

第一章作业

1.2

(a):

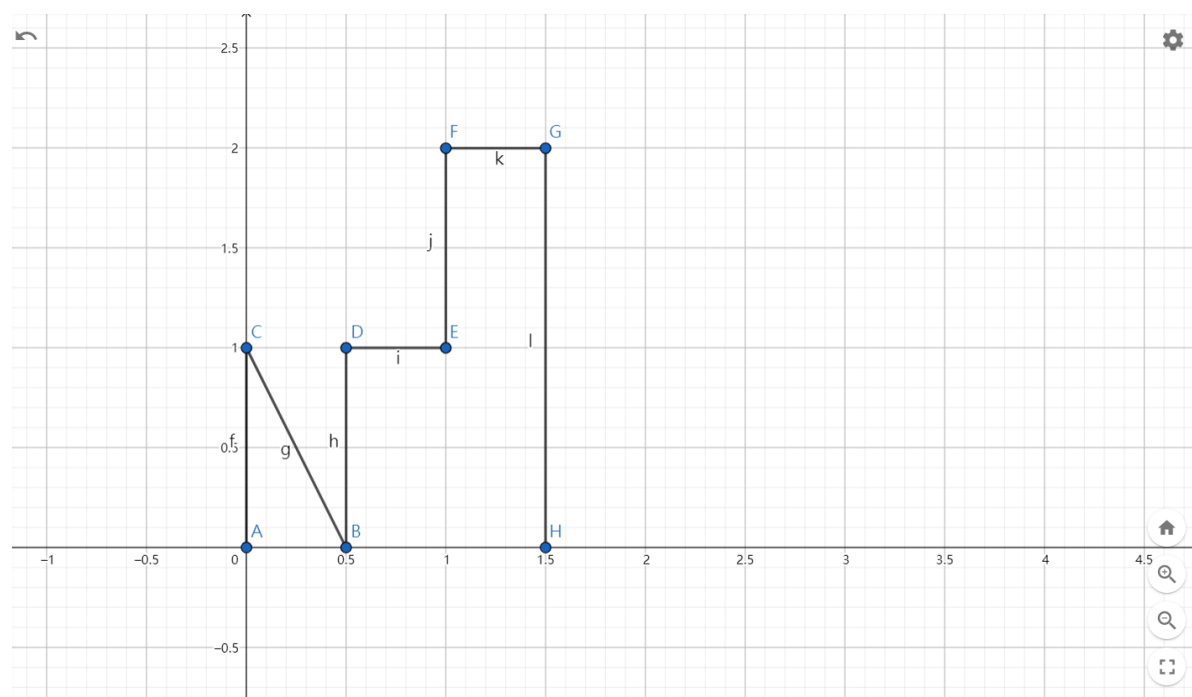
$$x_1(t) = \begin{cases} 0 & t \geq 1 \text{ 或者 } t \leq -1 \\ 1 & t \in [-1, 0] \\ -1 & t \in [0, 1] \end{cases}$$

(c):

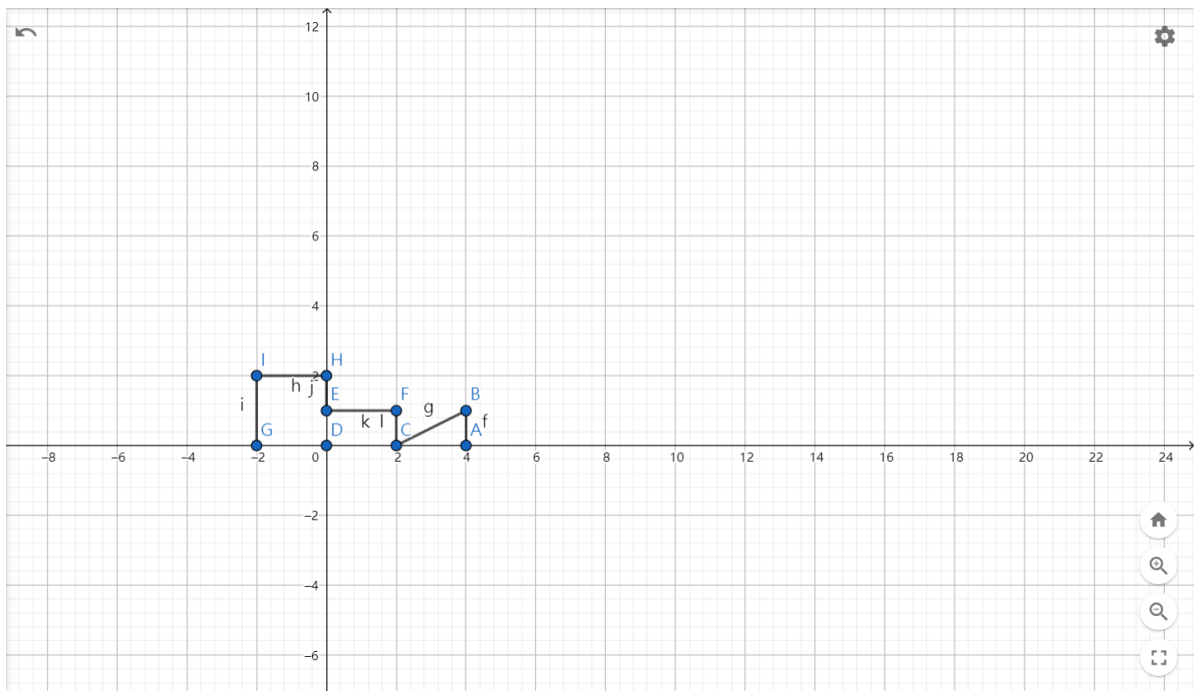
$$x_4(t) = \begin{cases} t & t \in [0, 1] \\ 1 & t \in [1, 3] \\ -t + 4 & t \in [3, 4] \\ 0 & t \geq 4 \text{ 或 } t \leq 0 \end{cases}$$

1.7

1: $f(2t - 1)$



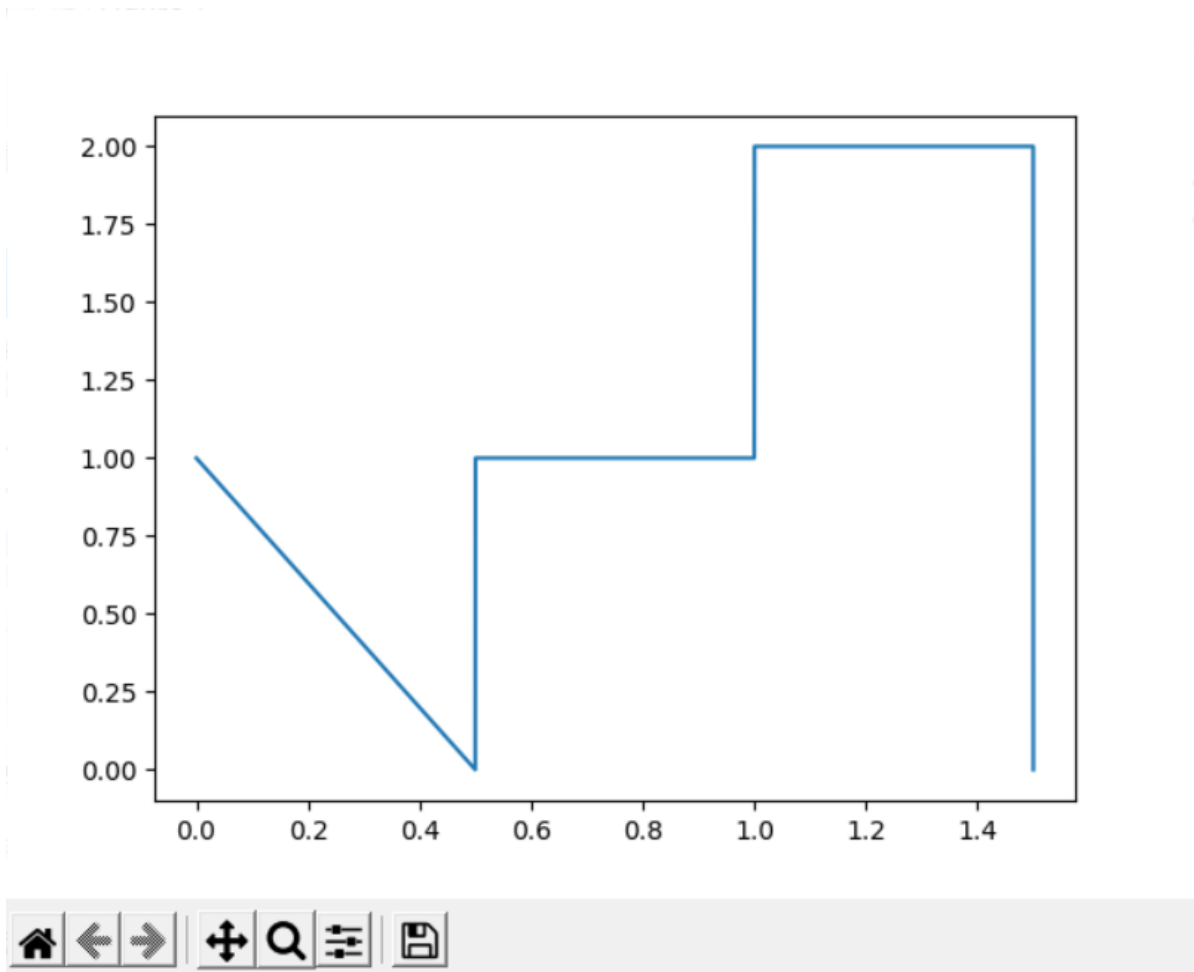
3: $f(\frac{-t}{2} + 1)$



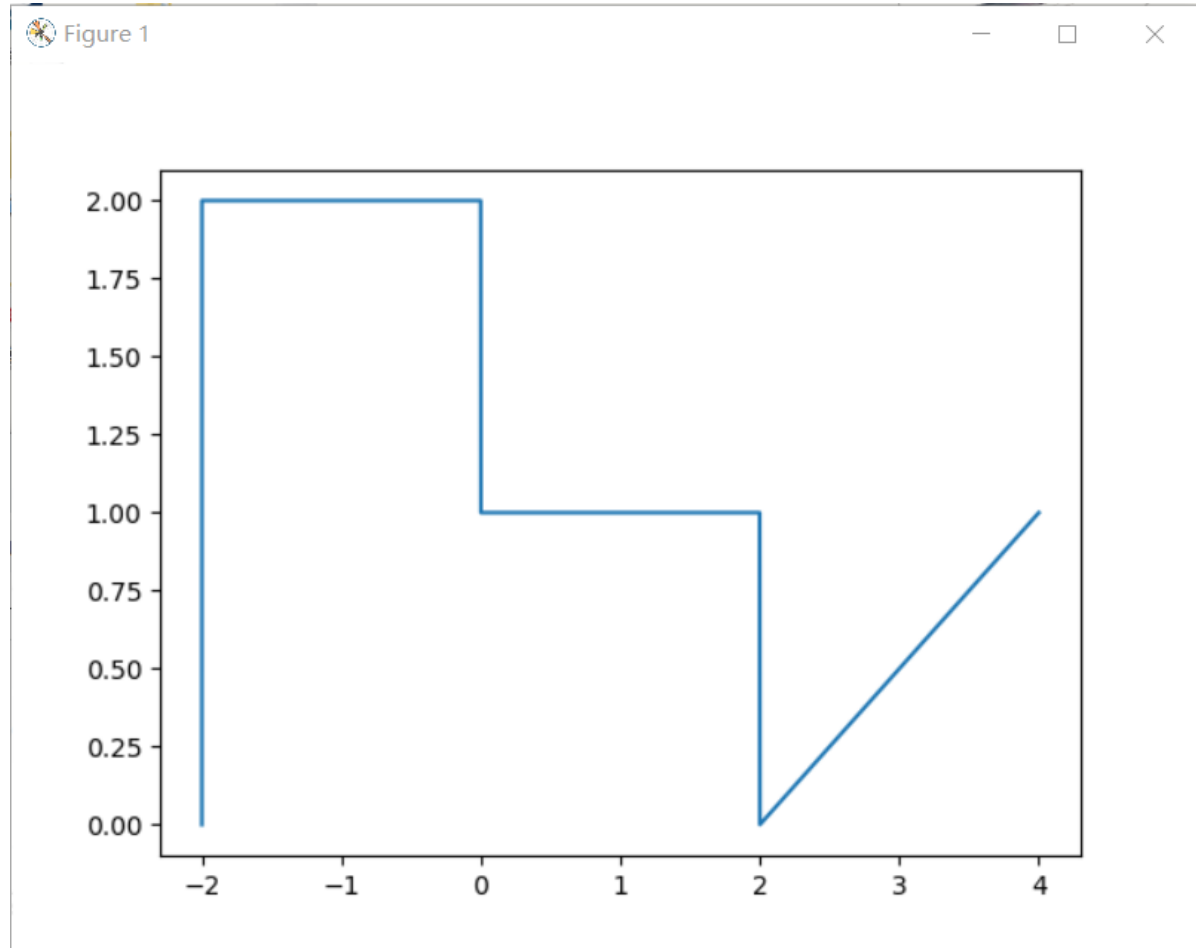
验证:

1:

Figure 1



3:

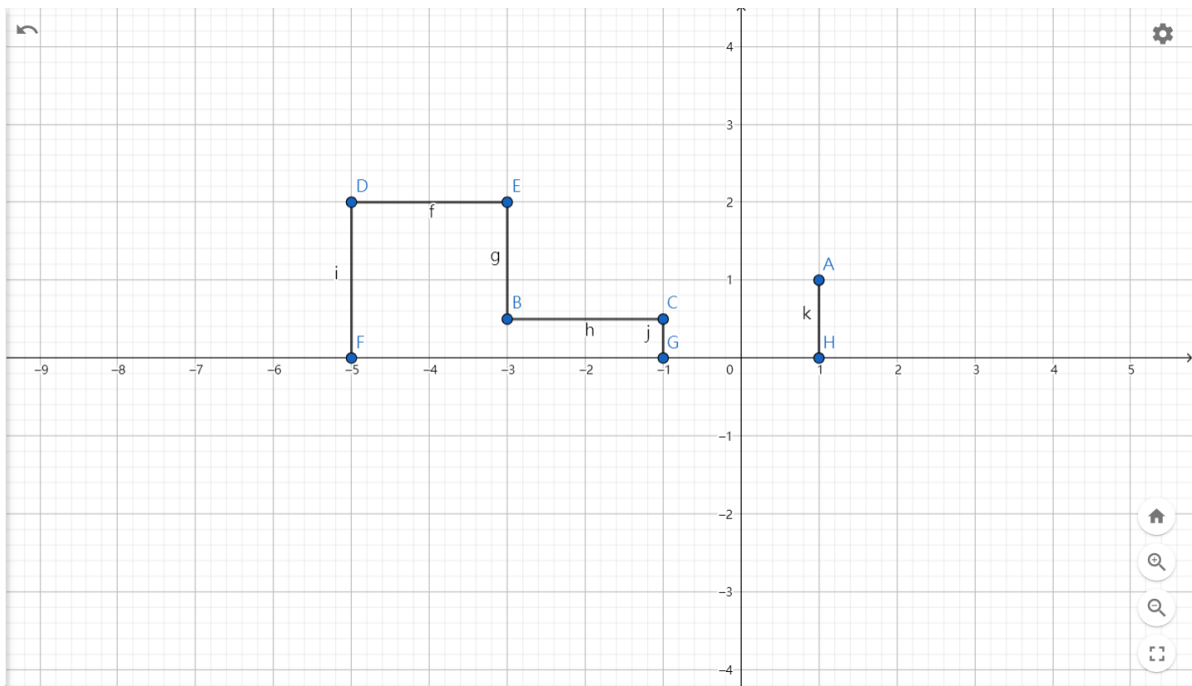


1.9

$$x(3-2t) = \begin{cases} \delta(t-1) & t=1 \\ 1 & t \in [2, 3] \\ 2 & t \in [3, 4] \\ 0 & t \geq 4 \text{ 或 } t \leq 2 \text{ 且 } t \neq 1 \end{cases}$$

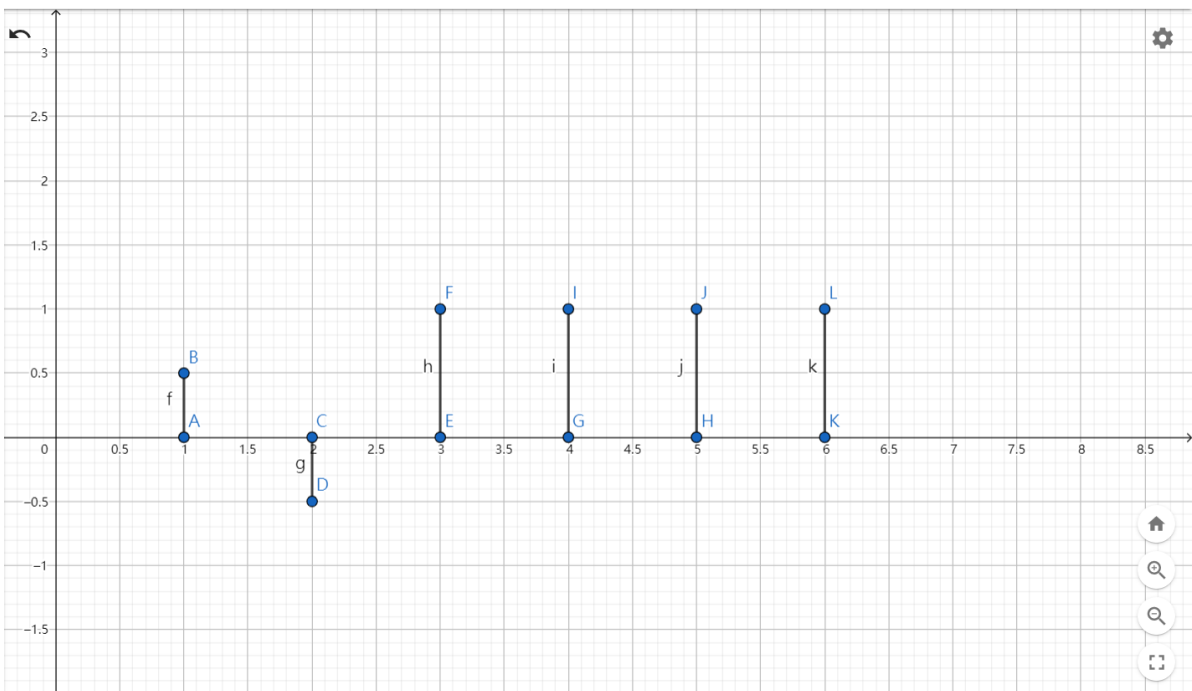
$$x(t) = \begin{cases} \delta(t-1) & t=1 \\ 1 & t \in [-3, -1] \\ 2 & t \in [-5, -3] \\ 0 & t \geq -1 \text{ 且 } t \neq 1 \text{ 或 } t \leq -5 \end{cases}$$

波形:

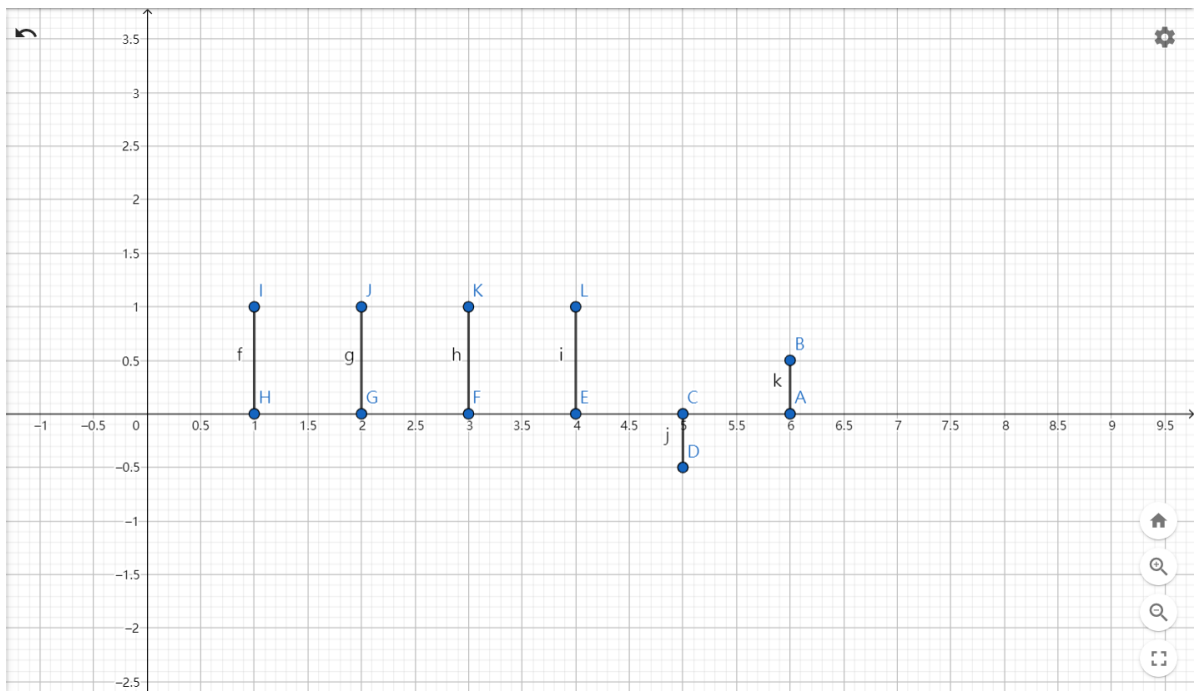


1.10

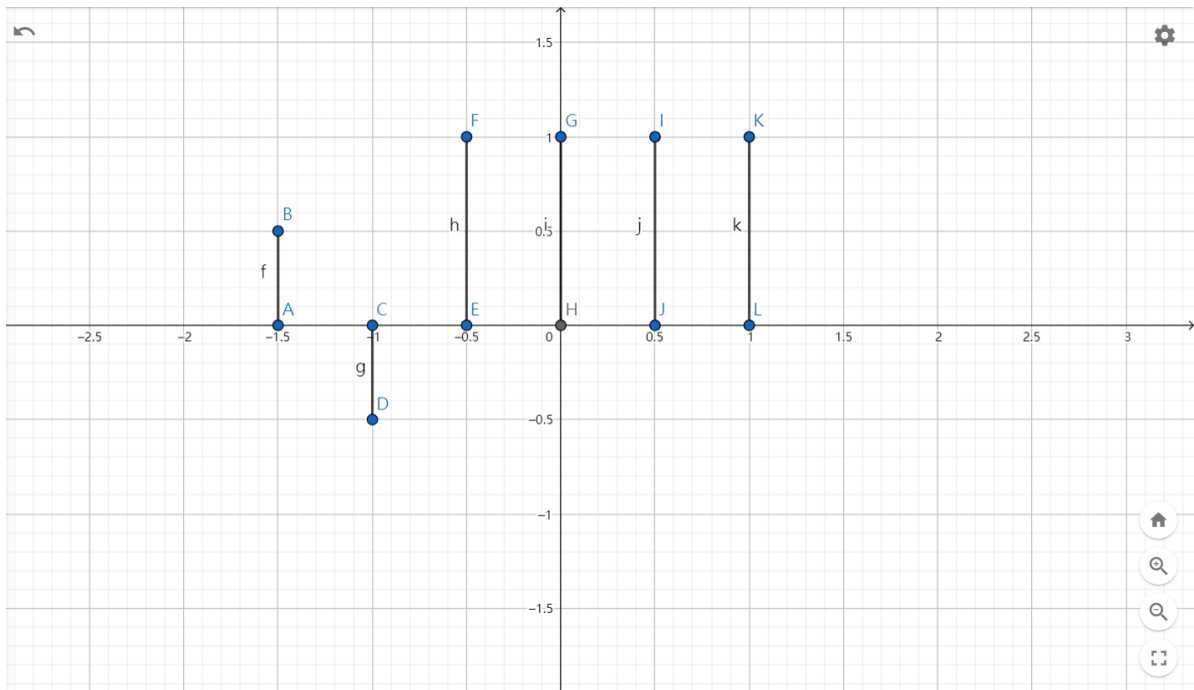
(1): $x[n-3]$



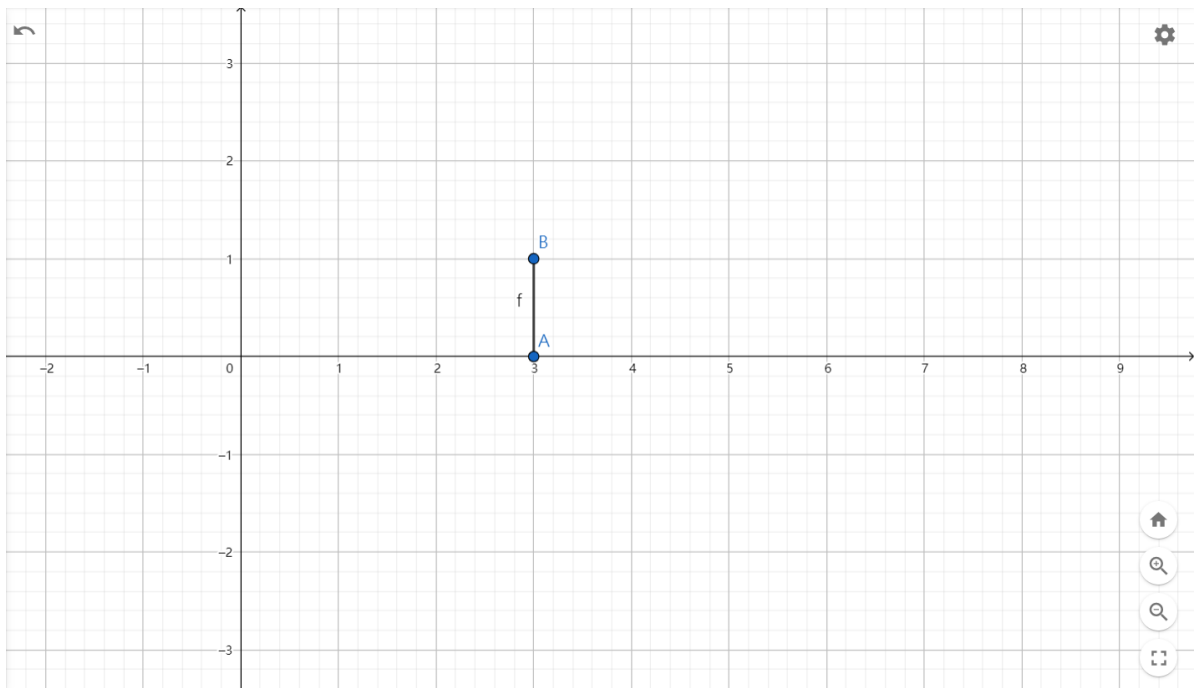
(2): $x[4-n]$



(3): $x[2n+1]$



(4): $x[n-3]\delta[n-3]$



1.12

$$x(t) = x_o(t) + x_e(t)$$

$$x_o(t) = \frac{1}{2}(x(t) - x(-t))$$

$$x_e(t) = \frac{1}{2}(x(t) + x(-t))$$

(a):

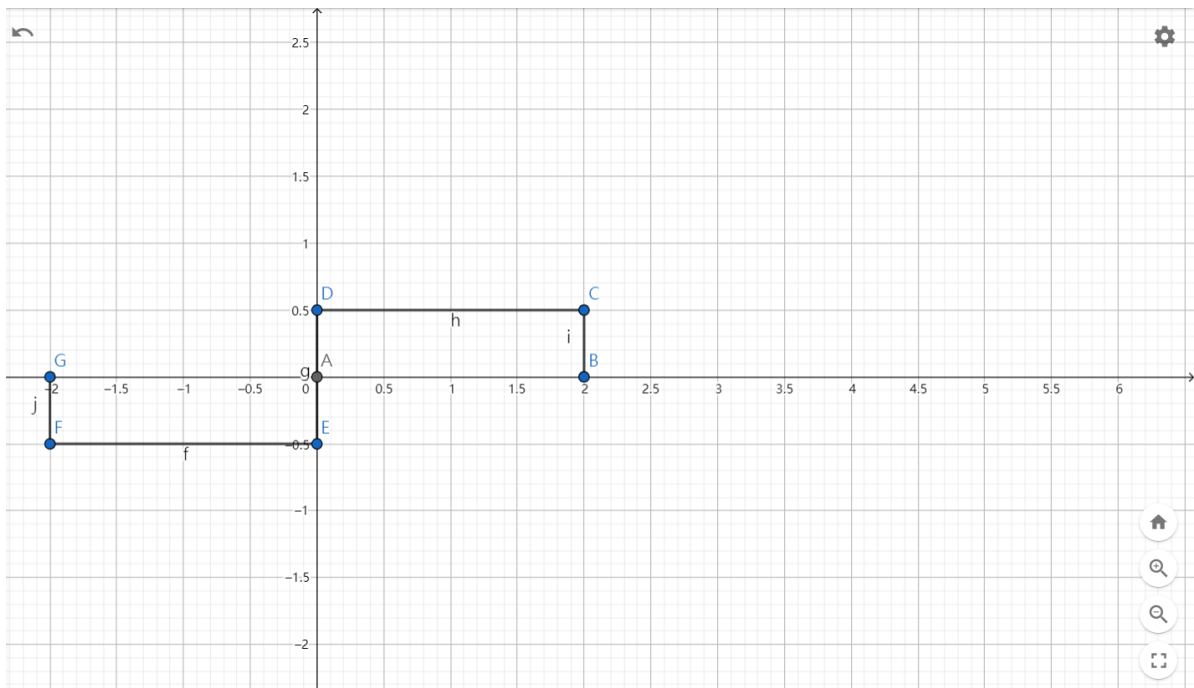
$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \in [0, 2] \\ 0 & t \geq 2 \text{ 或 } t \leq 0 \end{cases}$$

$$u(-t) = \begin{cases} 1 & t \in [-2, 0] \\ 0 & t \leq -2 \text{ 或 } t \geq 0 \end{cases}$$

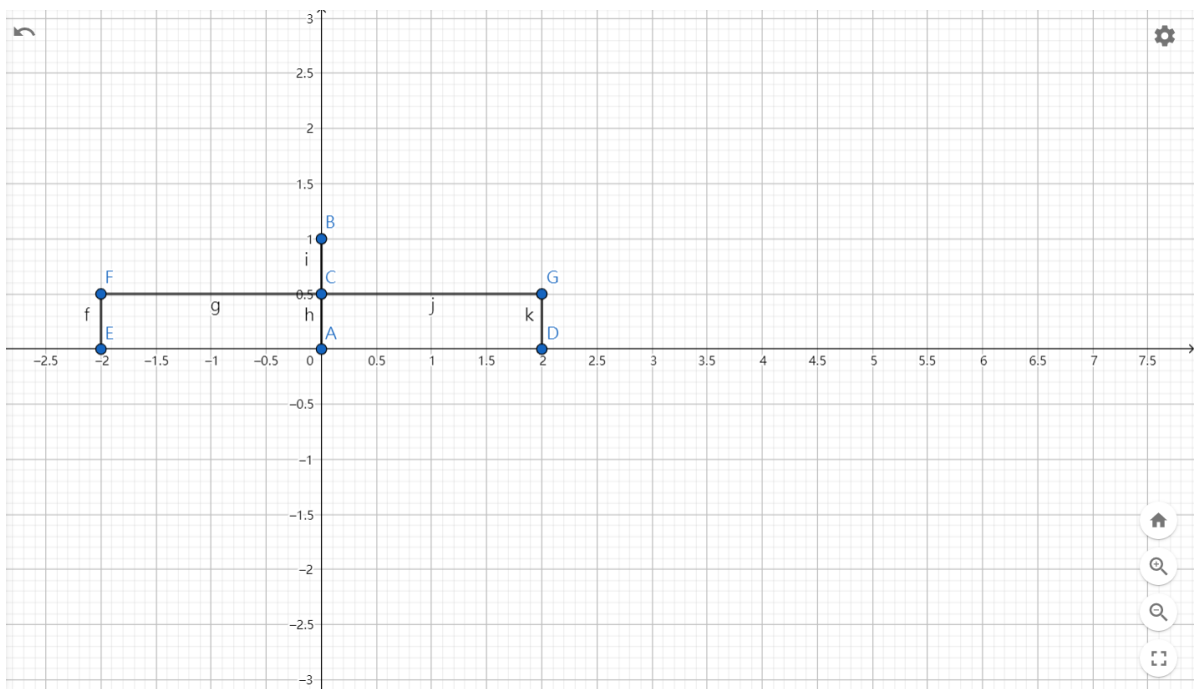
$$x_e(t) = \frac{1}{2}(u(t) + u(-t)) = \begin{cases} 0.5 & t \in [-2, 0) \text{ 或 } t \in (0, 2] \\ 1 & t = 0 \\ 0 & t \notin [-2, 2] \end{cases}$$

$$x_o(t) = \frac{1}{2}(u(t) - u(-t)) = \begin{cases} 0.5 & t \in (0, 2] \\ 0 & t \notin [-2, 2] \text{ 或 } t = 0 \\ -0.5 & t \in [-2, 0) \text{ 或 } \end{cases}$$

奇信号：



偶信号:

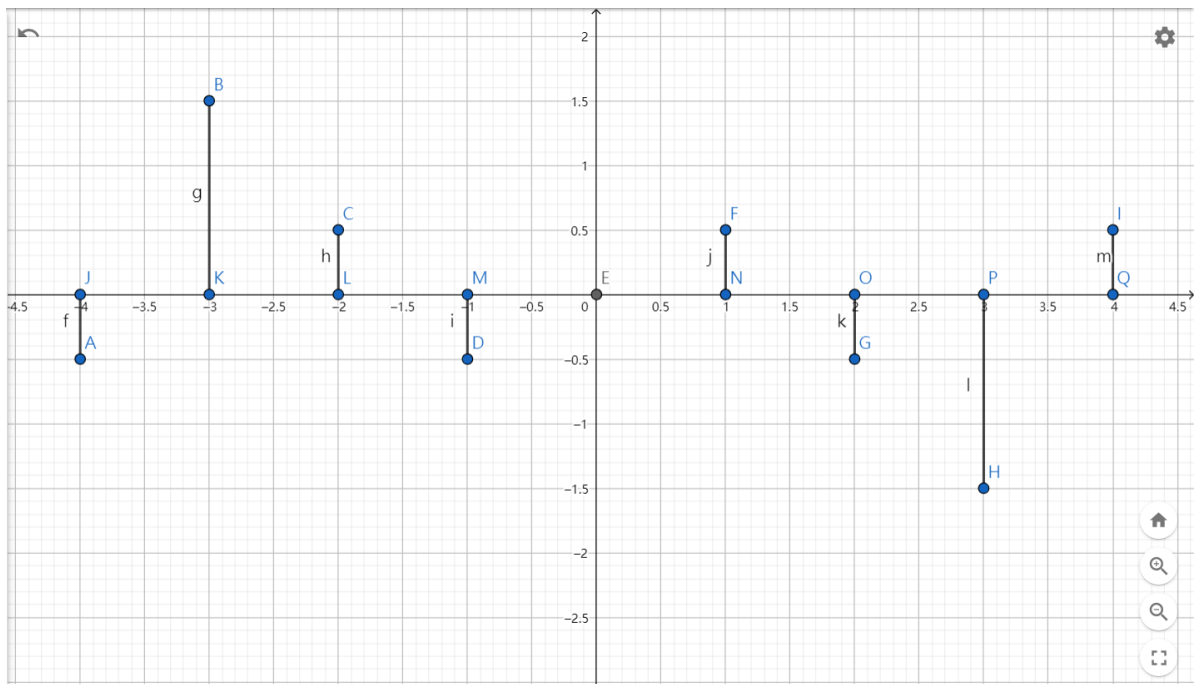


(b):

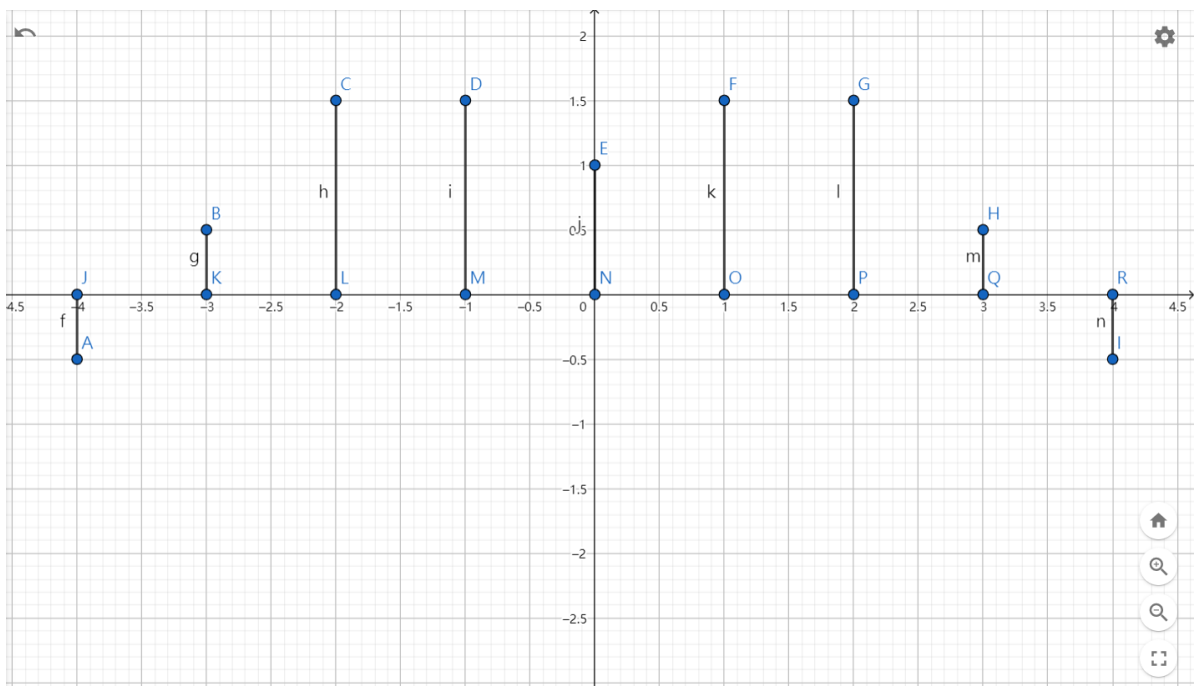
$$x_o[n] = \frac{1}{2}(x[n] - x[-n])$$

$$x_e[n] = \frac{1}{2}(x[n] + x[-n])$$

奇函数:



偶函数:



1.14

(1): $x(t) = 3\cos(4t + \frac{\pi}{3})$

$x(t + \frac{\pi}{2}) = x(t)$, 得到 $x(t)$ 是周期函数, 基波周期为 $\frac{\pi}{2}$

(2): $x(t) = e^{ja(\pi t - 1)}$

若 $x(t)$ 是周期信号, 则 $x(t) = x(t + N)$

$$\Rightarrow e^{ja\pi N} = 1$$

$$\Rightarrow a\pi N = 2m\pi$$

$$\Rightarrow N = \frac{2m}{a}$$

当 a 是有理数时, $x(t)$ 是周期信号, 基波周期为 $\frac{2m}{a}$

(3): $x(t) = (\cos 2\pi t)u(t)$

若 $x(t)$ 为周期信号, 则有 $x(t) = x(t + N)$

容易得到 t 小于等于0时 $x(t) = 0$, t 大于0时, $x(t) = \cos(2\pi t)$

若 $x(t)$ 为周期信号, 则有 $x(t) = x(t + m * N)$

分别取 m 为 $-\infty$ 与 ∞ , 则有 $x(t + m * N) = 0$

$t + m * N > 0$, 矛盾

$x(t)$ 不是周期信号

$$(4): x[n] = \cos \frac{n}{4}$$

$$\frac{w_0}{2\pi} = \frac{1}{8\pi}, \text{ 不是有理数, } x[n] \text{ 不是周期函数}$$

$$(5): x[n] = \cos\left(\frac{8\pi}{7}n + 2\right)$$

$$\frac{w_0}{2\pi} = \frac{4}{7}, \text{ 是有理数, } x[n] \text{ 是周期函数}$$

基波周期: $N = 7$

$$(6): x[n] = 2\cos\left(\frac{n\pi}{4}\right) + 3\sin\left(\frac{n\pi}{6}\right) - \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

$$\text{对于 } 2\cos\left(\frac{n\pi}{4}\right), \frac{w_0}{2\pi} = \frac{1}{8}, N_1 = 8$$

$$\text{对于 } 3\sin\left(\frac{n\pi}{6}\right), \frac{w_0}{2\pi} = \frac{1}{12}, N_2 = 12$$

$$\text{对于 } -\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right), \frac{w_0}{2\pi} = \frac{1}{4}, N_3 = 4$$

$$[N_1, N_2, N_3] = 12$$

$x[n]$ 是周期函数, 基波周期为12

1.16

(1):

$$y(t) = e^{x(t)}$$

由于 $y(t)$ 的输出仅仅与当前的 t 有关, $y(t)$ 是无记忆系统

由于 $y(t)$ 的输出仅与现在的输入有关, $y(t)$ 是因果系统

由于 $y(t)$ 不满足叠加性, $y(t)$ 是非线性系统

当输入为 $x_1(t)$ 时, 输出 $y_1(t) = e^{x_1(t)}$

当输入为 $x_2(t) = x_1(t - t_0)$ 时, 输出 $y_2(t) = e^{(x_1(t - t_0))} = y_1(t - t_0)$

$y(t)$ 是时不变系统

由于当 $x(t)$ 的输入有界时, $y(t)$ 的输出是有界的, $y(t)$ 是稳定系统

$$(2): y[n] = x[n]x[n - 1]$$

由于 $y[n]$ 的输出不与当前的 t 有关, $y[n]$ 是记忆系统

由于 $y[n]$ 的输出仅与现在以及过去的输入有关, $y[n]$ 是因果系统

由于 $y[n]$ 不满足齐次性, $y[n]$ 是非线性系统

当输入为 $x_1[n]$ 时, 输出 $y_1[n] = x_1[n]x_1[n - 1]$

当输入为 $x_2[n] = x_1[n - n_0]$ 时, 输出 $y_2[t] = x_2[n]x_2[n - 1] = x_1[n - n_0]x_1[n - n_0 - 1]$

$= y_1[n - n_0]$, $y[t]$ 是时不变系统

由于当 $x[t]$ 的输入有界时, $y[t]$ 的输出是有界的, $y[t]$ 是稳定系统

$$(3): y(t) = \frac{dx}{dt}$$

由于 $y(t)$ 的输出仅与当前的输入有关, $y(t)$ 是无记忆系统

由于 $y(t)$ 是无记忆系统, $y(t)$ 是因果系统

由于对任意 a, b 都有 $ax_1(t) + bx_2(t) \rightarrow ay_1(t) + by_2(t)$, $y(t)$ 是线性系统

$$y(t - t_0) = \frac{dx(t - t_0)}{dt} = \frac{dx}{dt}$$

$x(t - t_0) \rightarrow y(t - t_0)$, $y(t)$ 是时不变系统

当 x 输入有界时, $y(t)$ 输出无界, $y(t)$ 是不稳定系统

$$(4): y[n] = x[n - 2] - x[n + 1]$$

由于 $y[n]$ 的输出与未来的输入有关, $y[n]$ 是记忆系统

由于 $y[n]$ 的输出与未来的输出有关, $y[n]$ 是非因果系统

由于对任意 a, b 都有 $ax_1(t) + bx_2(t) \rightarrow ay_1(t) + by_2(t)$, $y[n]$ 是线性系统

由于 x 的括号内 n 在括号内且是 n , $y[n]$ 是时不变系统

当 $x[n]$ 有界时, $y[n]$ 有界, $y[n]$ 是稳定系统

$$(5): y(t) = \sin(4t)x(t)$$

由于 $y(t)$ 的输出只与当前 t 有关, $y(t)$ 是非记忆系统

由于 $y(t)$ 是非记忆系统, $y(t)$ 是因果系统

由于 $y(t)$ 满足齐次性和叠加性, $y(t)$ 是线性系统

由于存在 $\sin(4t)$, $y(t)$ 是时变系统

当 $x(t)$ 有界时, $y(t)$ 有界, $y(t)$ 是稳定系统

$$(6): y[n] = x[4n]$$

由于有 $x[4n]$, $y[n]$ 是记忆系统

由于 $y[n]$ 的输出由未来的输入决定, $y[n]$ 是非因果系统

由于 $y[n]$ 满足齐次性和叠加性, $y[n]$ 是线性系统

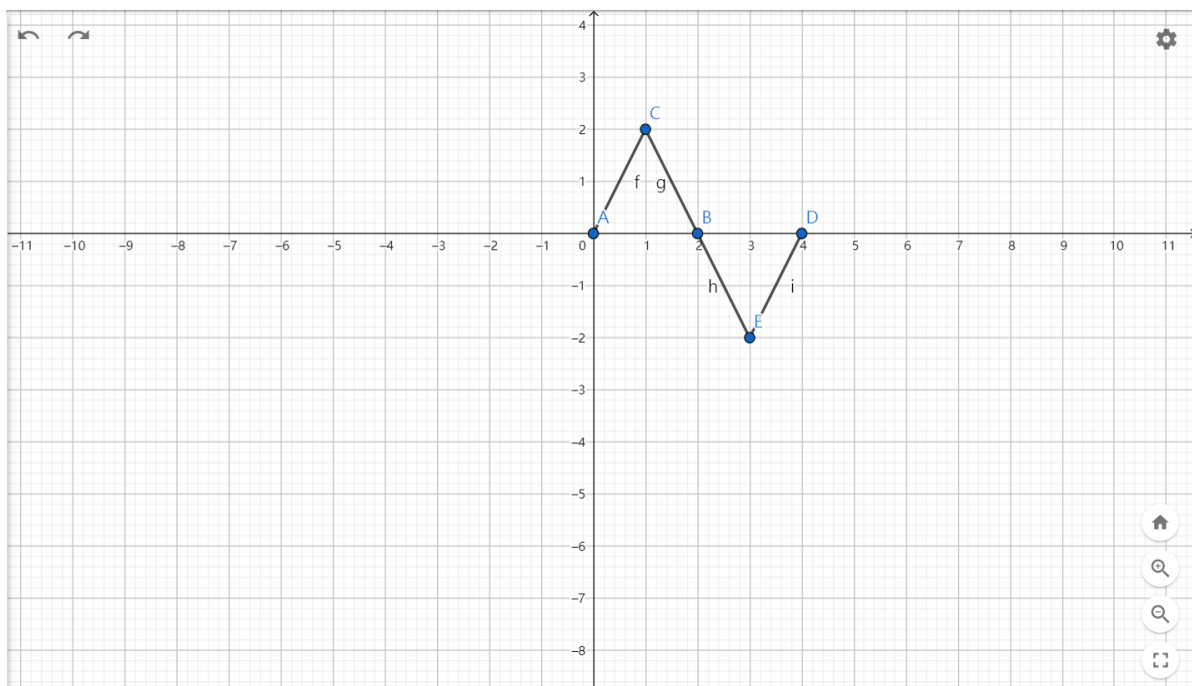
由于存在 $4n$, $y[n]$ 是时变系统

由于 $x[n]$ 有界时, $y[n]$ 有界, $y[n]$ 是稳定系统

1.23

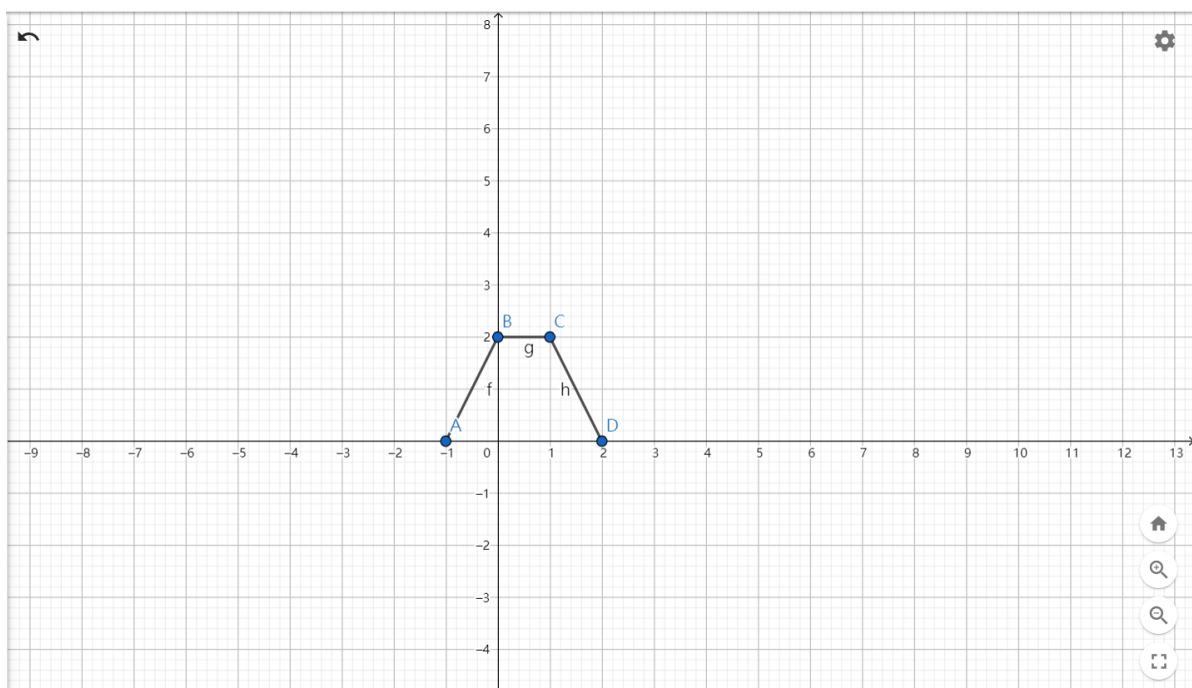
对于(c)图的响应

由于有 $x_2(t) = x_1(t) - x_1(t - 2)$, $y_2(t) = y_1(t) - y_1(t - 2)$



对于(d)图的响应

由于 $x_3(t) = x_1(t+1) + x_1(t)$, $y_3(t) = y_1(t+1) + y_1(t)$



1.28

当 $x_1(t) = u(t)$ 时, $y_1(t) = e^{-at}u(t)$

当 $x_2(t) = \delta(t)$ 时

$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt} \Rightarrow x_2(t) = \frac{dx_1(t)}{dt}$$

$$y_2(t) = \frac{dy_1(t)}{dt} = e^{-at}\delta(t) - ae^{-at}u(t) = \delta(t) - ae^{-at}u(t)$$

