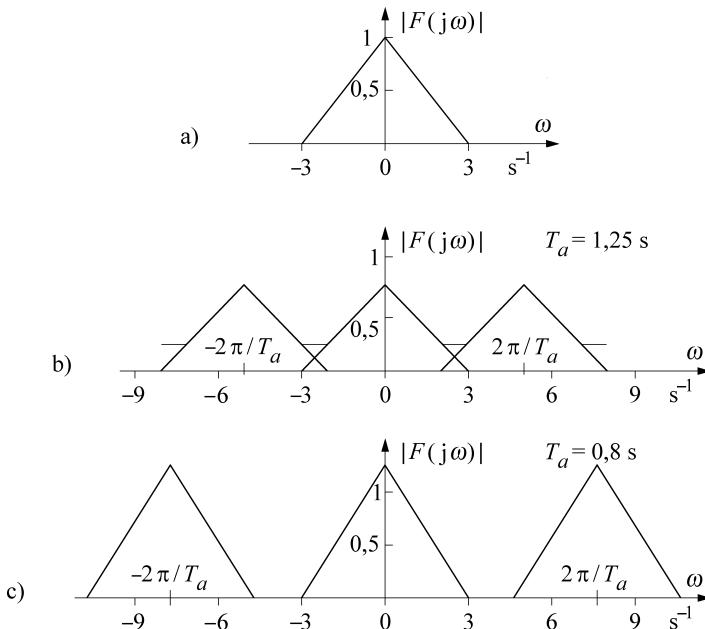


Bild 8.3 Zusammenhang zwischen den Fouriertransformierten eines kontinuierlichen und eines diskreten Zeitsignals [8.3]

- Fouriertransformierte FTC eines bandbegrenzten Signals mit $\omega_{\max} < 3 s^{-1}$
- Fouriertransformierte FTD des Signals (a) bei einem Abtastintervall $T_a = 1,25 s$. Das Spektrum wiederholt sich bei $\omega = 2\pi/T_a = 5 s^{-1}$; die sich wiederholenden Spektren überlappen; die Abtastfrequenz ist nicht ausreichend. Die maximale Amplitude nimmt von 1 auf $1/T_a = 0,8$ ab
- Fouriertransformierte FTD des Signals a bei einem Abtastintervall $T_a = 0,8 s$. Das Spektrum wiederholt sich bei $\omega = 2\pi/T_a = 7,9 s^{-1}$. Die sich wiederholenden Spektren überlappen nicht; die Abtastfrequenz ist ausreichend. Die maximale Amplitude steigt von 1 auf $1/T_a = 1,25$

■ 8.4 DFT eines abgetasteten, zeitbegrenzten Signals

8.4.1 Datensatz mit endlich vielen Werten; diskrete Spektralfunktion

Nach den vorausgegangenen vorbereitenden Überlegungen soll nun von der FTD auf die Diskrete Fouriertransformation DFT übergegangen werden, die immer gemeint ist, wenn eine „digitale Signalanalyse“ in der Praxis durchgeführt wird. Die Diskrete Fouriertransformation soll zunächst für ein zeitbegrenztes Signal erklärt werden, zum Beispiel für die zeitbegrenzte Funktion von Bild 8.2. Der neue Schritt liegt darin, dass wir jetzt in Gl. (8.7) nur über eine endliche Zahl von Funktionswerten summieren. Die Grenzen der Summe gehen nicht mehr von $-\infty$ bis $+\infty$, sondern nur mehr von $0 \leq n < N$. Wir lassen so die Funktionswerte weg, die für $n < 0$ und $n \geq N$ sowieso null sind. Diese Änderung erscheint zunächst rein formal – die Funktionswerte, die null sind, haben ja nichts zur Summe beigetragen –, hat aber doch eine wichtige Konsequenz: Unter dem Summenzeichen auf der rechten Seite von Gl. (8.7) stehen jetzt für $0 \leq n \leq N - 1$ nur N unterschiedliche Informationen, sodass

sich die Spektralfunktion nur für N unterschiedliche diskrete Frequenzen berechnen lässt. Die Frequenz ist nicht mehr eine kontinuierliche Variable. So entsteht der Algorithmus für die DFT aus dem der FTD, indem die Gl. (8.7) mit diskreten Frequenzen $k \Delta \omega$ und mit endlichen Summengrenzen geschrieben wird. Als Formelzeichen wird $F_d(j k \Delta \omega)$ verwendet:

$$\text{DFT: } F_d(j k \Delta \omega) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n T_a) e^{-j k \Delta \omega n T_a}. \quad (8.16)$$

Das spektrale Auflösungsvermögen $\Delta \omega$ oder $\Delta f = \Delta \omega / 2\pi$ ist umso besser, je mehr Daten N von der Zeitfunktion zur Verfügung stehen, je länger die gesamte Messzeit T

$$T = N T_a \quad (8.17)$$

ist. Der Abstand Δf zwischen zwei benachbarten Frequenzwerten, die Trennschärfe, ist umgekehrt proportional zur Messzeit:

$$\Delta f = \frac{1}{NT_a}, \quad (8.18)$$

$$\Delta \omega = \frac{2\pi}{NT_a}. \quad (8.19)$$

Jede Spektrallinie besteht aus einem Real- und einem Imaginärteil. Aus N reellen Abtastwerten können so Amplituden und Phasen für $N/2$ diskrete Frequenzen bestimmt werden. Diese liegen im Bereich zwischen $f = 0$ und $f = f_a/2$. Die entsprechenden Ergebnisse wiederholen sich zwischen $f_a/2$ und f_a . Im Bereich zwischen $f = 0$ und $f = f_a$ lassen sich so N Linien zeichnen für die Frequenzen

$$k \Delta f = f_k = \frac{1}{NT_a} k \quad \text{mit} \quad k = 0, 1, \dots, N - 1, \quad (8.20)$$

$$k \Delta \omega = \omega_k = \frac{2\pi}{NT_a} k \quad \text{mit} \quad k = 0, 1, \dots, N - 1. \quad (8.21)$$

Damit ergibt sich die übliche Schreibweise der DFT zu:

$$F_d(j k \Delta \omega) = F_d\left(j \frac{2\pi}{NT_a} k\right) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n T_a) e^{-j k \Delta \omega n T_a} \quad (8.22)$$

$$F_d(j k \Delta \omega) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n T_a) e^{-j 2\pi k n/N} \quad (8.23)$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} f(n T_a) \cos(2\pi k n/N) - j \sum_{n=0}^{N-1} f(n T_a) \sin(2\pi k n/N). \quad (8.24)$$

Auf der rechten Seite der obigen Gleichung stehen die N Abtastwerte. Man gibt sich einen Wert k vor und berechnet die Spektralfunktion an der Stelle $k \Delta \omega$. Eine „ N -Punkte-DFT“ liefert die Amplituden und Phasen für $N/2$ unabhängige Frequenzen. Für einen Funktionswert der Spektralfunktion sind dabei $2N$ Multiplikationen und $2N$ Summationen durchzuführen. Die weiter vorne genannten Eigenschaften der FTD gelten auch für die DFT. Diese ist

- a) periodisch mit der Abtastfrequenz
- b) erst nach Multiplikation mit dem Abtastintervall gleich mit der FTC

$$F(j \omega) = T_a F_d(j k \Delta \omega). \quad (8.25)$$

In der Praxis wird die höchste Signalfrequenz durch die Grenzfrequenz des Tiefpassfilters vor dem Analog/Digital-Umsetzer, des Anti-Aliasing-Filters, festgelegt. Der Amplitudengang

dieses Filters geht nun jenseits der Grenzfrequenz nicht senkrecht, sondern mit einer gewissen Steigung gegen null. Aus diesem Grund sollte die Abtastfrequenz **mehr als** doppelt so groß wie die Grenzfrequenz sein. So wird die Abtastfrequenz häufig um den Faktor 5 bis 10 größer als die höchste Signalfrequenz gewählt.

Ist das Abtasttheorem eingehalten, so wird die Spektralfunktion nicht durch Überlagerungen (aliasing) verfälscht. Das Abtasttheorem gibt aber noch keine Aussage darüber, wie gut einzelne Spektralanteile voneinander unterschieden werden können. Für diese „spektrale Auflösung“ ist nicht die Abtastfrequenz f_a , sondern die gesamte Messzeit NT_a maßgebend.

Beispiel 8.1

Die Zeitfunktion von Bild 8.1 ist für 10 s im Abstand von 0,2 s abgetastet:

$$\begin{aligned} \text{Abtastintervall} & T_a = 0,2 \text{ s}, \\ \text{Abtastfrequenz} & f_a = 5 \text{ Hz}, \\ \text{gesamte Messzeit} & NT_a = 10 \text{ s}, \\ \text{Zahl der Abtastungen} & N = 50. \end{aligned}$$

Die zu berechnende Spektralfunktion ist über ω periodisch mit $2\pi/T_a = 2\pi/0,2 \text{ s} = 10\pi \text{ s}^{-1}$. Die Amplituden lassen sich für $N = 50$ diskrete Frequenzen $k \Delta \omega$ berechnen. Sie liegen nach Gl. (8.19) im Abstand von $\Delta \omega = 2\pi/NT_a = 0,2\pi \text{ s}^{-1}$. Der Abtastsatz besteht aus den folgenden Werten:

Tabelle 8.1 Abtastsatz der Funktion $f(t)$ von Bild 8.1 (DFT)

n	$n T_s$ in s	$f(n T_s)$
0	0	0
1	0,2	1,057 1
2	0,4	1,762 0
3	0,5	2,071 4
⋮	⋮	⋮
47	9,4	-0,001 4
48	9,6	0,008 5
49	9,8	0,015 2

Die mit T_a multiplizierte DFT ergibt sich aus Gl. (8.22) zu

$$T_a \cdot F_d(j k \Delta \omega) = T_a \cdot \sum_{n=0}^{N-1} f(n T_a) e^{-j k \Delta \omega n T_a}. \quad (8.26)$$

Ihr Betrag ist

$$\begin{aligned} T_a \cdot |F_d(j k \Delta \omega)| \\ = T_a \cdot \sqrt{\left[\sum_{n=0}^{N-1} f(n T_a) \cos k \Delta \omega n T_a \right]^2 + \left[\sum_{n=0}^{N-1} f(n T_a) \sin k \Delta \omega n T_a \right]^2}. \end{aligned} \quad (8.27)$$

Für $k = 5$, das heißt $k \Delta \omega = \pi \text{ s}^{-1}$ hat die letzte Gleichung die Zahlenwerte

$$\begin{aligned} 0,2 |F_d(j\omega_k = j\pi)| \\ = 0,2 \{ [0 \cos \pi 0 + 1,0571 \cos \pi 0,2 + 1,762 \cos \pi 0,4 + \dots \\ + 0,0085 \cos \pi 9,6 + 0,0152 \cos \pi 9,8]^2 \\ + [0 \sin \pi 0 + 1,0571 \sin \pi 0,2 + \dots \\ + 0,0085 \sin \pi 9,6 + 0,0152 \sin \pi 9,8]^2 \}^{1/2} = 0,9476. \end{aligned} \quad (8.28)$$

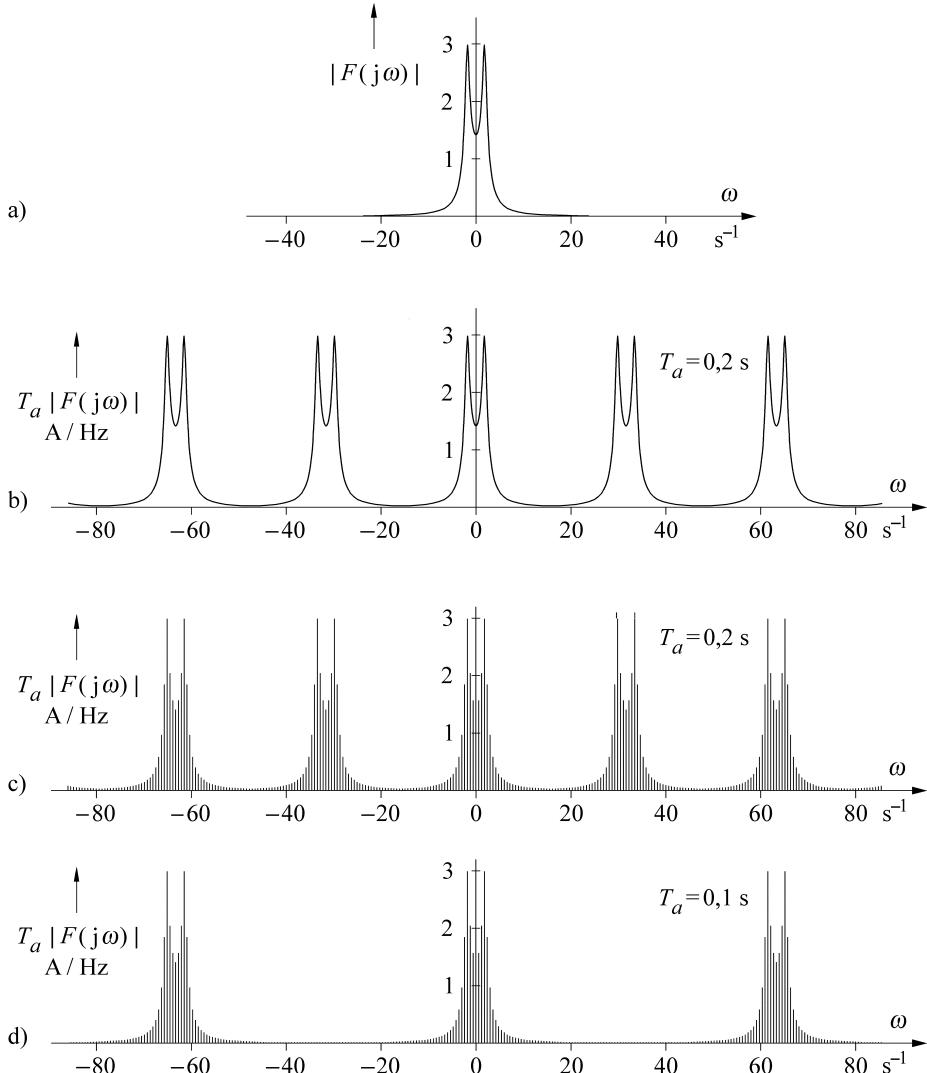


Bild 8.4 Spektren zur Zeitfunktion von Bild 8.1.

- a) Fouriertransformierte FTC nach Gl. (8.5)
- b) Fouriertransformierte FTD nach Gl. (8.7)
- c) 50-Punkte-DFT bei einem Abtastintervall von $T_a = 0,2 \text{ s}$
- d) 100-Punkte-DFT bei einem Abtastintervall von $T_a = 0,1 \text{ s}$

Auf diese Weise lassen sich auch für andere Frequenzen die Amplituden gewinnen. Bild 8.4 c zeigt das aus Gl. (8.27) berechnete Amplitudenspektrum. Insgesamt sind nicht N , sondern nur $N/2$ Amplituden unabhängig voneinander. Die sich wiederholenden Spektren überschneiden sich. Die Abtastfrequenz war offenbar zu niedrig.

Beispiel 8.2

In einem zweiten Versuch wird nun bei gleicher Messzeit die Abtastfrequenz verdoppelt:

Abtastintervall	$T_a = 0,1 \text{ s}$,
Abtastfrequenz	$f_a = 10 \text{ Hz}$,
gesamte Messzeit	$NT_a = 10 \text{ s}$,
Zahl der Abtastungen	$N = 100$.

Die Spektralfunktion ist jetzt über ω periodisch mit $2\pi/T_a = 2\pi/0,1 \text{ s} = 20\pi \text{ s}^{-1}$. Insgesamt lassen sich Amplituden für $N = 100$ diskrete Frequenzen berechnen, die – da die Messzeit dieselbe geblieben ist – wieder im Abstand $2\pi/NT_a = 0,2\pi \text{ s}^{-1}$ liegen.

Das sich ergebende Amplitudenspektrum ist in Bild 8.4 d gezeigt. Die Abtastfrequenz ist offensichtlich groß genug und die Überschneidungen sind verschwunden.

8.4.2 Zusammenhang zwischen FTD und DFT; Anhängen von Nullen

FTD und DFT. Bei der Fouriertransformation FTD eines diskreten Signals nach Gl. (8.7) werden unendlich viele Zeitwerte transformiert, bei der Diskreten Fouriertransformation nach Gl. (8.22) nur insgesamt N . Im Falle der FTD ist die Spektralfunktion kontinuierlich. Die Frequenz ω ist eine stetige Variable. Bei der DFT hingegen lassen sich aus N eingelesenen Zeitwerten nur für $N/2$ unterschiedliche Frequenzen $k \Delta \omega$ die Amplituden und Phasen berechnen. Die Frequenz ist eine diskrete Variable. Im Falle einer zeitbegrenzten Funktion, die genügend lange mit genügend hoher Frequenz abgetastet ist, liefern beide Transformationen für $\omega = k \Delta \omega$ dasselbe Ergebnis:

$$\begin{aligned} F_{d\infty}(j\omega = jk\Delta\omega) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT_a) e^{-jk\Delta\omega nT_a} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} f(nT_a) e^{-jk\Delta\omega nT_a} = F_d(jk\Delta\omega). \end{aligned} \quad (8.29)$$

In der vorstehenden Gleichung durften die Summationsgrenzen geändert werden, da die Werte der Zeitfunktion voraussetzungsgemäß null sind für $n < 0$ und $n \geq N$.

So können die diskreten Werte der DFT als ein zu der kontinuierlichen Funktion $F_{d\infty}(j\omega)$ gehörender Abtastsatz interpretiert werden. Die DFT ist die abgetastete FTD und umgekehrt ist die FTD die Einhüllende des von der DFT gelieferten Datensatzes.

Anhängen von Nullen. Da die diskreten Linien der DFT umso enger beisammen liegen, je länger die Messzeit NT_a ist, lässt sich das spektrale Auflösungsvermögen durch eine Vergrößerung der **Messzeit** steigern. Im Falle der zeitbegrenzten Funktion scheint nun diese

Möglichkeit nicht gegeben, da die Funktion ja null ist für $n \geq N$. Tatsächlich bringt aber auch hier das längere Messen einen Gewinn. Wird der schon abgeklungene Impuls weiter abgetastet, d. h. werden einfach Nullen im Abstand des Abtastintervalls T_a an den Datensatz angehängt, so rücken die mittels der DFT berechenbaren diskreten Linien näher zusammen. Bei N gemessenen Daten und $(z - 1)N$ angehängten Nullen ist der Datensatz auf $N^* = zN$ Werte angewachsen. Im Frequenzbereich zwischen $f = 0$ und $f = f_a$ lassen sich nun N^* Linien im Abstand Δf^* berechnen mit

$$\Delta f^* = \frac{1}{N^* T_a} = \frac{1}{z N T_a} = \frac{1}{z} \Delta f. \quad (8.30)$$

Der Abstand zwischen zwei Linien hat sich auf $1/z$ verringert. Das Spektrum ist feiner abgetastet.

Der Aufwand hält sich dabei in Grenzen. Die in Gl. (8.23) stehenden Einzelsummen über n haben nach wie vor nur N Glieder. Insgesamt sind aber jetzt zN einzelne Summen für $0 \leq k \leq N^* - 1$ auszurechnen, womit mehr Informationen zur Verfügung stehen.

Dieses Anhängen von Nullen (zero padding) ist eine Methode, um zwischen den aus dem ursprünglichen Datensatz gewonnenen Werten **interpolieren** zu können. Sie ermöglicht, Spektren mit höherer Abtastung zu zeichnen. Damit werden auch für Extremwerte, die zwischen zwei Abtastpunkten liegen, korrekte Interpolationswerte berechnet. Die Genauigkeit der Amplituden- und Frequenzbestimmung einer einzelnen Spektrallinie wird dadurch verbessert. Eine Erhöhung der Trennschärfe, also der Möglichkeit, zwei nahe beieinander liegende Linien zu unterscheiden, wird jedoch nicht erreicht.

Eine weitere Möglichkeit zur Erhöhung der Genauigkeit besteht darin, durch die Abtastpunkte eine Ausgleichs-Parabel zu legen. Diese Parabelapproximation macht dann den Scheitelpunkt und damit das Amplitudenmaximum sichtbar.

Das „zero padding“ verändert selbstverständlich nicht die Originalwerte. Die Frequenz $\omega = k\Delta\omega = k(2\pi)/(NT_a)$ findet man in dem Datensatz mit $(z - 1)N$ angehängten Nullen an der Stelle $\omega = k z(2\pi)/(z NT_a)$. Wird an dieser Stelle die DFT für den Datensatz mit Nullen berechnet, so ergibt sich mit

$$\begin{aligned} F_d\left(\omega = k z \frac{2\pi}{z NT_a}\right) &= \sum_{n=0}^{zN-1} f(n T_a) e^{-j2\pi k z n/zN} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} f(n T_a) e^{-2\pi k n/N} + \sum_{n=N}^{zN-1} f(n T_a) e^{-j2\pi k n/N} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} f(n T_a) e^{-j2\pi k n/N} = F_d\left(\omega = k \frac{2\pi}{NT_a}\right) \end{aligned} \quad (8.31)$$

derselbe Wert, den die DFT aus dem ursprünglichen Datensatz an der Stelle $\omega = k 2\pi/NT_a$ liefert hat. In der obigen Gleichung trägt ja der zweite Summand nichts zum Ergebnis bei, da die Werte von $f(n T_a)$ null sind für $N \leq n < zN$.

Beispiel 8.3

Das Vorgehen soll anhand des aus $N = 4$ Punkten bestehenden Abtastsatzes

$$f(0 T_a) = 0 \quad f(1 T_a) = 1 \quad f(2 T_a) = 2 \quad f(3 T_a) = 1$$

erläutert werden, der mit dem Abtastintervall $T_a = 1 \text{ s}$ und der Abtastfrequenz $f_a = 1 \text{ s}^{-1}$ gewonnen wurde (Bild 8.5).

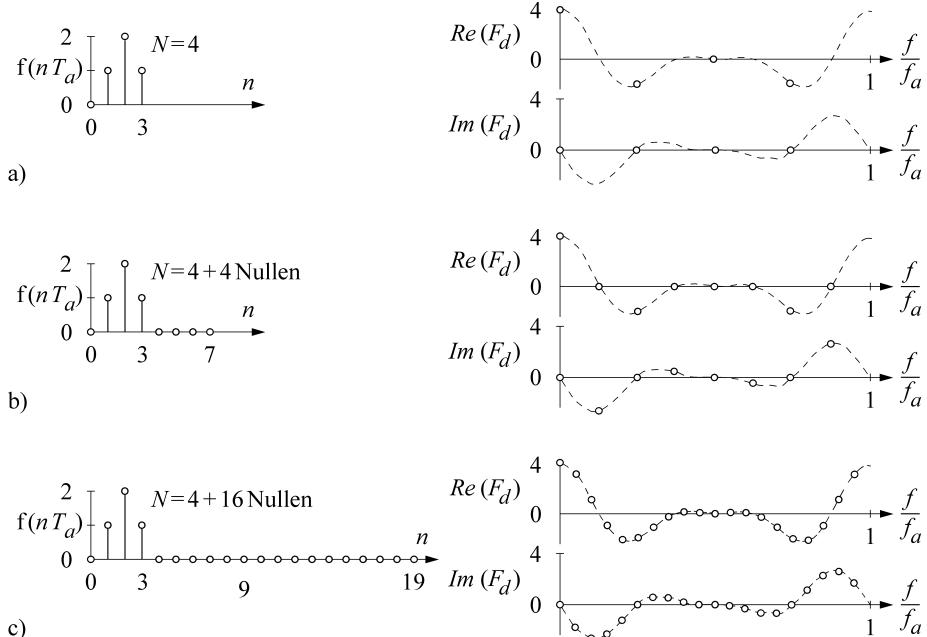


Bild 8.5 Durch das Anhängen von Nullen lässt sich das spektrale Auflösungsvermögen verbessern. Links ist der jeweilige Zeit-Datensatz, rechts das zugehörige Spektrum dargestellt. Die berechneten diskreten Punkte sind die Abtastwerte der gestrichelt eingezeichneten Einhüllenden.

Aus den 4 Zeitwerten lassen sich 4 Spektrallinien an den Stellen

$$k \Delta \omega = k \frac{2\pi}{NT_a} = k \cdot 0,5\pi \quad \text{mit } 0 \leq k \leq 3 \quad (8.32)$$

mittels

$$F_d(j k \Delta \omega) = \sum_{n=0}^3 f(n T_a) e^{-j 0,5\pi k n} \quad (8.33)$$

berechnen. Es ergeben sich die folgenden Werte:

$$F_d(k=0) = 0 + 1 + 2 + 1 = 4 + j \cdot 0, \quad (8.34)$$

$$\begin{aligned} F_d(k=1) &= 0 + 1 \cdot e^{-j 0,5\pi} + 2 \cdot e^{-j \pi} + 1 \cdot e^{-j 1,5\pi} \\ &= 0 + 0 - j - 2 + j \cdot 0 + 0 + j = -2 + j \cdot 0, \end{aligned} \quad (8.35)$$

$$F_d(k=2) = 0 + 1 \cdot e^{-j \pi} + 2 \cdot e^{-j 2\pi} + 1 \cdot e^{-j 3\pi} = 0 + j \cdot 0, \quad (8.36)$$

$$F_d(k=3) = 0 + 1 \cdot e^{-j 1,5\pi} + 2 \cdot e^{-j 3\pi} + 1 \cdot e^{-j 4,5\pi} = -2 + j \cdot 0. \quad (8.37)$$

Die Real- und Imaginärteile dieser 4 Spektrallinien sind mit ihren Einhüllenden auf der rechten Seite von Bild 8.5 (a) gezeigt. Die Abtastwerte geben die Einhüllende nur unzureichend wieder. So liefert z. B. der Imaginärteil 4-mal den Wert null. Daraus darf nun nicht der Schluss gezogen werden, dass das zum Zeitsignal gehörende Spektrum rein reell wäre. Tatsächlich zeigt die im Bild gestrichelt eingetragene Einhüllende der 4 berechneten Linien ein komplexes Spektrum. Nun werden dem Abtastsatz 4 Nullen angehängt. Aus den nunmehr $N = 8$ Zeitwerten lassen sich 8 Spektralwerte berechnen an den Stel-

len

$$k \Delta \omega = k \frac{2\pi}{8 T_a} = k \cdot 0,25 \pi \quad \text{mit } 0 \leq k \leq 7. \quad (8.38)$$

Die zugehörige DFT lautet:

$$F_d(j k \Delta \omega) = \sum_{n=0}^7 f(n T_a) e^{-j 0,25 \pi k n}. \quad (8.39)$$

In dieser Gleichung hat jede Einzelsumme nach wie vor nur 4 Summanden; es sind aber wegen des größeren N mehr Summen auszurechnen. Der Unterschied zwischen Gl. (8.39) und Gl. (8.33) resultiert aus den unterschiedlichen Exponenten der Kreisfunktion. Bild 8.5 b zeigt, dass die 4 zusätzlich berechneten Linien zwischen den ursprünglichen liegen und die Einhüllende treffen. Ein Vergleich von Gl. (8.39) und Gl. (8.33) macht auch deutlich, dass durch die angehängten Nullen die ursprünglichen Werte nicht geändert werden. Gl. (8.39) liefert für $k = 0,2,4,6$ dieselben Ergebnisse, die vorher aus Gl. (8.33) für $k = 0,1,2,3$ erhalten wurden. Bild 8.5 (c) verdeutlicht, dass bei einer Erweiterung um $4N$ Nullen insgesamt $4N$ Spektrallinien interpoliert werden können.



Das Spiel mit den Nullen lässt sich nun beliebig weit führen. Werden $N \rightarrow \infty$ Nullen angehängt, so wird die Fouriertransformierte FTD des diskreten Zeitsignals erhalten. Diese Funktion ist in den Spektren von Bild 8.5 als Einhüllende gestrichelt eingezeichnet. Im vorliegenden Fall wurde sie aus einem Datensatz mit 252 angehängten Nullen berechnet.

8.4.3 Wahl der Abtastfrequenz

Um keine Fehler zu machen, muss die Abtastfrequenz mehr als doppelt so groß sein wie die höchste Frequenzkomponente des bandbegrenzten Signals. Die Abtastfrequenz soll jedoch nicht unnötig hoch sein, da sonst bei der DFT der untersuchte Frequenzbereich zu groß wird. Zwischen der Signalgrenzfrequenz und der halben Abtastfrequenz liegen ja definitiionsgemäß keine Linien, sodass man sie auch nicht mittels der DFT zu berechnen braucht. Die Verhältnisse sollen anhand des nachfolgenden Beispiels erläutert werden.

Beispiel 8.4

- Ein gaußförmiger Zeitimpuls ist 500-mal abgetastet (Bild 8.6 a). Das zugehörige Spektrum muss wieder gaußförmig sein. Das ist im Bild nicht zu erkennen, da der durch die Abtastfrequenz festgelegte Bereich zu groß ist. Die Abtastfrequenz ist zu hoch.
- Nun wird derselbe Impuls nur 10-mal abgetastet (Bild 8.6 b). Damit ist der Bereich zwischen Signalfrequenz und halber Abtastfrequenz zusammengerückt. Die Auflösung ist aber schlecht, da nur 10 Punkte zur Verfügung stehen.
- Um die Darstellung zu verbessern, wird das Verfahren des „zero filling“ eingesetzt. An den Zeit-Datensatz werden 90 Nullen angehängt (Bild 8.6 c). Da die Abtastfrequenz gleich geblieben ist, ändert sich der darzustellende Spektralbereich nicht. Es können jetzt aber 100 Linien berechnet werden, sodass die erwartete Glockenkurve gut sichtbar ist.

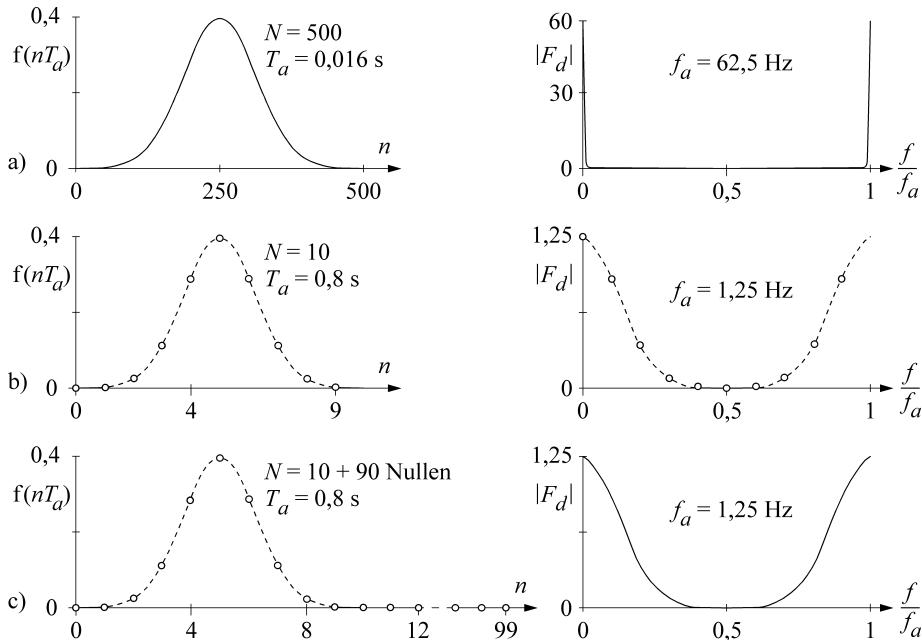


Bild 8.6 Die Abtastfrequenz legt den darstellbaren Spektralbereich fest

8.4.4 Inverse Diskrete Fouriertransformation IDFT

Die Fouriertransformation ermöglicht nicht nur den Übergang vom Zeit- in den Frequenzbereich, sondern auch den Schritt in die umgekehrte Richtung. Mittels der Inversen Diskreten Fouriertransformation IDFT lässt sich aus einem Datensatz im Frequenzbereich der dazugehörige Zeit-Datensatz ermitteln. Bei dieser Rücktransformation genügt es, von der periodischen DFT lediglich die erste Periode zu verwenden. Wird von der Gleichung (8.2) für die Rücktransformation eines kontinuierlichen Signals ausgegangen und wird die Diskretisierung berücksichtigt, so ergibt sich für die IDFT die folgende Rechenvorschrift:

$$f(nT_a) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F_d(j k \Delta \omega) e^{j k \Delta \omega n T_a} \quad (8.40)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F_d(j k \Delta \omega) e^{j 2 \pi k n / N}. \quad (8.41)$$

Unter Berücksichtigung von

$$e^{j 2 \pi} = 1 \quad \text{und}$$

$$e^{j 2 \pi k} = 1 \quad \text{für alle ganzzahligen } k$$

ist die in den obigen Gleichungen stehende Exponentialfunktion periodisch mit $z N$, wobei z eine beliebige ganze Zahl darstellt.

$$\begin{aligned} e^{j 2 \pi k (n+z N) / N} &= e^{j 2 \pi k n / N} \cdot e^{j 2 \pi k z N / N} \\ &= e^{j 2 \pi k n / N} \cdot 1. \end{aligned} \quad (8.42)$$

Bei der Rücktransformation in den Zeitbereich wiederholen sich somit die Zeitdaten mit der Periode N :

$$f(n T_a) = f([n + zN] T_a) \quad \text{für } z = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (8.43)$$

Beispiel 8.5

Wird das 4-Punkte-Spektrum von Bild 8.5 a rücktransformiert mit

$$F_d(k=0) = 4; \quad F_d(k=1) = -2; \quad F_d(k=2) = 0; \quad F_d(k=3) = -2,$$

so berechnet sich das zugehörige Zeitsignal aus Gl. (8.40) zu (Bild 8.7)

$$\begin{aligned} f(n=0) &= \frac{1}{4}(4 \cdot 1 - 2 \cdot 1 + 0 \cdot 1 - 2) = 0, \\ f(n=1) &= \frac{1}{4}(4 \cdot 1 - 2 \cdot e^{j0,5\pi \cdot 1} - 0 - 2 \cdot e^{j1,5\pi \cdot 1}) = 1, \\ f(n=2) &= \frac{1}{4}(4 \cdot 1 - 2 \cdot e^{j0,5\pi \cdot 2} - 0 - 2 \cdot e^{j1,5\pi \cdot 2}) = 2, \\ f(n=3) &= \frac{1}{4}(4 \cdot 1 - 2 \cdot e^{j0,5\pi \cdot 3} - 0 - 2 \cdot e^{j1,5\pi \cdot 3}) = 1. \end{aligned}$$

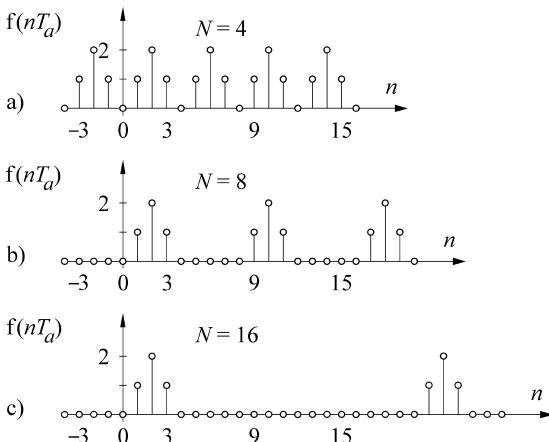


Bild 8.7 Rücktransformation der Spektren von Bild 8.5 in den Zeitbereich. Die IDFT liefert einen periodischen Zeit-Datensatz.

Schlussfolgerungen. Wird mit einem rücktransformierten, periodischen Zeit-Datensatz wieder eine DFT durchgeführt, so werden natürlich wieder die schon bekannten Spektren erhalten. Dabei bleibt es im Prinzip ohne Einfluss, ob wir eine oder mehrere Perioden transformieren. Bei Berücksichtigung mehrerer Perioden können wegen der größeren Zahl von Daten im Zeitbereich auch mehr Werte im Frequenzbereich berechnet werden.

Aus dem Vergleich mit den bisherigen Ergebnissen lassen sich so die beiden grundsätzlichen Eigenschaften der DFT festhalten:

- Der Algorithmus der DFT arbeitet so, als würde sich der während eines Zeitfensters $N T_a$ eingelesene Datensatz periodisch fortsetzen.
- Bei einem periodischen – zeitlich also nicht begrenzten Signal – genügt es, die Daten nur einer Periode einzulesen und zu transformieren, um die volle spektrale Information (bei verminderter Auflösungsvermögen) zu erhalten.

Die Transformation zeitlich unbegrenzter Signale erfordert darüber hinaus weitere Überlegungen, auf die im nächsten Abschnitt eingegangen wird.

■ 8.5 DFT eines abgetasteten, nicht zeitbegrenzten Signals

Die harmonische Analyse zeitlich unbegrenzter Signale bereitet zunächst Schwierigkeiten, da das Integral (Gl. (8.1)) für $t \rightarrow \infty$ nicht konvergiert. Diese Schwierigkeiten versucht man dadurch zu umgehen, dass man das Signal durch ein Fenster betrachtet, d. h. mit einer Fensterfunktion multipliziert. Innerhalb des Zeitfensters ist das Signal vorhanden, außerhalb ist es null. Das Signal von unbegrenzter Dauer wird durch die Multiplikation mit der Fensterfunktion in ein zeitlich begrenztes Signal überführt. Diese Operation wirkt sich natürlich auf das Spektrum des Signals aus. Der Multiplikation im Zeitbereich entspricht im Frequenzbereich die Faltung des Signalspektrums mit dem Fensterspektrum. Dies führt zu einer Verbreiterung, zu einem Auslaufen (leakage) des Spektrums und damit letztendlich zu einer Verringerung des spektralen Auflösungsvermögens.

8.5.1 Konstantes Signal

Zur Einführung in das Problem soll das Spektrum eines unbegrenzten konstanten Signals ermittelt werden. Die Zeitfunktion habe den Wert 1, $f(t) = 1$. Über dieses Signal wird ein Zeitfenster $w(t)$ mit der Breite der Messzeit gelegt und die Zeitfunktion $f(t)$ wird mit der Fensterfunktion $w(t)$ multipliziert. Abgetastet wird das Signal zu den diskreten Zeitpunkten nT_a , wobei n jetzt nicht mehr von 0 bis $N - 1$, sondern von $-(N - 1)/2 \dots 0 \dots (N - 1)/2$ laufen soll (Bild 8.8).

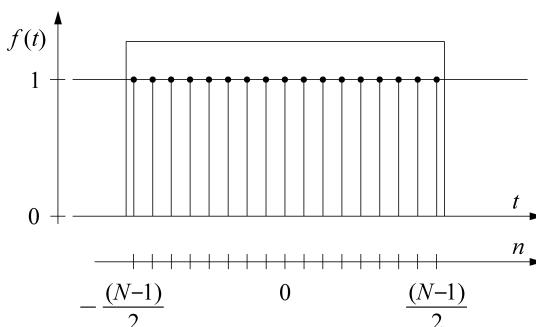


Bild 8.8 Abtasten der Funktion $f(t) = 1$ innerhalb eines Fensters mit N Abtastpunkten

Die gesamte Messzeit beträgt wieder NT_a . Die Konvergenz des Fourierintegrals wird dann durch die folgende Annahme erzwungen:

$$w(t) = 1 \quad \text{für} \quad -\frac{N-1}{2} T_a \leq n T_a \leq \frac{N-1}{2} T_a, \quad (8.44)$$

$$w(t) = 0 \quad \text{außerhalb des obigen Intervalls.} \quad (8.45)$$

Das Produkt aus Zeitfunktion und Fensterfunktion wird nun in die Rechenvorschrift nach Gl. (8.22) zur Diskreten Fourier-Transformation eingesetzt. Dabei verwenden wir zunächst die kontinuierliche Variable ω an Stelle von $k \Delta \omega$, obwohl wir wissen, dass eine N -Punkte-DFT nur $N/2$ voneinander unabhängige Spektrallinien liefert. Je größer ja die Zahl N der eingelesenen Punkte ist, desto enger liegen dann die zu berechnenden Werte beieinander und gehen schließlich in die kontinuierliche Kurve (Einhüllende) über:

$$F_d(j\omega) = \sum_{-(N-1)/2}^{(N-1)/2} f(n T_a) w(n T_a) e^{-j\omega n T_a} = \sum_{-(N-1)/2}^{(N-1)/2} 1 \cdot 1 \cdot e^{-j\omega n T_a}. \quad (8.46)$$

Indem auf der rechten Seite der letzten Gleichung das Glied mit $n = -(N-1)/2$ ausgeklammert wird, ergibt sich $F_d(j\omega)$ zu

$$e^{j\omega T_a (N-1)/2} \cdot (e^{-j\omega T_a \cdot 0} + e^{-j\omega T_a \cdot 1} + \dots + e^{-j\omega T_a (N-1)}). \quad (8.47)$$

In der großen runden Klammer steht eine geometrische Reihe, die durch ihre Summenformel zusammengefasst wird:

$$F_d(j\omega) = e^{j\omega T_a (N-1)/2} \cdot \frac{1 - e^{-j\omega T_a \cdot N}}{1 - e^{-j\omega T_a}}. \quad (8.48)$$

Die rechte Seite der letzten Gleichung kann jetzt im Zähler und im Nenner mit $e^{j\omega T_a/2}$ erweitert werden. Wird dann einschließlich des vor dem Bruch stehenden Faktors ausmultipliziert, so ergibt sich zunächst

$$F_d(j\omega) = \frac{e^{j\omega T_a N/2} - e^{-j\omega T_a N/2}}{e^{j\omega T_a/2} - e^{-j\omega T_a/2}}, \quad (8.49)$$

das nichts anderes ist als

$$F_d(j\omega) = \frac{\sin(N\omega T_a/2)}{\sin(\omega T_a/2)} = \frac{\sin N \pi f T_a}{\sin \pi f T_a}. \quad (8.50)$$

Die Diskrete Fouriertransformierte eines abgetasteten Einheitsimpulses von der Fensterbreite, d. h. der Messzeit $N T_a$, ist also die $(\sin N x / \sin x)$ -Funktion mit $x = \omega T_a/2$. Die kontinuierliche Variable ω bedeutet, dass die Gl. (8.50) $N \rightarrow \infty$ viele Messpunkte unterstellt. Im realen Fall ist N aber begrenzt. Die Spektren sind nur an den Stellen $\omega = k \Delta \omega$ zu berechnen. Wir erhalten also nur Abtastpunkte der kontinuierlichen $(\sin N x / \sin x)$ -Funktion.

Im Folgenden wird nun die $(\sin N x / \sin x)$ -Funktion näher untersucht (Bild 8.9). Sie hat ihr Maximum bei der Kreisfrequenz $\omega = 0$. Dieses Maximum ist gleich der Zahl der Abtastwerte:

$$F_d(\omega = 0) = \frac{\sin N \frac{T_a}{2} \cdot 0}{\sin \frac{T_a}{2} \cdot 0} = \frac{2 N T_a \cos 0}{2 T_a \cos 0} = N. \quad (8.51)$$

Die Funktion geht durch null, wenn das Argument des Sinus im Zähler ein ganzzahliges Vielfaches z von $\pm\pi$ und der Nenner $\neq 0$ ist. Die Nullstellen liegen also bei

$$N\omega_z T_a/2 = \pm z\pi, \quad \omega_z = z \frac{2\pi}{N T_a}. \quad (8.52)$$

Für $z = 1$ ergibt sich die 1. Nullstelle bei $\omega_1 = \pm \frac{2\pi}{N T_a} \cdot 1$ und

für $z = 2$ die 2. Nullstelle bei $\omega_2 = \pm \frac{2\pi}{N T_a} \cdot 2 = \pm \frac{4\pi}{N T_a}$.

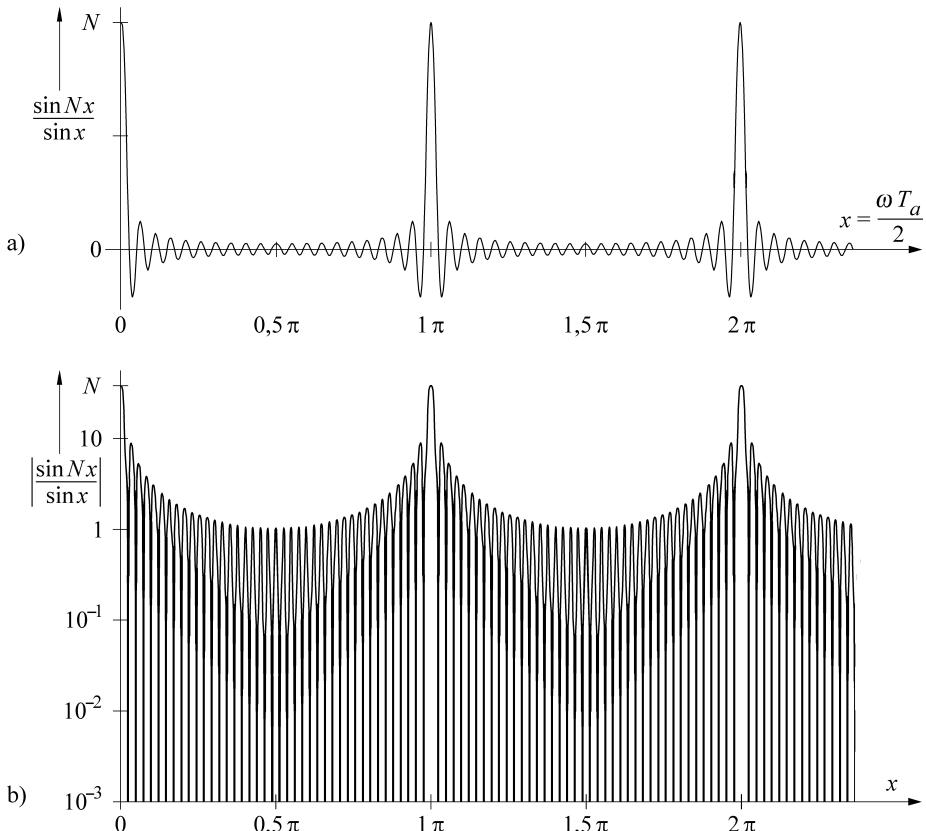


Bild 8.9 Die periodische ($\sin Nx / \sin x$)-Funktion als Einhüllende der DFT eines durch ein Rechteckfenster ausgeblendeten konstanten Zeitsignals für $x = \omega T_a / 2$ und $N = 41$; die Nullstellen x_z liegen bei $z\pi/N$

- a) Lineare Darstellung. Da die Funktion eine Diskrete Fouriertransformierte ist, wiederholt sie sich bei $\omega = 2\pi/T_a$, d. h. bei $x = \pi$
- b) Logarithmische Darstellung des Betrags

Die ($\sin Nx / \sin x$)-Funktion ist wie jede Diskrete Fouriertransformierte schließlich auch periodisch über ω . Sie wiederholt sich mit der Periode $2\pi/T_a$:

$$\sin \frac{N}{2} \omega T_a = \sin \frac{N}{2} (\omega T_a + 2\pi). \quad (8.53)$$

Wir kommen zurück zu unserem N -mal abgetasteten Gleichsignal. Sein Spektrum lässt sich bei den Frequenzen

$$k \Delta \omega = k \frac{2\pi}{N T_a} \quad (8.54)$$

berechnen. Für $k = 0$ liefert Gl. (8.51) den Wert N . An den Stellen $k \neq 0$ ergibt sich wegen Gl. (8.52) jeweils das Ergebnis null. Die ($\sin Nx / \sin x$)-Funktion ist direkt an ihren Nullstellen abgetastet. Die N -Punkte-DFT eines konstanten Signals besteht also aus einer einzigen Linie der Höhe N an der Stelle $\omega = 0$.

8.5.2 Periodisches Signal

Als einfaches Beispiel wird eine periodische Funktion $f(t)$ mit der Kreisfrequenz ω_0 angenommen:

$$f(t) = e^{j\omega_0 t}. \quad (8.55)$$

Diese Funktion $f(t)$ wird wieder mit der Fensterfunktion $w(t)$ multipliziert. Das Produkt ist außerhalb des Fensters null. Innerhalb des Fensters werden zu diskreten Zeitpunkten nT_a die Amplituden

$$f(n T_a) \cdot w(n T_a) \quad (8.56)$$

erhalten.

Als Fensterfunktion wird das Rechteckfenster vom vorausgegangenen Abschnitt unterstellt mit $w(n T_a) = 1$. Wird nun Gl. (8.56) in Gl. (8.22) der Diskreten Fouriertransformation eingesetzt und wird ω für $N \rightarrow \infty$ als kontinuierliche Variable betrachtet, so ergibt sich

$$\begin{aligned} F_d(j\omega) &= \sum_{-(N-1)/2}^{(N-1)/2} f(n T_a) \cdot w(n T_a) \cdot e^{-j\omega n T_a} \\ &= \sum_{-(N-1)/2}^{(N-1)/2} e^{j\omega_0 n T_a} \cdot 1 \cdot e^{-j\omega n T_a} = \sum_{-(N-1)/2}^{(N-1)/2} e^{-j(\omega - \omega_0)n T_a}. \end{aligned} \quad (8.57)$$

Diese Gleichung hat dieselbe Form wie Gl. (8.46), nur dass jetzt an Stelle von ω die Differenz $\omega - \omega_0$ auftritt. Gl. (8.57) kann wie Gl. (8.46) umgeformt werden und geht schließlich über in

$$F_d(j\omega) = \frac{\sin N \frac{(\omega - \omega_0) T_a}{2}}{\sin \frac{(\omega - \omega_0) T_a}{2}} = \frac{\sin N \pi (f - f_0) T_a}{\sin \pi (f - f_0) T_a}. \quad (8.58)$$

Das ist wieder die $(\sin Nx / \sin x)$ -Funktion, die aber ihr Maximum nicht mehr bei $\omega = 0$, sondern bei $\omega = \omega_0$ hat (Bild 8.10).

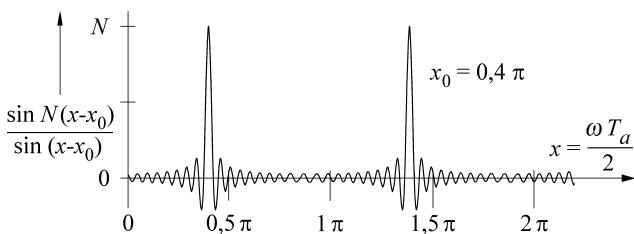


Bild 8.10 Die $(\sin N(x - x_0) / \sin(x - x_0))$ -Funktion mit $N = 41$ und $x_0 = 0,4 \pi$ in linearer Darstellung

Die Funktion ist nach rechts verschoben. Das Maximum erreicht wieder den Wert N ; d. h. es nimmt mit der Zahl der Messpunkte, mit der Breite des Fensters, zu:

$$F_d(j\omega = j\omega_0) = N. \quad (8.59)$$

Die Nullstellen der Diskreten Fouriertransformierten liegen an den Stellen, an denen die Differenz $\omega - \omega_0$ ein Vielfaches von $2\pi/N T_a$ und der Nenner $\neq 0$ ist:

$$\omega_z - \omega_0 = \pm z \frac{2\pi}{NT_a}, \quad (8.60)$$

$$f_z - f_0 = \pm \frac{z}{NT_a}. \quad (8.61)$$

Übergang auf diskrete Frequenzen $\omega \rightarrow k \Delta \omega$. Für einen Satz mit N endlich vielen Daten lassen sich die Spektren nur bei den Frequenzen $\omega = k \Delta \omega = k 2 \pi / N T_a$ berechnen. Gl. (8.58) lautet dementsprechend

$$F_d(j k \Delta \omega) = \frac{\sin N \frac{(k \Delta \omega - \omega_0) T_a}{2}}{\sin \frac{(k \Delta \omega - \omega_0) T_a}{2}} = \frac{\sin N \pi (k \Delta f - f_0) T_a}{\sin \pi (k \Delta f - f_0) T_a}. \quad (8.62)$$

Es ist jetzt nur in Ausnahmefällen die Signalfrequenz ω_0 ein Vielfaches von $\Delta \omega$. Üblicherweise trifft keine der diskreten Frequenzen $k \Delta \omega$ exakt die Signalfrequenz ω_0 . Das bedeutet, dass das Spektrum nicht an der Stelle ω_0 , sondern nur in der Nachbarschaft berechnet werden kann. An Stelle einer einzigen Linie werden so mehrere gefunden. Das Spektrum verbreitert sich; die Linien laufen aus (leakage).

Sinusfunktion. Wird eine Sinusfunktion abgetastet, so ist diese als die Differenz zweier Exponentialfunktionen anzusetzen:

$$\sin \omega_0 t = \frac{1}{2j} e^{j \omega_0 t} - \frac{1}{2j} e^{-j \omega_0 t}. \quad (8.63)$$

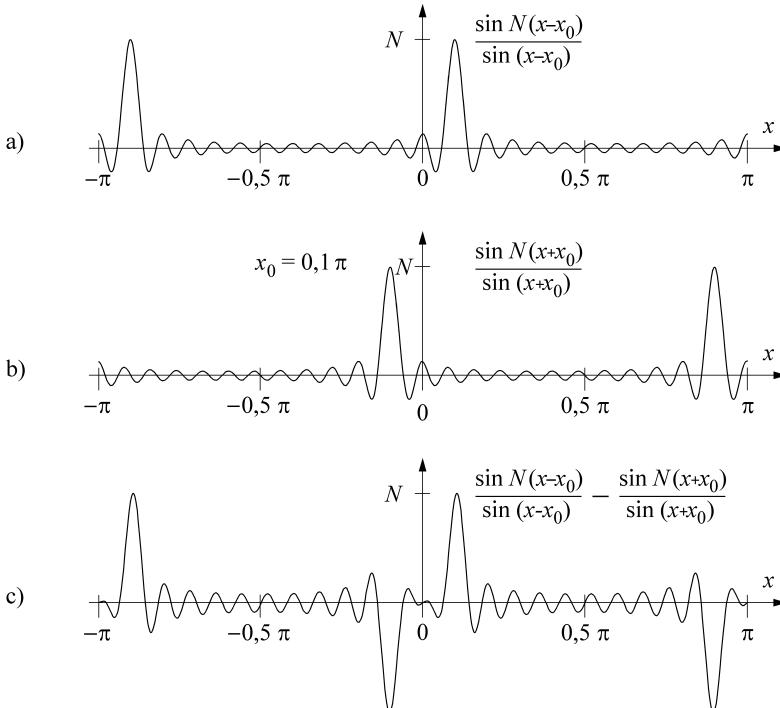


Bild 8.11 Die Differenz zweier ($\sin Nx / \sin x$)-Funktionen ergibt das Spektrum einer sin-Funktion

- a) $\frac{\sin N(x-x_0)}{\sin(x-x_0)}$ mit $N = 25$ und $x_0 = 0,1 \pi$,
- b) $\frac{\sin N(x+x_0)}{\sin(x+x_0)}$ mit $N = 25$ und $x_0 = 0,1 \pi$
- c) $\frac{\sin N(x-x_0)}{\sin(x-x_0)} - \frac{\sin N(x+x_0)}{\sin(x+x_0)}$ mit $N = 25$ und $x_0 = 0,1 \pi$

Die DFTs der beiden Zeitfunktionen werden getrennt berechnet. Für den ersten Term ist das Spektrum mit Gl. (8.58) schon gefunden. Die zum zweiten Term $e^{-j\omega_0 t}$ gehörende DFT ergibt sich nach denselben Überlegungen als eine nach links verschobene ($\sin Nx / \sin x$)-Funktion:

$$F_d(j\omega) = \frac{\sin N \frac{(\omega + \omega_0) T_a}{2}}{\sin \frac{(\omega + \omega_0) T_a}{2}}. \quad (8.64)$$

Das Spektrum der in einem Fenster abgetasteten Sinusfunktion wird dann als Differenz der Gln. (8.58) und (8.64) erhalten (Bild 8.11):

$$F_d(j\omega) = \frac{1}{2j} \frac{\sin N \frac{(\omega - \omega_0) T_a}{2}}{\sin \frac{(\omega - \omega_0) T_a}{2}} - \frac{1}{2j} \frac{\sin N \frac{(\omega + \omega_0) T_a}{2}}{\sin \frac{(\omega + \omega_0) T_a}{2}}. \quad (8.65)$$

Die Gl. (8.65) liefert wieder die Einhüllende des Spektrums. Die Amplituden der Linien lassen sich auf zwei Arten gewinnen:

- Aus Gl. (8.65) wird die Einhüllende berechnet und im Abstand $\Delta\omega = 2\pi/N T_a$ werden die Linien gezeichnet, oder:
- Auf die Einhüllende wird verzichtet und die Amplituden werden direkt aus Gl. (8.22) oder Gl. (8.23) bestimmt.

Beide Rechenverfahren liefern dasselbe Ergebnis.

Beispiel 8.6

Eine harmonische Schwingung der Frequenz $f_0 = 50$ Hz wird während der Messzeit $N T_a = 50$ ms mit einer Frequenz $f_a = 500$ Hz abgetastet (Bild 8.12). Das Abtasttheorem ist also eingehalten, man könnte erwarten, dass die harmonische Analyse die einzige im Signal enthaltene Frequenz f_0 leicht findet. Wie Bild 8.12 zeigt, sind die Verhältnisse jedoch komplizierter.

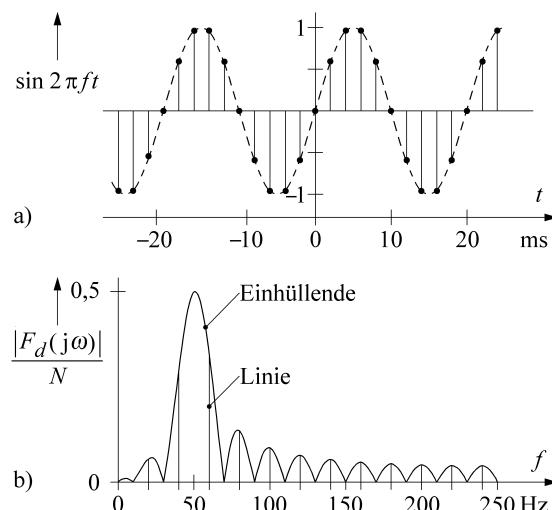


Bild 8.12 Abtastung einer 50-Hz-Sinussschwingung; Abtastintervall 2 ms

- 50-Hz-Sinussschwingung in einem 50 ms breiten Fenster; Abtastintervall $T_a = 2$ ms; Messzeit $N T_a = 50$ ms
- Spektrum zu a); die gezeichneten Linien liegen im Abstand von $1/N T_a = 20$ Hz. Das Spektrum wiederholt sich bei $f_a = 500$ Hz. Die Einhüllende ist aus Gl. (8.65) berechnet; die Linien sind aus Gl. (8.16) ermittelt

Die Diskrete Fouriertransformierte liefert Amplituden für diskrete Frequenzen, die nach Gl. (8.16) von $f = 0$ Hz ausgehend im Abstand von

$$\frac{1}{NT_a} = \frac{1}{0,05 \text{ s}} = 20 \text{ Hz} \quad (8.66)$$

möglich sind. Die Einhüllende dieser Linien ist durch die Gl. (8.65) festgelegt. Das Maximum liegt ziemlich nahe bei $f = f_0 = 50$ Hz; dort kann aber wegen der Quantelung von f_k keine Linie gezeichnet werden. Die Nullstellen der Einhüllenden liegen bei $50 \text{ Hz} \pm z \cdot 20 \text{ Hz}$. So entsteht das relativ breite Spektrum von Bild 8.12 b.

Die Analyse wird sofort eindeutig, wenn die Kenntnis von f_0 bzw. von T_0 ausgenutzt werden kann. In diesem Fall bietet es sich an, über eine volle Zahl von Perioden abzutasten. Bei unserem Beispiel könnte die Messung also bei $NT_a = 40$ ms beendet werden. Die sich dann ergebenden Spektrallinien f_k liegen jetzt zwar noch weiter auseinander, nämlich von 0 ausgehend im Abstand von $1/NT_a = 25$ Hz. Das Maximum der DFT nach Gl. (8.65) bleibt praktisch bei $f = f_0 = 50$ Hz und fällt mit einer möglichen Spektrallinie zusammen. Die Nullstellen der Einhüllenden liegen bei $50 \text{ Hz} \pm z \cdot 25 \text{ Hz}$ und löschen so alle anderen möglichen Spektrallinien aus. Das führt dazu, dass jetzt das Spektrum ohne jede Verbreiterung nur eine einzige Linie bei der richtigen Frequenz f_0 aufweist (Bild 8.13).

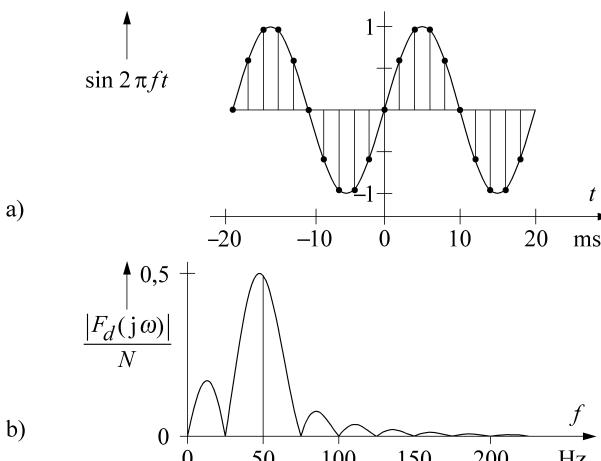


Bild 8.13 Abtastung einer 50-Hz-Sinussschwingung; Abtastintervall 40 ms

- a) 50-Hz-Sinus im 40 ms breiten Fenster; Abtastintervall $T_a = 2$ ms; Messzeit $NT_a = 40$ ms
- b) Spektrum zu a); die möglichen Linien haben einen Abstand von $1/NT_a = 25$ Hz. Mit Ausnahme der einen Linie bei 50 Hz fallen sie alle mit Nullstellen der Einhüllenden $\sin Nx / \sin x$ zusammen. Das Spektrum wiederholt sich bei $f_a = 500$ Hz

Es empfiehlt sich also, bei bekannter Grundperiode T_0 des Signals die Messzeit NT_a so zu wählen, dass sie ein Vielfaches z dieser Periode T_0 ist

$$NT_a = zT_0. \quad (8.67)$$

Für diesen Fall liefert mit

$$\frac{1}{T_0} = f_0 = \frac{z}{NT_a} \quad (8.68)$$

die DFT genau bei f_0 eine Amplitude.

Bild 8.14 verdeutlicht in einem weiteren Beispiel, dass trotz eingehaltenem Abtasttheorem ein großer Fehler im berechneten Spektrum dann auftritt, wenn weder eine große noch eine ganze Zahl von Perioden abgetastet wird.

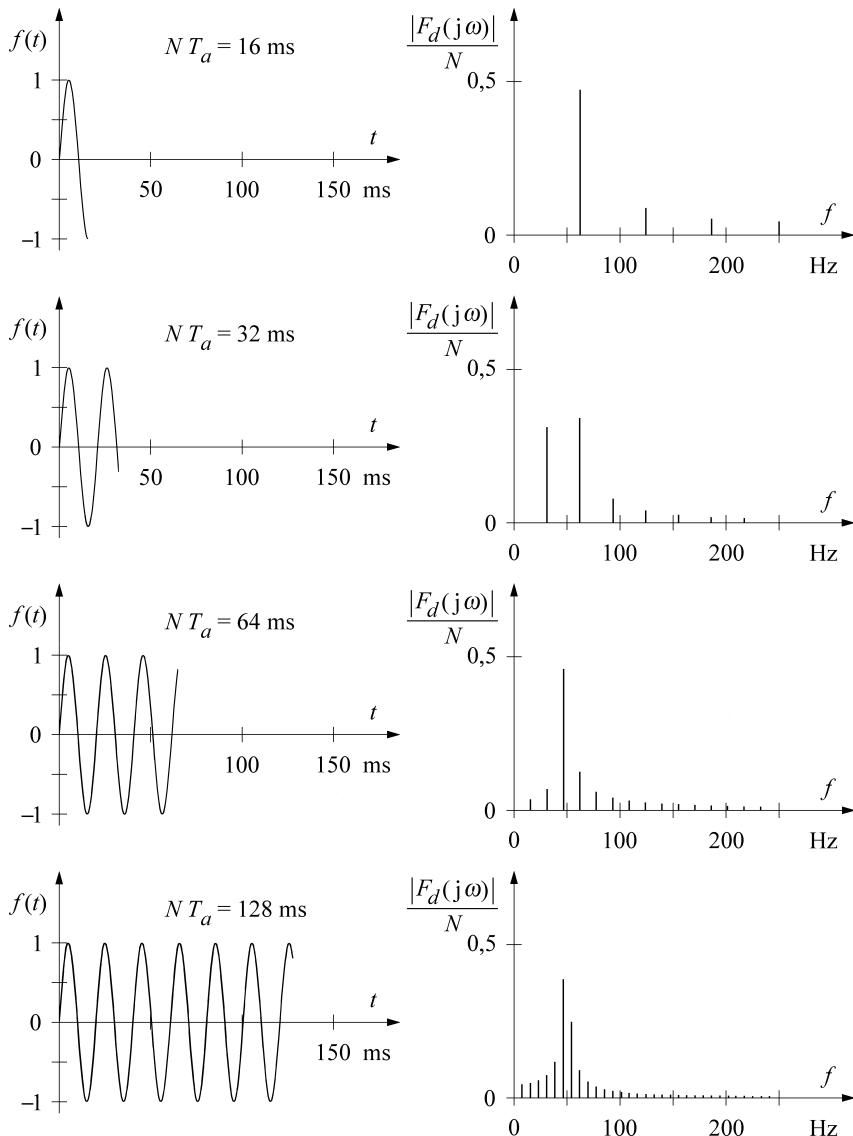


Bild 8.14 Eine 50-Hz-Sinusschwingung ist mit der Abtastfrequenz $f_a = 1\,000 \text{ Hz}$ während der Messzeit NT_a abgetastet. Die Diskrete Fouriertransformierte ist aus Gl. (8.22) berechnet und normiert dargestellt. Die Linien liegen im Abstand $\Delta f = 1/NT_a$. Das Auflösungsvermögen nimmt mit der Messzeit NT_a zu. Diese ist so gewählt, dass die Signalfrequenz 50 Hz kein Vielfaches von Δf ist. Dadurch entsteht die Verbreiterung der Spektren. Diese wiederholen sich bei $f_a = 1\,000 \text{ Hz}$.

8.5.3 Anhängen von Nullen, Abtastfrequenz und Messzeit

Zero padding. Das Anhängen von Nullen ist bei Signalausschnitten genauso möglich wie bei zeitbegrenzten Abtastsätzen. Es ermöglicht mehr Frequenzlinien zu berechnen, d. h. zwischen den ursprünglichen Linien zu interpolieren. Die Verbreiterung des Spektrums aber, die in der Faltung des Signalspektrums mit dem des Fensters begründet ist, lässt sich dadurch nicht verringern. Die Nullen werden ja außerhalb des Fensters angehängt. Deswegen ändern sich nicht die Nullstellen der $(\sin Nx / \sin x)$ -Funktion. Besser als Nullen anzuhängen, ist es, die Messzeit zu vergrößern.

Abtastfrequenz und Messzeit. Bei der praktischen Anwendung der DFT ist oft auf die Größe des verfügbaren Rechnerspeichers und auf die maximal tolerierbare Rechenzeit Rücksicht zu nehmen. Dabei ist den Ansprüchen an die Abtastrate und an die Messzeit zu genügen. Die Abtastfrequenz **muss** höher sein als das Doppelte der max. Signalfrequenz. Sie soll aber nicht zu hoch sein, um nicht unnötig viele Daten verarbeiten zu müssen (Bild 8.6). Die Messzeit wiederum ist über Gl. (8.60) maßgebend für das erreichbare spektrale Auflösungsvermögen (Bild 8.14). Sie sollte so lang wie zulässig sein.

Bevor eine DFT ausgeführt werden kann, sind die abgetasteten Werte zwischenspeichern. Der Speicher ist umso schneller voll,

- je häufiger abgetastet wird,
- je länger die Messzeit ist und
- je größer die Wortbreite des Analog/Digital-Umsetzers ist.

Beispiel 8.7

Hat das Anti-Aliasing-Filter eines Messkanals beispielsweise die Grenzfrequenz 1 kHz, so kann die Abtastfrequenz, die nach dem Abtasttheorem größer als die doppelte Frequenz sein soll, zu 8 kHz gewählt werden. Das bedeutet ein Abtastintervall von $T_a = 125 \mu s$. Bei einer Messzeit von 2 s haben die diskreten Frequenzen einen Abstand $\Delta f = 1/2 \text{ s} = 0,5 \text{ Hz}$. Insgesamt sind 16 000 Messwerte abzuspeichern. Bei einem Bedarf von 2 Byte pro Messwert ist also ein Speicher von 32 kByte notwendig.

8.5.4 Inverse Diskrete Fouriertransformation IDFT

Rücktransformation. Wie weiter vorne erläutert wurde, liefert der Algorithmus Gl. (8.40) der Rücktransformation einen sich periodisch fortsetzenden Zeit-Datensatz. Der ursprünglich eingelesene Zeit-Datensatz ergibt sich, indem $f(n T_a)$ für $0 \leq n \leq N - 1$ oder für $-(N - 1)/2 \leq n \leq (N - 1)/2$ berechnet wird. Die periodische Fortsetzung der ursprünglichen Zeit-Datensätze über die Fenstergrenzen hinaus führt zu Sprungstellen an den Intervallgrenzen.

Einfügen von Nullen im Frequenzbereich. Werden Nullen an einen Zeit-Datensatz angehängt, so liefert die DFT zusätzliche interpolierende Spektrallinien. Dasselbe Verfahren hilft auch, wenn ausgehend vom Spektrum über die IDFT ein Zeit-Datensatz zu berechnen ist. In diesem Fall werden im Spektrum Nullen eingefügt und der vergrößerte Datensatz wird in den Zeitbereich rücktransformiert.

Die Nullen sind an der Stelle in das Spektrum einzufügen, an der die Amplituden und Phasen sowieso null sind. Das bedeutet, dass bei der halben Abtastfrequenz $f = f_a/2$ das Spektrum aufzuschneiden ist. Die Nullen liegen im ursprünglichen Abstand $\Delta f = 1/NT_a$. Werden bei ursprünglich vorhandenen N Punkten im Bereich zwischen $f = 0$ und $f = f_a$ insgesamt $(z - 1)N$ Nullen verwendet, so besteht das neue Spektrum aus

$$N^* = zN \quad (8.69)$$

Werten. Die neue Abtastfrequenz f_a^* ist auf den z -fachen Wert der ursprünglichen gewachsen:

$$f_a^* = zf_a. \quad (8.70)$$

Aus den nunmehr N^* Daten des Spektrums lassen sich N^* Daten im Zeitbereich mit dem neuen Abtastintervall T_a^*

$$T_a^* = \frac{1}{f_a^*} = \frac{1}{z} T_a \quad (8.71)$$

berechnen. Der Abstand zwischen zwei rücktransformierten Zeitdaten hat sich also auf $1/z$ verringert.

Bild 8.15 erläutert die Wirksamkeit dieses Verfahrens.

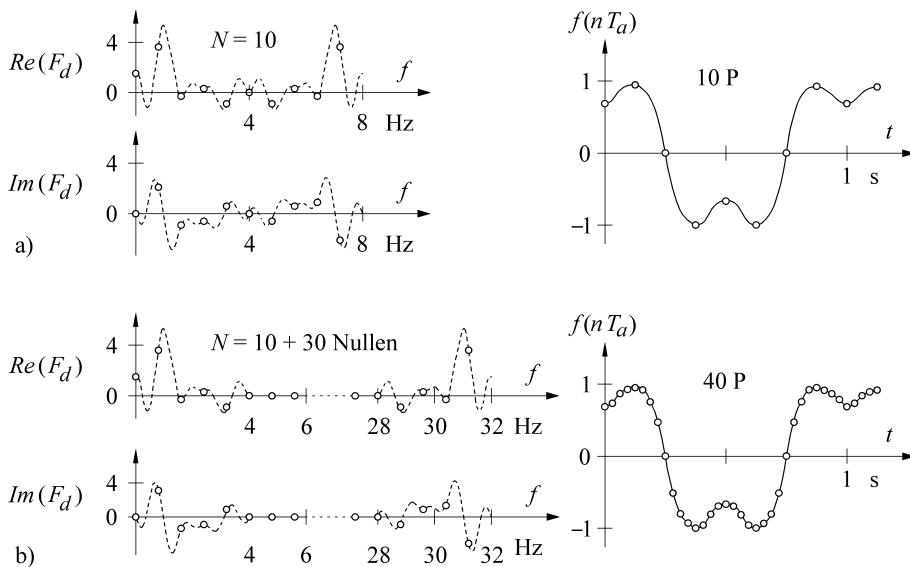


Bild 8.15 Nach Einfügen von Nullen in das Spektrum bei $f = f_a/2$ liefert die Rücktransformation das Zeitsignal mit interpolierten Werten, d. h. mit verbesserter Auflösung

- a) Rücktransformation ohne eingefügte Nullen. Das 10-Punkte-Spektrum liefert die 10-Punkte-Zeitfunktion
- b) Rücktransformation mit eingefügten Nullen. Die 40-Punkte-IDFT liefert im Zeitbereich 40 Werte im Abstand von $1/32 \text{ Hz} = 31,25 \text{ ms}$. An der Dauer des Signals im Zeitbereich hat sich nichts geändert: $N^* T_a^* = z N T_a / z = N T_a$

■ 8.6 Fensterfunktionen

Die Verbreiterung der Spektren bei der DFT eines nicht zeitbegrenzten Signals tritt auf, da nicht das Spektrum des Signals für sich allein erhalten wird, sondern immer gefaltet mit dem Spektrum des Fensters. Ist die Messzeit, die Breite des Fensters, nicht ein ganzzahliges Vielfaches einer Periode der Grundschwingung, so treten die „falschen“ Spektrallinien von z. B. Bild 8.14 auf. Die scharfen Kanten des Rechteckfensters sind in dieser Beziehung besonders ungünstig. So ist eine Reihe anderer Datenfenster gebräuchlich, die den Amplitudensprung am Anfang und am Ende des Fensters vermeiden [8.6, 8.7]. Einige werden hier vorgestellt, nachdem zunächst drei Vergleichskriterien erklärt werden.

8.6.1 Kriterien zur Beurteilung

Die Diskrete Fouriertransformation eines Fensters hat im Prinzip die Form von Bild 8.9. Die $(\sin N x / \sin x)$ -Funktion hat ein Hauptmaximum und viele Nebenmaxima. Sie liefert die Einhüllende der Spektrallinien. Die diskreten Spektrallinien liegen im Abstand Δf

$$\Delta f = \frac{1}{N T_a} . \quad (8.72)$$

Das Spektrum wiederholt sich bei der Abtastfrequenz $f_a = 1/T_a$ (Bild 8.16). Bei der Auswahl eines Fensters ist dann auf die folgenden Punkte zu achten:

- Verhältnis aus der Amplitude des höchsten Nebenmaximums und der Amplitude des Hauptmaximums,
- Maximaler Abtastfehler,
- Breite des Hauptmaximums, ausgedrückt durch Frequenzdifferenz $c = f_0 - f_3$,
- Abfall der Nebenmaxima.

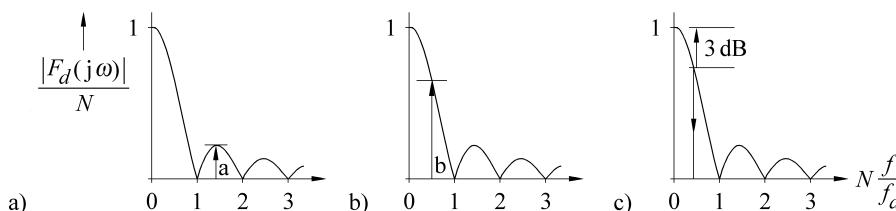


Bild 8.16 Kriterien zur Beurteilung eines Fensters (Rechteckfenster, $N = 17$)

a) Verhältnis aus der Amplitude des höchsten Nebenzipfels und der Amplitude des Hauptzipfels

Die Diskrete Fouriertransformierte $W_d(j\omega)$ einer Fensterfunktion $w(t)$ liefert bei $\omega = 0$ die maximale Amplitude. Die Amplituden der Nebenmaxima sind geringer. Das Verhältnis a

$$a = \frac{\text{Amplitude des höchsten Nebenmaximums}}{\text{Amplitude des Hauptmaximums}} \quad (8.73)$$

wird für den Vergleich verschiedener Fensterfunktionen benutzt.

b) Maximaler Abtastfehler

Die Spektrallinien einer abgetasteten Funktion fallen nicht notwendigerweise mit den Nullstellen der Diskreten Fouriertransformierten eines Fensters zusammen. Die Spektrallinien des Fensters liegen im Abstand Δf . Die Amplitude des Hauptmaximums bei $f = 0$ ist größer als die Amplitude bei der Frequenz $f = \Delta f/2$. Das Verhältnis b

$$b = \frac{\text{Amplitude der Fenster-FT bei } f = 1/2 \Delta f}{\text{Amplitude der Fenster-FT bei } f = 0} \quad (8.74)$$

gibt an, um wie viel eine Amplitude höchstens falsch gemessen wird. Es wird als maximaler Abtastfehler bezeichnet. Er kann durch „zero padding“ vermindert werden. Dadurch spielt er in der modernen Signalverarbeitung nur noch eine untergeordnete Rolle.

c) Breite des Hauptzipfels

Die Fensterfunktionen, bei denen die Nebenzipfel niedrig bleiben, haben einen besonders breiten Hauptzipfel. Dies ist ungünstig und führt zu einem Auseinanderlaufen der Spektrallinien. Zur Charakterisierung des Hauptzipfels dient die 3-dB-Grenzfrequenz. Dieses ist die Frequenz, bei der die Amplitude des Hauptzipfels auf 3 dB abgefallen ist. Das Verhältnis

$$\frac{\text{Amplitude bei } f_0 = 0}{\text{Amplitude bei } f_3} = 3 \text{ dB} \quad (8.75)$$

definiert die Frequenz f_3 . Sie ist ein Maß für die Breite des Hauptzipfels.

d) Abfall der Nebenmaxima

Eine weitere relevante Größe zur Beurteilung der Fensterfunktionen ist der Abfall der Nebenmaxima als Funktion der Frequenz. Dieser ergibt sich aus der Ordnung der niedrigsten nichtstetigen Ableitung der Fensterfunktion am Rand. Weist die Fensterfunktion eine Unstetigkeit auf, wie bei dem Rechteckfenster oder dem Hamming-Fenster, so ergibt sich ein Abfall der Nebenmaxima mit f^2 . Das von-Hann-Fenster ist noch in der ersten Ableitung stetig. Seine Nebenmaxima fallen daher mit f^3 ab.

8.6.2 Fensterfunktionen und ihre Spektren

Im Folgenden werden einige Fensterfunktionen zusammen mit ihren Spektren gezeigt. Ihre Kenngrößen sind in der Tabelle 8.2 zusammengestellt.

Tabelle 8.2 Eigenschaften der Fensterfunktionen

Fenstertyp	Höchster Nebenzipfel a	maximaler Abtastfehler b	Breite des Hauptzipfels c
Rechteck	$-13 \text{ dB} = 0,224$	0,64	$0,45 \Delta f$
Dreieck	$-27 \text{ dB} = 0,045$	0,81	$0,64 \Delta f$
Von Hann	$-32 \text{ dB} = 0,025$	0,85	$0,72 \Delta f$
Hamming	$-43 \text{ dB} = 0,007$	0,82	$0,65 \Delta f$
Blackman	$-58 \text{ dB} = 0,001$	0,88	$0,84 \Delta f$
Tukey	$-18 \text{ dB} = 0,126$	0,63	$0,94 \Delta f$

Rechteckfenster. Das Rechteckfenster wurde schon weiter vorne erläutert. Um es besser mit den anderen Fenstern vergleichen zu können, ist es im Bild 8.17 noch einmal gezeigt.

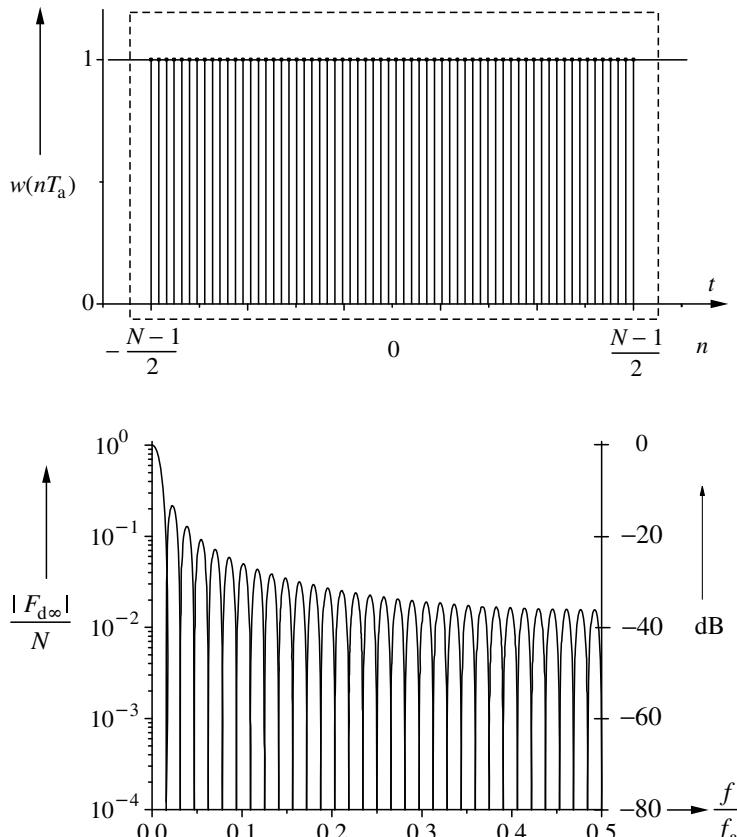
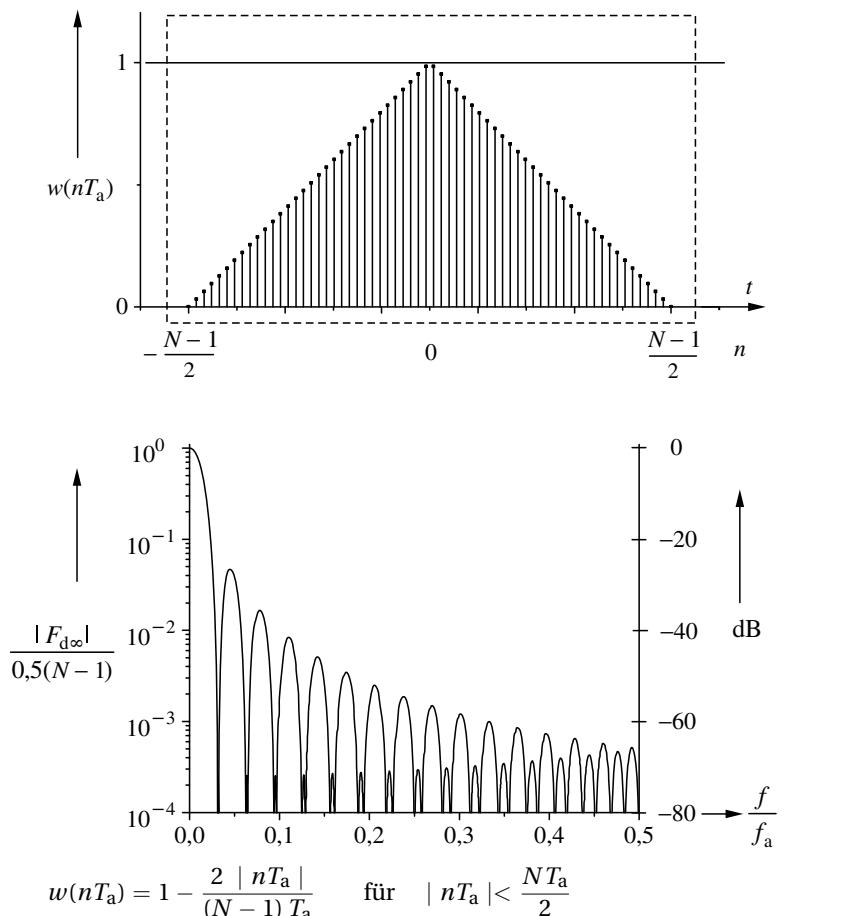


Bild 8.17 Rechteckfenster

Seine Formel lautet:

$$w(nT_a) = 1 \quad \text{für } |nT_a| < \frac{NT_a}{2}. \quad (8.76)$$

Weitere Fensterfunktionen zeigen die Bilder 8.18 bis 8.22:



$$w(nT_a) = 1 - \frac{2 \cdot |nT_a|}{(N-1) T_a} \quad \text{für} \quad |nT_a| < \frac{NT_a}{2} \quad (8.77)$$

Bild 8.18 Dreieckfenster, Bartlett-Fenster

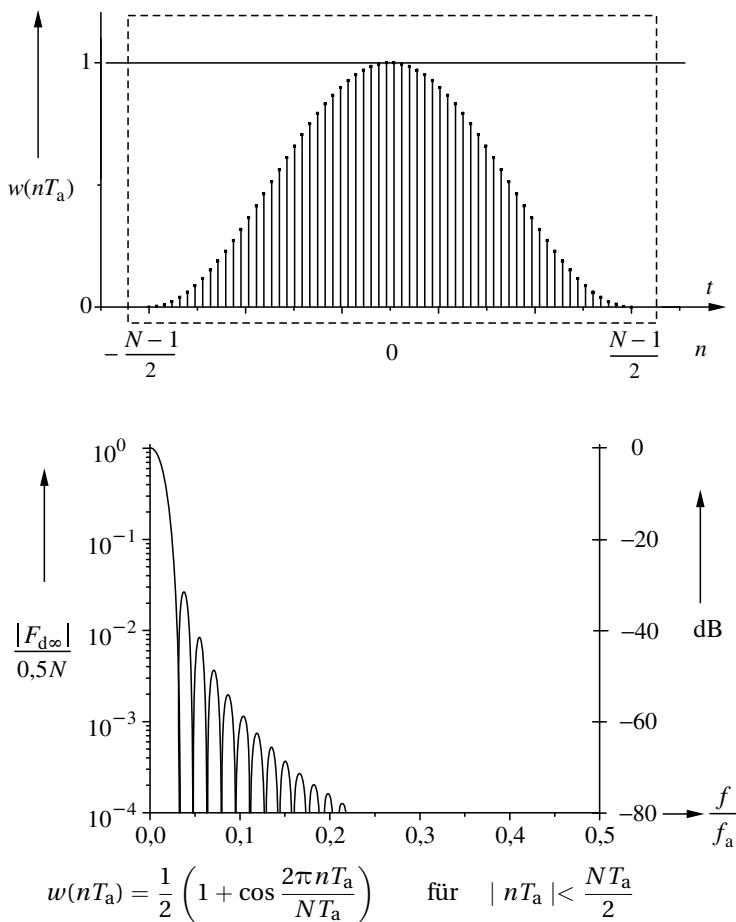
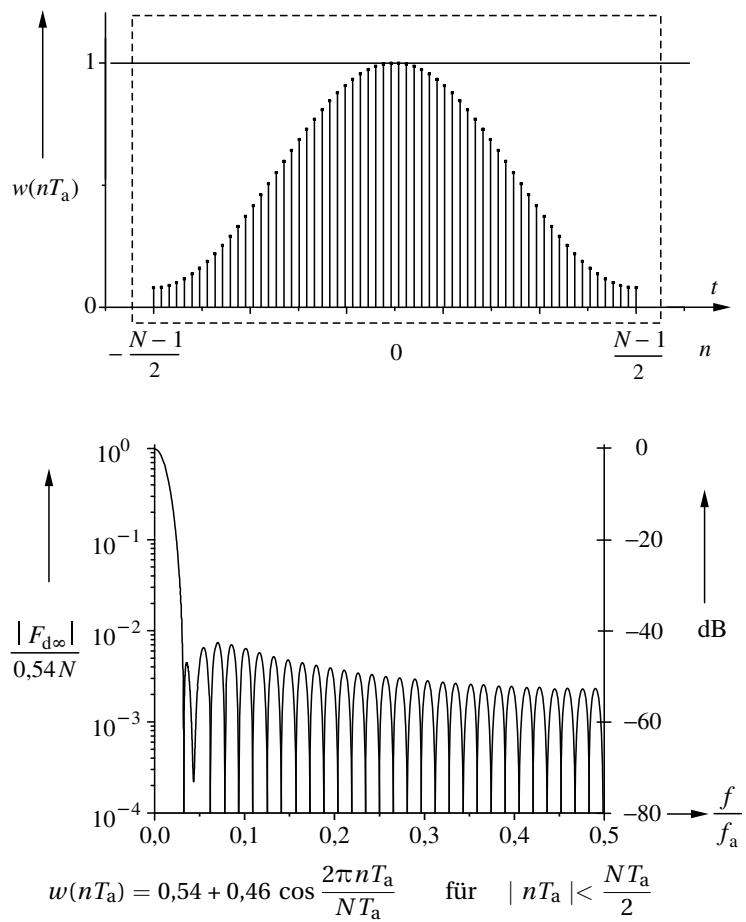


Bild 8.19 Von-Hann-Fenster

**Bild 8.20** Hamming-Fenster

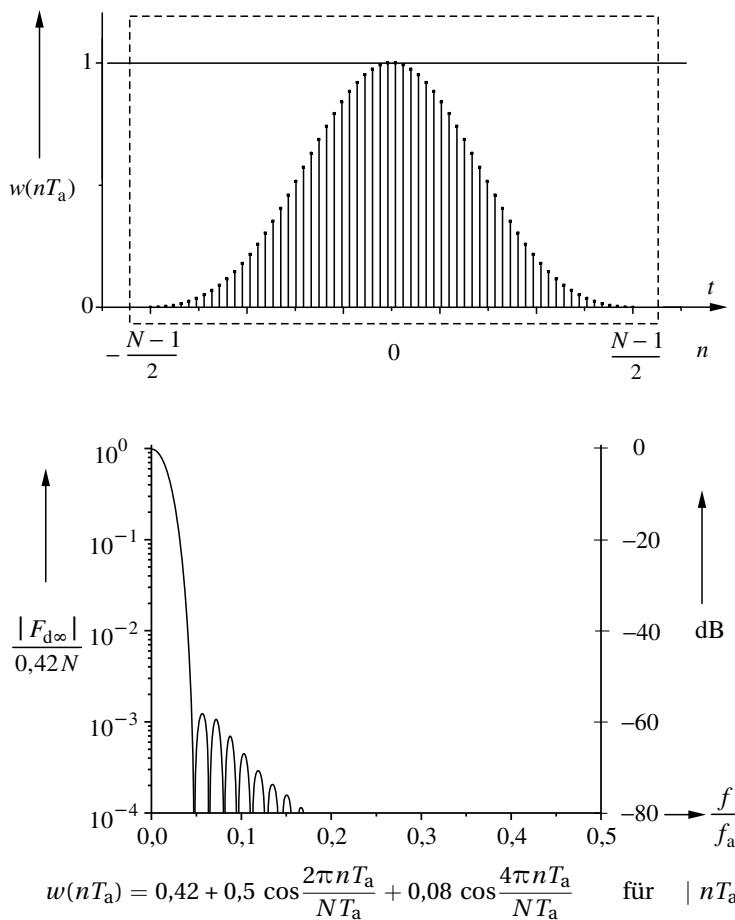


Bild 8.21 Blackman-Fenster

Fenstertyp	Höchster Nebenzipfel	maximaler Abtastfehler	Breite des Hauptzipfels
Tukey	-18 dB	0,63	0,94

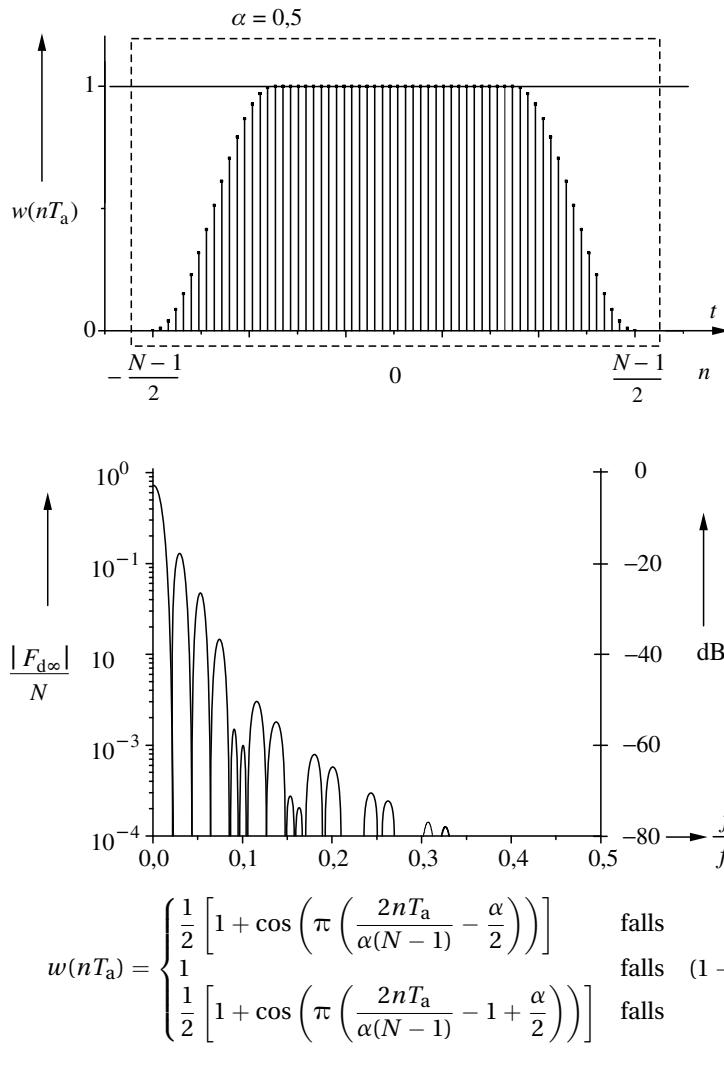


Bild 8.22 Turkey-Fenster

Beispiel 8.8Die Funktion $f(t)$

$$f(t) = 10 \cos \omega_0 t + \cos 2\omega_0 t + 5 \cos 3\omega_0 t \quad \text{mit } f_0 = 50 \text{ Hz} \quad (8.82)$$

wird mit $f_a = 500 \text{ Hz}$ während $N T_a = 124 \text{ ms}$ abgetastet. Verwendet werden die obigen Fensterfunktionen. Die erhaltenen Spektren sind in Bild 8.23 einander gegenübergestellt.

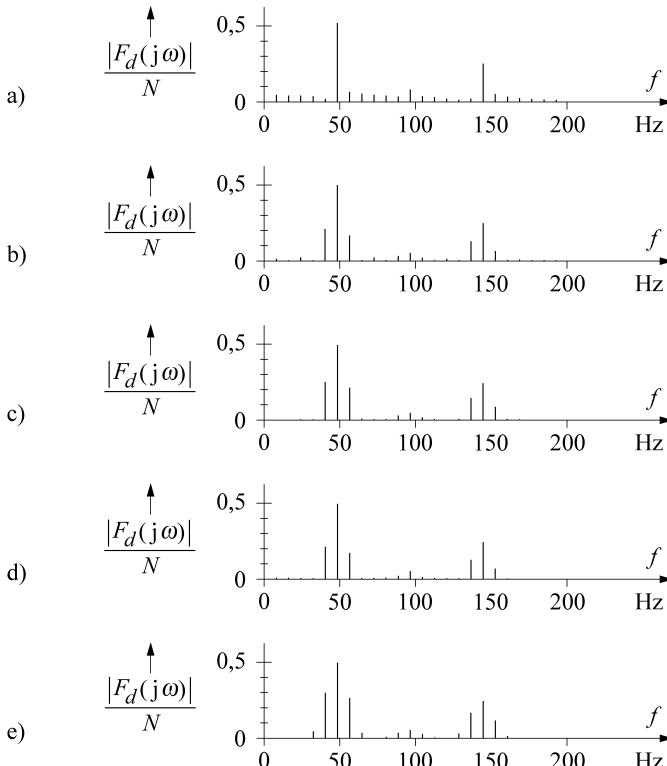


Bild 8.23 Vergleich der verschiedenen Abtastfenster; Spektren der Funktion

$$f(t) = 10 \cos \omega_0 t + 1 \cos 2\omega_0 t + 5 \cos 3\omega_0 t$$

- a) Rechteckfenster, b) Dreieckfenster, c) Von-Hann-Fenster, d) Hamming-Fenster,
- e) Blackman-Fenster

8.6.3 Fensterung bei transienten Signalen

Zum Schluss sei noch einmal darauf hingewiesen, dass bei zeitlich abklingenden Signalen wie z. B. Impulsen nur das Rechteckfenster verwendet werden darf. Die anderen Fenster würden die Impulsform und damit auch das Spektrum verfälschen (Bild 8.24).

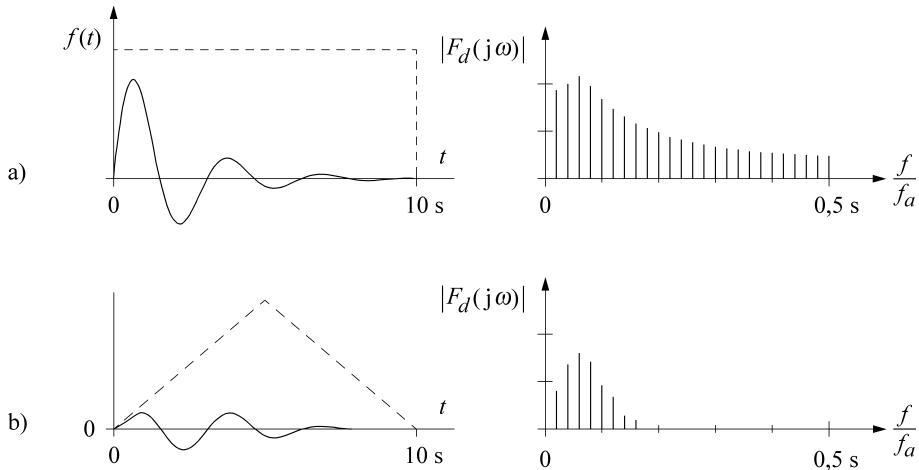


Bild 8.24 Beim Abtasten von zeitbegrenzten Signalen darf nur das Rechteckfenster verwendet werden.
 a) Originalfunktion im Rechteckfenster, b) Originalfunktion im Dreieckfenster

■ 8.7 Anwendungen der DFT

Die Rechenmethode der DFT ist in der Nachrichtentechnik entstanden und dient dort zur Signal-, Sprach- und Bildanalyse. Darüber hinaus wurde dieses Verfahren auch in die industrielle Messtechnik übernommen und wird hier zur Beurteilung elektrischer und nichtelektrischer Größen eingesetzt. Die Anwendungsgebiete sind so vielgestaltig, dass hier nur beispielhaft die Überwachung, Schadensfrüherkennung und Diagnose von Maschinen mit rotierenden Teilen wie zum Beispiel bei Turbinen, Generatoren oder Pumpen [8.2, 8.8, 8.9] erwähnt werden soll. In verfahrenstechnischen Kreisläufen, in denen z. B. Medien mit großer Geschwindigkeit umgewälzt werden, werden die Einbauten in den Rohrleitungen und Behältern zu charakteristischen Schwingungen angeregt. Die Messung dieser Schwingungen und der Vergleich der Spektren mit dem Neuzustand der Anlagen lässt erkennen, ob sich das System noch im bestimmungsgemäßen Zustand befindet oder ob sich anormale Frequenzen zeigen. Auf diese Weise wurden schon abgerissene Einbauten, gelockerte Schraubverbindungen und auch irrtümlich liegen gebliebene Werkzeugteile in Behältern entdeckt. Die notwendigen Reparaturen konnten infolge der Schadensfrüherkennung schon bei beginnenden Störungen eingeleitet werden und die Anlage wurde so vor irreparablen Schäden bewahrt. Ein weiteres großes Feld für die Anwendung der DFT liegt in der chemischen Analytik bei der Auswertung von Schwingungsspektren [8.10, 8.11, 8.12].

■ 8.8 Leistungsmessung im Zeit- und Frequenzbereich

Parseval'sches Theorem. Die Energie eines Signals hängt nicht von seiner Darstellung ab. Sie ist im Zeit- und Frequenzbereich dieselbe. Diesen Sachverhalt bringt das Parseval'sche Theorem zum Ausdruck. Für kontinuierliche Signale hat es die Form

$$\int_{t=-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt = \int_{f=-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df \quad (8.83)$$

und für diskrete

$$\sum_{n=0}^{N-1} x^2(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2. \quad (8.84)$$

Wird nicht die Energie, sondern die Leistung P als Quadrat des Effektivwertes x_{eff}^2 betrachtet, so entsteht aus den vorstehenden Gleichungen

$$P = x_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T x^2(t) dt = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^2(n) = \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2. \quad (8.85)$$

Zur Erläuterung dieser Beziehungen dient das folgende Beispiel [8.13].

Beispiel 8.9

Betrachtet wird die Kosinusfunktion $x(t)$ (Bild 8.25) mit der Amplitude $x_0 = 1 \text{ V}$ und der Frequenz $f_0 = 1 \text{ Hz}$:

$$x(t) = \hat{x}_0 \cos 2\pi f_0 t - \frac{1}{3} \hat{x}_0 \cos 2\pi 3 f_0 t \quad [\text{V}]. \quad (8.86)$$

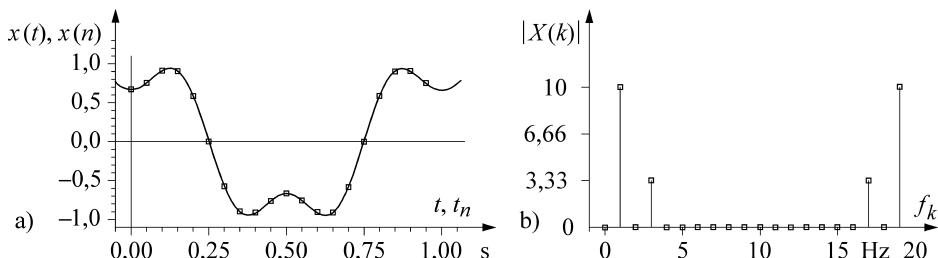


Bild 8.25 Kosinusfunktion $x(t)$ mit der Amplitude $x_0 = 1 \text{ V}$ und der Frequenz $f_0 = 1 \text{ Hz}$

- a) Die Zeitfunktion $x(t) = 1 \cos 2\pi t - (1/3) \cos 6\pi t$ mit den Abtastpunkten
- b) Amplitudenspektrum $X(k)$ von $x(t)$ bei $f_a = 20 \text{ Hz}$

a) Leistung der kontinuierlichen Funktion. Die Leistung ergibt sich aus

$$P = x_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T x^2(t) dt \quad (8.87)$$

zu

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{\hat{x}_0}{\sqrt{2}} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\hat{x}_0}{\sqrt{2}} \right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left(\frac{1}{3\sqrt{2}} \right)^2 \\ &= 0,5 + 0,055 = 0,555 \quad [\text{V}^2]. \end{aligned} \quad (8.88)$$

- b) Leistung der abgetasteten Funktion im Zeitbereich. Das Signal $x(t)$ wird nun während der Grundperiode $T = 1$ s mit der Abtastfrequenz $f_a = 20$ Hz abgetastet. Der Abtastsatz ist in der Tabelle 8.3 wiedergegeben.

Tabelle 8.3 Abtastsatz der Funktion $f(t)$ von Bild 8.25 (Leistungsmessung)

n	$x(n)$	$x^2(n)$	n	$x(n)$	$x^2(n)$
0	0,667	0,444	10	-0,667	0,444
1	0,755	0,570	11	-0,755	0,570
2	0,912	0,832	12	-0,912	0,832
3	0,905	0,819	13	-0,905	0,819
4	0,579	0,335	14	-0,579	0,335
5	0	0	15	0	0
6	-0,579	0,335	16	0,579	0,335
7	-0,905	0,189	17	0,905	0,189
8	-0,912	0,832	18	0,912	0,832
9	-0,755	0,570	19	0,755	0,570
				$\sum x(n) = 0$	$\sum x^2(n) = 11,1$

Daraus errechnet sich die Leistung

$$P = x_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{N} \sum x^2(n) = \frac{11,1}{20} = 0,555 \quad [\text{V}^2]. \quad (8.89)$$

- c) Leistung der abgetasteten Funktion im Frequenzbereich. Die abgetastete Funktion enthält 2 Frequenzen und bei Vernachlässigung des Rauschens nur Amplituden bei 1 Hz und 3 Hz. Das Amplitudenspektrum spiegelt sich bei der halben Abtastfrequenz. Aus diesem Grunde tritt die Amplitude bei 1 Hz auch bei 19 Hz auf, und die Amplitude bei 3 Hz auch bei 17 Hz. Mit den Werten von Bild 8.25 errechnet sich dann die Leistung zu

$$\begin{aligned} P &= x_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{N^2} \sum |X(k)|^2 \\ &= \frac{1}{400} (0 + 100 + 0 + 11,1 + 0 + \dots + 0 + 11,1 + 0 + 100 + 0) \\ &= \frac{222,2}{400} = 0,555 \quad [\text{V}^2]. \end{aligned} \quad (8.90)$$

Die drei unterschiedlichen Berechnungsverfahren liefern also denselben Wert.

Konsistenz der benutzten Gleichungen. Es ist nun leider so, dass in den vorne benutzten Gleichungen manchmal die Faktoren $1/N$ und $1/N^2$ weggelassen werden, wie ja auch in die Definition der DFT das Abtastintervall nicht mit aufgenommen worden ist („Das sind ja nur Normierungsfaktoren!“). So können Schwierigkeiten entstehen, wenn die Größen nicht nur

relativ, sondern absolut in Zahl und Einheit zu ermitteln sind, und wenn die Ergebnisse für kontinuierliche und diskrete Größen für den Zeit- und Frequenzbereich übereinstimmen sollen. Nimmt man die Formeln aus verschiedenen Quellen, so weiß man zunächst nicht, ob sie zusammenpassen. Aus diesem Grund sind in den drei nachfolgenden Tabellen einige wichtige Beziehungen angegeben, die in sich ein konsistentes System bilden. Die kontinuierlichen Größen sind in Tabelle 8.5, die zeitdiskreten in Tabelle 8.6 und ihre Beziehungen in Tabelle 8.4 definiert. (Diese ist aus drucktechnischen Gründen vor den Tabellen 8.5 und 8.6 angeordnet).

In Tabelle 8.4 sind auch Korrelationsfunktionen aufgenommen, obwohl sie in diesem Buch nicht behandelt werden [8.1]. Das Zeichen $\circ \bullet$ (leerer Kreis, Strich, voller Kreis) bedeutet „korrespondiert mit“. Wird die linke Größe (Zeitbereich, leerer Kreis) nach Fourier transformiert, so ergibt sich die rechte Größe (Frequenzbereich, voller Kreis). Die vierte Zeile von Tabelle 8.4 liest sich beispielweise: „Die Autokorrelationsfunktion $\Phi_{xx}(\tau)$ in der Einheit V^2 korrespondiert mit dem Autoleistungsdichtespektrum in der Einheit V^2/Hz “. Die unterschiedlichen Einheiten sind zu beachten.

Tabelle 8.4 Beziehungen zwischen den kontinuierlichen und diskreten Größen

Amplitudenspektrum:	$X(f=f_k) = T_a X(k)$	$\left[V \text{ s} = \frac{V}{\text{Hz}} \right]$
Autoleistungsdichtespektrum:	$S_{xx}(f=f_k) = T_a S_{xx}(k)$	$\left[V^2 \text{ s} = \frac{V^2}{\text{Hz}} \right]$
Kreuzleistungsdichtespektrum:	$S_{xy}(f=f_k) = T_a S_{xy}(k)$	$\left[V \text{ A s} = \frac{VA}{\text{Hz}} \right]$
Wiener-Chintschin kontinuierlich: $[V^2]$	$\Phi_{xx}(\tau) \circ \bullet S_{xx}(f)$	$\left[\frac{V^2}{\text{Hz}} \right]$
Wiener-Chintschin kontinuierlich: $[VA]$	$\Phi_{xy}(\tau) \circ \bullet S_{xy}(f)$	$\left[\frac{VA}{\text{Hz}} \right]$
Wiener-Chintschin diskret: $[V^2]$	$\Phi_{xx}(m) \circ \bullet S_{xx}(k)$	$[V^2]$
Wiener-Chintschin diskret: $[VA]$	$\Phi_{xy}(m) \circ \bullet S_{xy}(k)$	$[VA]$

Tabelle 8.5 Definitionen verschiedener Größen für zeitkontinuierliche Signale

FT = Fouriertransformierte		$X^*(f)$ = konjugiert komplexe FT
AKF = Autokorrelationsfunktion		ALDS = Autoleistungsdichespektrum
KKF = Kreukorrelationsfunktion		KLDS = Kreuzleistungsdichespektrum
Zeitsignale:	$x(t)$	[V];
FT:	$X(f) = \int_{t=-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt$	$\left[\frac{V}{Hz} \right]$
inverse FT:	$x(t) = \int_{t=\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi f t} df$	[V]
AKF:	$\Phi_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t - \tau) dt$	[V ²]
ALDS:	$S_{xx}(f) = \frac{1}{T} X(f) ^2 = \frac{1}{T} X(f) X^*(f)$	$\left[\frac{V^2}{Hz} \right]$
KKF:	$\Phi_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) y(t - \tau) dt$	[VA]
KLDS:	$S_{xy}(f) = \frac{1}{T} X(f) Y^*(f)$	$\left[\frac{VA}{Hz} \right]$
Parseval:	$\int_{t=-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \int_{f=-\infty}^{\infty} X(f) ^2 df$	$\left[\frac{V^2}{Hz} \right]$
Leistung:	$P = x_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt = \Phi_{xx}(0)$	[V ²]
Leistung:	$P = \frac{1}{T} \int_{f=-\infty}^{\infty} X(f) ^2 df = \int_{f=-\infty}^{\infty} S_{xx}(f) df$	[V ²]

Tabelle 8.6 Definitionen verschiedener Größen für zeitdiskrete Signale

DFT = Diskrete Fouriertransformierte AKF = Autokorrelationsfunktion T_a = Abtastintervall	ZP = Zählpunkt ALDS = Autoleistungsdichtespektrum $T = N T_a$ = gesamte Messzeit
$0 \leq n \leq N - 1$: ZP für die diskreten Zeitpunkte $t_n = n T_a$ $0 \leq k \leq N - 1$: ZP für die diskreten Frequenzen $f_k = k \Delta f$; $\Delta f = \frac{1}{N T_a}$ $0 \leq m \leq N - 1$: ZP bei der Korrelationsmessung	
Zeitsignale:	$x(n)$ [V]; $y(n)$ [A]
DFT:	$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi f_k n T_a}$ [V]
inverse DFT:	$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j2\pi f_k n T_a}$ [V]
AKF:	$\Phi_{xx}(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) x(n - m)$ [V ²]
ALDS:	$S_{xx}(k) = \frac{1}{N} X(k) ^2 = \frac{1}{N} X(k) X^*(k)$ [V ²]
KKF:	$\Phi_{xy}(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) y(n - m)$ [VA]
KLDS:	$S_{xy}(k) = \frac{1}{N} X(k) Y^*(k)$ [VA]
Parseval:	$\sum_{n=0}^{N-1} x^2(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) ^2$ [V ²]
Leistung:	$P = x_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^2(n) = \Phi_{xx}(0)$ [V ²]
Leistung:	$P = \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) ^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S_{xx}(k)$ [V ²]

9

Rechnerunterstützte Messsysteme

■ 9.1 Einführung

Das Ziel einer rechnergestützten Messwerterfassung ist die korrekte Erfassung, Digitalisierung und Speicherung der Messwerte, deren anschließende Kalibrierung und Auswertung sowie die Darstellung und Dokumentation der Messergebnisse. Diese Aufgaben werden von einem Messprogramm abgearbeitet und überwacht. In der Regel steuert der Rechner, auf dem das Messprogramm läuft, auch die gesamte Kommunikation des Messaufbaus. Dem Stande der Technik entsprechend sind auch einfache Messgeräte, wie beispielsweise Multimeter, mit Rechnerschnittstellen ausgerüstet. Ein großes Angebot an Hard- und Software zur Gewinnung und Auswertung von Messwerten steht zur Verfügung. So gibt es kaum noch Messplätze ohne Rechneranbindung. Die Funktion des Messaufbaus wird erst durch das Steuerprogramm und die nachfolgende Messwertverarbeitung festgelegt: Das Messprogramm bestimmt die Funktion der Messgeräte [9.1, 9.2].

Die nachfolgende Gliederung soll die Bedeutung des Rechners betonen. Sie beginnt mit seiner Beschreibung. Anschließend wird dann nach der Behandlung der Schnittstellen auf die Bedingungen eingegangen, denen die Messgeräte für eine Kommunikation mit einem Rechner genügen müssen. Ein eigener Abschnitt ist den Anwenderprogrammen gewidmet, um schließlich mit einem Beispiel zu schließen.

■ 9.2 Aufbau eines Personal Computers

9.2.1 Gerätetechnik

Die Funktionalität eines PCs ergibt sich aus dem Zusammenspiel von Hardware und Software. Die Hardware umfasst alle physikalischen Bestandteile eines Computersystems, einschließlich aller peripheren Einrichtungen. Zur Hardware zählen somit der Prozessor (Central Processing Unit CPU), der Hauptspeicher (Random Access Memory RAM), die Massenspeicher wie Festplatten (Hard Discs), Flash-Speicher (SD-Karten, USB-Sticks) oder optische Speichermedien (DVDs, BDs) und die Eingabe- und Ausgabegeräte, wie Tastatur, Maus oder Bildschirm. Die Kommunikation der rechnerinternen Komponenten untereinander sowie mit den externen Peripheriegeräten geschieht über gemeinsame Datenleitungen. Datenleitungen, die von mehreren Geräten gemeinsam benutzt werden nennt man Bussysteme. Einzelne Geräte oder Gerätekomponenten werden über **Schnittstellen** (Interfaces) an den Bus angeschlossen.

9.2.2 Software

Im Gegensatz zur Hardware umfasst die Software alle nichtapparative („weichen“) Funktionsbestandteile eines Computers. Software ist Information und lässt sich mit Zeichenketten darstellen, die von informationstechnischen Maschinen gelesen und interpretiert werden können. Mit Software lassen sich Maschinen, Computer und Messaufbauten steuern. Die Software gliedert sich in die **Systemprogramme**, die alle internen Abläufe in einem Computer steuern, und die **Anwenderprogramme**, mit denen die vom Benutzer gestellten Aufgaben mit einem Computer bearbeitet werden können (Bild 9.1).

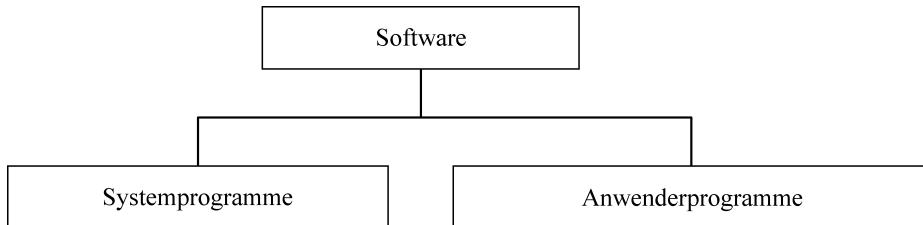


Bild 9.1 Softwarekomponenten eines typischen PCs

Systemprogramme. Zu den Systemprogrammen gehört das Betriebssystem. Ein Betriebssystem wie DOS, WINDOWS, LINUX oder FreeBSD steuert und verwaltet den Zugriff der Software auf die Hardware und ermöglicht dadurch überhaupt die Arbeit mit einem Rechner. Ein Betriebssystem hat beispielsweise die Aufgabe, alle Datenübertragungen zwischen den Speichermedien wie Flash-Speicher oder Festplatten und der Zentraleinheit zu steuern. Zum Betriebssystem gehören auch die Treiber, die eine ordnungsgemäße Datenübertragung von und zu externen Geräten oder Gerätekomponenten ermöglichen. Je nach Betriebssystem kann entweder immer nur ein Anwendungsprogramm zu einem Zeitpunkt abgearbeitet werden (Singletask beim DOS-Betriebssystem) oder es können mehrere Programme gleichzeitig bearbeitet werden (Multitaskingfähigkeit bei WINDOWS und LINUX).

Anwenderprogramme. Die Anwenderprogramme dienen beispielsweise zur Textverarbeitung wie Microsoft WORD und OpenOffice Writer, zur numerischen Auswertung mathematischer Ausdrücke wie MATLAB und Scilab oder zur Messdatenerfassung wie LabVIEW und MATLAB. Auf die Anwenderprogramme wird in Abschnitt 9.6 noch einmal näher eingegangen.

■ 9.3 Schnittstellen und Bussysteme

9.3.1 Einführung

Eine Schnittstelle (Interface) ist eine Übergabestelle für digitale Informationen, wie Daten, Meldungen, Adressen und Befehle.

Softwareschnittstellen. Die Softwareschnittstellen dienen zur Übergabe von Daten und Steuerungsanweisungen zwischen verschiedenen Anwendungsprogrammen. Hierzu können individuelle Schnittstellen wie direkte Parameterübergaben, binäre oder Textdateien

eingesetzt werden oder betriebssystemspezifische Mechanismen, wie Pipes, Dynamic Data Exchange DDE, Object Linking and Embedding OLE, ActiveX und ähnliche. Als Schnittstelle in der Mess- und Automatisierungstechnik hat sich OLE for Process Control OPC etabliert. Sie basiert auf den MICROSOFT-WINDOWS-Technologien OLE, Component Object Model COM und Distributed COM DCOM. OPC bietet eine offene Schnittstelle, über die WINDOWS-basierte Anwendungsprogramme wie Office-Programme oder Messprogramme mit Mess- und Automatisierungsgeräten Daten austauschen können. Wenn man Anwendungsprogramme mit OPC-Schnittstelle verwendet, so kann man alle Geräte und Systeme mit OPC-Fähigkeit ohne besondere Treiber einsetzen.

Hardwareschnittstelle. Eine Hardwareschnittstelle ist ein Übergang, der in Systemen die Verbindung zwischen Baugruppen, Geräten und Anlagenteilen ermöglicht. Sie ist in der Regel als elektronische Baugruppe ausgeführt, die im Computer oder im Gerät eingebaut ist. Sie verhält sich dort wie ein eigenständiges Gerät mit einem eigenen Satz von Gerätefunktionen und besitzt oft einen eigenen Prozessor sowie ein eigenes Betriebsprogramm. Eine Schnittstelle wird über spezielle Gerätenachrichten, die Schnittstellenbefehle, konfiguriert. Bei Schnittstellen, bei denen die Geräte individuell angesprochen werden können, erhält jedes Gerät eine eigene Adresse in Form einer zugeordneten Nummer [9.8].

Für Messaufgaben werden üblicherweise genormte Schnittstellen eingesetzt. Nur so lässt sich ein herstellerunabhängiges und offenes Messsystem aufbauen. Bei einer genormten Schnittstelle sind meist folgende Eigenschaften festgelegt:

- die Bauform des Steckers,
- die Stiftbelegung,
- die Verbindungskabel,
- das elektrische Spannungsniveau,
- die Signaleigenschaften,
- das Datenformat,
- das Übertragungsprotokoll.

Die gebräuchlichen Schnittstellen besitzen auf Grund ihrer Geschichte oft mehrere unterschiedliche Bezeichnungen.

Ein Bussystem verbindet die zusammengehörenden Schnittstellen von Komponenten und Geräten über gemeinsame Datenleitungen. Die Bussysteme werden entsprechend ihrer Reichweite in Rechnerbusse, Nahbusse und Fernbusse unterteilt [9.9].

Protokoll. Die Kommunikation auf einem Bus erfolgt nach genauen Regeln, dem Protokoll. Die Protokolle orientieren sich in der Regel am OSI-7-Schichten-Referenzmodell (Open Systems Interconnection OSI), das die einzelnen Teilaufgaben einer Kommunikation entsprechend ihrer Funktion strukturiert. Wenn mehrere Teilnehmer den Bus gleichzeitig benutzen wollen, entsteht ein Zugriffskonflikt. Das Buszugriffsverfahren reglementiert den Zugriff auf den Bus und ermöglicht, dass die Übertragungswünsche der einzelnen Teilnehmer in einer absehbaren Zeit erfüllt werden.

Handshake. Zur Vermeidung von Datenverlusten muss der Empfänger dem Sender die Empfangsbereitschaft mitteilen. Er muss notfalls, wenn keine weiteren Daten mehr verarbeitet werden können, in der Lage sein, die Datenübertragung anzuhalten. Es gibt auch teilweise die Möglichkeit, gezielt Pakete neu anzufordern. Diese Informationen, die den Ablauf einer Übertragung über einen Bus organisieren, wie „Betriebsbereitschaft“, „Empfangsbereitschaft“ oder „Gültigkeit der Daten“, werden Handshake-Signale genannt. Beim

Hardware-Handshake werden hierfür eigene Leitungen verwendet, beim Software-Handshake wird dies durch spezielle zusätzliche Zeichen über die Datenleitungen übertragen.

Die Übertragung von Gerätenachrichten oder Daten lässt sich mit dem Versenden eines Faxes veranschaulichen. Die Schnittstellen sind wie die Faxgeräte nur für den Transport zuständig. Der Empfänger der Nachricht wird durch die Faxnummer (Adresse) aus der Menge aller möglichen Empfänger ausgewählt. Die gemeinsame Verbindungsleitung (das Bussystem) wird beim Fax durch ein Telefonnetz bereitgestellt. Um die korrekte Datenübermittlung sicherzustellen, tauschen die Faxgeräte (Schnittstellen) Informationen aus, von denen der Empfänger nichts merkt (bei einer Schnittstelle sind dies die Handshake-Signale). Während der Kommunikation zwischen den Geräten stellt ein Datenrahmen mit Start-, Stop- und Prüfzeichen eine korrekte Übertragung sicher. Der Inhalt des Faxes, die Nachricht, ist nur für den Empfänger bestimmt. Für ihn spielt es eine untergeordnete Rolle, wie die technische Übertragung funktioniert.

Übertragung. Bei einer **bitseriellen** Übertragung werden die Informationen nacheinander auf einer Datenleitung übertragen, bei **bitparalleler** Übertragung gleichzeitig über mehrere Leitungen. Beispielsweise werden bei dem IEC-Bus die Daten byteseriell und bitparallel übertragen. Im Duplex-Betrieb kann jedes Gerät sowohl als Sender (Talker) als auch als Empfänger (Listener) arbeiten. Im Halbduplex-Betrieb ist zu einem Zeitpunkt nur eine Richtung zugelassen, während im Vollduplex-Betrieb beide Richtungen gleichzeitig möglich sind.

Bei isosynchroner Übertragung wird die Information in einem festen Takt übertragen. Der Takt selbst wird entweder ebenfalls übertragen oder aus dem Datenstrom abgeleitet. Bei einer asynchronen Übertragung lässt sich die Geschwindigkeit an die Möglichkeiten des Systems anpassen, wobei dann Handshake-Signale zur Synchronisation erforderlich sind. Die Anzahl der übertragenen Symbole pro Sekunde nennt man Baud.

Schnittstellenumsetzer. Ein Schnittstellenumsetzer (Bridge) ermöglicht die Kommunikation zwischen Geräten mit unterschiedlichen Schnittstellen. Bei Schnittstellen, die sich ähnlich sind wie RS-232 und RS-485, müssen nur die unterschiedlichen Spannungsspegel der Datenleitungen aufeinander abgebildet und, wenn vorhanden, ein Hardware-Handshake auf ein Software-Handshake umgestellt werden. Sehr unterschiedliche Schnittstellen wie USB und IEC stellen zum Teil auch andersartige Funktionen zur Verfügung. Diese Funktionen müssen dann im Umsetzer erkannt und durch Programme nachgebildet werden, um die andere Seite entsprechend zu bedienen oder um ein erwartetes Verhalten zu simulieren. Beispiele für Schnittstellenumsetzer sind RS-232 auf RS-485, PCI auf IEC, USB auf IEC oder USB auf RS-232.

Von einem **Protokollumsetzer** wird die „Verpackung“ der Information verändert. Weder die Information noch deren Codierung, noch die physikalische Art des Signals werden verändert. Da Eingangs- und Ausgangsdaten über die gleichen physikalischen Verbindungen versandt werden können, kann eine Protokollumsetzung auch über ein Programm erledigt werden. Beispiele für Protokollumsetzungen sind RS-232 ohne Parität auf RS-232 mit Parität oder CAN-Bus auf Profibus.

Nach diesen mehr allgemeinen Ausführungen sollen nun die wichtigsten Schnittstellen etwas näher betrachtet werden (Tabellen 9.1 und 9.2).

Tabelle 9.1 Beispiele für drahtgebundene Schnittstellen in rechnerunterstützten Messsystemen

Schnittstelle	Anzahl der Geräte	Übertragungsart	Pegel	Datenrate in bps	Distanz in m
RS-232	2	Bitseriell, Vollduplex	H: -3 bis -27 V L: 3 bis 27 V	20 k (115 k)	100
RS-422	2	Bitseriell, Halbduplex	H: ΔU : -2 bis -6 V L: ΔU : 2 bis 6 V	20 M	1 200
RS-485	32	Bitseriell, Voll- oder Halbduplex	H: ΔU : -2 bis -6 V L: ΔU : 2 bis 6 V	10 M	1 200
USB	127	Bitseriell	differenziell mit $\pm 0,4$ V	1,5 M 12 M 480 M	≤ 5
ICE-Bus	15	8-Bit-parallel, Halbduplex	negativer TTL-Pegel	1 M	20
IEEE 1394 (Firewire)	64	Bitseriell		800 M (3,2 G)	5
LAN 10Base – LAN 1000Base IEEE802.3	256	Seriell Vollduplex	0,1 W	10 M – 1 000 M	50

Tabelle 9.2 Beispiele für drahtlose Schnittstellen in rechnerunterstützten Messsystemen

Schnittstelle	Anzahl der Geräte	Übertragungsart	Pegel	Datenrate in bps	Distanz in m
Bluetooth	8	Seriell	0,01 bis 0,1 W	10 k 1 M 2,1 M 24 M	≤ 100
ZigBee IEEE802.15.4	255	Seriell Halbduplex	0,01 W	20 k 40 k 250 k	10 – 75
WLAN IEEE 802.11g/h/n	256	Seriell Vollduplex	0,001 bis 0,1 W	54 M 600 M	50

9.3.2 Serielle RS-232-Schnittstelle und abgeleitete Schnittstellen

UART-Controller. Ein wesentlicher Bestandteil jeder seriellen Schnittstelle ist der so genannte UART-Controller (Universal Asynchronous Receiver/Transmitter UART). Dieser konvertiert parallel ankommende Daten in einen seriellen Einzelbit-Datenstrom und umgekehrt. Er fügt zudem beim Übertragen dem Datenstrom die Parity-Bits hinzu und überprüft sie beim Empfang. Zur Entlastung des rechnerinternen Bussystems und zur Beschleunigung der Datenübertragung enthält er meist einen Puffer in FIFO-Technik (First-In/First-Out FIFO).

Für den Datenaustausch müssen die Schnittstellen der beteiligten Computer und Geräte auf die gleichen Übertragungsparameter auf den Datenleitungen und das gleiche Handshake-Verfahren eingestellt werden.

RS-232-Schnittstelle. Die serielle Schnittstelle RS-232 (US-Norm Recommended Standard Number 232, Revision C RS-232C) zählt zu den ältesten und populärsten Schnittstellenstandards. Über die Schnittstelle kann eine Vollduplex-Punkt-zu-Punkt-Verbindung zwischen genau zwei Geräten aufgebaut werden.

Bei der seriellen Schnittstelle RS-232 werden die einzelnen Bits nacheinander (seriell) in einem festen Zeittakt (isosynchron) auf die Leitung gegeben. Für jede Übertragungsrichtung wird eine eigene Datenleitung verwendet. Für die beiden Datenleitungen gilt eine negative Logik: Logisch „true“ wird dabei elektrisch zwischen -3 V bis -27 V gegen Masse und logisch „false“ elektrisch mit $+3\text{ V}$ bis $+27\text{ V}$ codiert. Die Datenübertragung setzt daher am Sende- und Empfangsschaltkreis gleiche Massenpotenziale voraus. Die übrigen Signalleitungen arbeiten mit TTL-Pegeln und positiver Logik (0 V und 5 V). Bild 9.2 zeigt die Bitfolge bei einer seriellen Übertragung des Zeichens S.

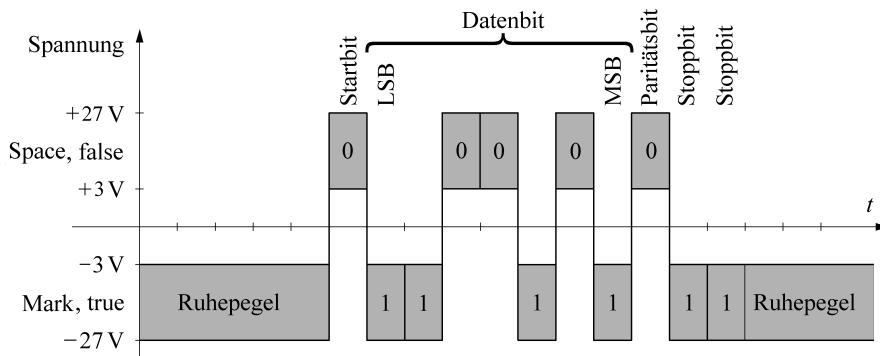


Bild 9.2 Übertragung des ASCII-Zeichens S = 101 0011 über eine RS-232-Schnittstelle bei gerader Parität. Die grau unterlegten Bereiche bezeichnen die Spannungsintervalle für logisch „true“ und logisch „false“

Jedes einzelne Zeichen, wie Buchstabe, Ziffer oder Sonderzeichen, wird mit einem so genannten Wort codiert. Üblicherweise besteht ein Wort aus 8 Bit.

Der Ruhezustand auf der Übertragungsleitung entspricht dem Pegel eines logischen „true“. Die Übertragung eines Worts beginnt mit einem vorangestellten Startbit, das aus einer logischen „false“ besteht, so dass der Beginn einer Übertragung immer durch einen positiven Spannungssprung vom Empfänger erkannt werden kann. Das Startbit wird automatisch erzeugt und muss in keiner Voreinstellung festgelegt werden.

Anschließend wird nacheinander entsprechend der Wortlänge ausgegeben. Die Übertragung beginnt mit dem niedrigstwertigen Bit (Least Significant Bit LSB) und endet mit dem höchstwertigen (Most Significant Bit, MSB).

Störungen während der Übertragung können dazu führen, dass einzelne Bits nicht richtig erkannt werden. Ein zusätzliches Bit, das Paritätsbit, lässt erkennen, ob ein Fehler aufgetreten ist. Das Paritätsbit wird an die Datenbit angehängt und bei gerader Parität (Even Parity) so gesetzt, dass sich insgesamt eine gerade Anzahl von Einsen ergibt. Bei ungerader Parität (Odd Parity) muss sich eine ungerade Zahl von Einsen ergeben. Manchmal wird auch auf das Paritätsbit verzichtet (None).

Am Ende der Übertragung muss immer der gleiche elektrische Zustand auf der Leitung vorliegen um den Beginn des nächsten Zeichens erkennen zu können. Daher werden nach den Datenbits und einem eventuellen Paritätsbit ein oder zwei Stoppbits gesendet, die aus logischen Einsen bestehen. Nach dem letzten Stoppbit folgt entweder der Ruhezustand oder ein neues Startbit. Alle Bit werden sequenziell mit Geschwindigkeiten von 50 bis 500 000 Baud gesendet.

Handshake. Die RS-232-Norm sieht mehrere Möglichkeiten für das Handshake vor:

- **Hardware-Handshake:** Der Empfänger lenkt über Steuerleitungen die Datenausgabe des Senders. Ein häufig verwendeter Hardware-Handshake heißt X-Draht-Handshake, weil im zugehörigen Kabel mehrere Paare gekreuzter Anschlüsse vorkommen.
- **Software-Handshake (z. B. XON/XOFF):** Der Empfänger sendet zur Steuerung des Datenflusses spezielle Zeichen über die Datenleitungen. Die Handshake-Leitungen werden in diesem Fall nicht benutzt.

Die erzielbare Entfernung zwischen zwei RS-232-Geräten ist vom verwendeten Kabel und der Baudrate abhängig und kann auf Grund der hohen erlaubten Spannungen und der großen Spannungstoleranz mehrere 100 m überbrücken.

RS-422-Schnittstelle. Im industriellen Prüffeld und vor allem in der Prozessmesstechnik findet zunehmend die verwandte moderne serielle Schnittstelle RS-422 Verwendung, die für die Daten in beiden Richtungen mit einem einzigen potenzialfreien Leitungspaar arbeitet. Logisch 1 wird elektrisch durch -2 V bis -6 V und logisch 0 durch $+2\text{ V}$ bis $+6\text{ V}$ zwischen den beiden Signalleitungen codiert. Durch die potenzialfreie Spannung ohne Massenbezug ist die Übertragung weniger störanfällig, da von außen eingestreute Störungen beide Leitungen gleich betreffen und damit die Spannungsdifferenz kaum beeinflussen.

Da nur zwei Signalleitungen eingesetzt werden, ist nur ein „Halbduplex-Betrieb“ möglich: Es kann zwar in beide Richtungen übertragen werden, aber nicht gleichzeitig. Die RS-422-Norm sieht keinen Hardware-Handshake mehr vor, stimmt aber ansonsten in den übrigen Übertragungsparametern und dem Datenformat mit der RS-232-Norm überein. Daher sind einfache Schnittstellenumsetzer zwischen beiden Systemen möglich.

RS-485-Schnittstelle. Die elektrischen Eigenschaften und Spezifikationen der RS-422-Schnittstelle bilden die Grundlage für die RS-485-Schnittstelle, die in mehreren Bussystemen der Prozessmess- und Prozessleittechnik eingesetzt wird. Je nach Anwendungsbereich werden diese Bussysteme auch als Feldbus, Prozessbus oder Sensor/Aktor-Bus bezeichnet. Da die verschiedenen Anwendungsgebiete sehr unterschiedliche Teilnehmerzahl, Übertragungsgeschwindigkeit, Übertragungssicherheit und Reaktionszeit erfordern, ist eine einheitliche Normung gescheitert. Es befinden sich folglich verschiedene Bussysteme am Markt, wie

- Profibus DIN 19 245 (Process Field Bus für Prozessautomatisierungssysteme der Energie- und Verfahrenstechnik),
- DIN-Messbus (DIN 66 348),
- CAN-Bus (Controller Area Network CAN für den sicherheitskritischen Kraftfahrzeugbereich),
- Futurebus+,
- Interbus.

Diese seriellen Bussysteme erlauben den Anschluss von bis zu 32 Teilnehmern. Die spezifizierte Leitungslänge beträgt 1 200 m, die Datenrate geht bis zu 187,5 kBaud. Es kommen ent-

weder eine Zweidraht-Leitung für einen Halbduplex-Betrieb oder eine Vierdraht-Leitung im Vollduplex-Betrieb zum Einsatz. Für einen Feldbus wird meist ein Echtzeitbetrieb gefordert.

9.3.3 Universal Serial Bus USB

Ziel des USB-Systems ist die Verbindung sämtlicher zu einem PC-Arbeitsplatz gehörenden Peripherie über eine einheitliche Schnittstelle. USB kennt zwei definierte Steckertypen für alle Geräte: Typ A für den Anschluss am Hub und Typ B für den Anschluss am Gerät. Die Schnittstelle bietet die so genannte Plug-and-Play-Fähigkeit. Unter Plug-and-Play, zu deutsch „einsticken und loslegen“, versteht man die Fähigkeit von Computern, sich in gewissem Umfang selbst zu konfigurieren. USB erlaubt auch das so genannte Hot-Plugging, das Anschließen und Entfernen von USB-Geräten während des Betriebs. Der USB-Hostadapter übernimmt dabei die komplette Grundkonfiguration der Geräte und veranlasst zudem das automatische Laden gerätespezifischer Treiber. USB ist als sternförmiges Bussystem (Hub) aufgebaut, in dessen Zentrum der USB-Hostadapter steht. An diesem können bis zu 127 Geräte angeschlossen werden. Außerdem können weitere Hubs zwischengeschaltet werden, um weitere Geräte anzuschließen oder die Stromversorgung sicherzustellen [9.11].

Die Spezifikation von USB 2.0 schreibt vier Leitungen vor, von denen zwei für die bidirektionale Datenübertragung eingesetzt werden. Eine weitere Leitung liegt auf Masse, und die vierte Leitung führt die +5 V Versorgungsspannung. Die USB-Schnittstelle ist in der Lage, angeschlossene Teilnehmer mit bis zu 500 mA zu versorgen. Die Daten werden differenziell mit einem Pegel von $\pm 400 \text{ mV}$ übertragen. Durch die differenzielle Übertragung ist USB wie die RS-422 robust und wenig störanfällig.

Die Anwendungen stellen unterschiedliche Anforderungen an die Übertragungsbandbreite der USB-Schnittstelle. Deshalb ist die Übertragung bei USB in Kanäle aufgeteilt. USB 2.0 umfasst somit einen High-Speed-Kanal mit bis zu 480 MBit/s, der aktuellste Standard USB 3.0 mit SuperSpeed bis zu 4 000 MBit/s. Erfüllt eines der Geräte die Spezifikation 3.0 nicht, so wird die Übertragung automatisch nach USB 2.0 durchgeführt. USB 3.0 benötigt im Vergleich zu USB 2.0 fünf zusätzliche Leitungen, mit jeweils zwei Paaren für die Signalübertragung und für Masse. Für die Stromversorgung stehen 900 mA zur Verfügung.

9.3.4 Paralleler IEC-Bus (GPIB-Bus, IEEE-488-Bus)

Einführung. Der IEC-Bus wird zur Steuerung von Messgeräten im Laborbereich eingesetzt. Die maximale Leitungslänge wurde auf 20 m spezifiziert. Die Datenrate kann bis zu 1 MByte/s betragen. Der Bus ist auf maximal 15 Teilnehmer begrenzt. Die Stecker der Kabel können im Huckepackverfahren weitere Stecker aufnehmen, deren Kabel zu weiteren Geräten führen (Bild 9.3) [9.7].

Die technische Entwicklung und unterschiedliche Normungsinstitutionen haben dazu geführt, dass es für das IEC-Bussystem sehr unterschiedliche Bezeichnungen gibt:

- HP-IB (Hewlett-Packard Interface Bus [9.5], 1985),
- GPIB (General Purpose Interface Bus),

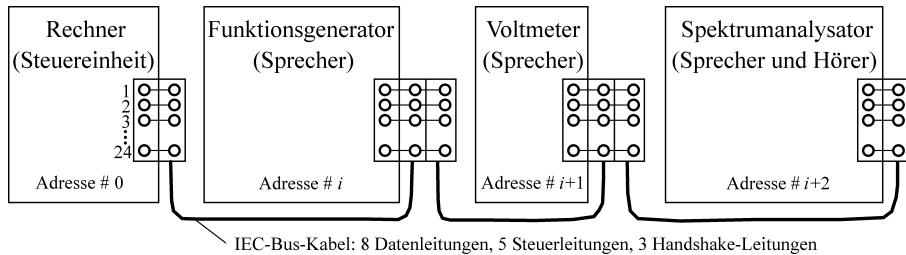


Bild 9.3 Beispiel der Steuerung eines Messaufbaus über den IEC-Bus

- IEEE-488 (Institution of Electrical and Electronic Engineering IEEE [9.12], IEEE Standard No. 488, 1974),
- ANSI MC1.1 (American National Standard Institute ANSI [9.13], Amerikanische Industrienorm MC 1.1) und
- IEC 625 (International Electrotechnical Commission IEC [9.14], Internationale Norm IEC66.22, 1977).

Die IEC-66.22-Norm unterscheidet sich von der IEEE-488-Norm in der Form der Verbindungsstecker, die sich jedoch durch Adapterstecker aneinander anpassen lassen. Um den Datendurchsatz zu beschleunigen, kann bei entsprechender Geräteausstattung das Handshake-Verfahren verkürzt werden. Der Bus heißt in diesem Falle HSS-488-Bus und kann bis zu 8 MByte/s übertragen.

Protokoll. An jedem Gerät wird eine Geräteadresse aus dem Bereich 1 bis 30 eingestellt, über die das Gerät einzeln angesprochen werden kann. Ein Gerät, in der Regel ein Rechner, übernimmt die Leitung der Kommunikation. Dies ist die Steuereinheit (Controller) mit der Adresse 0 (Bild 9.3). Ein PC benötigt zur Kommunikation mit einem IEC-Bus eine IEC-Buskarte, oder ein externes USB-IEC-Interface.

Die Aufgabe der Steuereinheit kann durch einen Vergleich mit dem formalen Ablauf einer Gesprächsrunde verdeutlicht werden. Die Steuereinheit muss darauf achten, dass jeder zu Ende sprechen darf und dass alle Teilnehmer alles verstehen. Er gibt Kommandos wie: „Alle mal herhören!“; „Bei Gerät 1 den Messbereich auf Wechselspannung schalten.“; „Die von Gerät 1 gemessene Spannung zur Steuereinheit übertragen.“; „Bei Gerät 3 die Mittenfrequenz auf 70 MHz einstellen.“; „Gerät 2: Ich habe verstanden, dass du was zu sagen hast.“ usw. Die Steuereinheit muss die Kommandos kennen, die ein angeschlossenes Gerät versteht und erwartet, um etwa Messwerte abliefern zu können, d. h. sie muss dessen Bedienungssprache kennen.

Es darf sich nur eine Steuereinheit am Bus befinden. Daneben können Geräte am Bus angeschlossen werden, die nur Informationen von der Steuereinheit empfangen können, wie beispielsweise digitale Anzeigegeräte oder Drucker. Diese Geräte nennt man Hörer (Listener). Die meisten Messgeräte können sowohl Steuerbefehle empfangen als auch Messdaten und Statusinformationen zur Übergabe bereitstellen (Sprecher und Hörer, Talker/Listener). Geräte, die nur Daten bereitstellen, aber nicht über den Bus konfiguriert werden können, würde man als Sprecher (Talker) bezeichnen. Es können gleichzeitig mehrere Hörer, aber nur ein Sprecher am Bus aktiv sein.

Das IEC-Bussystem besteht physikalisch aus 8 Datenleitungen, 5 Steuerleitungen und 3 Handshake-Leitungen, über die nach einem genau festgelegten Verfahren der Datenaustausch abgewickelt wird. Der IEC-Bus verwendet TTL-Pegel, allerdings mit negativer

Logik. Logisch „true“ wird elektrisch mit 0 V bis +0,5 V gegen Masse codiert und logisch „false“ mit +3,5 V bis +5 V. Die Norm schreibt Open-Collector-Ausgänge vor, wodurch sich am Bus eine logische ODER-Verknüpfung ergibt: Die Leitung ist aktiv, wenn mindestens ein Gerät die Leitung auf 0 V legt (siehe Bild 9.4 Punkt 5).

Steuerleitungen. Mit 5 Steuerleitungen wird die Kommunikation über den Bus geregelt:

- ATN (Attention): Je nach dem logischen Zustand der Steuerbusleitung ATN werden die über die 8 Datenleitungen übertragenen Informationen als Schnittstellennachrichten oder als Gerätenachrichten interpretiert.
- IFC (Interface Clear, Schnittstelle betriebsbereit): Mittels der IFC-Leitung kann die Steuereinheit alle Geräteschnittstellen in einen definierten Anfangszustand versetzen.
- REN (Remote Enable, Fernsteuerungssignal): Über die REN-Leitung schaltet die Steuereinheit alle an den Bus angeschlossenen Geräte in den Fernbedienbetrieb um.
- SRQ (Service Request, Bedienungsanforderung): Die SRQ-Leitung wird als IEC-Bus-Interruptleitung benutzt. Über diese Leitung kann sich jedes am Bus angeschlossene Gerät bei der Steuereinheit melden und um eine Bedienung nachfragen. Die Steuereinheit kann daraufhin den normalen Programmablauf unterbrechen, um eine Abfrage (Polling) einzuleiten, mit der das rufende Gerät identifiziert wird.
- EOI (End or Identify, Ende- oder Identifikationssignal): Die EOI-Leitung erfüllt zwei Aufgaben, die über den logischen Zustand der ATN-Leitung unterschieden werden: Wird das EOI-Signal von einem Sprecher gesendet (EOI = logisch „true“), so kennzeichnet es das letzte Byte eines Datenblocks. In diesem Fall ist die Leitung ATN = logisch „false“. Sendet die Steuereinheit das EOI-Signal (EOI = logisch „true“) und ist die Leitung ATN aktiv (logisch „true“), so fordert es damit die angeschlossenen Geräte auf zu melden, welches von ihnen eine Bedienung benötigt.

Der IEC-Bus kennt zwei Möglichkeiten der Statusabfrage:

Serial Polling. Bei einer seriellen Abfrage (serial polling) wird von jedem Gerät genau 1 Zeichen, das Statusbyte, gelesen. Die Bits in diesem Statusbyte zeigen beispielsweise an, ob SRQ aktiv ist, ob ein Standardereignis eingetreten ist oder ob Meldungen im Ausgabepuffer vorliegen. Die Steuereinheit sendet für das serielle Abfragen das Kommando Serial Poll Enable (SPE). Die Geräte wissen damit, dass sie, wenn sie als Sprecher adressiert werden, nur ihr Statusbyte übertragen sollen. Die Steuereinheit adressiert nun ein Gerät nach dem anderen und liest die Statusbytes. Der Vorgang wird beendet, nachdem entweder die Statusbytes aller Geräte eingelesen wurden oder das Gerät gefunden wurde, das SRQ gesetzt hat. Zum Abschluss des seriellen Pollings sendet die Steuereinheit das Kommando Serial Poll Disable SPD, damit die Geräte bei einer Sprecher-Adressierung wieder normal antworten.

Parallel Polling. Bei der parallelen Statusabfrage (parallel polling) können bis zu acht Geräte gleichzeitig abgefragt werden. Hierzu wird jedem dafür vorgesehenen Gerät von der Steuereinheit eine der Datenleitungen (DIO 1...8) zugeordnet. Bei einer parallelen Statusabfrage signalisiert nun jedes Gerät auf seiner Datenleitung, ob es eine Bedienung benötigt. Es wird hierbei jedoch kein Statusbyte übertragen.

Handshake. Die Datenübertragung über die 8 Datenleitungen DIO 1 bis DIO 8 erfolgt unidirektional (nur in eine Richtung), bitparallel und byteseriell. Die Datenübertragung geschieht asynchron ohne gemeinsamen Takt, deshalb können Geräte mit verschiedenen Übertragungsgeschwindigkeiten miteinander kommunizieren. Die maximale Übertra-

gungsgeschwindigkeit wird durch das langsamste Gerät festgelegt. Der Bus wird über die Handshake-Leitungen vom Empfänger wieder freigegeben:

- DAV (Data Valid, Daten stehen bereit): Über die Leitung DAV teilt der Sprecher mit, dass seine auf den Datenleitungen anstehende Nachricht gültig und zur Übernahme bereit ist.
- NRFD (Not Ready For Data, nicht bereit zur Datenübernahme): Die Leitung NRFD benutzen die Hörer, um mitzuteilen, dass sie zur Datenübernahme noch nicht bereit sind.
- DAC (Not Data Accepted, Daten nicht empfangen): Mit der Leitung NDAC zeigen die Hörer an, dass sie die auf den Datenleitungen anstehenden gültigen Daten noch nicht übernommen haben.

Eine Datenübertragung über den IEC-Bus arbeitet nach folgenden Regeln (Bild 9.4): Der Sprecher legt das erste Datenbyte auf die Datenleitungen DIO 1 bis DIO 8 (1). Die empfangenden Geräte signalisieren dem Sprecher ihre Empfangsbereitschaft, indem sie die Leitung NRFD auf HIGH-Pegel (bereit, um Daten zu empfangen) (2) und die Leitung NDAC auf LOW-Pegel (bisher noch keine Daten empfangen) setzen. Jede Datenübertragung wird erst dann begonnen, wenn alle Geräte ihre Bereitschaft (NRFD = false) gesendet haben.

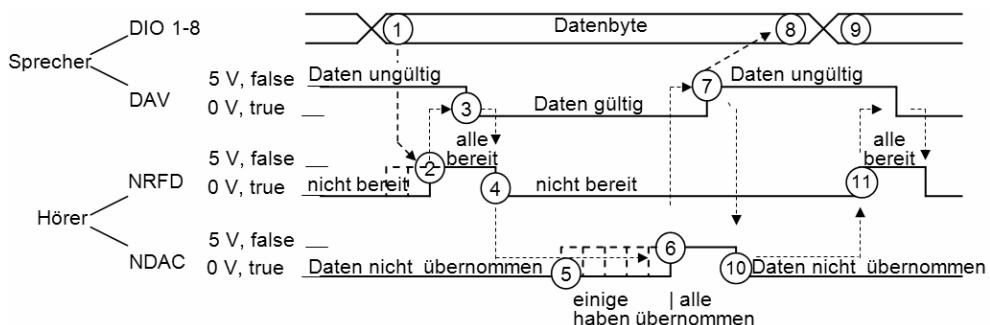


Bild 9.4 Zeitlicher Ablauf des Handshakes auf dem IEC-Bus

Der Sender meldet daraufhin den Empfängern über die Leitung DAV mit einem LOW-Pegel die Gültigkeit der Daten (3). Anschließend setzen die Empfänger die NRFD-Leitung auf LOW-Pegel (keine weitere Datenübernahme) (4) und übernehmen die Daten über die Datenleitungen DIO 1... DIO 8. Abhängig von ihrer Reaktionsgeschwindigkeit melden die Empfänger nach und nach die Übernahme der Daten (5). Haben alle übernommen, wird die NDAC-Leitung auf HIGH-Pegel gesetzt (6). Jede Datenübertragung wird erst dann abgeschlossen, wenn alle Geräte ihre Fertigmeldung (NDAC = false) gesendet haben.

Der Sender setzt jetzt die DAV-Leitung auf HIGH-Pegel (Daten ungültig) (7), löscht das Datenbyte (8) und stellt anschließend das nächste Datenbyte zu Verfügung (9). Die Empfänger nehmen daraufhin ihre Fertigmeldung zurück, indem sie die NDAC-Leitung auf LOW-Pegel setzen (10). Bevor das nächste Datenbyte für gültig erklärt werden kann, muss der Sender die Bereitschaftsmeldung aller Empfänger abwarten (11), die von der Verarbeitungszeit der einzelnen Geräte abhängt.

Schnittstellennachrichten. Je nach dem logischen Zustand der Steuerbusleitung ATN werden die übertragenen Daten als Schnittstellennachrichten oder als Gerätenachrichten interpretiert. Schnittstellennachrichten (ATN=1) werden nur durch die Schnittstellen der be-

teiligen Geräte ausgewertet und dienen der Steuerung der Geräte in ihrer Eigenschaft als Teilnehmer des Bussystems. Hierbei handelt es sich um Befehle wie:

- DCL (Device Clear): Alle Geräte werden in den Einschaltzustand versetzt.
- LLO (Local Lockout): Die manuelle Frontbedienung der Geräte wird ausgeschaltet.
- GTL (Go to Local): Auf Fernsteuerung eingestellte Geräte werden auf manuelle Bedienung zurückgestellt.
- TCT (Take Control): Die Steuereinheit kann die Steuerfunktion über den Bus einem Gerät übergeben.

Die Norm legt hierfür eine Reihe von Schnittstellenfunktionen fest und nimmt dabei Rücksicht auf spezielle Eigenschaften von Messgeräten:

- Timeout: Der Controller wartet eine einstellbare Zeit lang (z. B. 10 ms) auf die Antwort eines angesprochenen Geräts und steht dann für weitere Aufgaben zur Verfügung.
- Trigger (Group Execute Trigger): Über eine eigene Leitung lassen sich Messungen in mehreren angeschlossenen Geräten gleichzeitig starten.

9.3.5 Kabellose Netzwerke; Bluetooth, WLAN und IrDA

Kabellose Netzwerke ermöglichen den Teilnehmern die Kommunikation innerhalb eines Netzwerks durch den Einsatz von z. B. Funk als Transportmedium. Auch die Übertragung über Infrarotlicht (IrDA) ist möglich. Das Funknetz kann an ein bestehendes Rechnernetz als Erweiterung angebunden werden oder es bildet die Basis eines neuen Netzes. Grundbaustein eines drahtlosen Netzes ist die so genannte Funkzelle, innerhalb der die drahtlose Kommunikation stattfindet. Die Größe des abgedeckten Bereichs hängt außer von der Sendeleistung des Geräts, auch vom Einsatzort ab. Meist deckt eine Zelle einen annähernd kreisförmigen Bereich ab. Mit einer Sendeleistung von 100 mW erreicht man innerhalb von Gebäuden eine Reichweite von ca. 50 m, mit 1 mW etwa 5 m. Bei Funknetzwerken muss besonders auf die Kompatibilität von Empfänger und Sender geachtet werden.

Bluetooth. Bluetooth stellt für den Nahbereich bis 100 m eine schnurlose Schnittstelle für eine Vielzahl von Geräten wie Smartphones, Tablet-PCs, Handys oder Notebooks zur Verfügung. In Bluetooth wurden verschiedene Sicherheitsmechanismen eingearbeitet, die eine Kommunikation zweier Geräte erst nach einer Anmeldung erlaubt [9.15].

Grundlage der verschiedenen Anwendungen sind vordefinierte Profile, wie beispielsweise das Serial Port Profile, welches eine Bluetooth-Funkbrücke in einer RS-232-Verbindung erlaubt.

ZigBee. Ermöglicht den einfachen Aufbau von kabellosen Netzwerken mit sehr geringem Stromverbrauch. Abhängig von der gewählten Übertragungsfrequenz (international 2,4 GHz, Australien und USA 915 MHz und Europa 868 MHz) ergeben sich unterschiedliche Datenraten: 250 kBit/s, 40 kBit/s und 20 kBit/s.

Wireless Local Area Network, WLAN. Ein WLAN bietet Datenraten bis zu 600 MBit/s und eine Reichweite innerhalb eines Gebäudes bis 50 m. Bei direkter Sichtverbindung sind bis 300 m möglich. Verwendet man zusätzliche Richtantennen, so können auch Strecken von mehreren Kilometern überbrückt werden.

Mit zusätzlichen Access Points lassen sich deutlich größere Netzwerke aufbauen, die sich beispielsweise über mehrere Funkzellen erstrecken. Eine Bewegung mit einem WLAN-Gerät zwischen diesen einzelnen Funkzellen, das so genannte „Roaming“, kann dadurch ermöglicht werden. Der Access Point bildet dabei die Zentrale einer Funkzelle. Er kann bis zu 256 Funkstationen verwalten. Der Access Point kann aber auch das Bindeglied zu einem bereits bestehenden Rechnernetz bilden. In diesem Fall kann auch ein Rechner, der an das Festnetz angeschlossen ist, als Access Point dienen.

IrDA. Eine weitere für den drahtlosen Betrieb geeignete Schnittstelle ist die von der RS-232 abgeleitete Schnittstelle IrDA. Mit ihr lassen sich Daten mittels Infrarotlicht über kurze Distanzen übertragen. Im Gegensatz zu Bluetooth oder WLAN benötigt IrDA einen „Sichtkontakt“ von Sender und Empfänger.

■ 9.4 Messgeräte mit integrierter digitaler Schnittstelle

9.4.1 Anschluss

Nachdem in den vorangegangenen Abschnitten der Rechner mit seinen Schnittstellen behandelt worden ist, soll jetzt über den Anschluss der Messgeräte gesprochen werden. Am einfachsten ist es, für einen Rechnermessplatz solche Messgeräte zu verwenden, die schon eine digitale Schnittstelle eingebaut haben. Derartige Messgeräte enthalten oft schon Programme zur Kalibrierung oder zur digitalen Signalanalyse. Sie können somit durch einen Rechner über die RS-232-Schnittstelle oder über einen Messgerätebus wie den IEC- oder USB-Bus gesteuert werden. Während viele PCs über eine oder mehrere USB-, RS-232- oder LPT-Schnittstellen verfügen, ist für den IEC-Bus meist eine spezielle Schnittstellenkarte nötig. Eine weitere Möglichkeit ist der Anschluss eines USB-IEC-Interfaces, insbesondere bei Notebooks.

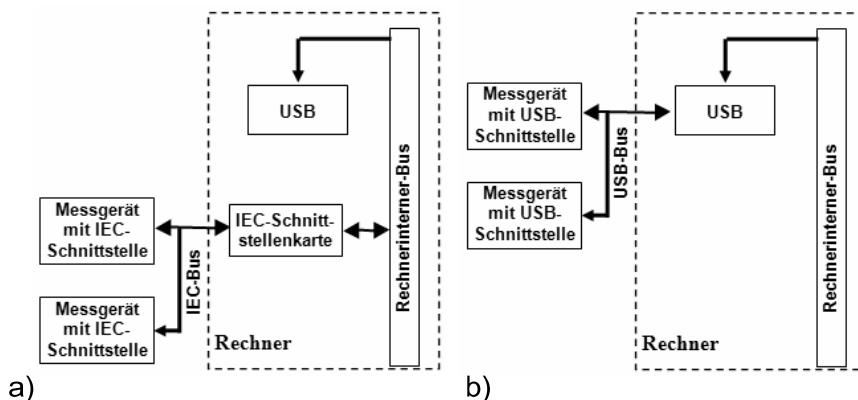


Bild 9.5 Anschluss externer Messgeräte an den PC; Anschluss über a) eine IEC-Schnittstellenkarte, b) einen Universal Serial Bus (USB)

9.4.2 Steuerung

Gerätesteuerung. Bei einem gesteuerten Gerät kann man auf alle Bedienungselemente, wie Schalter, Steller oder Anzeigen am Gerät, verzichten. Die Steuerung erfolgt über die Gerätenachrichten (program messages), die vom Rechner über den Messgerätebus zum Gerät gesendet werden. Eine zusätzliche Eingabe über die Frontplatten-Bedieneroberfläche der Geräte ist dabei nicht nötig und kann unterbunden werden (REMOTE-Betrieb). Der Rechner ist üblicherweise der Master des Messgerätebusses und kann daher jederzeit auf den Bus zugreifen. Die Messgeräte und übrigen Geräte sind Slaves und können von sich aus keine Meldung auf den Bus abgeben, sie müssen hierzu vom Rechner aufgefordert werden. Durch eine spezielle Einrichtung an der Schnittstelle ist es möglich, dass ein Gerät vom Rechner eine Bedienung anfordert. Dies kann durch eine Unterbrechung (interrupt) oder eine Bedienungsanforderung (service request) geschehen.

Gerätenachrichten. Eine Gerätenachricht ist eine festgelegte Folge von Zeichen, die im Gerät die zugehörige Gerätefunktion auslöst. Eine Gerätefunktion ist dabei ein Vorgang, den das Gerät nach Aufforderung selbstständig ausführen kann. Gerätenachrichten umfassen neben den Einstellungen für die Geräte auch die Messdaten, Messergebnisse und Statusinformationen der Messgeräte. Vom Gerätehersteller oder einer Normvorschrift wird festgelegt, welche Gerätenachricht jeweils zu der entsprechenden Gerätefunktion gehört.

Gerätenachrichten werden meist als ASCII-Zeichen übertragen. Ein spezielles Endezeichen, wie Semikolon oder Zeilenumbruch (oft Carriage Return/Line Feed, CR LF) schließt eine Gerätenachricht ab.

Standard Commands for Programmable Instruments, SCPI. Durch die Normierung SCPI wird eine herstellerübergreifende Vereinheitlichung der Gerätenachrichten angestrebt. Hierzu wird für jede Gerätekategorie, wie Funktionsgeneratoren, Multimeter oder Oszilloskope, ein einheitlicher Befehlssatz mit einer gemeinsamen Syntax vereinbart. SCPI soll für jeden Gerätebus anwendbar sein [9.17]. Die Gerätenachrichten haben meist folgende Syntax:

- BEFEHL Endezeichen,
- BEFEHL <wert> Endezeichen,
- BEFEHL <wert> EINHEIT Endezeichen.

Um Daten von einem gesteuerten Gerät zum Rechner zu übertragen, müssen diese erst vom Rechner angefordert werden. Diese Anforderung kann durch einen eigenen Befehl (command) erfolgen, wie „DATA?“, woraufhin das Gerät die Messdaten ausgibt. Die Anforderung kann aber auch Teil einer Gerätenachricht (query) sein, wie „IDN?“. Beispiele von genormten Gerätenachrichten sind:

- IDN? (output identity): Das Gerät stellt einen String zur Geräteidentifikation zur Verfügung, üblicherweise die Gerätebezeichnung.
- LRN? (output learn string): Das Gerät liefert einen String mit allen Einstellungsparametern. Durch Laden dieser Zeichenkette kann das Gerät sehr einfach wieder in den Zustand versetzt werden, in dem es vor dem Auslesen des „learn string“ war.
- STB? (output status byte): Diese Gerätenachricht veranlasst das Gerät, die Status-Informationen auszugeben. Dies sind Informationen über den Zustand des Geräts, wie Betriebsbereitschaft, Fehlerzustände oder Einstellungen.
- BEEP: Das Gerät liefert ein akustisches Zeichen.
- VOLTAGE <wert>: Die Ausgangsspannung wird auf <wert> gesetzt.

Analog arbeiten die Befehle POWER <wert>, FREQUENCY <wert>, TIME <wert>, POINTS <wert>, START und STOP.

■ 9.5 Messgeräte ohne integrierte Schnittstelle

9.5.1 Prinzip

Sind Messgeräte mit einem Analogausgang an einen Rechner anzuschließen, so sind die analogen Daten in digitale umzuformen. Es ergibt sich dabei die Struktur von Bild 9.6.

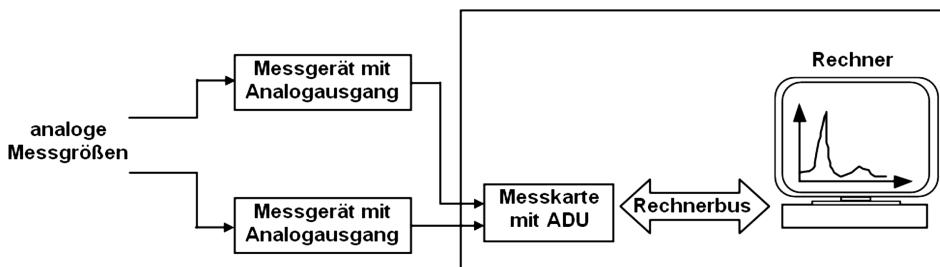


Bild 9.6 Anschluss von Messgeräten mit Analogausgängen an einen Rechner

Die nötige Analog/Digital-Umsetzung geschieht dabei in einer **Messkarte**. Die Kommunikation des Betriebssystems des Messrechners mit der Messkarte geschieht über eine DLL (Dynamic Link Library), während das Messprogramm selbst auf einer höheren Ebene mit der DLL kommuniziert. Zur Signalverarbeitung kann auf spezialisierte Programme wie z. B. MATLAB oder LabVIEW zurückgegriffen werden.

9.5.2 Aufbau einer Messkarte

Messkarten dienen der Aufnahme von analogen Messgrößen. Elektrischen Größen müssen vor der Messwertaufnahme in eine Spannung umgewandelt werden. Zusätzlich zu den analogen Eingängen enthalten Messkarten auch digitale Eingänge, um Zustände von externen Messgeräten abzufragen. Des Weiteren kann man über analoge Ausgänge analoge Spannungen an Aktoren anlegen oder über digitale Ausgänge digitale Daten an Messgeräte senden. Die Kommunikation mit dem Anwender erfolgt über das Messprogramm, mit dem man die Einstellungen der Karte ändern und sich die Messwerte anzeigen lassen kann [9.4]. Bild 9.7 zeigt das Blockschaltbild einer typischen Messkarte.

Messkette. Der obere Teil des Bildes zeigt eine Messkette, mit der die eigentliche Messfunktion verwirklicht wird. Der Ein- und Ausgabestecker verbindet die Messkarte über ein Kabel mit den Sensoren. Zwischen Sensoren und Messkarte soll immer ein Tiefpassfilter (TP) geschaltet werden (siehe Anti-Aliasing, Abschnitt 6.4.2). Die Kanalzahl, typischerweise 8 oder 16, gibt die Anzahl der analogen Spannungsein- und -ausgänge an. Die analogen Eingänge des Eingabe-/Ausgabe-Steckers sind mit dem Multiplexer (MUX) verbunden. Er

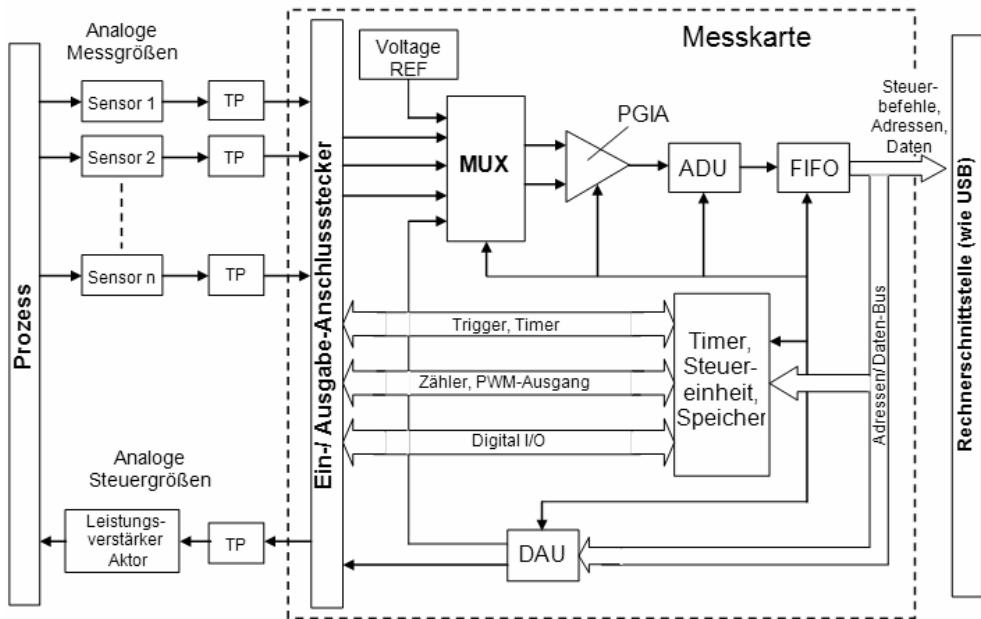


Bild 9.7 Blockschaltbild einer Messkarte

ist ein elektronischer Umschalter mit einer Reihe von analogen Spannungseingängen, mehreren digitalen Steuerleitungen und einem analogen Spannungsausgang. Durch den Wert, der an der Steuerleitung anliegt, wird ein Eingangskanal ausgewählt und über den programmierbaren Verstärker PGIA zum ADU durchgeschaltet.

Multiplexer. Die Spannung, die an den ADU weitergeleitet wird, kann im Multiplexer gegen Masse oder differenziell zwischen zwei Spannungseingängen abgegriffen werden. Für ein 8-Kanalsystem erhält man so entweder 4 differenzielle oder 8 massenbezogene Eingänge. Zur Kalibrierung der Messkarte kann über den Multiplexer auch eine Referenzspannung U_{ref} an den ADU angelegt werden. Zur Kalibrierung der analogen Ausgangssignale der Messkarte (DAU) können auch diese über den Multiplexer an den ADU durchgeschaltet werden.

Programmierbarer Verstärker. Zur Pegelanpassung der analogen Eingangsspannung an den Messbereich des ADU folgt nun ein programmierbarer Verstärker (Programmable Gain Input Amplifier PGIA), um die maximale Auflösung und somit die maximale Genauigkeit der Messkarte zu erreichen. Der Verstärkungsfaktor kann für jeden Kanal unabhängig gewählt werden und wird in schnellen Messkarten in einem eigenen Speicher (PGIA Configuration Memory) abgelegt.

Analog/Digital-Umsetzer. Der ADU wandelt die analoge Spannung in ein digitales Signal. Die Abtastrate (sample rate) gibt die maximal mögliche Messgeschwindigkeit an, wobei bei mehreren Kanälen meist die Summenabtastrate angegeben wird. Werden n Eingangskanäle verwendet, so sinkt die Abtastrate pro Kanal auf den n -ten Teil.

Zwischenspeicher. Die Messdaten werden nicht direkt dem PC übergeben, sondern in einem Zwischenspeicher (First-In/First-Out FIFO) auf der Messkarte gespeichert. Der Rech-

ner liest die Daten aus der Ausgabeseite des FIFO ohne Unterbrechung der Datenerfassung. Was zuerst vom ADU in den FIFO geschrieben wurde, steht auch als Erstes zum Auslesen an der Ausgabeseite zur Verfügung. Somit kann die Messkarte mit fester Abtastrate die Daten in das FIFO schreiben, ohne dass der PC Rechenleistung zur Verfügung stellen muss. Der PC ist durch das FIFO nicht gezwungen, jeden Messwert sofort einzulesen und zu verarbeiten, sondern kann in entsprechenden Abständen die Messdaten blockweise einlesen. Schnelle Messkarten besitzen meist einige **DMA-Kanäle** (Direct Memory Access DMA), die dem Messkartencontroller einen direkten, sehr schnellen Zugriff auf den Hauptspeicher des Steuerrechners ohne Kommunikation mit dem Messprogramm erlauben.

Steuerung der Messkarte. Messkarten haben einen eigenen Controller (Timer, Steuereinheit, Speicher), der die komplette Steuerung der Messung übernimmt. Aufgrund der Zeitanforderungen werden hierfür heute FPGAs (Field Programmable Gate Arrays) eingesetzt.

Vor der Messung übergibt der PC dem Controller eine Abarbeitungsliste (Scanliste), beispielsweise Kanal 1 mit Verstärkung $V = 2$ messen, dann Kanal 3 mit $V = 1$ messen usw. und dies mit einem zeitlichen Abstand von $10 \mu\text{s}$ (100 kHz). Bild 9.8 zeigt das zeitliche Schema der Datenaufnahme einer Messkarte.

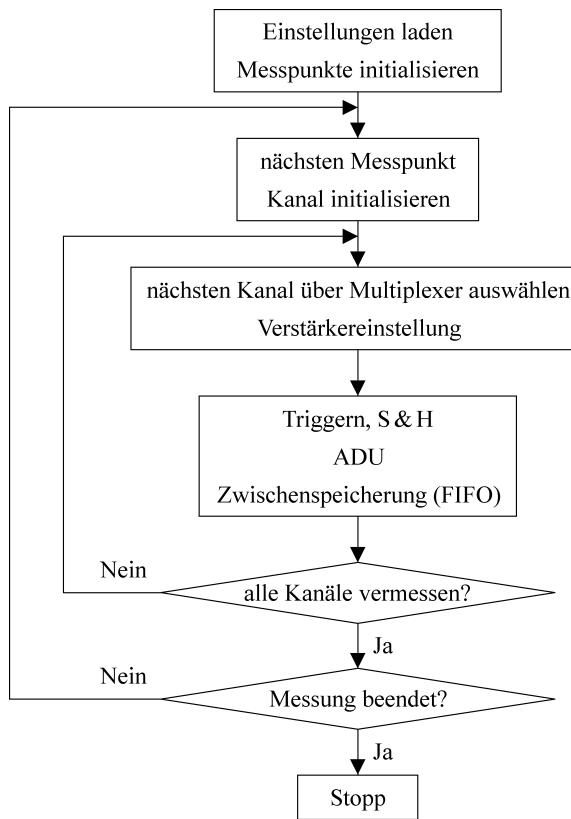


Bild 9.8 Flussdiagramm des Messablaufs einer Messkarte

Timer. Der Timer des Messkartencontrollers kann ein Frequenzsignal zur Verfügung stellen. Dieses kann intern verwendet oder an externe Geräte weitergereicht werden. Der Timer kann durch ein externes Triggersignal angestoßen werden.

Zähler (Counter). Zähler können digitale Eingangssignale unabhängig von der Systemclock erfassen. Hierdurch lassen sich Zählimpulse, welche schneller als der Takt der Clock erfolgen, erfassen. Der Messkartencontroller löscht zu Beginn einer Messung den Zählerstand und kann diesen bei Bedarf abfragen. Einige Zähler haben zusätzlich einen Richtungseingang (Vorwärts/Rückwärts-Zähler), durch den zwischen Vor- und Zurückzählen umgeschaltet werden kann. Anwendung finden diese Zähler beispielsweise bei inkrementellen Weg- und Umdrehungssensoren.

Digitale Eingabe- und Ausgabekanäle. Über die digitalen Eingabe- und Ausgabekanäle der Messkarte (Digital I/O) kann der Messkartencontroller bei Bedarf die Zustände von externen Messgeräten abfragen oder Steuersignale an diese senden.

Analoge Ausgabekanäle. Auf der Messkarte befinden sich meist mehrere Steuerketten mit Digital/Analog-Umsetzern, welche die analogen Ausgabekanäle der Messkarte bilden.

Viele Messkarten besitzen Ausgänge mit Pulsweitenmodulation PWM. Dies sind digitale Ausgänge, die Rechtecksignale mit veränderbarem Tastverhältnis (Ein- und Auszeit) ausgeben. Bei einem PWM-Ausgang kann das Tastverhältnis zwischen 0 und 100 % gewählt werden. Wird das Ausgangssignal anschließend durch ein Tiefpassfilter geglättet, so erhält man in Summe einen analogen D/A-Ausgang.

Messkarte als eingebettetes System. In vielen Anwendungen, muss die Messkarte nicht nur die digitalisierten Messwerte zur Verfügung stellen, sondern auch eine Auswertung der Messwerte übernehmen. Hierzu existieren Messkarten mit einem integrierten Spezialrechner, einem digitalen Signal-Prozessor DSP, einem PowerPC oder einem Field Programmable Gate Array (FPGA). Der Computer dient zur Entwicklung des Messprogramms und zur Anzeige der Messergebnisse. Das Messprogramm für das eingebettete System muss in einer maschinennahen Sprache wie Assembler oder C bereitstehen. Einige Programmumgebungen, wie z. B. MATLAB/Simulink, unterstützen den Export der Auswerteroutinen.

Anschluss einer Messkarte an einen Rechner. Messkarten und Schnittstellenkarten zur Ansteuerung eines Messgerätebusses besitzen eine Schnittstelle zu einem Rechnerbusystem, über die sie vom Messprogramm gesteuert und ausgelesen werden können. Die Messkarten werden üblicherweise mit den zugehörigen Installationsprogrammen geliefert, die dann die entsprechenden Treiber (meist in Form von DLLs) zur Verfügung stellen und auch gleich alle nötigen Einträge in den Systemprogrammen durchführen. Die Rechner-

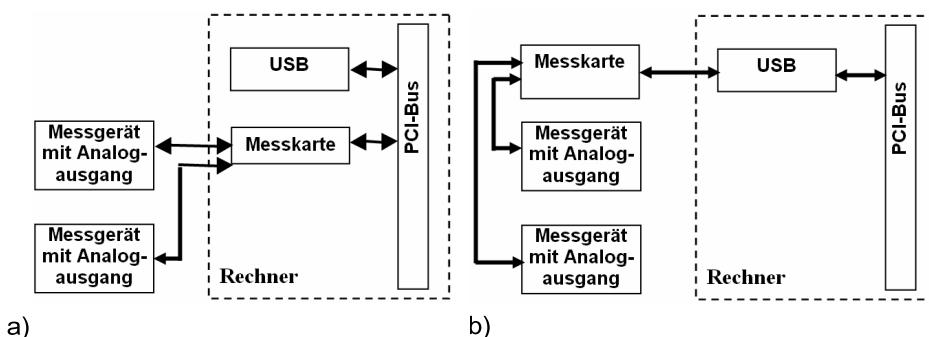


Bild 9.9 Anschluss einer Messkarte an den PC

a) Anschluss an den internen Rechnerbus PCI, b) Anschluss über USB an den Rechner

schnittstelle der Messkarte wird dadurch logisch in das Betriebssystem des Messrechners integriert. Zusätzlich werden meist noch Programme zur Parametrierung und zum Test der Messkarte mitgeliefert [9.4]. Bild 9.9 zeigt Erweiterungsmöglichkeiten eines PCs mit einer Messkarte.

Ist ein Einbau in das Rechnergehäuse oder ein Anschluss an den rechnerinternen Bus nicht möglich oder muss die Messkarte aus messtechnischen Gründen vom Rechner getrennt werden, so wird sie über eine externe Schnittstelle, wie PC-Card, USB oder RS-232, an den Rechner angeschlossen. Für eine transportable Messdatenerfassung mit einem Laptop bietet sich die Express-Card oder der USB-Bus zum Anschluss an. Verbreitet sind externe Messboxen mit USB-Anschluss oder modulare Systeme, die direkt an ein LAN angeschlossen werden können. Es werden auch Messkarten mit drahtlosen Schnittstellen angeboten, die über eine Distanz von mehreren Metern über Funk ausgelesen werden können.

■ 9.6 Messprogramme

9.6.1 Aufgaben der Messprogramme

Die Messprogramme steuern den Messaufbau und die Messdatenaufnahme, sie werten die Messdaten aus, führen eine Fehlerkorrektur durch und visualisieren und speichern die Messergebnisse. Die wichtigsten Anforderungen an ein Messprogramm sind neben der korrekten Erfassung der Messsignale die schnelle Reaktion auf externe oder interne Ereignisse, einfache Bedienung, hohe Zuverlässigkeit sowie Erweiterbarkeit, Portierbarkeit und Wartbarkeit.

Messwertverarbeitung. Entsprechend der Art der Messdatenaufnahme und ihrer Auswertung stehen die Messergebnisse unterschiedlich schnell zur Verfügung:

- Ein Messprozess verläuft „**off line**“, wenn zwischen der Messwerterfassung und der zugehörigen Auswertung entweder eine erhebliche zeitliche Unterbrechung vorliegt, oder wenn die Daten nicht über Datenleitungen, sondern durch den Transport von Datenträgern übertragen werden. Messungen im Labor können meist „**off line**“ durchgeführt werden.
- Ein Prozess verläuft „**on line**“, wenn alle Daten unmittelbar nach ihrer Verfügbarkeit zur anschließenden Verarbeitung weitergegeben werden. Die Weitergabe erfolgt dabei automatisch über eine Datenleitung ohne Transport von Hardware. Eine ständig geschaltete Leitung ist dazu jedoch nicht erforderlich.
- Bei einer schritthalgenden Verarbeitung in „Echtzeit“ (real time) muss eine notwendige Reaktion innerhalb einer vorher festgelegten Zeitspanne einsetzen können. Unkalkulierbare Wartezeiten müssen dazu ausgeschlossen sein. Regelungs- und Steuerungsvorgänge in der Prozesstechnik erfordern meist einen Echtzeitbetrieb.

Steuerung des Messprogramms. Die einzelnen Teile des Messprogramms können zeit- oder ereignisgesteuert aufgerufen werden:

- In einer Ereignissesteuerung löst das Eintreten eines bestimmten Ereignisses die Bearbeitung einer zugehörigen Prozedur aus.
- In einer Taktsteuerung startet ein Taktgeber den jeweils nächsten Schritt.

Sprachen für Messprogramme. Ein Messprogramm zur Datenerfassung und Steuerung eines Versuchs ermöglicht neben der reinen Datenerfassung weitergehende Funktionen wie die Parametrierung der Messgeräte sowie die Auswertung und die Darstellung der Messergebnisse. Da Messprogramme viele Eingabe- und Ausgabeoperationen über externe Schnittstellen durchführen müssen, sind sie meist in einer Hochsprache geschrieben, die derartige Operationen unterstützt. Für zeitkritische Anwendungen werden Sprachen wie C oder Assembler eingesetzt.

Grafische Entwicklungsumgebung. Dem Stande der Technik entsprechend werden bei nicht zeitkritischen Anwendungen die Programme mit Hilfe von grafischen Entwicklungsumgebungen erstellt. Damit lassen sich die Entwicklungszeiten beträchtlich verkürzen. Verschiedene Hersteller liefern für Teilaufgaben fertige Module, mit denen die Mess- und Steuerprogramme bausteinartig zusammengesetzt werden können. Bekannt sind die Entwicklungsumgebungen LabVIEW von National Instruments [9.4, 9.18, 9.19] und VEE von Agilent [9.5]. Die Erweiterung SIMULINK bietet für MATLAB ebenfalls eine grafische Benutzeroberfläche in Blockdarstellung. Zusätzliche Erweiterungen von MATLAB ermöglichen die automatische Übersetzung eines grafisch erstellten Mess- und Auswerteprogramms in ein C-Programm für die meisten digitalen Signalprozessoren.

9.6.2 Ablauf eines rechnergestützten Messprozesses

Der Ablauf eines rechnergestützten Messprozesses lässt sich in folgende Schritte gliedern (Bild 9.10):

Instrumentieren. Das Instrumentieren umfasst alle nötigen Arbeitsschritte, um die Geräteteilkomponenten zu einer funktionierenden Messeinrichtung zu verbinden. Bei einem rechnergestützten Messprozess kommen hierbei folgende manuelle und programmgesteuerte Arbeitsschritte hinzu:

- Kommunikationsverbindungen aufbauen,
- Busadressen vergeben,
- Betriebssoftware in die Geräte laden und starten,
- Messprogramm in den Steuerrechner laden und starten,
- Messgeräte in einen definierten Grundzustand versetzen,
- Übertragungsparameter einstellen,
- Gerätebezeichnungen auslesen,
- Selbsttest durchführen,
- Abfrage der Statusinformationen aus den Geräten.

Parametrieren. Parametrieren bedeutet bei allen Geräten die speziellen Zustände einzustellen, die für den beabsichtigten Messprozess benötigt werden:

- die Messfunktion auswählen,
- den Messbereich und die Punkteanzahl einstellen,
- Filter dazuschalten, Mittelungen einstellen,
- die Triggerbedingungen festlegen,
- die Messrate festlegen.

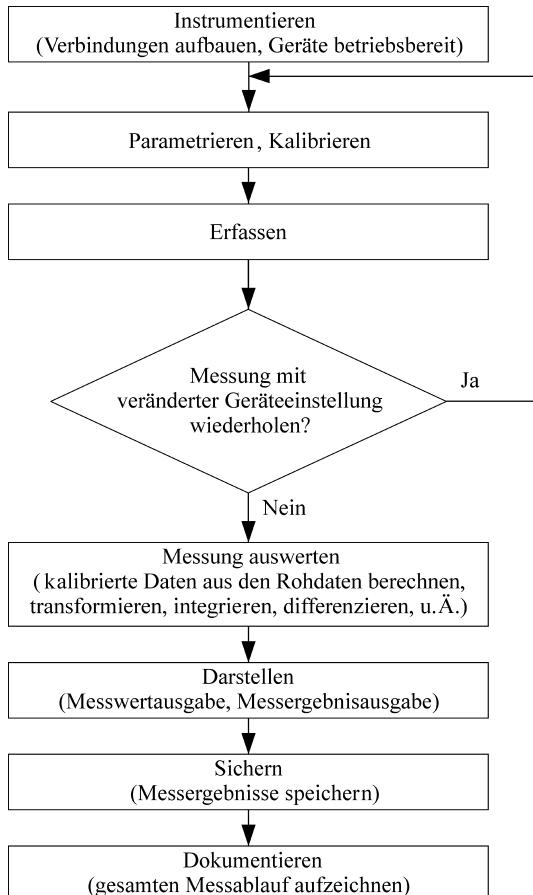


Bild 9.10 Die wesentlichen Schritte einer rechnergestützten Messdatenerfassung

Kalibrieren. Beim Kalibrieren eines Messsystems wird der Zusammenhang zwischen der Messgröße und der durch das Messsystem angezeigten Größe (der Signalgröße) bestimmt. Zur Kalibration werden in rechnergestützten Messsystemen Kalibrationselemente mit genau bekannten Eigenschaften vermessen. Die Kalibrierdaten werden mit der gleichen Einstellung gemessen, mit der später auch die Messung durchgeführt wird. Die Kalibration gilt

- nur für das Messsystem, an dem die Kalibrierdaten gewonnen wurden,
- nur in dem kalibrierten Arbeitsbereich,
- nur bei gleichen oder vergleichbaren Randbedingungen.

Soll eine Messreihe mit unterschiedlichen Geräteeinstellungen durchgeführt werden, so ist zuvor eine neue Kalibrationsmessreihe durchzuführen. Da elektronische Geräte eine Alterung und eine Drift aufweisen, können sich auch die Kalibrationsdaten ändern.

Erfassen. Die Messwerterfassung stellt den eigentlichen Messvorgang dar. Bei einer Einzelmessung wird der Messvorgang nur ein einziges Mal ausgelöst (getriggert). Der Vorgang kann hierbei durch den Bediener der Messeinrichtung, durch einen Computer oder durch ein externes Signal ausgelöst werden. Das Ergebnis einer Einzelmessung kann eine binäre Aussage, ein einzelner numerischer Wert, eine Zeichenkette oder auch ein ganzer Datensatz

sein. Ein Beispiel für eine einfache Einzelmessung wäre ein Mausklick, der eine Bildaufnahme einer digitalen Kamera auslöst und das Bild in den Rechner überträgt.

Oft kann eine Einzelmessung nicht zu beliebigen Zeitpunkten oder bei beliebigen Systemzuständen erfolgen. Das System muss zuvor in einen festgelegten Zustand geführt werden und es müssen Wartezeiten eingehalten werden. Eine Einzelmessung besteht aus folgenden Schritten:

- Auslösen (triggern): Die Messeinrichtung erhält ein Signal, das die Messung startet.
- Ende der Messung abwarten (ready).
- Ausgabe anfordern (demand): Das Messgerät wird aufgefordert, den Messwert oder die Messdaten für die Übernahme bereitzustellen.
- Übernahme der Messdaten: Die bereitgestellten Messdaten werden zur Weiterverarbeitung vom Messgerät übernommen.

Mit einer Ablaufsteuerung lassen sich komplexere Messvorgänge aus Einzelschritten entwickeln:

- *Wiederholte Messung*: Die gleiche Messgröße wird mehrfach gemessen, beispielsweise für eine Verringerung des Rauschanteils.
- *Messreihe*: Die interessierende Größe wird mehrfach gemessen, wobei zwischen den Einzelmessungen entweder ein definiertes Zeitintervall liegt oder der Zustand des Systems jeweils systematisch verändert wurde. Ein Beispiel für eine Messreihe wäre die Erfassung der Dehnung an einer Stelle eines Maschinenteils bei verschiedenen Arbeitsschritten der Maschine.
- *Parametrische Messreihe*: Um den Einfluss mehrerer Größen auf den Messwert zu untersuchen, führt man eine Messreihe mehrfach aus und verändert dabei zwischen je zwei Messreihen systematisch den zu untersuchenden Parameter. Während einer einzelnen Messreihe bleibt dieser Parameter konstant. Beispielsweise die Erfassung der Dehnungen an verschiedenen Stellen eines Maschinenteils bei verschiedenen Arbeitsschritten der Maschine wäre eine parametrische Messreihe.

Auswerten. Ein wesentliches Ziel der Auswertung liegt in der Datenreduktion, durch die aus den erfassten Messdaten die wesentlichen Informationen gewonnen werden. Die Auswertung umfasst beispielsweise:

- die Berechnung der kalibrierten Messdaten aus den unkalibrierten mit Hilfe der Kalibrierdaten,
- die Korrektur eines Untergrundes,
- Integration oder Differenziation der Messkurve,
- Korrelation zwischen Daten,
- Transformation in andere Koordinaten, wie die Berechnung des Spektrums eines Zeit- oder Ortssignals,
- die Berechnung statistischer Kenngrößen,
- Gut/Schlecht-Auslese.

Darstellen. Durch die Darstellung werden die durch Messung und Auswertung gewonnenen Informationen an den Benutzer oder Betreiber der Messeinrichtung weitergegeben. Eine aussagekräftige Darstellung der Messergebnisse kann schon während oder kurz nach dem Ende des Messprozesses zur Verfügung stehen, so kann die Qualität der Messergebnisse rechtzeitig beurteilt werden.

Sichern. Durch das Sichern werden die erfassten Messdaten und die daraus gewonnenen Informationen auf ein nichtflüchtiges Speichermedium übertragen. Damit stehen die Daten auch nach Abbruch oder Beendigung des Messprogramms und auch nach eventuellen Störungen, wie Stromausfall oder Systemabsturz, noch für eine spätere Auswertung zur Verfügung. Es ist empfehlenswert, die ursprünglichen Rohdaten oder die kalibrierten Messdaten zu speichern, da aus diesen alle weitergehenden Informationen auch zu einem späteren Zeitpunkt wiedergewonnen und eventuell auch nach neuen Kriterien ausgewertet werden können. Keinesfalls geeignet ist die ausschließliche Speicherung von Grafiken. Zum Sichern gehört auch das Speichern der relevanten Einstellungen der Versuchsapparatur und der Betriebssoftware. Wird die weitere Auswertung nicht durch das Messprogramm, sondern mittels anderer Programme durchgeführt, so dient das Sichern auch der Weiterleitung der Messdaten zur Verarbeitung und Darstellung der Ergebnisse. Bei komplexen Systemen werden hierfür auch Datenbanken eingesetzt.

Dokumentieren. Die Dokumentation der Messung und der durch die Messung gewonnen Ergebnisse ist ein wesentlicher Bestandteil des Messvorgangs und dient der Sicherung der Messergebnisse. Durch die Dokumentation lassen sich später die Voraussetzungen, die zu den Ergebnissen führten, und die Einstellungen, unter denen die Messergebnisse gewonnen wurden, eindeutig und lückenlos charakterisieren. Erst die Dokumentation ermöglicht eine spätere Benutzung der Messergebnisse für eine Etablierung oder Veränderung eines Prozesses, für eine Veröffentlichung oder jegliche weiterführende Analyse. Eine sorgfältige Dokumentation erlaubt auch eine spätere Fehleranalyse, wenn eine zeitliche Beziehung zwischen dem Auftreten eines Fehlers und gleichzeitigen Änderungen eines Prozesses aufgezeigt werden kann.

Eine automatisierte Dokumentation wird bei standardisierten Versuchsabläufen mit hohem Probendurchsatz, wie sie beispielsweise in einer Endkontrolle auftreten, benötigt. Zu jeder Probe wird hierbei ein Dokument angefertigt oder ein Eintrag in einer Datenbank vorgenommen, in dem alle wichtigen Kennzeichen der Probe sowie die Bedingungen und die Ergebnisse der Messungen dokumentiert werden.

9.6.3 Virtuelles Messgerät

Rechenoperationen lassen sich besonders einfach mit einer dafür ausgelegten Software durchführen. Dies führt zum Konzept des virtuellen Messgeräts, das die Hardwarekomponenten auf ein Minimum beschränkt, beispielsweise auf eine Messkarte. Alle übrigen für die Messaufgabe notwendigen Funktionen werden durch Programme nachgebildet. Durch unterschiedliche Software kann ein Aufbau bestehend aus einem Rechner und einer Messkarte entweder als digitales Speicher-Oszilloskop, als Spektrumanalysator, Multimeter oder auch als Signalgenerator eingesetzt werden [9.19].

Die notwendige Parametrierung des Messsystems erfolgt über interaktive, virtuelle Eingabeelemente mittels Tastatureingabe oder Cursorsteuerung mit der Maus. Die virtuellen Eingabeelemente arbeiten wie die Bedienelemente eines physikalischen Messgeräts und können die Form von Texteingabefeldern, Schaltern, Schiebern oder Drehreglern annehmen. Die analoge oder digitale Anzeige der Messwerte erfolgt ebenso wie bei einem physikalischen Gerät. Auf dem Bildschirm des Rechners erscheint somit eine virtuelle Nachbildung der Frontansicht des jeweiligen Messgeräts.

Es ist auch möglich, durch Aufteilung des Bildschirms mehrere unterschiedliche virtuelle Messgeräte für Messaufbauten gleichzeitig nutzen zu können. Ein virtuelles Messgerät ist schnell an eine geänderte oder erweiterte Aufgabenstellung anpassbar. Wenn die Software eines virtuellen Messgeräts strukturiert programmiert wurde, bleiben die ausgeführten Mess- und Auswertefunktionen für den Anwender transparent. Durch die individuelle, an das jeweilige Problem anpassbare Gestaltung der Datenausgabe wird ein Überblick über den Messvorgang erreicht, der sonst nur mit einer Vielzahl einzelner Geräte hätte erzielt werden können. Im Folgenden werden zwei Entwicklungsumgebungen zur Erstellung von virtuellen Messgeräten näher besprochen, nämlich LabVIEW und MATLAB.

9.6.4 LabVIEW

LabVIEW (Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench) ist eine äußerst leistungsfähige Entwicklungsumgebung basierend auf der grafischen Programmierung. Aufgrund der Struktur und insbesondere der umfangreichen erhältlichen Bibliotheken eignet sich LabVIEW für die Gewinnung, Darstellung und Verarbeitung von Messdaten. Eine ausführliche Beschreibung von LabVIEW mit vielen Abbildungen, Beispielen und Aufgaben findet sich in dem ebenfalls vom Hanser Verlag herausgegebenen Buch „Einführung in LabVIEW“ von Georgi/Metin [9.26]. „LabVIEW: A Developer's Guide to Real World Integration“ [9.27] ist ein Buch für den fortgeschrittenen Nutzer von LabVIEW.

Konzept

Ein LabVIEW-Programm wird grafisch erstellt. Es wird VI, Virtual Instrument, genannt. Für die Interaktion mit dem Benutzer dient das Frontpanel. Auf diesem werden alle Elemente wie Schaltflächen, Felder und Elemente für die grafische Darstellung von Messwerten platziert. Jedes dieser Elemente kann entweder als Bedienelement (Control) oder Anzeigeelement (Indicator) verwendet werden. Die eigentliche Programmierung erfolgt dann über das Blockdiagramm. Jedes Element wird dort über ein entsprechendes Symbol (Terminal) dargestellt und wird dann mit den gewünschten Funktionsblöcken verdrahtet. Diese Funktionsblöcke können elementare Funktionen, zum Beispiel mathematische Funktionen oder andere VIs sein. Jedes VI kann als Unterprogramm (SubVI) verwendet werden. Diese sind dann auch die Basis für die VI-Sammlungen und Bibliotheken.

LabVIEW arbeitet datenflussorientiert, d. h. sobald alle für eine Operation benötigten Daten verfügbar sind, erfolgt deren Verarbeitung.

Ein Beispiel für ein LabVIEW-VI ist in den Bildern 9.11 bis 9.15 dargestellt. Das Frontpanel (Bild 9.11) zeigt eine typische Anwendung aus der Prozesstechnik. Der Füllzustand eines Tanks wird grafisch dargestellt. Über zwei Drehregler lässt sich jeweils die Alarmschwelle für den minimalen und maximalen Tankinhalt festlegen. In einem Array werden die einzelnen Durchläufe, deren Datums- und Zeitstempel und der eigentliche Messwert gespeichert. Im Signalverlaufsdiagramm werden die Messungen zusammen mit den Grenzwerten dargestellt. Sichtbar sind die letzten zehn Messwerte (41-50). Das Programm wird solange ausgeführt, bis die „Stopp“-Schaltfläche links unten betätigt wird.

Das zugehörige Blockdiagramm ist in Bild 9.15 dargestellt. Es besteht zunächst aus einer gestapelten Sequenz (Bild 9.12). Diese dient zur Steuerung des Programmflusses.

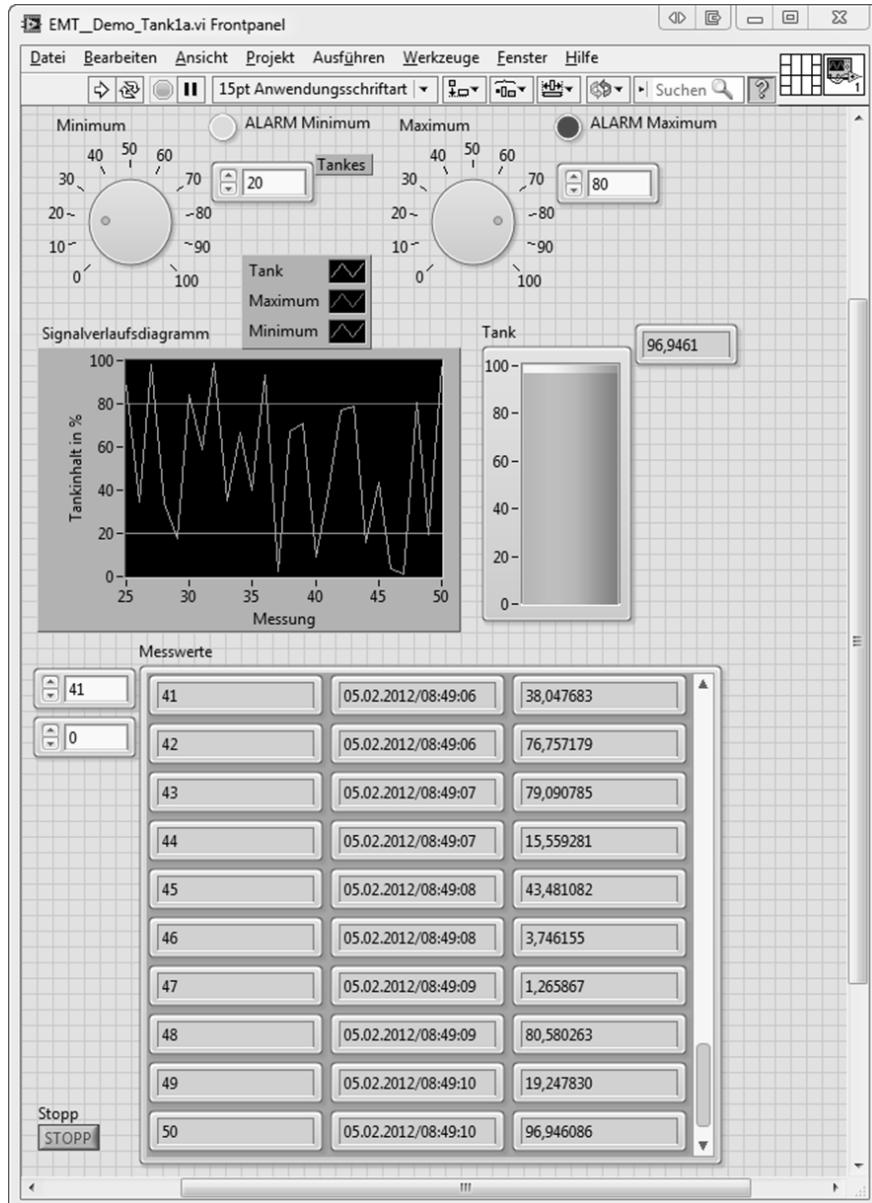


Bild 9.11 LabVIEW-Demo: Frontpanel.

Sequenzen bestehen aus einzelnen Rahmen, deren Programmteile nacheinander ausgeführt werden. Im Rahmen 0 erfolgt die Initialisierung des Signalverlaufsdiagramms (Bild 9.13). Über einen Eigenschaftsknoten wird das Diagramm gelöscht und dann Minimal- und Maximalwerte der x-Achse gesetzt. Der dargestellte Knoten „Historiendaten“ ist ein Cluster-Array. Der Cluster enthält drei Zahlenwerte: Messwert, Maximum und Minimum. Eigenschaftsknoten ermöglichen die programmgesteuerte Veränderung von Eigenschaften.

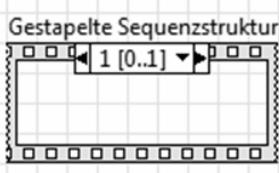


Bild 9.12 LabVIEW-Demo: Gestapelte Sequenzstruktur im Blockdiagramm.

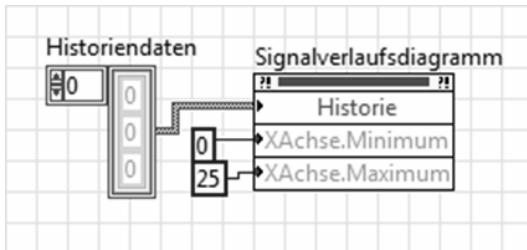


Bild 9.13 LabVIEW-Demo: Initialisierung des Signalverlaufsdiagramm im Blockdiagramm.

Rahmen 1 beinhaltet das Hauptprogramm mit einer While-Schleife. Diese führt das Programm bis zum Betätigen der Schaltfläche „Stopp“ (Bild 9.15 rechts unten) aus. „i“ (Bild 9.15 links unten) ist der Schleifenzähler.

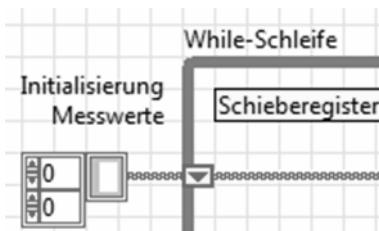


Bild 9.14 LabVIEW-Demo: While-Schleife des Blockdiagramms.

Zu Schleifen kann ein Schieberegister hinzugefügt werden (Bild 9.15). Die Initialisierung erfolgt auf der linken Seite außerhalb der Schleife mit einer Konstanten. Auf der rechten Seite befindet sich der Ausgang des Schieberegisters. Ein Schieberegister dient zur Sammlung von Ergebnissen eines Schleifendurchlaufs. Eine Erklärung der weiteren Funktionen der einzelnen Elemente folgt in Tabelle 9.3.

Da größere Blockdiagramme unübersichtlich werden, empfiehlt es sich, auch in einem LabVIEW-Programm strukturiert zu programmieren und Unterprogramme (SubVI) zu verwenden. LabVIEW bietet eine außerordentliche Vielzahl von Programmelementen an, die mit der Maus in einem Blockdiagramm platziert werden können (Drag & Drop). Anschließend werden ebenfalls mit der Maus die Ein- und Ausgänge des Elements mit den übrigen Elementen verdrahtet.

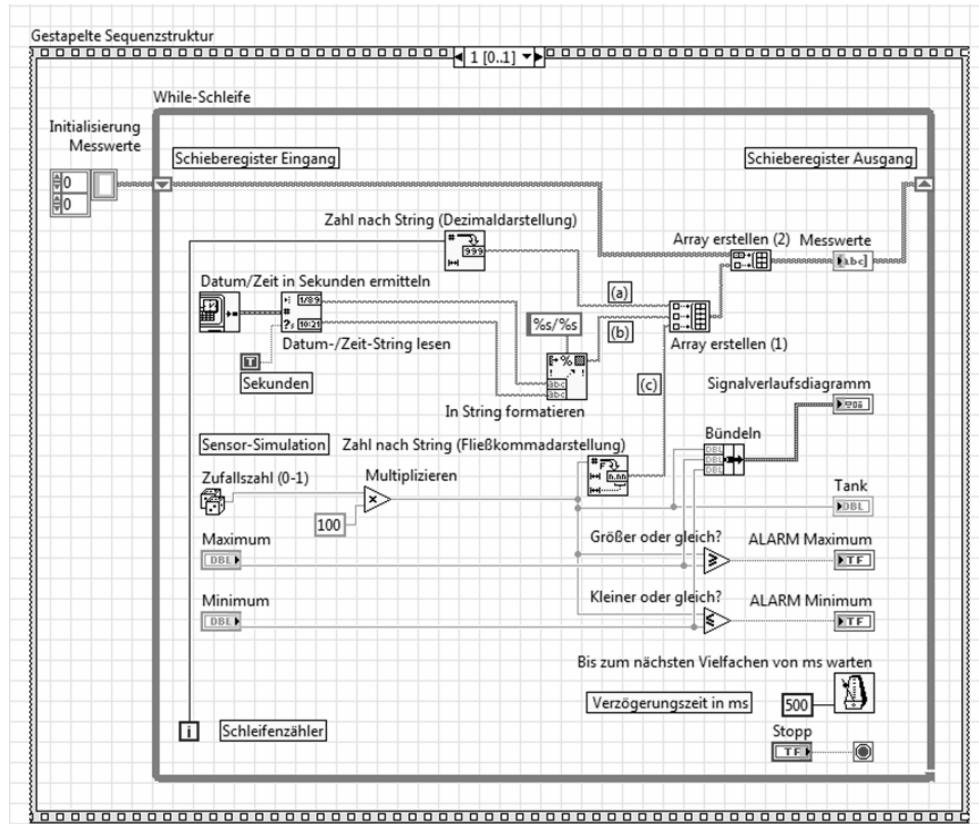


Bild 9.15 LabVIEW-Demo: Blockdiagramm (Rahmen 1) zum Frontpanel aus Bild 9.11.

Tabelle 9.3 LabVIEW-Demo: Erläuterung der Elemente des Blockdiagramms.

Name	Funktion
Stopp 	Schaltfläche zum Abbruch der While-Schleife. Schaltflächen verfügen über verschiedene Schaltverhalten wann sie schalten und ob der Zustand gespeichert wird. E: Bedienelement/T: Wahrheitswert/P: Boolesch
Bis zum nächsten Vielfachen von ms warten 	Steuert die Verzögerung zwischen den einzelnen Messungen, Verzögerungs-Zeit in Millisekunden als Konstante 500. E: VI/T: Ganzzahl/P: Timing
Minimum Maximum 	Drehregler, dient zum Einstellen der Alarmschwellen. E: Bedienelement/T: Fließkommazahl/P: Numerisch

Legende: E: Element, T: Typ, P: Palette

Tabelle 9.3 (Fortsetzung)

Name	Funktion
Zufallszahl (0-1) 	Sensor-Simulator, liefert eine Zufallszahl zwischen Null und Eins. E: VI/T: Fließkommazahl/P: Numerisch
Multiplizieren 	Multipliziert die Eingänge x und y zur Skalierung der Zufallszahl um den Faktor 100. E: VI/T: Fließkommazahl/P: Numerisch
Tank 	Grafische Darstellung des Tankinhalts. E: Anzeigeelement/T: Gleitkommazahl/P: Numerisch
ALARM Minimum ALARM Maximum 	Anzeige der Alarmzustände. E: Anzeigeelement/T: Wahrheitswert/P: Boolesch
Messwerte 	Anzeige (2D-Array) der einzelnen Messungen mit Durchlauf, Datum/Zeit und Messwert. E: Anzeigeelement/T: Zeichenketten/P: Array
Zahl nach String (Fließkommadarstellung) 	Umwandlung Messwert Fließkommazahl in Zeichenkette/String (c). E: VI/P: String/Zahl-Konvertierung
Datum/Zeit in Sekunden ermitteln 	Aktuelles Datum und Uhrzeit. E: VI/T: Zeitstempel/P: Timing
Datum-/Zeit-String lesen 	Konvertiert Zeitstempel in Zeichenkette/String. Mit Anzeige der Sekunden (Boolesche Konstante mit Wert „true“). E: VI/P: Timing
In String formatieren 	Fasst Datum und Zeit mit dem Trennzeichen ,/ zusammen (b). E: VI/P: String
Zahl nach String (Dezimaldarstellung) 	Konvertiert den Wert des Schleifenzählers „i“ in eine Zeichenkette/String (a). E: VI/P: String/Zahl-Konvertierung
Array erstellen (1) 	Fasst die drei Werte Durchlauf, Datum/Zeit und Messwert zu einer Array-Zeile (1D) zusammen. E: VI/P: Array
Array erstellen (2) 	Fügt die neue Array-Zeile (1D) dem bestehenden Array (2D) über das Schieberegister hinzu. E: VI/P: Array

Legende: E: Element, T: Typ, P: Palette

9.6.5 MATLAB

MATrixLABoratory MATLAB, ein Produkt der Firma MATHWORKS, ist ein interaktives, numerisches Mathematikprogramm zur Matrizen-Verarbeitung [9.3, 9.20, 9.21, 9.22]. In MATLAB sind numerische Analyse, Signalverarbeitung, Datenauswertung und grafische Darstellung der Ergebnisse in einer gemeinsamen Programmierumgebung durchführbar. Die Aufgaben und Lösungen können sehr einfach in einer vertrauten mathematischen Schreibweise ausgedrückt werden. MATLAB kann interaktiv gesteuert werden oder über Anweisungslisten, so genannte m-Files, welche sich wie Unterprogramme verhalten.

Das MATLAB-System kann durch Bibliotheken von Unterprogrammen (toolboxes), die in der MATLAB-Programmiersprache geschrieben wurden, erweitert werden. Außerdem können in FORTRAN oder C geschriebene Unterprogramme (MATLAB EXTension MEX) in MATLAB über die Softwareschnittstelle Application Program Interface API eingebunden werden. Zusätzlich zu den MEX-Files erlaubt API auch einen Datenaustausch mit anderen Softwarepaketen, sowie die Abarbeitung von Steuerungsaufgaben.

Eine interaktive Programmumgebung von MATLAB zur Simulation dynamischer Systeme ist SIMULINK. Die zu simulierenden Systeme können mit Hilfe einer grafischen, mausgesteuerten Oberfläche als Blockdiagramm entworfen werden. Mit Hilfe von SIMULINK können lineare und nichtlineare sowie kontinuierliche und zeitlich diskrete Systeme simuliert werden. SIMULINK ist vollständig in MATLAB integriert und nutzt dessen numerische Verfahren zur Simulation der Modelle. Bild 9.16 zeigt links als Beispiel das Blockdiagramm zur Erzeugung einer Sinusfunktion mit der Amplitude 3 und rechts das zugehörige Ausgabefenster.

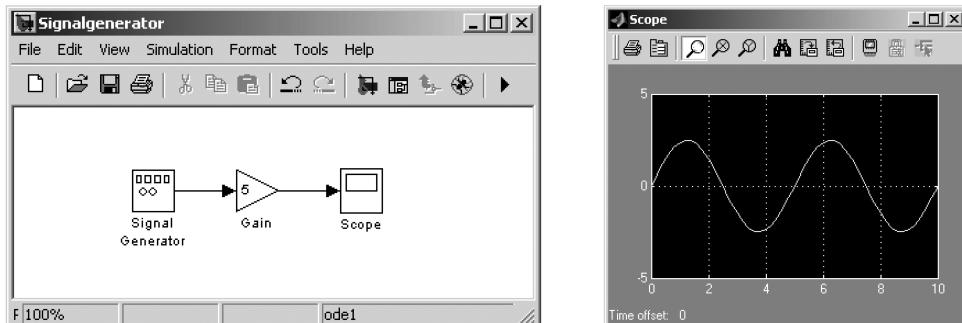


Bild 9.16 Grafisch orientiertes Blockdiagramm für MATLAB/SIMULINK zur Erzeugung einer Sinusfunktion der Amplitude 3 (links) und das dazugehörige Ausgabefenster (rechts)

MATLAB kann als Offline-Auswerteprogramm eingesetzt werden. In diesem Fall werden die Messdaten über ein Datenfile eingelesen. MATLAB kann aber auch als Mess- und Auswerteprogramm in einem Echtzeitbetrieb eingesetzt werden. In diesem Fall kann als Schnittstelle zu den Messdaten entweder eine Hardwareschnittstelle oder der Aufruf einer C-Funktion verwendet werden. Das Programmpaket MATLAB/SIMULINK umfasst eine umfangreiche Bibliothek, mit der alle gängigen Messkarten an das Programm angebunden werden können. Für Schnittstellen, die nicht in der Bibliothek enthalten sind, muss die Programmabbindung über ein C-Programm (als MEX-File) geschaffen werden. Auch für die Programmierung von digitalen Signalprozessoren lässt sich MATLAB nutzen. Die Echtzeitschnittstelle (MATLAB real time interface) ermöglicht die Übersetzung eines grafischen SIMULINK-Messprogramms in das für den DSP notwendige C-Programm. Letzteres kann mit Hilfe des

Echtzeitbetriebs (MATLAB real time workshop) in den DSP geladen und gestartet werden. Um die Konvertierung in ein C-Programm nutzen zu können, darf allerdings nur ein eingeschränkter Befehlssatz verwendet werden, nämlich die Unterprogramme der Bibliothek „DSP Blockset“.

Tabelle 9.4 Einige grundlegende Befehle für MATLAB

<code>help [befehl]</code>	Hilfe zur Syntax von MATLAB-Befehlen.
<code>sin(x)</code>	Sinus von x im Bogenmaß.
<code>fft(x)</code>	Diskrete Fourier-Transformierte des Vektors x .
<code>abs(b)</code>	Betrag der Variable/des Vektors/der komplexen Zahl b . (Entspricht dem Amplitudengang der Fourier-Transformierten eines Signals).
<code>clear all</code>	Löscht alle Variablen.
<code>close all</code>	Schließt alle geöffneten Plots.
<code>a = 1.23</code>	Weist der Variable a den Wert 1.23 zu und gibt das Ergebnis aus. Alle berechneten Werte werden direkt ausgegeben, es sei denn, der Steuerbefehl wird durch ein Semikolon abgeschlossen.
<code>a = 1.23;</code>	Weist der Variable a den Wert 1.23 ohne Ausgabe zu.
<code>vektor1 = [1, 2, 3, 4];</code>	Zeilenvektor
<code>vektor2 = [1; 2; 3; 4];</code>	Spaltenvektor
<code>vektor3 = [0 : 0.01 : 10];</code>	Ein Vektor mit Werten von 0 bis 10 mit der Schrittweite 0.01 (Hier ist das Resultat ein Vektor der Länge 1001).
<code>matrix = [1, 2; 3, 4];</code>	Matrix – Definition Zeile für Zeile, ein Zeilenwechsel wird mit Semikolon angegeben.
<code>zufallsvektor = rand(10, 1)</code>	Erstellt einen Zufallsvektor mit 10 Elementen als Spaltenvektor.
<code>...</code>	Einen Befehl auf mehrere Zeilen aufteilen.
<code>plot(x, y)</code>	Zeichnung des Vektors y (Ordinate) über x (Abszisse).
<code>semilogy(x, y)</code>	Zeichnung des Vektors y (Ordinate) über x (Abszisse) im dekadischen Logarithmus.
<code>subplot(a, b, c), plot(x, y)</code>	Plottet mehrere Graphen in eine. a bezeichnet die vertikale Anzahl von Graphen, b die horizontale Anzahl von Graphen, c die Nummer des aktuell auszuwählenden Felds, in das gezeichnet werden soll.
<code>hann(N)</code>	Erzeugt ein von Hann-Fenster zur Wichtung von Signalen für die FFT (vgl. Kap 8). Alternativen wären blackman(N), chebwin(N), gausswin(N), bartlett(N) und andere.
<code>.</code>	Der Punktoperator erlaubt die elementweise Verrechnung eines Vektors oder einer Matrix – ohne Punktoperator gelten die üblichen Regeln der Vektor- und Matrizenrechnung.
<code>,</code>	Der Apostrophoperator transponiert Matrizen und Vektoren.

Beispiel für eine Spektralanalyse. Hier soll ein einfaches Signal auf sein Amplituden- und Frequenzspektrum untersucht werden. Zuerst wird ein verrauschtes Signal erzeugt; in einem Einsatz in der Messtechnik würden die Daten aus einem Messvorgang resultieren. Aus

dem Signal selbst heraus können die dominanten Frequenzen nicht herausgelesen werden; daher wird eine Fourier-Analyse durchgeführt. Zunächst ist die Abtastfrequenz einzugeben, mit der das Signal abgetastet wurde. Danach ist die Fensterbreite auszuwählen (siehe Kapitel 8). Das Signal wird zunächst selbst geplottet. Über die Funktion fft() wird die Fourier-Transformierte bestimmt. Das Amplitudenspektrum in Dezibel ergibt sich dann aus dem Absolutwert des Frequenzspektrums.

```

1 clear all;                                % Alle Variablen löschen
2 close all;                                 % Alle Plotfenster schließen
3
4 % Angabe der Fensterbreite für die Wichtung, der Abtastfrequenz sowie
5 % Berechnung der Frequenzauflösung:
6 fensterbreite = 4096;                      % Fensterbreite 4096 Punkte
7 abtastfrequenz = 32768;                     % Abtastfrequenz in Hz
8 signaldauer = (fensterbreite - 1) / abtastfrequenz;
9                                     % Dauer des zu generierenden Signals [s]
10 frequenzaufloesung = abtastfrequenz / fensterbreite;
11                                     % Frequenzauflösung in Hz
12
13 % Generierung eines beispielhaften Signals. Hier wird zur Demonstration
14 % der Möglichkeiten aus den angegebenen Parametern ein aus Rauschen und
15 % drei Sinus-Signalen bestehender Vektor generiert.
16
17 % Berechnung des Zeitvektors (einzelne Zeitpunkte des Signals). Die
18 % Abtastfrequenz entspricht hier dem Kehrwert der Schrittweite.
19 zeit = [0 : 1 / abtastfrequenz : signaldauer];
20
21 % Die Frequenzen des Signals
22 frequenz1 = 1003.2;
23 frequenz2 = 2012.03;
24 frequenz3 = 9230.9;
25
26 % Zu analysierendes, stark verrauschtes Signal, welches in einem ...
27 % Vektor gespeichert
28 % wird. Die mittlere Frequenz ist zudem gedämpft.
29 signal =      1.0 * sin( 2*pi*frequenz1 * zeit) ...
30           + 0.4 * sin( 2*pi*frequenz2 * zeit) ...
31           + 1.0 * sin( 2*pi*frequenz3 * zeit) ...
32           + rand(1, length(zeit));
33
34 % Das Signal wird als nächstes gewichtet, da die Periodizität der ...
35 % FFT sonst
36 % zu Sprüngen führt, welche "Scheinfrequenzen" in die Analyse
37 % einbringen würden. Hierzu ist jedes einzelne Element des Signals ...
38 % über den
39 % Punktoperator mit dem Fenster zu multiplizieren.
40 %
41 % Hinweis: die MATLAB-Funktionen zur Fenstergenerierung geben
42 % Spaltenvektoren aus. Gegebenenfalls sind sie also über den
43 % Transponier-Operator ' zu transponieren.
44 %
45 % Zur Wichtung wird hier das von Hann-Fenster verwendet; ...
46 % Alternativen wären das

```

```

43 % Blackman-Fenster, das Bartlett-Fenster, das ...
44 % Rechteckfenster-Fenster u.a.
45 % Siehe Kapitel "Fensterfunktionen".
46 signal_gewichtet = signal.*hann(fensterbreite)';
47
48 % Analyse des Signals:
49 % Zunächst ist das komplexwertige Frequenzspektrum zu berechnen; ...
50 % dies geschieht
51 % mit Hilfe der Funktion fft().
52 frequenzspektrum = fft(signal_gewichtet, fensterbreite);
53
54 % Das Amplitudenspektrum ergibt sich aus dem Absolutwert (abs()) des
55 % Frequenzspektrums.
56 amplitude = abs(frequenzspektrum / fensterbreite);
57
58 % Die grafische Darstellung des Amplitudenspektrums reicht bis zur ...
59 % Hälfte des Vektors
60 % (dieser ist gespiegelt). Das Spektrum wird in der
61 % Frequenzauflösung aufgetragen; sie reicht bis zur Nyquistfrequenz.
62 % Die X-Achse wird so eingerichtet, dass sich hieraus die Frequenzen
63 % direkt ablesen lassen.
64 x_achse_amplitudenspektrum =
65 [0 : frequenzaufloesung : (abtastfrequenz/2 - frequenzaufloesung)];
66
67 % Im Folgenden werden die berechneten Vektoren gezeichnet.
68 % Ausgabe des Beispielsignals:
69 subplot(3, 1, 1), plot(zeit, signal)
70 xlabel('Zeit [s]')
71 ylabel('Signal')
72
73 % Ausgabe des gewichteten Signals:
74 subplot(3, 1, 2), plot(zeit, signal_gewichtet);
75 xlabel('Zeit [s]')
76 ylabel('Gewichtetes Signal')
77
78 % Der Plot des Amplitudenspektrums reicht bis zur Hälfte des Vektors
79 % (dieser ist gespiegelt). Ausgabe des Amplitudenspektrums in DB:
80 y_achse_amplitudenspektrum = 20*log10(amplitude(1 :
81 length(amplitude)/2));
82
83 subplot(3, 1, 3), plot(x_achse_amplitudenspektrum, ...
84 y_achse_amplitudenspektrum);
85 xlabel('Frequenz [Hz]')
86 ylabel('Amplitudenspektrum in DB')
87 axis([min(x_achse_amplitudenspektrum), max(x_achse_amplitudenspektrum),
88 min(y_achse_amplitudenspektrum), max(y_achse_amplitudenspektrum)]);

```

Die folgenden Grafiken zeigen das Resultat dieses Skriptes. In der Darstellung des Amplitudenspektrums (Bild 9.19) sind die dominanten Frequenzen bei ca. 1 000 Hz, 2 000 Hz und 9 200 Hz des Beispielsignals (Bild 9.17) trotz des Rauschens deutlich zu erkennen und herauszulesen. Auch die gedämpfte mittlere Signalkomponente ist noch gut zu erkennen. Das mit dem von Hann-Fenster gewichtete Signal im Zeitbereich ist im Bild 9.18 dargestellt.

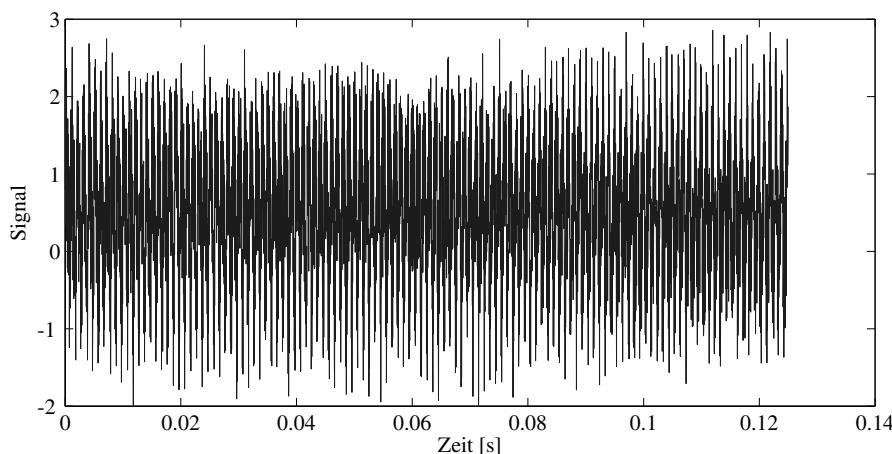


Bild 9.17 Aufgezeichnetes Signal im Zeitbereich

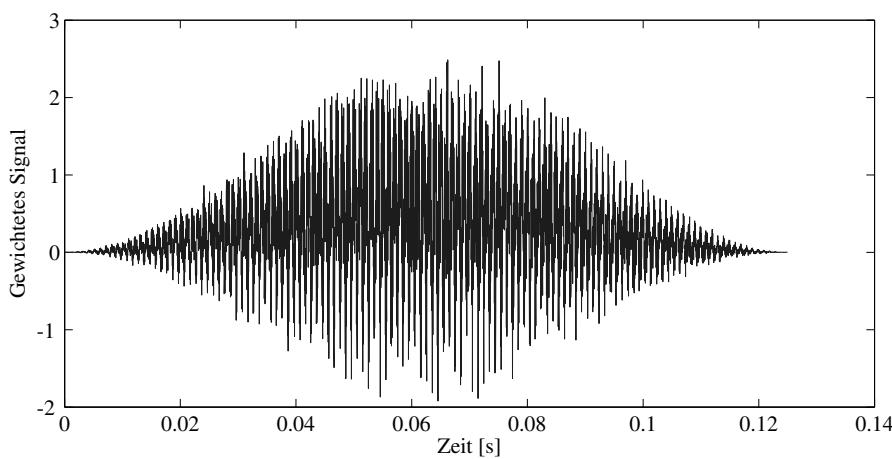


Bild 9.18 Mit dem von Hann-Fenster gewichtetes Signal im Zeitbereich

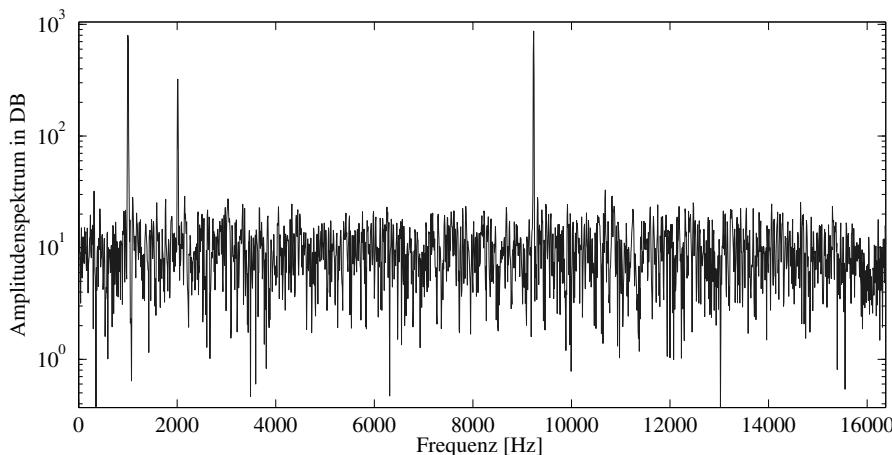


Bild 9.19 Berechnetes Amplitudenspektrum

■ 9.7 Energieautarke, funkabfragbare verteilte Messsysteme

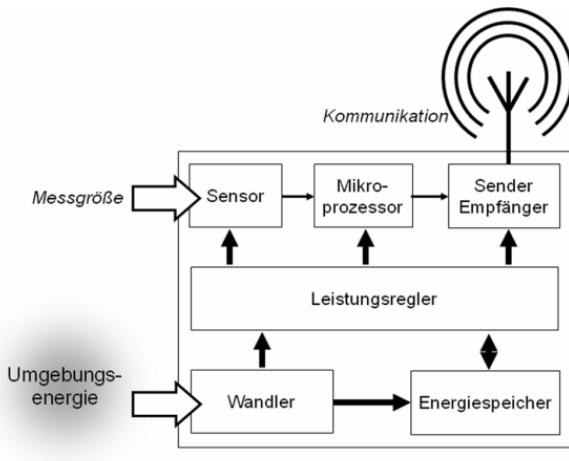


Bild 9.20 Aufbau eines drahtlosen, energieautarken Sensorknotens. Ein Wandler erlaubt, Umgebungsenergie in elektrische Leistung zu transferieren, die sofort zum Betrieb genutzt oder zunächst gespeichert wird. Ein zwischen geschalteter Regler passt gegebenenfalls das Spannungsniveau an und stellt die benötigte elektrische Leistung zum Betrieb des Sensors, Mikroprozessors, Senders und Funkempfängers zur Verfügung.

Die Abfrage von Messwerten in verteilten Systemen gewinnt zunehmend an Bedeutung. Sensornetzwerke mit einer Vielzahl einzelner Sensorknoten sollen in regelmäßigen Abständen Messwerte erfassen und diese über Funk an eine zentrale Sammelstelle weitergeben. Beispiele sind die Überwachung von Bodenparametern in der Landwirtschaft, Raumklimagrößen in der Gebäudetechnik oder Materialschäden in Brücken und Gebäuden. Weitere Anwendungen sind etwa die Vernetzung von Sensoren im Haushalt (Sicherheitstechnik, „Ambient Assisted Living“), in einem Fahrzeug oder in der Automatisierungstechnik. „Internet of Things“, „Machine-to-Machine-Kommunikation“ oder „Cyber Physical System“ sind aktuelle Schlagwörter hierfür. Allen Beispielen ist gemeinsam, dass die Messwerte mittels einer Vielzahl von sogenannten Sensorknoten an räumlich unterschiedlichen Orten erfasst werden. Wenn eine verkabelte Stromversorgung nicht realisierbar ist, müssen die Knoten über einen internen Energiespeicher versorgt werden. Für eine lange Lebensdauer müssen sie dann möglichst sparsam mit diesem begrenzten Energievorrat umgehen. Eine Möglichkeit die Lebensdauer solcher Knoten zu erhöhen, stellt das „Energy-Harvesting“, also die Energiewandlung aus der Umwelt, dar [9.28, 9.29]. Bild 9.20 zeigt ein schematisches Blockschaltbild eines derartigen drahtlosen, funkabfragbaren und energieautarken Sensorknotens.

Die **funkabfragbaren** Messstellen sind **energieautark**. Sie werden nicht mit einer Hilfsenergie versorgt, sondern erzeugen sich die nötige Energie am Ort der Messung selbst. Dafür gibt es z. B. die folgenden Möglichkeiten.

Solarzellen. Für diese Energiewandlung aus der Umwelt muss in der unmittelbaren Umgebung des Sensorknotens ein Ungleichgewichtszustand vorliegen. Im Außenbereich eignen sich für viele Anwendungen Solarzellen, welche auf den Sensorknoten angebracht sind. Innerhalb von Gebäuden sind durch die Schmalbandigkeit moderner Leuchtmittel, wie Energiesparlampen oder LED bei entsprechender Materialauswahl wesentlich höhere Wirkungsgrade als unter Sonnenbestrahlung möglich [9.31]. Für die kommerziell verfügbaren Solarzellen lassen das Spektrum und die Intensität des Kunstlichts keine ausreichenden Wir-

kungsgrade zu [9.30, 9.31]. Bild 9.21 zeigt links das sogenannte Zwei-Dioden-Modell für Siliziumsolarzellen in dem $h\nu$ Einstrahlung auf die Solarzellenfläche wiedergibt, die mit einem frequenz- und materialabhängigen Wirkungsgrad die Photostromdichte j_{ph} generiert. Die beiden Dioden beschreiben die unerwünschte Rekombination der Ladungsträgerpaare im Emitter (j_{01}) und in der Raumladungszone (j_{02}). Zwei interne ohmsche Widerstände repräsentieren Verluste durch Defekte im Kristallgitter oder elektrische Kontaktwiderstände und senken die maximal abtragbare Leistung zusätzlich. Im Außenbereich (Bestrahlungsstärke bis zu etwa 1000 W/m^2) wird die Effizienz von Solarzellen durch den Serienwiderstand R_s beeinträchtigt. Für typische Bestrahlungsstärken in Gebäuden (0,001 bis $0,01 \text{ W/m}^2$) dominiert jedoch bei den meisten Solarzellen der Einfluss des Parallelwiderstandes R_p .

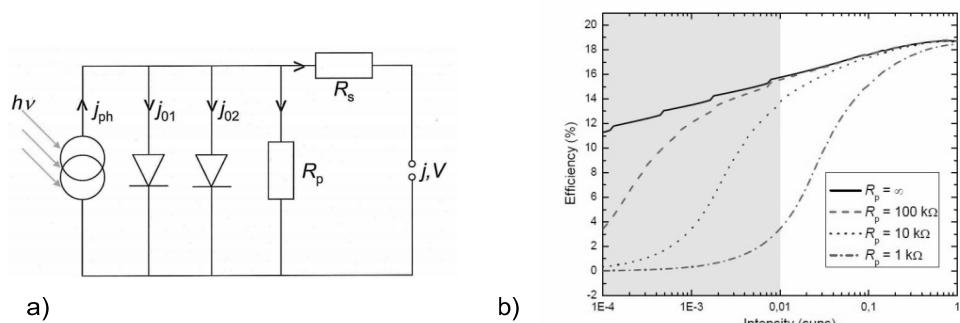


Bild 9.21 a) Zwei-Dioden-Modell einer Solarzelle. b) Effizienz einer typischen Solarzelle als Funktion der Bestrahlungsstärke für unterschiedliche Werte des Parallelwiderstands R_p .

Thermowandler. Thermowandler, die auf dem Seebeck- und dem Peltier-Effekt beruhen, eignen sich zur Energiewandlung aus räumlichen oder mit Hilfe eines Wärmespeichers auch zeitlichen Temperaturgradienten. Je nach Aufbau und thermischem Kontakt von Wandler und Kühlkörper reichen bereits wenige Grad Temperaturunterschied zur Generation einer Spannung [9.32, 9.48, 9.49]. Die einem Temperaturgradienten ΔT mit Thermowandlern maximal entnehmbare elektrische Leistung P_{max} ergibt sich aus der absoluten Temperatur T_0 und der Summe der Thermowiderstände K zum kalten und zum warmen Medium zu [9.33]:

$$P_{max} = \beta \cdot \frac{\Delta T^2}{4 T_0 K} \quad (9.1)$$

In obiger Gleichung stellt β eine materialabhängige Konstante dar, die für die derzeit effizientesten Materialkombinationen bei etwa 0,15 liegt.

Kinetische Wandler. Kinetische Wandler übertragen Schwingungen auf eine Masse, deren Bewegung relativ zum Trägersystem unter Ausnutzung des piezoelektrischen, induktiven oder kapazitiven Effektes auf ein elektrisches System rückwirkt [9.28, 9.34]. Bild 9.22 zeigt typische Funktionsprinzipien von kinetischen Wandlern. Ihr Wirkungsgrad erreicht ein Maximum bei der mechanischen Resonanzfrequenz der Wandler. Dadurch ist ihr Einsatzbereich meist auf eine schmale Bandbreite um diese Resonanzfrequenz beschränkt.

Energieautarke Sensorknoten auf rotierenden Wellen können einen miniaturisierten elektrischen Generator einsetzen [9.35, 9.36]. Weitere kinetische Wandlertypen nutzen Strömungen von Flüssigkeiten oder Gasen [9.37, 9.38], menschliche Bewegungen [9.39, 9.40] oder auch die mechanischen Energie beim Betätigen eines Schalters aus. Bild 9.23 zeigt die Bestandteile eines batterielosen Funkschalters [9.41].

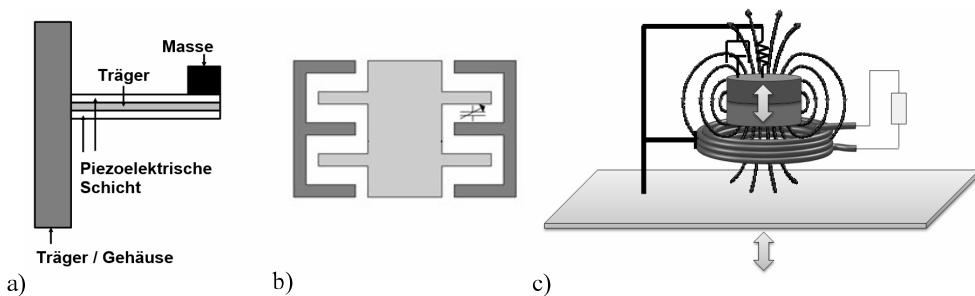


Bild 9.22 Funktionsprinzipien von kinetischen Wandlern: a) piezoelektrischer Wandler, b) kapazitiver Wandler und c) induktiver Wandler.

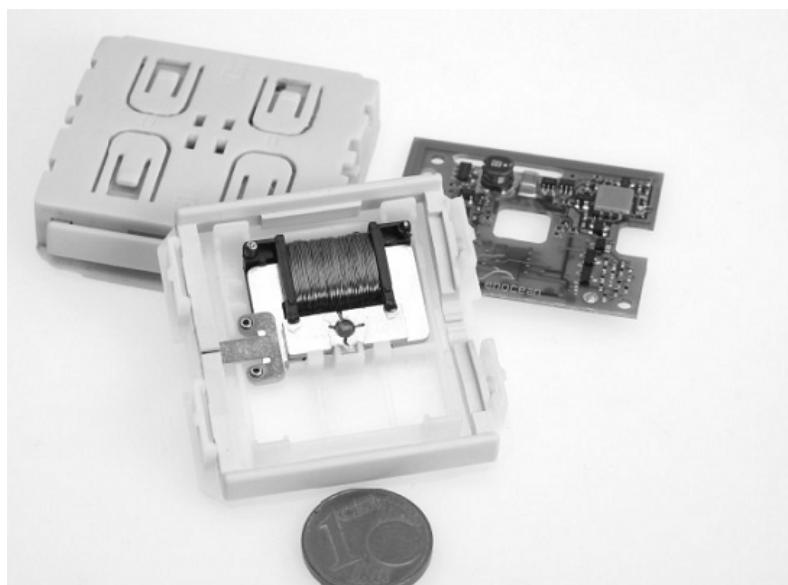


Bild 9.23 Bestandteile eines batterielosen Funkschalters. Links oben der Spritzgusskörper des Schalters mit Wippe, rechts oben die elektrische Schaltung des Senders, Mitte vorne der induktiv arbeitende Energiewandler [9.41].

Magnetische Felder oder elektromagnetische Wellen. Weiterhin kann über eine begrenzte Strecke die benötigte Energie auch mit Hilfe magnetischer Felder oder elektromagnetischer Wellen übertragen werden [9.34, 9.35, 9.36, 9.37]. Energieübertragung mit Hilfe magnetischer Felder lässt sich elektrisch als ein lose gekoppelter Transformator beschreiben. Die damit im Nahfeld erzielbaren Reichweiten liegen in derselben Größenordnung wie der Durchmesser der Sendespule.

Mit elektromagnetischen Wellen lassen sich größere Reichweiten erzielen. Entsprechend der Friis-Formel ergibt sich die im Freiraum in der Entfernung R empfangene elektrische Leistung P_r zu

$$P_r = P_t \cdot G_t \cdot G_r \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \quad (9.2)$$

In obiger Gleichung stellt P_t die Sendeleistung dar. G_t und G_r sind der sogenannte Gewinn aufgrund einer Richtwirkung für die Sende- und Empfangsantenne. Für isotrop strahlende Antennen ohne Gewinn können beide auf etwa 1 gesetzt werden. λ ist die elektromagnetische Wellenlänge und ergibt sich aus der verwendeten Frequenz f und der Lichtgeschwindigkeit c zu $\lambda = c/f$. Für die Frequenz 868 MHz erlauben die Funkvorschriften eine maximale Sendeleistung P_t von 0,5 W. Für isotrop strahlende Sende- und Empfangsantennen ergibt sich damit die empfangene Leistung P_r in Abhängigkeit der Entfernung R zwischen Sende- und Empfangsantenne entsprechend Bild 9.24.

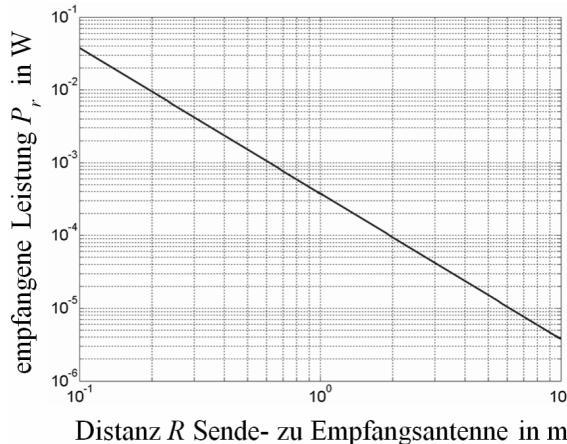


Bild 9.24 Maximale Empfangsleistung P_r bei einer Sendeleistung P_t von 0,5 W, der Frequenz 868 MHz und isotrop strahlenden Sende- und Empfangsantennen als Funktion der Entfernung R zwischen Sender und Empfänger.

Das empfangene hochfrequente Signal muss noch gleichgerichtet werden. Die hierfür in Frage kommenden Gleichrichterschaltungen benötigen zur Funktion eine Mindestleistung von etwa $10 \mu\text{W}$ und erreichen dabei eine Effizienz von 10 %. Die theoretische Reichweite für eine Energieversorgung über elektromagnetische Wellen liegt mit obigen Daten bei 6 m.

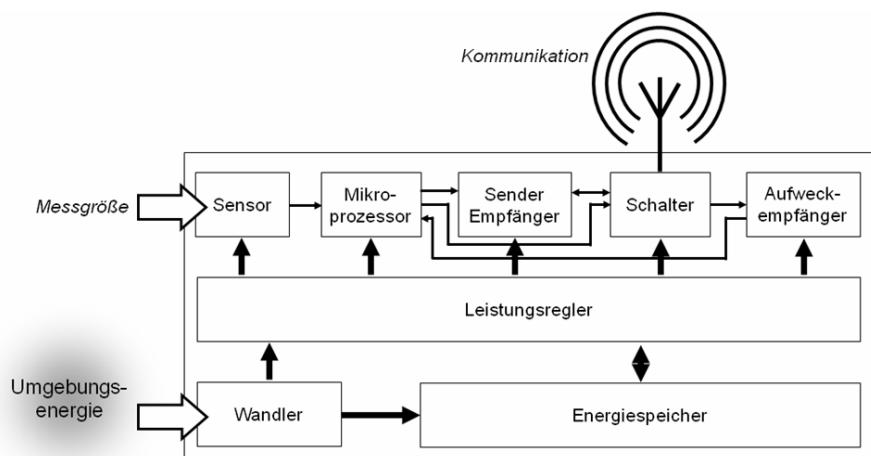


Bild 9.25 Schematische Darstellung eines drahtlosen, energieautarken Funksensorknotens mit „Energy Harvester“ und Aufweckempfänger.

Funkkommunikation. Die größten Verbraucher elektrischer Leistung eines Sensorknotens sind der Sender und Empfänger für die Funkkommunikation. Sind sie permanent eingeschaltet, so ist der Energiespeicher schon nach kurzer Zeit erschöpft. Um Energie zu sparen, wird der Sender nur nach Bedarf und der Empfänger nur in regelmäßigen Zeitabständen eingeschaltet. Für den Rest der Zeit befinden sich beide in einem Schlafzustand. Dadurch wird der verbleibende größte Verbraucher elektrischer Energie für viele Anwendungen der Schlafmodus des Sensorknotens [9.38, 9.31]. Durch gezielte Komponentenauswahl und Reduzierung des Spannungsniveaus kann der Leistungsbedarf weiter gesenkt werden. Um den Verlust der Echtzeitfähigkeit aufgrund des Schlafmodus zu verhindern, kann ein separater Aufweckempfänger auf dem Knoten integriert werden. Dieser ist permanent eingeschaltet und reagiert auf ein eingehendes Aufwecksignal. Der Stromverbrauch des Aufweckempfängers ist im Idealfall um Größenordnungen geringer als der des Funkempfängers. Ein Sensorknoten mit integriertem Aufweckempfänger bei 125 kHz und einem Stromverbrauch von 2,8 µA wird in [9.39] vorgestellt. Bild 9.25 zeigt eine schematische Darstellung eines derartigen Funksensorknotens mit Aufweckschaltung.

Tabelle 9.5 Verzeichnis der in Kapitel 9 verwendeten Abkürzungen

ASCII	American Standard Code for Information Interchange
ANSI	American National Standard Institute
CAN	Controller Area Network
COM	Component Object Model
CPU	Central Processing Unit
CR LF	Carriage Return/Line Feed
CSMA	Carrier Sense Multiple Access
CSMA/CA	Carrier Sense Multiple Access/Collision Avoidance
CSMA/CD	Carrier Sense Multiple Access/Collision Detection
DCE	Data Carrier Equipment
DCOM	Distributed COM
DDE	Dynamic Data Exchange
DEE	DatenEndEinrichtung
DLL	Dynamic Link Library
DSP	Digitaler Signal Prozessor
DTE	Data Terminal Equipment
DÜE	DatenÜbertragungsEinrichtung
FIFO	First-In/First-Out
FWH	Firmware Hub
GMCH	Graphics Memory Controller Hub
GPIB	General Purpose Interface Bus
HP-IB	Hewlett-Packard-Interface Bus
ICH	Input Output Controller Hub
IEC	International Electrotechnical Commission
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
IF	Intermediate Frequency

Tabelle 9.5 Verzeichnis der in Kapitel 9 verwendeten Abkürzungen (*Fortsetzung*)

LO	Local Oszillator
LPT	Line Printer (Druckerschnittstelle)
LSB	Least Significant Bit
MCH	Memory Controller Hub
MSB	Most Significant Bit
MS-DOS	MICROSOFT – Disk Operating System
OLE	Object Linking and Embedding
OPC	OLE for Process Control
PCI	Peripheral Component Interconnect-Bus
PCMCIA	Personal Computer Memory Card International Association
PGIA	Programmable Gain Input Amplifier
RAM	Random Access Memory
RS-232C	Recommended Standard Number 232, Revision C
RTC	Real Time Clock
SCSI	Small Computer Systems Interface
TDMA	Time Division Multiple Access
UART	Universal Asynchronous Receiver/Transmitter
USB	Universal Serial Bus
WLAN	Wireless Local Area Network

Literatur

Kapitelübergreifende Literatur

Übungsaufgaben und Lösungen sind in www.schruefer-messtechnik.de zu finden.

- [0.1] Becker, W.-J.; Bonfig, K.W.; Höing, K. (Hrsg.): Handbuch elektrische Meßtechnik. Heidelberg: Hüthig 2000.
- [0.2] Bergmann, K.: Elektrische Meßtechnik. 6. Aufl. Wiesbaden: Vieweg 1996.
- [0.3] Bernstein, H.: Messelektronik und Sensoren. Wiesbaden: Springer Vieweg 2013.
- [0.4] Dobrinski, P.; Krakau, G.; Vogel, A.: Physik für Ingenieure. 12. Aufl. Wiesbaden: Vieweg + Teubner 2010.
- [0.5] Fatikow, S.; Rembold, U.: Microsystem Technology and Microrobotics. Berlin: Springer 1997.
- [0.6] Felderhoff, R.: Elektrische und Elektronische Messtechnik. 8. Aufl. München: Hanser 2006.
- [0.7] Freyberger, F.: Leitechnik – Grundlagen, Komponenten, Systeme. München: Pflaum 2002.
- [0.8] Gellißen, H.D.; Adolph, U.: Grundlage des Messens elektrischer Größen. Heidelberg: Hüthig 1995.
- [0.9] Gerthsen, C.: Gerthsen Physik. 22. Aufl. Berlin: Springer 2003.
- [0.10] Guillary, P.; Hezel, R.; Reppich, B.: Werkstoffkunde für Elektroingenieure. Braunschweig: Vieweg 1978.
- [0.11] Heimann, B.; Gerth, W.; Popp, K.: Mechatronik: Komponenten – Methoden – Beispiele, 3. Aufl. Leipzig: Hanser 2006.
- [0.12] Hoffmann, J. (Hrsg.): Taschenbuch der Messtechnik. 6. Aufl. Leipzig: Fachbuchverlag 2010.
- [0.13] Hoffmann, J. (Hrsg.): Handbuch der Messtechnik. 4. Aufl. München: Hanser 2012.
- [0.14] Isermann, R.: Mechatronische Systeme. 2. Aufl. Berlin: Springer 2007.
- [0.15] Kienke, U.; Kronmüller, H.; Eger, R.: Meßtechnik. 5. Aufl. Berlin: Springer 2001.
- [0.16] Kronmüller, H.; Zehner, B.: Prinzipien der Prozeßmeßtechnik I und II. Karlsruhe: Schnäcker 1986.
- [0.17] Lenk, A. Pfeifer, R. Werthschützky, R.: Elektromechanische Systeme. Berlin: Springer 2001.
- [0.18] Lerch, R.: Elektrische Messtechnik. 6. Aufl. Berlin: Springer Vieweg 2012.
- [0.19] Mescheder, U.: Mikrosystemtechnik, Konzepte und Anwendungen. 2. Aufl. Wiesbaden: Vieweg + Teubner 2004.
- [0.20] Mühl, T.: Einführung in die elektrische Messtechnik. 3. Aufl. Wiesbaden: Vieweg + Teubner 2011.
- [0.21] Niebuhr, J.; Lindner, G.: Physikalische Messtechnik. 5. Aufl. München: Oldenbourg 2002.
- [0.22] Patzelt, R.; Schweinzer, H.: Elektrische Meßtechnik. 2. Aufl. Berlin: Springer 1996.
- [0.23] Obermeier, E.; Tränkler, H.-R. (Hrsg.): Sensortechnik. Berlin: Springer 1998.
- [0.24] Pfeiffer, W.: Elektrische Meßtechnik. Berlin: VDE 1999.
- [0.25] Profos, B. Pfeifer, T.: Handbuch der industriellen Meßtechnik. 6. Aufl. München: Oldenbourg 1992.

-
- [0.26] Profos, B. Pfeifer, T.: Grundlagen der Meßtechnik. 5. Aufl. München: Oldenbourg 1997.
 - [0.27] Rohrbach, Ch.: Handbuch für elektrisches Messen mechanischer Größen. Düsseldorf: VDI-Verlag 1967.
 - [0.28] Schöne, A.: Meßtechnik. Berlin: Springer 1994.
 - [0.29] Schrüfer, E. (Hrsg.): Lexikon Meß- und Automatisierungstechnik. Düsseldorf: VDI-Verlag 1992.
 - [0.30] Stöckl, M.; Winterling, K.H.: Elektrische Meßtechnik. Stuttgart: Teubner 1987.
 - [0.31] Strohrmann, G.: Messtechnik im Chemiebetrieb, 10. Aufl. München: Deutscher Industrieverlag 2004.
 - [0.32] Tietze, U.; Schenk, Ch.: Halbleiter-Schaltungstechnik. 4. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg 2012.
 - [0.33] Tränkler, H.-R.: Taschenbuch der Meßtechnik. 4. Aufl. München: Oldenbourg 1996.

Literatur zu den einzelnen Kapiteln

- [1.1] DIN1319: Grundbegriffe der Meßtechnik:
Teil 1: Allgemeine Grundbegriffe,
Teil 2: Begriffe für die Anwendung von Meßgeräten,
Teil 3: Begriffe für die Meßunsicherheit und für die Beurteilung von Meßgeräten, und
Meßeinrichtungen,
Teil 4: Behandlung von Unsicherheiten bei der Auswertung von Messungen.
- [1.2] VDI/VDE2600: Metrologie:
Blatt 1: Gesamtstichwortverzeichnis,
Blatt 2: Grundbegriffe,
Blatt 3: Gerätetechnische Begriffe,
Blatt 4: Begriffe zur Beschreibung der Eigenschaften von Meßeinrichtungen.
- [1.3] Physikalisch-Technische Bundesanstalt: The 2006 CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants. (<http://www.physics.nist.gov/cuu/constants/>) Abgerufen am 06. Juni 2012.
- [1.4] Ebenda: Wegweiser – Naturkonstanten. (<http://www.ptb.de/cms/themenrundgaenge/wegweiser/naturkonstanten.html>) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [1.5] [www.ptb.de/massstaebe/Klassische Meßverfahren der Naturkonstanten](http://www.ptb.de/massstaebe/Klassische_Meßverfahren_der_Naturkonstanten).
- [1.6] Ebenda: Das Internationale Einheitensystem (SI). (<http://www.ptb.de/cms/fileadmin/internet/publikationen/DasInternationaleEinheitensystem.pdf>) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [1.7] DIN 1301: Einheiten, Einheitennamen, Einheitenzeichen, 1971.
- [1.8] Becker e. a., Metrologia 44 (2007) 1–14, Considerations on future redefinitions of the kilogram, the mole and of other units.
- [1.9] scinexx: Atomuhren werden noch genauer. (<http://www.g-o.de/wissen-aktuell-6693-2007-06-22.html>) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [1.10] Hetzel, P: Information zum Zeitsignal- und Normalfrequenzsender DCF-77. In: Funkuhren, Zeitsignale, Normalfrequenzen. Hrsg.: W. Hilberg. Groß-Bieberau: Verlag Sprache und Technik 1993.
- [1.11] Herbert Walther, Unsere heutige Zeitmessung – Wege zu einem neuen Standard.
- [1.12] U. Morgner, R. Ell, W. Drexler, F. X. Kärtner: Erzeugung und Anwendung ultrakurzer Lichtimpulse. Phys. Blätter 57 (2001) 3 S. 53...56.
- [1.13] Th. Udem, R. Holzwarth, Th. Hänsch: Uhrenvergleich auf der Frequenzskala. Physik Journal 1 (2002) 2 S. 39...45.

- [1.14] Th. Udem: Messung der Frequenz von Licht. www.mpq.mpg.de/haensch/comb/prosa/prosa.html Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [1.15] W. P. Schleich, H. Walther: Physik-Nobelpreise für Pionierleistungen in Quantenoptik und Laserspektroskopie, Physik Journal 4 (2005) 12 S. 21...26.
- [1.16] Menlo Systems GmbH: Optical Frequency Combs. (<http://www.menlosystems.com/media/pdf/ProductLiterature3/Optical%20Frequency%20Combs.pdf>) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [1.17] Physikalisch-Technische Bundesanstalt: Jahresbericht 2010. (<http://www.ptb.de/de/publikationen/jahresberichte/jb2010/index.html>) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [1.18] Wynands, R.: Gravitationskorrektur für Atomuhren. (http://www.ptb.de/de/org/4/nachrichten4/2006/grund_18.htm) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [1.19] Ehlbeck, B.: Alles auf der Welt ist Schwer, in: Maßstäbe, Heft 01/2006. (http://www.ptb.de/cms/fileadmin/internet/publikationen/masstaebe/Einzelbeitraege/Heft_01/massstaebe_01_06.pdf) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [1.20] Gläser, M.: Neudefinition des Kilogramms, in: Masse und abgeleitete mechanische Größen Teil 1, PTB-Mitteilung 2/2008, 118. Jahrgang. (www.ptb.de/cms/publikationen/zeitschriften/ptb-mitteilungen/verzeichnis-der-ptb-mitteilungen/ptb-mitteilungen-2008/masse-und-abgeleitete-mechanische-groessen-teil-1.html) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [1.21] Bartl, Krystek, Nicolaus: Messung von absoluten Kugelradiostopografien mit einem Kugelinterferometer, AHMT-Jahrestagung Hamburg 2010.
- [1.22] Davies, R.: The SI unit of mass (<http://iopscience.iop.org/0026-1394/40/6/001/pdf/0026-1394-40-6-001>)
- [1.23] Niemeyer, J.: Josephson voltage standards, in Handbook of Applied Super Conductivity, Seeber, R. (ed.) Institute of Physics, 1998.
- [1.24] Hamilton, C.A.: Josephson voltage standards, Rev. Sci. Instr. Vol. 71 (2000), 3611...3623.
- [1.25] Kohlmann, J. et al.: Kommerzialisierung des Josephson-Spannungsnormals. Tagungsband Supraleitung & Tieftemperaturtechnik, April 2001, ISBN 3-00-007828-2, S. 227...230.
- [1.26] <http://sun.vdi-online.de/tz-pt/phystech/publikationen/infophysTech/ipt18.htm>.
- [1.27] www.prema.de.
- [1.28] von Klitzing, K.: Two-Dimensional Systems: A Method for the Determination of the Fine Structure Constant. Surface Science 113 (1982), S. 1...9.
- [1.29] von Klitzing, K.: Quantisierter Hall-Widerstand zweidimensionaler Elektronensysteme. PTB-Bericht PTB-E-18, 1981. S. 117...130.
- [1.30] Brasun, E.: 20 Jahre Quanten-Hall-Effekt in der Metrologie. PTB-Mitteilungen Vol. 110 (2000), S. 93...101.
- [1.31] Hols, F: Serienschaltung von Halbleiter-Einzelelektronenpumpen – Stabilisierung durch Rückkopplung, in: Nachrichten aus der Abteilung 2, Physikalisch-Technische Bundesanstalt. ([http://www.ptb.de/cms/de/fachabteilungen/abt2/aktuelleforschung2/forschungsnachrichten.html?tx_ttnews\[tt_news\]=2225&tx_ttnews\[backPid\]=1486](http://www.ptb.de/cms/de/fachabteilungen/abt2/aktuelleforschung2/forschungsnachrichten.html?tx_ttnews[tt_news]=2225&tx_ttnews[backPid]=1486)) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [1.32] DIN V ENV 13005. Berlin: Beuth 1999. Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen, deutsche Übersetzungen des GUM „Guide to the expression of uncertainty in measurement“ 1995 ISO.
- [1.33] Kunzmann, H.; Kessel, W.: GUM-konforme Auswertung von Messungen; tm-Technisches Messen 68 (2001).
- [1.34] Weise, K.; Wöger, W.: Meßunsicherheit und Meßdatenauswertung, PTB-Monographie 1999.
- [1.35] VDE/VDI 2620 Blatt 1 und 2: Fortpflanzung von Fehlergrenzen bei Messungen, 1974.
- [1.36] Adunka, F: Meßunsicherheiten, 2. Aufl. Essen: Vulkan 2000.

- [1.37] Hart, H.; Lotze, W.; Woschni, E.-G.: Meßgenauigkeit, 3. Aufl. München: Oldenbourg 1997.
- [1.38] Bantel, M.: Grundlagen der Meßtechnik; Meßunsicherheit. München: Hanser 2000.
- [1.39] Kreyszig, E.: Statistische Methoden und ihre Anwendungen. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht 1977.
- [1.40] Ludwig, R.: Methoden der Fehler- und Ausgleichsrechnung. Braunschweig: Vieweg 1969.
- [1.41] Metrodata GmbH: GUM Workbench Professional Version 2.4. (http://www.metrodata.de/ver24_en.html) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [2.1] Palm, A.: Elektrische Meßgeräte und Meßeinrichtungen. Berlin: Springer 1963.
- [2.2] Pflier, P.M.; Jahn, H.: Elektrische Meßgeräte und Meßverfahren. Berlin: Springer 1965.
- [2.3] Rohde & Schwarz GmbH München: Druckschrift Spannungs- und Leistungsmeßtechnik. www.rsd.de.
- [2.4] Meyer, G.: Analoge und digitale Oszilloskope. Heidelberg: Hüthig 1989.
- [2.5] Benda, D.: Wie mißt man mit dem Oszilloskop? München: Franzis 1996.
- [2.6] Datenbücher und Applikationsunterlagen der Firmen
Analog Devices,
Burr Brown,
Intersil,
National Semiconductor,
Precision Monolithics,
Siemens,
Texas Instruments.
- [2.7] Federau, J.: Operationsverstärker. 6. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg 2013.
- [2.8] Lieneweg, F.: Handbuch Technische Temperaturmessung. Braunschweig: Vieweg 1976.
- [2.9] Kanoun, O.: Modeling the PM Junction I-U Characteristic for an Accurate Calibration-free Temperature Measurement. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 49, No 04, (2000), p. 901...905.
- [2.10] Ziegler, Chr.; Wiemhöfer, H.-D.; Maier, J.: Chemische Sensoren. Bunsen Magazin, 5. Jhrg. 2/2003 S. 32...43.
- [2.11] Schwabe, K.: pH-Meßtechnik. 4. Aufl. Dresden: Theodor Steinkopff 1977.
- [2.12] Kraus, B.: Regelung und Gemischzusammensetzung bei Einspritz-Ottomotoren mit Hilfe der Lambda-Sonde. Bosch Techn. Berichte 6 (1978) 3, S. 136...143.
- [2.13] Robert Bosch GmbH: Kraftfahrzeugtechnisches Taschenbuch.
- [2.14] Wiedemann, H.M.; Ralf, L.; Noack, R.: Heated Zirconia Oxygen Sensor for Stoichiometric and Lean Air-Fuel Ratios. Society of Automotive Engineers, Paper 840141. Detroit: 1984.
- [2.15] Tichy, J.; Gautschi, G.: Piezoelektrische Meßtechnik. Berlin: Springer 1980.
- [2.16] Kleinschmidt, P.: Piezokeramische Sensoren. NTG Fachberichte Band 29 (1982), S. 189.
- [2.17] Koch, J.: Piezodide (PXE), Eigenschaften und Anwendung. Valvo Unternehmensbereich Bauelemente der Philips GmbH. Heidelberg: Hüthig 1988.
- [2.18] Meixner, H.; Mader, G.; Kleinschmidt, P.: Infrared Sensors Based on the Pyroelectric Polymer Polyvinylidene Fluoride (PVDF). Siemens Forsch.- u. Entwickl. Ber. 15 (1986) Nr. 3. Berlin: Springer 1986.
- [2.19] Walther, L.; Gerber, D.: Infrarotmeßtechnik. Berlin: VEB 1981.
- [2.20] Schrüfer, E. u. a.: Strahlung und Strahlungsmeßtechnik in Kernkraftwerken. Berlin: Elitera 1974.

- [2.21] Lebelt, G.; Schrüfer, E.; Wang, H.; Winkler, R.: Radioactivity Measurements of Chinese Marbles and Granites. Tagungsband 5. International Symposium of Measurement Technology and Intelligent Instruments ISMTII, 25.-29. 9. 2001, Cairo.
- [2.22] Shercliff, J. A.: The theory of electromagnetic flow measurement. Cambridge University Press, 1962.
- [2.23] John G. Webster ed.: The Measurement, Instrumentation and Sensors Handbook. 2nd Edition, CRC Press Inc., Boca Raton, 2014.
- [3.1] VDE/VDI 3511/2.67: Technische Temperaturmessungen; 3512, Bl. 2/9.72: Meßanordnungen für Temperaturmessungen.
- [3.2] Hans, V.; Kollmeier, H.: Präzises, rechnergesteuertes Temperaturmessverfahren mit Multislope A/D-Wandler. Temperatur 92, VDI-Bericht 982, S. 207...210, 1992.
Hans, V.: High precision temperature measurement with thermistors. 12th IMEKO World Congress, Proceedings, Beijing, China, 1991.
- [3.3] Schäfer, W.: Neuer thermischer Massendurchflußmesser für Gase. rtp Regelungstechnische Praxis 25 (1983), H. 11, S. 468...471.
- [3.4] Sondergeld, M.: Thermischer Strömungssensor mit Temperatur- und Richtungskompensation zur quantitativen Luftstrom erfassung. tm 57 (1990) S. 271...280.
- [3.5] Staab, J.: Industrielle Gasanalyse. München: Oldenbourg 1994.
- [3.6] Robert Bosch GmbH
- [3.7] Meixner, H. et al.: Sensors for monitoring environmental pollution. Sensors and Actuators B. 15-16 (1993) S. 45...54.
- [3.8] Hoffmann, K.: Eine Einführung in die Technik des Messens mit Dehnungsmeßstreifen. Darmstadt: Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH 1987.
- [3.9] Keil, St.: Beanspruchungsermittlung mit Dehnungsmeßstreifen. Lippstadt: Cuneus 1995.
- [3.10] Ort, W.: Sensoren mit aufgedampften Dehnungsmeßstreifen, VDI-Berichte Nr. 509 (1984) S. 205 ff.
- [3.11] Bethe, K.: Sensoren mit Dünnfilm-Dehnungsmeßstreifen aus metallischen und halbleitenden Materialien. Sensoren – Technologie und Anwendung. NTG-Fachberichte, Band 79, S. 168...176. Berlin: VDE 1982.
- [4.1] Helke, H.: Meßbrücken und Kompensatoren für Wechselstrom. München: Oldenbourg 1971.
- [4.2] Zabler, E.; Heintz, F.: Kurzschlußring-Sensoren als vielseitig verwendbare Weg- und Winkelgeber im Kraftfahrzeug. NTG-Fachberichte 79 (1982), S. 213...221.
- [4.3] DIN 19201: Durchflußmeßtechnik, Begriffe, Gerätemerkmale für Durchflußmessungen nach dem Wirkdruckverfahren.
- [4.4] DIN 1952: Durchflußmessung mit genormten Düsen, Blenden und Venturi-Düsen (VDI-Durchflußregeln).
- [4.5] Richtlinien VDI/VDE 2040, Blatt 1, Blatt 2, Blatt 4: Berechnungsgrundlagen für die Durchflußmessung mit Drosselgeräten; Blatt 5: Berechnung der Gesamtmeßunsicherheit einer vollständigen Durchflußmeßeinrichtung.
- [4.6] Lenk, A.: Elektromechanische Systeme, Band 3: Systeme mit Hilfsenergie. Berlin: VEB 1975.
- [5.1] Borgmeyer, J.: Grundlagen der Digitaltechnik. 2. Aufl. München: Hanser 2001.
- [5.2] DIN 40700: Schaltzeichen, Digitale Informationsverarbeitung. Berlin: Beuth.

- [6.1] Analog Devices, Inc.: Data Converters. (<http://www.analog.com/en/data-converters/products/index.html>) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [6.2] Maxim Integrated Products, Inc.: Data Converters. (http://www.maxim-ic.com/products/data_converters/) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [6.3] Microchip Technology Inc.: Analog & Interface Products. (http://www.microchip.com/stellent/idcplg?IdcService=SS_GET_PAGE&nodeId=2543¶m=en021416) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [6.4] http://www.ti.com/lscs/ti/analog/dataconverters/data_converter.page
- [6.5] Texas Instruments Inc.: Data Converters. (http://www.ti.com/lscs/ti/analog/dataconverters/data_converter.page) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [6.6] Sensirion AG: CMOSens® Technologie. (<http://www.sensirion.com/de/technologie/cmosensr-technologie/>) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [6.7] Jnose, Y.; Yasuda, Y.; Murakami, J.: A Telemetric System by Code Modulation- Δ - Σ -Modulation; IRE Transactions on Space Electronics Telemetry, Vol. SET-8, pp. 204...209, Sept. 1962.
- [6.8] Crystal Semiconductor Corp. Application Note: Delta Sigma A/D Conversion AN 10 Rev. 1 Jan. 1989.
- [6.9] Rowe, M.: Test & MeasurementWorld. (<http://www.e-insite.net>) Abgerufen am 7. Januar 2002.
- [6.10] Dr. Johannes Heidenhain GmbH: Inkrementales Messverfahren. (<http://content.heidenhain.de/presentation/basics/de/index/1242135142223/1242135142225/1242135142225.html>) Abgerufen am 6. Juni 2012.

- [7.1] Fischerauer, G.; Mauder, A.; Müller, R.: Acoustic Wave Devices in Sensors, Volume 8, Micro- and Nanosensor Technology. Weinheim: VCH 1995.
- [7.2] ITT: Integrierte Schaltungen für Gebrauchsuhruhren. Freiburg: Intermetall GmbH 1972.
- [7.3] Ziegler, H.: Temperaturmessung mit Schwingquarzen. Technisches Messen tm, Heft 4 (1987), S. 124...129.
- [7.4] Schrüfer, E.: Piezoelektrische Resonatoren als Sensoren für nichtelektrische Größen, Tagungsband 8, GMA-Fachtagung, VDI Bericht 1255, S. 211...222, 1996.
- [7.5] D'Amico, A.; Verona, E.: Saw Sensors, Sensors and Actuators, 17 (1989), S. 55...66.
- [7.6] Bulst, W.E.; Ruppel, C.: Akustische Oberflächenwellen-Technologie für Innovationen, Siemens-Zeitschrift Special FuE 1994, S. 2...6.
- [7.7] Schrüfer, E.: Measurement Systems for Mechanical Strain Using BAW- and SAW-Sensors, Tagungsband Smart Systems and Devices, SOGIC, SFAX, Tunesien 2001.
- [7.8] Schmidt, F.; Scholl, G.: Wireless Identification and Sensor Systems in: Advances in surface acoustic wave technology, systems and applications (Vol. 2), pp 277...326. World Scientific Publishing Co. 2001.
- [7.9] Schmidt, F.: Batterielose Funksensoren, betrieben mit der Energie aus der Umgebung, 11. ITG/GMA-Fachtagung Sensoren und Messsysteme, Ludwigsburg, März 2002.
- [7.10] Großmann, R.: Drahtlose Reifendruckmessung mit passiven Schwingquarzen, VDI-Fortschrittsbericht Nr. 425, 1999.
- [7.11] Goodenough, F.: Airbags boom when IC accelerometer sees 50 g. Electronic Design August 8, 1991.
- [7.12] Apple, C.; Anklin, M.; Drahm, W.: Mass Flowmeters, Coriolis in Instrument Engineers's Handbook. CRC Press LLC 2003.

- [7.13] Rieder, A.: Modellgestützte Auslegung und Realisierung eines Coriolis-Massendurchflussmessers mit einem geraden Messrohr, VDI-Fortschrittsbericht Nr. 731, 1998.
- [8.1] Schrüfer, E.: Signalverarbeitung; Numerische Verarbeitung digitaler Signale. 2. Aufl. München: Hanser 1992.
- [8.2] Oppenheim, A.V.; Schafer, R.W.: Zeitdiskrete Signalverarbeitung. München: Oldenbourg 1995.
- [8.3] Stearns, S.D.; Hush, D.R.: Digitale Verarbeitung analoger Signale. München: Oldenbourg 1999.
- [8.4] Kronmüller, H.: Digitale Signalverarbeitung. Berlin: Springer 1991.
- [8.5] von Grüningen, D.Ch.: Digitale Signalverarbeitung. 5. Aufl. Leipzig: Fachbuchverlag 2014.
- [8.6] Harris, F.J.: On the Use of Windows for Harmonics Analysis with the Discrete Fourier Transform, Proceedings of the IEEE, Vol. 66, No 1, p. 51...3, 1978.
- [8.7] Thomä, R.: Fensterfunktionen in der DFT-Spektralanalyse, MEDAV Digitale Signalverarbeitung GmbH, 1995.
- [8.8] Barschdorff, D.; Hensle, W.; Sühlen, B.: Geräuschanalyse zur Schadensfrüherkennung an stationären Turbomaschinen als Problem der Mustererkennung, Technisches Messen tm, Heft 5, 1977.
- [8.9] Wach, D.; Sunder, R.; Weingarten, J.: Überwachungssysteme und Diagnostiktechniken zur Schadensfrüherkennung in Kernkraftwerken. VGB-Konferenz „Forschung in der Kraftwerkstechnik“, Essen 16. und 17. März 1983.
- [8.10] Griffiths, P.R.; Haseth, J.A.: Fourier transform infrared spectroscopy, N.Y.: Wiley 1986.
- [8.11] The Optical Society : Fourier Transform Spectroscopy (FTS). (http://www.osa.org/Meetings/topical_meetings/FTS/default.aspx) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [8.12] Schrüfer, E.; Windpassinger, R.: Principle and Application of Fourier-Spectrometers, Tagungsband Instrumentation and Measurements, Institute of Technology Bandung, Dpt of Physics, 2001.
- [8.13] Palme, F.; Schrüfer, E.: Berechnung der Signalleistung im Zeit- und Frequenzbereich, tm Technisches Messen 65 (10/98) S. 370...377.
- [9.1] Hoffmann, J.; Trentmann, W.: Praxis der PC-Messtechnik. München: Hanser 2002.
- [9.2] Kainka, B.: Handbuch der PC-Mess- und Steuertechnik. Poing: Franzis 2001.
- [9.3] MathWorks Deutschland: MATLAB and Simulink for Technical Computing. (<http://www.mathworks.de/>) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [9.4] National Instruments Germany GmbH. (<http://germany.ni.com/>) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [9.5] Agilent Technologies Deutschland GmbH. (<http://www.home.agilent.com/agilent/home.jspx?lc=ger&cc=DE>) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [9.6] Iwanitz, F.; Lange, J.: OPC – Grundlagen, Implementierung und Anwendung, 2. Aufl. Heidelberg: Hüthig 2002.
- [9.7] Wittgruber, F.: Digitale Schnittstellen und Bussysteme. Braunschweig: Vieweg 2002.
- [9.8] Hardware Book: Connectors. (<http://www.hardwarebook.info/Category:Connector>) Abgerufen am 6. Juni 2012.
- [9.9] Schnell, G.: Bussysteme in der Automatisierungs- und Prozesstechnik. 8. Aufl. Wiesbaden: Vieweg + Teubner 2012.
- [9.10] Kriesel, W.; Heimbold, T.; Telschow, D.: Bustechnologien für die Automation. Heidelberg: Hüthig 2000.

-
- [9.11] USB Implementers Forum, Inc.: Universal Serial Bus. (<http://www.usb.org/home>) Abgerufen am 6. Juni 2012.
 - [9.12] Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). (<http://www.ieee.org/index.html>) Abgerufen am 6. Juni 2012.
 - [9.13] American National Standards Institute (ANSI). (<http://www.ansi.org/>) Abgerufen am 6. Juni 2012.
 - [9.14] International Electrotechnical Commission (IEC). (<http://www.iec.ch/index.htm>) Abgerufen am 6. Juni 2012.
 - [9.15] Terzis, A.; Merkle, A.: Digitale Funkkommunikation mit Bluetooth. Poing: Franzis 2002.
 - [9.16] IEEE 802.11 – The Working Group for WLAN Standards. (<http://www.ieee802.org/11/index.shtml>) Abgerufen am 6. Juni 2012.
 - [9.17] Standard Commands for Programmable Instrumentation (SCPI) Consortium. (<http://www.ivifoundation.org/scpi/default.aspx>) Abgerufen am 6. Juni 2012.
 - [9.18] Jamal, R.; Hagedstedt, A.: LabVIEW, Das Grundlagenbuch. München: Addison-Wesley 2001.
 - [9.19] Johnson, G.W.; Jennings, R.: LabVIEW Graphical Programming. Columbus: McGraw-Hill 2001.
 - [9.20] Angermann, A.; Beuschel, M.; Rau, M.; Wolfarth, U.: MATLAB-SIMULINK-STATEFLOW. München: Oldenbourg 2003.
 - [9.21] Beucher, O.: MATLAB und SIMULINK. München: mitp 2013.
 - [9.22] Werner, M.: Digitale Signalverarbeitung mit MATLAB. 5. Aufl. Wiesbaden: Vieweg + Teubner 2012.
 - [9.23] Becker, B.; Drechsler, R.; Molitor P.: Technische Informatik. München: Oldenbourg 2008.
 - [9.24] Tanenbaum, A.S.: Computerarchitektur. Strukturen – Konzepte – Grundlagen. 5. Aufl. München: Addison-Wesley 2005.
 - [9.25] Bode, A. (Hrsg.); Karl W. (Hrsg.); Ungerer T. (Hrsg.); Patterson, D.A.; Hennessy, J.L.: Rechnerorganisation und -entwurf, Elsevier, 2005.
 - [9.26] Georgi, W.; Metin, E.: Einführung in LabVIEW. 5. Aufl. München: Hanser 2012.
 - [9.27] Fairweather, I. (Hrsg.); Brumfield, A. (Hrsg.): LabVIEW: A Developer's Guide to Real World Integration. Boca Raton: CRC Press 2012.
 - [9.28] Paradiso, J.A.; Starner, T.: Energy Scavenging for Mobile and Wireless Electronics. IEEE Pervasive Computing 4(1), 18-27 (2005).
 - [9.29] Priya, S.; Inman, D.I. (Hrsg.): Energy Harvesting Technologies. Springer, Heidelberg, 239 (2009).
 - [9.30] Glunz, S. et al.: High-efficiency silicon solar cells for low-illumination applications. Conference Record of the 29th IEEE Photovoltaic Specialists Conference, 450-453 (2002).
 - [9.31] Müller, M.: Anwendungsspezifische Analyse der Energieversorgung von Micro Energy Harvesting Systemen mit Fokus auf Solarenergie. Dissertation, Freiburg, 2010.
 - [9.32] Freunek, M.: Anwendungsspezifische Energieversorgung autarker Mikrosysteme. Dissertation, Freiburg, 2010.
 - [9.33] Freunek, M.; Müller, M.; Ungan, T.; Walker, W.; Reindl, L.M.: New Physical Model for Thermoelectric Generators. Journal of Electronic Materials, 38(7), 1214 (2009).
 - [9.34] P.D. Mitcheson et al.: Energy Harvesting From Human and Machine Motion for Wireless Electronic Devices. Proceedings of the IEEE. 96(9), 1457-1486 (2008).
 - [9.35] Hinrichs, M.: Elektromagnetische Wandler für miniaturisierte Systeme, Dissertation; TU Berlin, 2007.

- [9.36] Stefen, W.: Entwicklung miniaturisierter elektrodynamischer Energiewandler mit Reluktanzläufer, Dissertation; TU Berlin, 2004.
- [9.37] Holmes, A.S.; Guodong, H.; Pullen, K.R.: Axial-flux permanent magnet machines for micropower generation. Journal of Microelectromechanical Systems. Vol. 14, No. 1, 2005, pp. 54-62.
- [9.38] Federspiel, C.C.; Chen, J.: Air-powered sensor. Proceedings of IEEE. Sensors. Vol. 1, 2003, pp. 22-25.
- [9.39] v. Büren, T.; Tröster, G.: Design and optimization of a linear vibration-driven electromagnetic micro-power generator. Sensors and Actuators A: Physical, 135(2), 765-775 (2007).
- [9.40] Donelan, J.M.; Li, Q.; Naing, V.; Hoffer, J.A.; Weber, J.D.; Kuo, A.D.: Biomechanical Energy Harvesting: Generating Electricity During Walking with Minimal User Effort. Science. 319(5864), 807 (2008).
- [9.41] EnOcean GmbH.
- [9.42] Kolnsberg, S.: Drahtlose Signal- und Energieübertragung mit Hilfe von Hochfrequenztechnik in CMOS-Sensorsystemen. Dissertation Gerhard-Mercator-Universität - Gesamthochschule Duisburg, 2001.
- [9.43] Seemann, K.; Hofer, G.; Cilek, F.; Weigel, R.: Single-ended ultra-low-power multistage rectifiers for passive rfid tags at uhf and microwave frequencies. IEEE Radio and Wireless Symposium, 479-482 (2006).
- [9.44] Jäger, T.: Drahtloses spindelintegriertes Sensorsystem zur Überwachung der HSK-Schnittstelle bei automatischem Werkzeugwechsel. Dissertation, Freiburg, 2010.
- [9.45] Ungan, T.: Elektromagnetische Fernspeisung. Dissertation, Freiburg, 2011.
- [9.46] Mackensen, E.: Analyse, Simulation und Entwurf intelligenter, autarker Mikrosysteme für drahtlose Sensor-Aktor-Netzwerke, Dissertation, Tönning: Der andere Verlag, Freiburg, 2006.
- [9.47] Gamm, G.U.; Kostic, M.; Sippel, M.; Reindl, L.M.: Low-power sensor node with addressable wake-up on demand capability. International Journal of Sensor Networks, Vol. 11, No.1, 48-56 (2012).
- [9.48] Pfeiffer, U.: Miniaturized Thermal Generators. Proceedings of the Estonian Academy of Sciences, Dec. 2007
- [9.49] www.therm-o-tech.de

Index

A

- A/D-Umsetzer 282
 - , Delta-Sigma-Umsetzer 294
 - , direkt vergleichende 284
 - , Flash- 287
 - für mechanische Größen 306
 - in Messgeräten 302
 - , Kaskaden-Parallel- 287
 - , Kenngrößen 297
 - mit parallelen Komparatoren 73, 286
 - mit sukzessiver Annäherung 288
 - , Simultan- 287
 - , u/f -Ladungsbilanz- 292
 - , u/t -Zweirampen-Umsetzer 290
 - , Wäge-Umsetzer 288
- Abgleichbrücke 236
- Ablaufsteuerung 411
- Ablenkkoefizient 100
- Absolutdruckmessung 223
- Abtast- und Halteglied 282
- Abtast- und Haltekreis 65
- Abtastfrequenz 354, 362, 373
- Abtasttheorem 298, 354
- Addierverstärker 126
- Aiken-Code 261
- Amplituden- u. Phasengang 48
- Amplitudengang 50, 356
- Amplitudenspektrum 387
- analoger Ausgabekanal 407
- Anhängen von Nullen 359, 373
- Anwenderprogramm 391
- astabile Kippschaltung 313 f.
- asynchrone Übertragung 393
- Auflösungsvermögen 309
- Aufnehmer 16, 74
 - , chemischer 152
 - , Differenzial-Widerstands- 227
 - , elektrodynamischer 136
 - , für ionisierende Strahlung 173
 - , induktiver 240
 - , kapazitiver 248
 - , optischer 166
 - , piezoelektrischer 158, 160
 - , pyroelektrischer 158
 - , Queranker 243

B

- , Tauchanker 241
 - , thermischer 144
 - , Widerstands- 196
 - Aufweckempfänger 427
 - Aufweckschaltung 427
 - Ausschlagbrücke 239
 - Auswerten 411
 - Autokorrelationsfunktion 388 f.
 - Autoleistungsdichtespektrum 387 ff.
 - Avogadro-Projekt 22
- Bandbreite 65
 - Bartlett-Fenster 378
 - BCD-Zahlen 261
 - Bedienungsanforderung 399
 - Beschleunigungssensor 345
 - Biasstrom 131
 - Biegeschwinger 325
 - Binärkode 260
 - binäres Signal 259, 284
 - bistabile Kippstufe 264
 - Bit 260
 - Blackman-Fenster 381
 - Blindleistung 94
 - Braun'sche Röhre 99
 - Brückenschaltung 182 f.
 - Bussystem 391
 - Buszugriffsverfahren 392

C

- Candela 28
- CdS-Fotowiderstand 213
- codierte Längen- und Winkelgeber 307
- Counter 407

D

- Dehnungsmessstreifen 216
- Delta-Sigma-Umsetzer 294
- Diagnose 384
- Dichtemessung 347, 350
- Dickenscherschwinger 325
- Differenzdruckmessung 223

- Differenzial-Kondensator 240
 Differenzial-Transformator 136
 differentielle Nichtlinearität 297
 Differenzierglied 63
 digitaler Eingabe- und Ausgabekanal 407
 digitales Speicher-Oszilloskop 303
 Digital-Multimeter 302
 Digitaloszilloskop 303
 Diskrete Fouriertransformation DFT 352
 Diskrete Fouriertransformierte 389
 Diskriminator 286
 DMA-Kanal 406
 DMS 220
 Dokumentieren 412
 Doppelweggleichrichtung 90
 Drehmomentmessung 222
 Drehspulinstrument 80
 Drehstromsystem 96
 Drehzahllaufnehmer 137
 –, Induktions- 138
 Drehzahlmessung 277
 Dreieckfenster 378
 Druckmessdose 336
 Druckmessung 163, 218
 –, DMS 218
 – mit Schwingquarz 336
 –, piezoelektrisch 163
 D-Speicherglied 266
 dual slope converter 290
 duales Zahlensystem 259
 Duplex-Betrieb 393
 Durchflussmessung, Coriolis-
 Massendurchflussmesser 349
 –, Heißfilm 210
 –, Hitzdraht-Anemometer 210
 –, Induktions- 136, 142, 144
 –, magnetische 144
 –, thermischer Massenstrommesser 208
 –, Ultraschall- 336
 dynamisches Verhalten 48
- E**
- Echtzeitverarbeitung 408
 Effekt, AMR 215
 –, äußerer Foto- 167, 172
 –, CMR 216
 –, ferroelektrischer 203
 –, Gauß- 214
 –, GMR 216
 –, innerer Foto- 167 f.
 –, Josephson- 25
 –, magnetoelastischer 247
 –, magnetoresistiver 214
- , piezoelektrischer 158, 331
 –, piezoresistiver 223
 –, pyroelektrischer 159
 –, Seebeck- 144
 –, Sekundärelektronenemission 172
 –, Sperrsicht-Foto- 168
 –, thermoelektrischer 144
 –, thermomagentischer 211
 –, Thomson- 214
 –, Von-Klitzing- 26
 effektives Bit 300
 Effektivwert 91, 230
 Einfügen von Nullen 373
 Eintor-Resonator 333
 Einzelelektronen-Pumpe 27
 Elektrizitätszähler 98
 elektrodynamischer Schwingungsgeber 341
 elektrodynamisches Instrument 93
 elektrodynamisches Messwerk 81
 elektromagnetischer Schwingungsgeber 342
 elektromechanische Messgeräte 79
 Elektronenstrahl-Oszilloskop 99
 Elektronenstrahl-Röhre 99
 Elektrostriktion 158
 Empfindlichkeit 29
 Endlagenschalter 306
 Energie des elektrischen Feldes 255
 – des magnetischen Feldes 255
- F**
- f/u*-Umformung 279
 Fehler, absoluter 32
 –, bekannter 32
 –, dynamischer 65, 67, 203
 –, fehlerkorrigierender Code 261
 –, Korrektur 261
 –, Nullpunkt- 131
 –, Quantisierungs- 66, 274, 300
 –, relativer 32
 –, systematischer 32
 –, zufälliger 37
 Feldplatte 214 f.
 Fensterfunktion 375
 Feuchtemessung 211
 –, kapazitiver Geber 252
 –, LiCl-Geber 211
 FIFO 405
 Flächenscherschwinger 325
 Flammen-Ionisationsdetektor 175
 Formfaktor 89
 Fotodiode 168
 Fotoelement 168

Fotovervielfacher 166
 Fotowiderstand 213
 Fotozelle 166, 172
 Fourier-Transformation 351
 –, diskrete 359
 –, inverse diskrete 363, 373
 –, nicht zeitbegrenztes Signal 365
 –, periodisches Signal 368
 –, zeitbegrenztes Signal 355
 –, zeitdiskretes Signal 352
 –, zeitkontinuierliches Signal 351, 353
 Fouriertransformierte 388
 Frequenzgang 48, 50
 Frequenzkammgenerator 21
 frequenzkompensierter Spannungsteiler 102
 Frequenzmessung 66, 276 f.
 Frequenzsignal 273
 Frequenzumsetzer 313
 Füllstandsmessung, kapazitive 250 f.
 – mit Kaltleiter 207
 Füllstandswächter 207
 Fundamentalkonstanten 18
 Funkkommunikation 427

G

Gasanalyse, SnO₂-Sensor 212
 –, Wärmetönungsmessung 211
 Gatter 264
 Gegenkopplung 72, 111
 Gerätesteuerung 403
 Gleichrichtwert 88
 Gleichtaktunterdrückung 70, 111, 188
 Gleichtaktverstärkung 111
 Graetzschaltung 90
 grafische Entwicklungsumgebung 409
 Gray-Code 260
 Grenzfrequenz 48, 51
 Grenzwerteinheit 286
 Größengleichung 29

H

Halbleiter-Dehnungsmessstreifen 223
 Halbleiter-Strahlungsdetektor 176
 Hall-Generator 139
 Hall-Sonde 139
 Hamming-Fenster 380
 Handshake-Signal 392
 Hardware 390
 Hardwareschnittstelle 392
 Hauptzipfel 376
 Heißleiter 30, 201
 Hitzdraht-Anemometer 208
 Hochpass 63

I

i/i-Verstärker 108, 121
 i/u-Verstärker 108, 119
 Impedanzwandler 124
 Impulsantwort 48, 53, 55, 62
 Impulsratenmessung 276, 279
 Induktionsdrehzahlgeber 137
 induktiver Aufnehmer 240 f., 246, 258
 induktiver Schleifendetektor 246
 Induktivitätsmessung 230
 Infrarot-Sensor 164
 inkrementaler Längen- und Winkelgeber 308
 Instrumentieren 409
 integrale Nichtlinearität 298
 Integrationsverstärker 315
 Integrierglied 64
 Interferometer 311
 invertierender Verstärker 331
 Ionisationskammer 173
 isosynchrone Übertragung 393

J

JK-Speicherglied 267
 Josephson-Effekt 25

K

Kalibrieren 410
 Kaltleiter 203
 Kapazitätsmessung 230
 kapazitive Füllstandsmessung 250 f.
 kapazitiver Aufnehmer 248
 Kelvin 28
 Kennlinie 29
 Kettenstruktur 69
 Kippschaltung 313, 316
 Komparator 284
 Kompensationsdose 149
 Konstantspannungsquelle 123
 Konstantstromquelle 123, 180
 Kraftmessung, Kraftmessdose mit DMS 222
 –, magnetoelastische Kraftmessdose 247
 –, piezoelektrischer Aufnehmer 65
 –, Schwingsaiten-Aufnehmer 346
 Kreisstruktur 72
 Kreuzkorrelationsfunktion 388
 Kreuzleistungsdichtespektrum 387 f.
 Kurzschlussring-Sensor 245

L

LabVIEW 413
 ladungsempfindlicher Verstärker 130
 Ladungsverstärker 162

- Lambda-Sonde 156
 Längen- und Winkelmessung, codierte Geber 312
 –, Dehnungsmessstreifen 216
 –, inkrementaler Geber 308
 –, Interferometer 311
 –, Kurzschlussring-Sensor 245
 –, Magnetschranke 141
 –, Queranker-Aufnehmer 243
 –, Schwingsaiten-Aufnehmer 346
 –, Tauchanker-Aufnehmer 241
 –, Widerstandsferngeber 196
 Längsschwinger 325
 LC-Oszillator 319
 Leerlaufspannung 32, 82 f.
 Leistungsmessung bei Drehstrom 96
 – bei Gleichspannung 92
 – bei Wechselspannung 94
 – im Zeit- und Frequenzbereich 385
 lichtempfindlicher Widerstand 213
 Lichtmessung, Fotodiode 166
 –, Fotoelement 166
 –, Fotovervielfacher 166
 –, Fotowiderstand 213
 –, Fotozelle 166
 –, Tabelle 167
 logarithmierender Verstärker 130
 Luftmassenmesser 210
- M**
- Magnetfeldmessung, Induktionsaufnehmer 137
 magnetische Feldkonstante 241
 Mantel-Thermoelement 48
 Massenstrommesser 350
 MATLAB/SIMULINK 418
 maximaler Abtastfehler 376
 mechanische Schwingungen 339
 Messbereichsbegrenzung 87
 Messbereichserweiterung 84
 Messeinrichtung 16
 Messgeräte, statisches Verhalten 29
 Messkette 69
 Messsystem, energieautarkes 423
 –, funkabfragbares 423
 Messverstärker 107, 193
 Messwertaufzeichnung 410
 Messzeit 373
 Metalloxid-Gassensor 212
 Mikrokanalplatte 173
 Mitkopplung 72
 Moiré-Streifen 311
 Mol 28
 monostabile Kippstufe 280, 349
- Monotoniefehler 298
 Multiplexer 282, 405
 Multiplizierer, Hall-Multiplizierer 141
 –, Parabel-Multiplizierer 127
 Multivibrator 313
- N**
- Naturkonstanten 17
 nichtinvertierender Verstärker 112
 Normalverteilung 34
 NTC-Widerstand 48
 Nullpunktunterdrückung 188
- O**
- Oberflächenwelle 331
 off-line-Verarbeitung 408
 Offset 131, 192, 315
 Offsetspannung 192
 OFW-Sensor 331
 on-line-Verarbeitung 408
 Operationsverstärker 110, 115, 131, 135
 –, Tabelle 116
 optische Aufnehmer 166
 Oszillator, harmonischer 318
 –, LC- 319
 –, Quarz- 277
 –, RC- 322
 –, Relaxations- 200
 Oszilloskop, analoges 101
 –, digitales 303
- P**
- Parallelregister 269
 Parallelstruktur 70, 188
 Parametrieren 409
 Parseval'sches Theorem 385
 Parseval-Theorem 388 f.
 Periodendauermessung 274
 Phasengang 50
 Phasenmessung, digital 276
 –, gesteuerter Gleichrichter 233
 Phasenregelung 338
 Phasenschieber-Brücke 239
 Phasenwinkelmessung 233, 275
 pH-Messkette 153
 piezoelektrischer Aufnehmer 160
 piezoelektrischer Effekt 331
 piezoelektrischer Resonator 324
 piezoelektrischer Schallgeber 336
 piezoresistiver Effekt 223
 Platin-Messwiderstand 199
 Plug-and-Play 397
 Positionsmessung 141, 170

Protokoll 392
 PTC-Widerstand 203
 Pulsweitenmodulation 407
 PVDF 159
 pyroelektrischer Effekt 159
 pyroelektrischer Sensor 164

Q

Quanten-Hall-Effekt 26
 Quantisierungsfehler 274, 300
 Quantisierungsräuschen 300, 302
 Quarz 324
 Quarzoszillator 330
 Queranker-Aufnehmer 243, 245

R

radizierender Verstärker 129
 Rauschen 135
 RC-Oszillator 322
 RC-Spannungsteiler 103
 RC-Tiefpass 52, 279 f.
 Rechteckfenster 377
 Register 269
 Reifendruckmessung 336
 Relaxationsoszillator 313
 Remote Sensing 335
 reziproker piezoelektrischer Effekt 158
 RS-Speicherglied 264 f.
 Rückwirkung 31, 103

S

Sägezahngenerator 104
 SAW surface acoustic wave 331
 Schadensfrüherkennung 384
 Schieberegister 270 f.
 Schnittstelle 391
 Schnittstellennachricht 400
 Schwingbeschleunigung 340
 Schwinggeschwindigkeit 340
 Schwingkreis 235
 Schwingquarz, Frequenznormal 324
 –, Temperaturfühler 331
 Schwingsaiten-Frequenzumsetzer 346
 Schwingungsmessung 313
 –, absolute 343
 –, relative 340
 Schwingweg 340
 SCPI 403
 Seebeck-Effekt 144
 seismischer Aufnehmer 340, 344
 Sensor, Beschleunigungs- 345
 –, Differenzial-Widerstands- 227
 –, Druck- 345

–, Foto- 170
 –, funkabfragbarer 334, 423
 –, Gas- 212
 –, Hall- 141
 –, induktiver 240, 258
 –, Infrarot- 164
 –, integrierter 78
 –, kapazitiver 240, 248
 –, Kurzschlussring- 245
 –, magnetoresistiver 215
 –, NTC- 48
 –, OFW-Laufzeit- 333
 –, ohmscher 178
 –, optischer 166
 –, optoelektronischer 167
 –, OWF-Laufzeit 331
 –, piezoelektrischer 158
 –, pyroelektrischer 158
 –, Sauerstoff- 155
 –, Schwingungs- 350
 –, Silizium- 205
 –, SnO₂- 212
 –, Taguchi- 212
 –, Temperatur- 151
 –, thermischer 144
 –, Widerstands- 196
 sensornah Signalverarbeitung 77
 SI-Einheiten 18
 Sigma-Delta-Umsetzer 296
 Signal/Rausch-Verhältnis 297, 300
 Sinusantwort 48, 50
 Sinus-Spektrum 370 f.
 SI-System 18
 Software 391
 Softwareschnittstelle 391
 Solarzelle 423
 Spannung/Frequenz-Umsetzer 290
 Spannung/Zeit-Umsetzer 290
 Spannungsfolger 124
 Spannungsmessung 83
 –, A/D-Umsetzer 282
 –, Anzeigegerät 80, 85, 302
 –, Josephson-Effekt 25
 –, Modulations- 193
 –, Nullpunktfehler 132
 –, Offsetgrößen 131 f., 192
 –, Oszilloskop 103
 –, Verstärker 112
 Spektralanalyse 351
 Sperrschiicht-Fotoeffekt 168
 Sperrschiicht-Temperatursensor 151
 Spinventil 216
 Spitzenwert-Gleichrichtung 90
 spreading resistance sensor 205

Sprungantwort 48, 61
SrTiO₃-Sensor 212
 Standard Commands for Programmable Instruments 403
 Standardabweichung 34
 Statusabfrage 399
 Stichprobe 36
 Stimmgabel-Frequenzumsetzer 347
 Strahlungsdetektor, Halbleiter-Detektor 173
 –, Ionisationskammer 173
 Stromgenerator 109
 Strommessung 82
 –, Anzeigegerät 82
 –, Hallsonde 140
 –, Nullpunktfehler 133
 –, Offsetgrößen 133
 –, Verstärker 107
 Student'sche *t*-Verteilung 41
 Subtrahierverstärker 126, 189
 Superposition 132
 Systemprogramm 391
 Szintillationsmesskopf 173

T

t/u-Umformung 279
 Tastteiler 103
 Tauchanker-Aufnehmer 241
 Temperaturkoeffizient 197 f., 201
 Temperaturmessung, berührungslose 165
 –, Berührungsthermometer 206
 –, Heißleiter 201
 –, integrierter Sensor 151
 –, Kaltleiter 203
 –, Quarz 331
 –, spreading resistance sensor 205
 –, Tabelle 206
 –, Thermoelement 144
 –, verfahrenstechnische Größen 207
 –, Widerstandsthermometer 197
 Thermistor 201
 thermoelektrischer Effekt 144
 Thermoelement 144, 149
 Thermoumformer 91
 Thomson-Messbrücke 183
 Tiefpass 50, 64
 Timer 406
 Torzeit 276
 Trägerfrequenz-Brücke 193
 Transientenrecorder 304
 Treiber 391
 Triggerung 278
T-Speicherrieglied 267
 Turkey-Fenster 382

U

u/i-Verstärker 108
u/u-Verstärker 108
 UART-Controller 394
 Übergangsfunktion 48
 Übertragungsfaktor 30, 49
 Uhr, Caesium 20
 –, optisch 21
 Ultraschall-Durchflussmesser 336
 Ultraschallwandler 336
 Universalzähler 277
 Univibrator 279
 Unsicherheit 42

V

V-Abtastung 308
 Varianz 34
 Vergleichsstelle 149
 Verhältnisbildung 71
 Verlustwinkel 229
 Verstärker, Elektrometer- 190
 – für Brückenschaltungen 189
 –, Lock-in- 194
 –, Nullpunktfehler 131
 –, Offsetgrößen 131
 –, Operations- 110
 –, Spannung 108
 –, Spannungsverstärker 112
 –, Strom 108, 119, 121
 –, Trägerfrequenz- 194
 –, Wechselspannungs- 194
 Vertrauensbereich 36
 Verzögerungsglied 1. Ordnung 48
 – 2. Ordnung 56
 virtuelles Messgerät 412
 Volt 25
 Von-Hann-Fenster 379
 Von-Klitzing-Effekt 26

W

Wäge-Umsetzer 288
 Wandler, magnetischer 425
 –, solarer 423
 –, thermischer 424
 Wattwaage 22
 Wechselstrom-Gleichstrom-Komparator 92
 Weg- und Winkelmessung 136
 Wheatstone-Messbrücke 182
 Widerstandsauftnehmer 178
 Widerstandsmessung 178, 181, 185, 200
 Widerstandstemperaturfühler 197
 Widerstandsthermometer 197
 Wiener-Chintschin-Theorem 387

Z

Zahlenwertgleichung 29
Zähler 268
Zeitbasis 276
Zeitintervallmessung 274, 279

Zeitmessung 273 f.
Zenerdiode 86 f., 123
zero padding 360
Ziffernanzeige 262
Zweirampen-A/D-Umsetzer 290
Zwei-Tor-Resonator 332

Messtechnik auf den Punkt gebracht!



Hoffmann

Taschenbuch der Messtechnik

6., aktualisierte Auflage

688 Seiten, 478 Abb., 62 Tab.

ISBN 978-3-446-42391-6

Das Taschenbuch deckt das gesamte Gebiet der elektrischen und nichtelektrischen Messtechnik ab. Es bietet Faktenwissen in extrem komprimierter und fachlich strukturierter Form mit vielen Beispielen aus der messtechnischen Praxis. Übersichten zu Formelzeichen, Einheiten und Umrechnungen sowie ein umfangreiches fachlich gegliedertes Literaturverzeichnis ergänzen den Inhalt.

Ein unverzichtbares Hilfsmittel für Studenten, Wissenschaftler, Ingenieure und Techniker, die im Studium, Beruf oder in der Weiterbildung mit messtechnischen Problemen konfrontiert werden.

Mehr Informationen unter www.hanser-fachbuch.de

Das Kompendium zur Messtechnik.



Hoffmann
Handbuch der Messtechnik
4., neu bearbeitete Auflage
816 Seiten, 861 Abb., 95 Tab.
ISBN 978-3-446-42736-5

- Ein gut strukturiertes Nachschlagewerk für Ingenieure, Wissenschaftler und Techniker über das Gesamtgebiet der elektrischen und nichtelektrischen Messtechnik
- Vorstellung konkreter Sensoren, Messgeräte und -systeme, die den gegenwärtigen Stand der Technik prägen
- Enthält Übersichten zu Formelzeichen, Einheiten, Umrechnungen, Fachbegriffen
- Ein umfangreiches Literaturverzeichnis bietet weiterführende Literatur
- Mit Großem Adressenverzeichnis von Firmen und Einrichtungen mit Bezügen zur Messtechnik, einschließlich Internetadressen

Mehr Informationen unter www.hanser-fachbuch.de

Alles gut geregt



Beier, Wurl

Regelungstechnik

Basiswissen, Grundlagen, Anwendungsbeispiele

272 Seiten. 277 Abb. 30 Tab.

€ 29,99. ISBN 978-3-446-43031-0

Auch als E-Book erhältlich

€ 23,99. E-Book-ISBN 978-3-446-43265-9

Dieses Lehrbuch bietet Ihnen einen umfassenden Einstieg in das komplexe Gebiet der Regelungstechnik. Behandelt werden die Berechnung einfacher Regelkreise im stationären Zustand sowie grundlegende Regelstreckentypen und deren Identifikation. Das Buch geht außerdem auf die Standardregler als Übertragungsglieder näher ein und erläutert diese im Zusammenhang des Zeit- und Frequenzbereiches.

Jedes Kapitel enthält zahlreiche praxisnahe Übungsaufgaben und Lösungen. Der einfache und gut strukturierte Aufbau des Buches ermöglicht auch Lesern ohne Kenntnisse der höheren Mathematik einen verständlichen Einstieg in die Materie.

Mehr Informationen finden Sie unter www.hanser-fachbuch.de

Schrüfer · Reindl · Zagar

Elektrische Messtechnik

Dieses bewährte Lehrbuch führt in die elektrische Messtechnik ein. Es ist nach elektrotechnischen Gesichtspunkten gegliedert und vermittelt ein fachlich breites und sicheres Basiswissen.

An gezielt ausgesuchten Geräten, Schaltungen und Verfahren werden die physikalischen, mathematischen und technischen Grundlagen der elektrischen Messtechnik ausführlich dargestellt. Zahlreiche Zeichnungen, Diagramme und mathematische Ableitungen begleiten den Text. Das Erarbeiten des Stoffes wird dadurch wesentlich erleichtert und das Verständnis wird so weit gefördert, dass das Gelernte auf andere messtechnische Fragestellungen übertragen werden kann.

Wichtige inhaltliche Schwerpunkte dieses Lehrbuchs sind die Messaufnehmer, die Sensoren und die ihnen zugrunde liegenden physikalischen Effekte. Außerdem werden die modernen Verfahren der elektronischen Signalverarbeitung behandelt, die bei der Schwingungsmessung und Spektralanalyse bedeutsam sind.

Das Lehrbuch richtet sich an Studierende der Mess- und Elektrotechnik, aber auch an Ingenieure, die sich mit dem Gebiet der elektrischen Messtechnik qualifiziert vertraut machen wollen.

Die 11. Auflage wurde komplett durchgesehen, aktualisiert und um neue Themengebiete erweitert. So enthält das Buch u. a. einen neuen Abschnitt über Induktions-Durchflussmesser. Außerdem wurde das Kapitel über rechnerunterstützte Messsysteme um ein anschauliches Beispiel für MATLAB erweitert.



Weiterführende Informationen, Übungsaufgaben und Lösungen finden sich auf der Internetseite zum Buch unter: www.schruefer-messtechnik.de

HANSER

www.hanser-fachbuch.de

€ 29,99 [D] | € 30,90 [A]

ISBN 978-3-446-44208-5



9 783446 442085

TOM DEMARCO



Als auf der Welt
DAS LICHT
ausging

Ein Wissenschafts-Thriller

HANSER

»Der Weltuntergang steht bevor,
aber nicht so, wie Sie denken.
**Dieser Krieg jagt nicht alles in die Luft,
sondern schaltet alles ab.«**

Tom DeMarco
Als auf der Welt das Licht ausging

ca. 560 Seiten. Hardcover
ca. € 19,99 [D]/€ 20,60 [A]/sFr 28,90
ISBN 978-3-446-43960-3 · WG 121
Erscheint im November 2014



Sie möchten mehr über Tom DeMarco und
seine Bücher erfahren.
Einfach Code scannen oder reinklicken unter
www.hanser-fachbuch.de/special/demarco

TOM DEMARCO

**Als auf der Welt
DAS LICHT
ausging**

Aus dem Amerikanischen von Andreas Brandhorst

Leseprobe

Das Buch erscheint im November 2014.

Tom DeMarco

ist Projektmanagement-Experte, vielgefragter Berater und Autor zahlreicher im Carl Hanser Verlag erschienener Bestseller wie »Der Termin« oder zuletzt »Wien wartet auf Dich«. Er ist Partner der Atlantic Systems Guild, einer Beratergruppe, die sich auf die komplexen Prozesse der Systementwicklung spezialisiert hat, mit besonderem Augenmerk auf die menschliche Dimension.



Andreas Brandhorst

Andreas Brandhorst (geboren 1956 in Norddeutschland) hat mit dem Schreiben sehr früh angefangen und wenige Jahre später wurde aus dem Hobby ein Beruf, zu dem nicht nur das Schreiben eigener Texte gehörte, sondern auch das Übersetzen (u.a. der Werke von Terry Pratchett). Er ist

Autor der bekannten Kantaki-Romane (2 Trilogien), der Science-Fiction-Romane »Kinder der Ewigkeit«, »Das Artefakt« (ausgezeichnet mit dem Deutschen Science-Fiction-Preis als bester deutscher SF-Roman 2013), »Der letzte Regent« und »Das Kosmotop« (erscheint Juni 2014). Außerdem gehen die Thriller »Äon«, »Die Stadt« und »Seelenfänger« auf sein Konto.



Was vorher geschah:

Fanatiker in der US-Regierung glauben sich hinter ihrem Raketenabwehrschild sicher und wollen Amerikas Gegner überall auf der Welt mit einem nuklearen Erstschlag auslöschen. Doch eine kleine Gruppe von Forschern hat einen Apparat entwickelt, der weltweit Atomexplosionen verhindern kann. Die Aktivierung dieses Apparats würde zwar einen Atomkrieg verhindern, aber der Menschheit auch die Elektrizität nehmen

...

DER MANN, DER EINGRIFF

Homer hatte sie alle zu Bett geschickt. Während der vergangenen Nacht waren sie auf den Beinen gewesen, sagte er, und sie mussten frisch und ausgeruht sein für das, was geschehen würde. Doch zumindest für Loren und Edward war an Schlaf nicht zu denken. Sie saßen am Fenster von Edwards Zimmer und blickten über die Stadt. Ed hatte das Licht ausgeschaltet, dann wieder ein und noch einmal aus. Eine ganz einfache Sache, über die man gar nicht nachdachte, aber würde sie am kommenden Tag noch möglich sein? Er durchquerte das dunkle Zimmer und setzte sich auf den leeren Stuhl Loren gegenüber.

»Ich glaube, ich weiß, was passieren wird«, sagte er.
»Kelly hat es bereits gesagt. Es scheint vorherbestimmt zu sein.«

Loren nickte betrübt.

»Die Offshore-Kubaner werden sich genau so verhalten, wie es Simula-7 vorhergesagt hat. Sie sind vollkommen berechenbar. Sie werden St. Louis angreifen, wie in der Simulation. Sie werden es sich nicht anders überlegen. Bestimmt gehen sie davon aus, dass unsere Behörden eine Evakuierung der Stadt veranlassen. Und bestimmt reden sie sich ein, dass wir eine Eskalation vermeiden wollen. Es wäre dumm von uns, alles auf die Spitze zu treiben – nach dem, was wir auf Kuba angerichtet haben, ist die Zerstörung einer leeren Stadt durch

eine einzelne Rakete nicht mehr als eine kleine Verwarnung.«

Loren nickte erneut. »Dumm«, wiederholte er.

»Sie werden glauben, dass wir nicht zurückschlagen, aber da irren sie sich. Wir wissen es besser. Stell dir vor, was passiert, wenn sie ihre eine Rakete auf St. Louis abfeuern. Das modifizierte Revelation 13 erledigt sie vielleicht, oder auch nicht. Möglicherweise ist das System nicht in der Lage, eine einzelne Rakete abzufangen. Angenommen, es ist dazu imstande. Was machen wir dann?«

Loren dachte darüber nach. »Die logische Sache wäre, nichts weiter zu tun. Die Welt könnte glauben, dass Amerikas Raketenabwehr schild funktioniert, dass wir unangreifbar sind. Es wäre eine sehr starke Position für uns.«

»Aber wir gehen nicht logisch vor. Wir sind Fanatiker.«

»Ja. Also regen wir uns mächtig auf. Man hat uns angegriffen; wir müssen es den Angreifern zeigen. Es ist eine Frage verletzten Männerstolzes.«

»Also schicken wir unsere Raketen los. Wir radieren Iran, Nordkorea, Pakistan und alle anderen Länder aus, die uns ein Dorn im Auge sind. Genau das passiert, wenn der Schild hält. Wenn nicht ... Dann sitzen wir in den Trümmern von St. Louis. Es wird viele Opfer geben, weil wir die Stadt nicht evakuiert haben. Was machen wir?«

»Vergeltung. Wir suchen einen Sündenbock und starten unsere Raketen.«

»Wir starten sie auf jeden Fall.«

»Ja, auf jeden Fall.«

Sie schauten in die Nacht hinaus und beobachteten die Lichter der Stadt. Nach einer Weile fuhr Edward fort: »In der griechischen Tragödie gibt es einen Moment des Übergangs, direkt nach dem Höhepunkt. Vorher haben Menschen die Ereignisse kontrolliert und nachher kontrollieren die Ereignisse die Menschen. Ich habe den Eindruck, dass dieser Moment heute Morgen verstrichen ist. Jetzt erwartet uns das düstere Ende

der griechischen Tragödie; die Akteure werden zu Zuschauern.«

»Das gilt nicht für uns«, sagte Loren. »Bei uns sieht es anders aus. Wir können eingreifen. Wir können handeln, den Effektor einschalten.«

»Aber können wir frei entscheiden? Haben wir eine Wahl? Eigentlich nicht. Wir müssen den Effektor einschalten. Die Zahlen diktieren es, denn selbst ein begrenzter nuklearer Schlagabtausch würde weitaus mehr Opfer fordern. Wir müssten selbst dann eingreifen, wenn wir wüssten, dass weitere Eskalationen ausbleiben. Das ist der zweite Teil von dem, was meinem Gefühl nach heute Nacht geschehen wird: Wir schalten den Effektor ein. Wodurch die Welt zum Stillstand kommt. Die Menschen, die von den Atomraketen getötet worden wären, leben noch – wir haben sie gerettet. Aber jetzt funktioniert nichts mehr. Die abgefeuerten Raketen fallen zu Boden, ohne zu explodieren, doch das ist nur der Anfang. Motoren lassen sich nicht mehr starten, es gibt keinen elektrischen Strom, Flugzeuge stürzen ab ... Der wahre Albtraum beginnt.«

»Vielleicht können wir den Effektor später abschalten. Wenn die Krise überstanden ist.«

»Nein, nie. Es wird immer mehr Waffen geben, die auf ihre Chance warten.«

»Wir können den Effektor nach Belieben ein- und ausschalten.«

»Loren. Denk gründlich darüber nach. Wenn wir uns einen Spaß daraus machen, den Permanenten Effektor zu aktivieren und zu deaktivieren ... Wie lange dauert es dann wohl, bis die Leute merken, dass wir dahinterstecken?«

»Ich verstehe nicht ganz ...«

»Rupert Paule wendet sich an Armitage, einen Physiker von Weltklasse, und sagt: »Was zum Teufel ist hier los? Welche Kraft neutralisiert unsere Raketen, Motoren und Generatoren?« Armitage nimmt einige Untersuchungen vor, während der Effekt wirkt. Was kann er herausfinden?«

Loren überlegte. »Die potenzielle Energie in jeder brennbaren Substanz erscheint reduziert, wenn sich der Effekt auswirkt, und kehrt ohne den Effekt auf das normale Niveau zurück. Das böte einen Hinweis auf die ganze Theorie von T-Prime. Wozu wir Jahre gebraucht haben, um es zu verstehen ...«

»Armitage könnte viel schneller die richtigen Schlüsse ziehen, vielleicht in Wochen.«

»In Tagen«, sagte Loren.

»Wahrscheinlich. Und dann würde Paule fragen: »Wer tut uns dies an, Dr. Armitage?« Und für Lamar wäre es schon nach einer Sekunde klar: Homer Layton und sein Team. Homers Artikel in Science über die Pekuliarbewegung bietet einen eindeutigen Hinweis.«

»Sie würden über uns herfallen, uns den Effektor wegnehmen und ihn ausschalten.«

»Und manchmal würden sie ihn wieder einschalten.«

Loren begriff, was Edward meinte. »Oh.«

»Ja. Sie schalten ihn ein, wenn sie gegen sie gerichtete strategische Aktionen entdecken. Und sie schalten ihn aus, wenn sie selbst zuschlagen wollen. Einen besseren Abwehrschild gibt es nicht.«

»Vielleicht wäre es gar nicht so schlecht.«

»Es wäre furchtbar. Denn ihnen müsste klar sein, dass auch andere Länder Physiker haben. Mit dem Hinweis, den wir ihnen gegeben haben, kommen sie schnell hinter das Geheimnis von T-Prime. Was bedeutet, dass sie nach einigen Wochen ihren eigenen Effektor bauen können. Doch das würde den Eiferern und Fanatikern ganz und gar nicht gefallen. Sie müssten damit rechnen, dass ihr Vorteil nach wenigen Wochen dahin ist. Was würden sie tun?«

»Sie müssten handeln, um ihren Vorteil abzusichern. Sie würden vielleicht ...«

»Genau. Sie würden angreifen, solange sie die Gewiss-

heit haben, dass sich der Gegner nicht wirkungsvoll zur Wehr setzen kann. Davon müssen wir ausgehen.«

Es dauerte eine Weile, bis sich die Erkenntnis festsetzte. Die Entscheidung, den Effektor einzuschalten, war auch die Entscheidung, ihn für immer an zu lassen. »Vielleicht funktioniert der Effektor gar nicht«, sagte Loren.

»Das ist unsere optimistischste Hoffnung.« Edward lächelte bitter. »Es würde bedeuten, dass wir zusammen mit dem Rest der Welt in nuklearer Glut gebraten oder vom Fallout vergiftet werden. Wir wären tot, was wir eines Tages ohnehin sein werden. Aber zumindest müssten wir uns nicht vorwerfen, dass alles unsere Schuld ist.«

.

.

.

... Eine Atomrakete vom Typ SS-24 startete von einer Insel vor der Küste Ecuadors, gerichtet auf St. Louis, Missouri. Der Startzeitpunkt war so gewählt, dass die Rakete ihr Ziel genau um Mitternacht St. Louis-Zeit erreicht. Ein zweihundert Meilen westlich von San Diego stationierter Zerstörer der amerikanischen Marine ortete die Rakete und einige Sekunden später wurde ein Alarm ausgelöst. Da der Zerstörer auf eine solche Sichtung vorbereitet gewesen war, ging man gleich auf Alarmstufe Rot und schickte eine Nachricht ins StratCom-Netzwerk.

Albert döste mit dem Ohr am Empfänger. Die Mitteilung hätte Teil seines Traums sein können, denn in letzter Zeit träumte er oft von solchen Dingen. Er hob den Kopf und starrte auf das Gerät in seiner Hand, das den Alarm wiederholte. Er blickte zu Homer, der wach im Sessel neben ihm saß. Homer hatte alles gehört. Die Worte der Ankündigung schienen keine nennenswerte Wirkung auf ihn zu haben; sie waren mehr wie ein morgens klingelnder Wecker. In diesem Fall lautete die Botschaft des Klingelns: Es geht los.

Albert hielt das kleine Gerät wieder ans Ohr und sein

Blick kehrte zu Homer zurück. »Neunzehn Minuten, glauben sie«, sagte er und sah auf die Uhr. »Um ein Uhr unserer Zeit.«

Homer stand mühsam auf. Alte Leute sollten nicht in tiefen Sesseln sitzen, dachte er. Loren, der auf dem Boden neben ihm geschlafen hatte, war schon auf den Beinen. »Ich hole die anderen«, sagte er.

Edward hatte seine Tür einen Spaltbreit offen gelassen. Loren sah ins Zimmer und sagte: »Es ist so weit, Ed.« Es hätte das frühe Wecken für den Beginn eines Campingausflugs sein können. Er hörte Edwards Antwort aus dem dunklen Zimmer und ging weiter, zu Sonia gleich nebenan.

Loren klopfte an und wartete. Er hörte Bewegung im Zimmer, die Tür öffnete sich und Sonia blinzelte im Licht des Flurs. »Sonia.« Er wollte sie in die Arme nehmen, sie trösten, doch sie behielt die Tür zwischen ihnen.

»Ich bin im Schlafanzug«, sagte sie.

»Komm so schnell du kannst zu Homer.«

»Gib mir ein paar Minuten fürs Anziehen.« Sie schloss die Tür.

Weiter zu Kellys Zimmer. Loren klopfte an und hörte Geräusche, bevor sich die Tür öffnete. Kelly war hellwach. Sie trug ein weißes Nachthemd mit Rüschen an den Ärmeln. Hinter ihr brannte eine kleine Lampe.

»Es ist geschehen«, sagte Loren.

Kelly zog ihn herein. »Sieh nach Curtis«, sagte sie. »Ich ziehe mir schnell was über.«

Loren ging ins Nebenzimmer und spähte in die Dunkelheit. Er hörte das gleichmäßige Atmen des Kindes. Die Gestalt im Bett wirkte friedlich im Schlaf. Er kehrte in Kellys Raum zurück. Sie stand vor der Kommode, mit dem Rücken zu ihm, und zog eine Jeans unter ihrem Nachthemd hoch. Ihr Hintern zeigte sich kurz, als sie die Hose zurechtrückte. Das Nachthemd warf sie achtlos beiseite. Loren sah ihren langen, schmalen Rücken. Sie war größer als seine Schwestern, dach-

te er, ein bisschen größer. Kelly zog sich ein T-Shirt über den Kopf und drehte sich zu ihm um. »Fertig«, sagte sie und stand barfuß vor ihm. Keine Schuhe, keine Unterwäsche. Sie trafen noch vor Edward in Homers Suite ein.

Homer hatte Maria geweckt. Sie trat aus dem Schlafzimmer und zog den Gürtel eines Morgenmantels zu. Claymore kam von der anderen Seite herein. Sonia und Edward erschienen gleichzeitig. Noch elf Minuten bis zum Einschlag. Homer schloss die Tür, verriegelte sie und drehte sich ernst zu ihnen um.

»Gloria Verde hat eine Rakete auf St. Louis abgefeuert. Albert hat den Alarm vor einigen Minuten mit seinem StratCom-Apparat gehört. Die Rakete wird ihr Ziel um ein Uhr unserer Zeit erreichen. Uns bleiben nur wenige Minuten, um genau zu überlegen. Darauf kommt es jetzt an, dass wir genau nachdenken.

Es gibt einige Dinge, die wir Albert, Maria und Claymore erklären müssen, über unsere Vereinbarung in Bezug auf den Effektor, falls wir entscheiden, ihn einzuschalten. Hörst du zu, Clay?«

»Oh, klar.« Claymore hatte als einziger Platz genommen. Er saß auf der Couch, in einem pfirsichfarbenen Schlafanzug. Auf dem Tisch lag eine Hochglanzbroschüre über das Nachtleben von Fort Lauderdale. Er schlug sie auf. »Klar«, sagte er.

Homer wandte sich an Albert und Maria. »Ihr wisst, was es mit dem Effektor auf sich hat. Ich habe es euch erklärt. Ihr wisst auch, was wir heute Nacht tun könnten, was wir in Erwägung ziehen. Aber was auch immer hier geschieht, ihr seid dafür nicht verantwortlich. Das ist wichtig. Die Verantwortung tragen wir fünf.« Er sah die Mitglieder der Gruppe an. »Ich selbst, Edward, Sonia, Loren und Kelly. Nur wir fünf. Wir stimmen ab, bevor wir etwas unternehmen. Zuvor sind wir übereinkommen, dass die Entscheidung, den Effektor einzuschalten,

die Zustimmung von uns allen verlangt. Eine Nein-Stimme läuft auf ein Veto hinaus. Offenbar müssen wir heute Nacht abstimmen. Bald.

Noch hat eine Abstimmung darüber, ob wir den Effektor verwenden sollen, keinen Sinn, denn ich würde mit Nein stimmen. Wir können nicht einschreiten, um St. Louis zu retten. Es gibt noch immer die Möglichkeit, dass damit alles vorbei ist. Wenn Washington entscheidet, den Angriff auf St. Louis ohne Vergeltungsmaßnahmen hinzunehmen, brauchen wir den Effektor nicht einzuschalten. Das wäre eine große Erleichterung für uns alle. Auf diese Weise müssen wir es sehen. Wir warten bis nach der Explosion der Rakete. Wir warten und warten. Wenn Amerika protestiert, ohne einen Gegenangriff zu starten, brauchen wir nicht abzustimmen. In dem Fall muss niemand sagen, wie er oder sie gestimmt hätte. Dann können wir den Rest unseres Lebens mit ruhigem Gewissen verbringen, weil wir die Macht, die in unsere Hände fiel, unangetastet ließen, eine Macht, die die Welt in Dunkelheit stürzen kann. Dann werden wir uns immer fragen, was geschehen wäre, wenn wir ein paar Leben in einer Stadt des Mittelwestens gerettet, dafür aber die ganze Welt grundlegend verändert hätten. Wir könnten bei einem Bier in Cornell darüber reden.«

Ihm gingen die Worte aus. Er hätte überhaupt nichts sagen müssen, das wussten sie alle.

Für einen langen Moment herrschte Stille und dann raschelte es, als Claymore umblätterte.

Homer fiel noch etwas ein. »Wenn wir abstimmen müssen, und ich hoffe, das ist nicht der Fall, aber wenn uns die Umstände zu einer Abstimmung zwingen, so möchte ich fragen ...«

Albert hob die Hand. Er hatte das Ohr am Empfänger und sein Blick ging ins Leere. »Sie starten«, sagte er.

»Was?«, fragte Loren fassungslos. »Wer startet? Wir?«

»Der Präsident hat den Befehl gegeben. Amerika schlägt zu.«

»Aber das kann doch nicht sein! Sie müssen warten, bis die Rakete St. Louis trifft. Vielleicht hält der Abwehrschild. Oder die Kubaner überlegen es sich im letzten Moment anders und lassen die Rakete ins Meer stürzen. Oder sie explodiert überhaupt nicht. Es ist zu früh für eine Reaktion.«

Albert zuckte die Schultern.

Homer sah auf die Uhr. »Wir stimmen jetzt ab«, sagte er. »Es bleiben noch neun Minuten. Wenn wir alle mit Ja stimmen, können wir handeln, noch bevor die Rakete St. Louis erreicht. Dann retten wir auch das Leben der dortigen Menschen, was alles leichter macht.«

»Es wird gestartet«, sagte Albert. »StratCom bestätigt, dass sich die erste Rakete auf den Weg macht ... und jetzt die zweite, von einem U-Boot aus. Es hat begonnen. Weitere Starts werden gemeldet ...«

»Wir stimmen ab.« Homer und seine Gruppe wichen beiseite, weg von Albert und Maria. Eine symbolische Trennung. »Ja bedeutet, dass wir den Effektor einschalten. Nein bedeutet, dass wir nichts unternehmen. Ich stimme ...«

»Warte!«, sagte Loren. Er erinnerte sich an die letzte Abstimmung. Alle hatten sofort ihre Stimme abgegeben, mit Ausnahme von Sonia; letztendlich war es also ihre Stimme gewesen, die den Ausschlag gegeben hatte. Loren wollte nicht, dass sich so etwas wiederholte. »Kleine Zettel«, sagte er. »Wir schreiben unsere Stimme auf. Damit niemand der Letzte ist und den ganzen Druck fühlen muss.«

Auf dem Tisch lag ein Block mit gelben Haftzetteln. Loren riss einen für jeden von ihnen ab. Es gab Stifte und jeder nahm einen. Sonia holte einen aus ihrer Handtasche. Loren schrieb »Ja« auf seinen Zettel und sammelte dann die anderen ein. Er klebte sie an seinen Ärmel, in einer Reihe: alles Ja-Stimmen. Sonias Ja war so klein geschrieben, dass man genau hinschauen musste, um es zu erkennen: zwei winzige Buchstaben, kaum einen halben Zentimeter groß.

»Alle haben mit Ja gestimmt«, sagte er.

Homer nickte. »Ich schalte den Effektor selbst ein.«

»Noch sieben Minuten«, sagte Albert.

Edward hatte den verzierten Eichenholzkasten mitgebracht. Er stellte ihn auf den Tisch, öffnete ihn und trat zurück. Stille herrschte. Homer ging allein zu dem Kasten und blickte darauf hinab.

»Es befindet sich ein Schiebeschalter an der Seite«, sagte Loren.

»Ich weiß, ich weiß.«

Alberts Stimme kam wie aus weiter Ferne. »Noch sechs Minuten«, sagte er. »Was nicht heißt, dass ich drängen möchte.«

»Ich weiß«, erwiderte Homer.

Es wäre Loren lieber gewesen, wenn Maria jetzt neben Homer gestanden hätte; er sollte jetzt nicht so allein sein. Doch Maria war tief in den weißen Sessel gesunken und hatte den Kopf zur Seite gedreht.

Kelly trat vor, griff mit beiden Händen nach Homers linker Hand und drückte ihre Wange an seine. Loren glaubte zu sehen, dass sie ihm etwas zuflüsterte, aber er hörte nichts. Homer nickte und streckte die rechte Hand nach dem Schalter aus. Loren reckte den Hals. Hatte er den Effektor eingeschaltet? Homer wirkte wie erstarrt.

»Wie viele Menschen leben in St. Louis?«, fragte Edward. »Drei Millionen? Homer, in den nächsten Minuten rettest du genug Menschen, um die Entscheidung zu rechtfertigen. Innerhalb der nächsten Stunde wirst du Dutzende von Millionen Leben gerettet haben, weitaus mehr, als durch den Effekt verlorengehen.«

»Ich weiß«, sagte Homer. »Also tue ich es.« Er betätigte den Schiebeschalter und trat zurück. Die anderen beugten sich vor. Der Schalter leitete Strom in den kleinen, einem Maser ähnelnden Generator und löste die mechanische Arretierung,

die das freie Schweben der Karte verhinderte. In der Mitte des Apparats glühte es rosarot. Die Karte begann sich zu drehen und suchte nach dem magnetischen Nordpol. Sie drehte sich über den Norden hinaus, kehrte dann quälend langsam zu ihm zurück und verharrte schließlich. Loren blickte aus dem Fenster. Nichts war geschehen.

»Vielleicht ist der Magnet ...«, begann er.

Das Licht im Zimmer wurde schwächer. Es ging nicht einfach aus, wie bei einem plötzlichen Stromausfall; es wirkte eher, als würde jemand einen Dimmer herunter drehen. Als es im Zimmer ganz dunkel geworden war, sahen sie aus dem Fenster. Auch in der Stadt breitete sich Dunkelheit aus – nach einigen Sekunden waren überhaupt keine elektrischen Lichter mehr zu sehen. Eine Zeit lang blieb es still, bis Albert das Schweigen brach. »Drei Minuten bis zum Einschlag der Rakete in St. Louis.« Er hielt sich noch immer den StratCom-Apparat ans Ohr. Das Gerät lief mit Batterie, war also nicht vom Effektor betroffen. Der StratCom-Sender befand sich in einem Satelliten, außerhalb des irdischen Magnetfelds.

Sie wandten sich alle dem Fenster zu. Claymore stand auf und kam näher. »Sieh nur«, sagte er und winkte Homer nach vorn. »Ich hab's dir ja gesagt. Es ist eine andere Farbe.«

Der Nachthimmel hatte einen Hauch von Rosarot. Es sah wie die Nordlichter aus, die Aurora Borealis, aber das schwache Leuchten zeigte sich im Süden.

»Es ist eine andere Farbe«, wiederholte Claymore.
»Pink.«

»Ja, stimmt«, sagte Homer.

Loren holte tief Luft. »Es ist ein Uhr. Wird etwas durchgegeben?«

Alle Blicke richteten sich auf Albert. Er drückte sich den Empfänger noch etwas fester ans Ohr und schüttelte den Kopf. Dann starre er wieder ins Nichts. »Moment ... Es heißt, der Schild habe gehalten. Ja, der Schild habe gehalten und St.

Louis sei nicht zerstört. Es gibt Beobachter unweit der Stadt und sie melden keine Explosion.« Albert sah die anderen an. »Sie glauben, es liegt am Raketenabwehrschild.«

»Oh«, sagte Homer. »Ihnen dürfte bald klarwerden, was geschehen ist.« Er setzte sich auf die Armlehne von Marias Sessel. Sie sah noch immer zur Seite.

»Es werden die Namen der Personen genannt, die angeblich St. Louis gerettet haben«, sagte Albert. »Armitage und seine Leute ... und Curly Burlingame. Curly Burlingame?«

»Ein wahrer amerikanischer Held«, sagte Edward.

»Jetzt werden einige Stromausfälle in den Vereinigten Staaten gemeldet«, fuhr Albert fort. »Keine große Sache, heißt es. Die Rede ist von mutmaßlicher Sabotage, aber nur Einzelfälle.«

Homer lächelte grimmig. »Sabotage, ja. Einzelfälle, nein.«

»Stromausfälle auch in Europa. Sie wissen noch nicht, was sie davon halten sollen.«

Homer winkte geistesabwesend. »Schalt aus, Albert. Worauf es jetzt ankommt, passiert nicht dort draußen, sondern hier drinnen.«

Albert legte den StratCom-Empfänger auf den Couchtisch und sah wieder aus dem Fenster. Es gab überhaupt kein künstliches Licht mehr, nur Sterne und das fahle rosarote Leuchten, wie das schwache Licht etwa eine Stunde vor Sonnenaufgang. Aber es ließ sich in allen Richtungen beobachten und war am südlichen Horizont ein wenig stärker.

»Meine Güte«, sagte Albert. »Was haben wir getan?«

Homer saß in der Dunkelheit. »Was haben wir getan? Was habe ich getan? Wir haben etwa acht Millionen Menschen zum Tod verurteilt – sie werden im Lauf der nächsten Monate sterben. Acht Millionen.« Er sprach leise, schwieg einige Sekunden und fügte dann noch leiser hinzu: »Im Vergleich mit uns war Hitler ein Dilettant.«

Loren hielt den Atem an. Kelly beugte sich zu Homer

hinab, streckte die Hände nach seinen Seiten aus und ... kitzelte ihn. Homer war unglaublich kitzlig. Er zuckte heftig zusammen. »Dummer alter Kerl«, sagte Kelly. »Du hast gerade St. Louis gerettet und sechzig Millionen Menschen überall auf der Welt. Das geht aus unseren Berechnungen hervor. Du hast die Atmosphäre der Erde vor radioaktiver Verseuchung bewahrt. Vielleicht hast du sogar das ganze Leben auf diesem Planeten gerettet.«

»Es stimmt, Homer«, sagte Loren. »Du bist der größte Held aller Zeiten.«

»Aber all das Sterben, das jetzt beginnt ...«, wandte er ein.

»Daran ist jemand anderer schuld.« Edward legte Homer den Arm um die Schulter. »Rupert Paule. Er und General Simpson und all die anderen. Es ist ihre Schuld, Homer.«

Homer nickte, wirkte aber nicht sonderlich überzeugt.

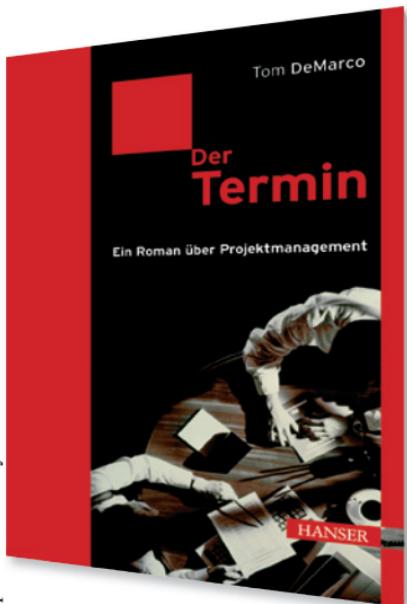
Loren löste die Batterie vom Effektor und sah seine Annahmen bestätigt, als das winzige rosarote Licht in der Kartenmitte blieb - es bezog seine Energie vom irdischen Magnetfeld. Der kleine Apparat auf der Karte war nötig für die Übertragung der Störung, die den Effekt erhielt. Solange er aktiv und ausgerichtet blieb, dauerte der Effekt an. Loren entfernte auch die Arretierung, damit sie nicht unabsichtlich ausgelöst werden konnte, schloss den Kasten und schloss ihn ab.

Edward verteilte Taschenlampen aus einer Box mit Vorräten, die sie Stunden zuvor hochgetragen hatten. Außerdem gab er jedem eine Liste mit detaillierten Anweisungen für die nächsten Schritte.

»Es wartet viel Arbeit auf uns, Leute, und wir haben nur ein paar Stunden Zeit, alles zu erledigen. Packen wir's an.«

(Ende 15. Kapitel)

Weitere Bücher von Tom DeMarco



Tom DeMarco
Der Termin
ISBN 978-3-446-41439-6



Tom DeMarco, Timothy Lister
Wien wartet auf Dich!
ISBN 978-3-446-43895-8



Tom DeMarco, Tim Lister
Bärentango
ISBN 978-3-446-22333-2



Tom DeMarco
Spielräume
ISBN 978-3-446-21665-5

»Der Weltuntergang steht bevor, aber nicht so, wie Sie denken. Dieser Krieg jagt nicht alles in die Luft, sondern schaltet alles ab.«

Im obersten Stock der Cornell University's Clark Hall stehen der Physiker Homer Layton und seine drei jungen Assistenten vor einem Durchbruch, der es ermöglicht, die Zeit etwas langsamer ablaufen zu lassen. Sie vermuten, dass der sogenannte Layton-Effekt keinen praktischen Nutzen haben wird, rechnen aber damit, dass die von ihnen geplante Abhandlung einem Paukenschlag in der Welt der theoretischen Physik gleichkommen wird. Doch dann bemerkt Loren Martine, jüngstes Mitglied von Homers Team, etwas Seltsames: Wird die Zeit verlangsamt, reicht die in Brennstoffen gespeicherte Energie nicht mehr für ein plötzliches Feuer. Dinge können noch immer brennen, wenn auch langsamer, aber nichts kann mehr explodieren. Die Wissenschaftler stellen sich eine Art Layton-Effekt-Taschenlampe vor, die das Abfeuern einer Waffe verhindert. Ihnen wird klar, dass man auch die Explosion einer Bombe oder gar einen ganzen Krieg verhindern könnte.



**Sie möchten mehr über Tom DeMarco und
seine Bücher erfahren.
Einfach Code scannen oder reinklicken unter
www.hanser-fachbuch.de/special/demarco**